



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный  
технический университет**

---

**Кафедра «Промышленная теплоэнергетика  
и теплотехника»**

# **ТЕПЛОМАССООБМЕН**

*Методическое пособие*

**Минск  
БНТУ  
2012**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника»

## **ТЕПЛОМАСООБМЕН**

Методическое пособие  
студентам специальностей

1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика»,

1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»,

1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических  
станций», 1-53 01 04 «Автоматизация и управление  
энергетическими процессами»

Минск  
БНТУ  
2012

УДК 621.1.016.7(075.8)

ББК 31.31я73

Т34

Рецензенты:

*Н. Б. Карницкий, В. А. Сычевский*

**Есьман, Р. И.**

Е 87

Тепломассообмен: методическое пособие студентам специальностей 1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика», 1-43 01 04 «Тепловые электрические станции», 1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических станций», 1-53 01 04 «Автоматизация и управление энергетическими процессами» / Р.И. Есьман [и др.]. – Минск: БНТУ, 2012. – 41 с.

ISBN 978-985-525-887-3.

Пособие составлено в соответствии с программой дисциплины «Тепломассообмен» для энергетических специальностей вузов. Включены темы: «Теплопроводность», «Конвективный теплообмен», «Теплообмен излучением», «Теплопередача», «Теплообменные аппараты теплоэнергетических систем».

По отдельным темам разработаны методические указания и методики расчетов, способствующие углубленному изучению и усвоению материала. Типовые задачи выбраны таким образом, чтобы сосредоточить внимание студентов на основных практических расчетах тепловых процессов, используемых в теплотехнологиях различных отраслях народного хозяйства Республики Беларусь.

Выбранные задачи снабжены решениями, приведены таблицы и практические диаграммы, используемые в расчетах.

УДК 621.1.016.7(075.8)

ББК 31.31я73

ISBN 978-985-525-887-3

© Белорусский национальный  
технический университет, 2012

## Введение

Дисциплина «Тепломассообмен» играет важную роль в формировании инженера-энергетика, работающего в системе ТЭК, на промышленных предприятиях и в других энергопотребляющих отраслях народного хозяйства.

Теплотехнологические процессы лежат в основе ряда производств, а также определяют режим работы многих устройств, производств и установок. Глубокое понимание процессов, протекающих в теплотехнологических установках, предполагает знание и усвоение студентами теоретических положений теплотехники, включающих основы теории тепломассообмена.

Изучение дисциплины «Тепломассообмен» является основой для углубленного освоения современного теплоэнергетического оборудования, технологических процессов различных отраслей народного хозяйства с целью максимальной экономии топлива и материальных ресурсов, интенсификации и оптимизации современных тепло технологических процессов, выявления и использования вторичных энергоресурсов (ВЭР), диверсификации инновационных энергосберегающих технологий в энергетической, машиностроительной и других отраслях промышленного производства.

Цель изучения дисциплины – подготовка студентов к усвоению вопросов тепломассообмена в спецкурсах и к использованию полученных знаний и навыков в профессиональной деятельности. Изучению дисциплины должны предшествовать глубокая проработка современного состояния энергетики в Республике Беларусь, пути совершенствования теплоэнергетического оборудования и теплотехнологий промышленного производства. Важным фактором в дальнейшем развитии теплоэнергетики в Республике Беларусь является углубляющаяся интеграция с Российской Федерацией, странами СНГ, а также с другими странами в рамках все более открытого сотрудничества по обмену опытом, новыми технологиями и конструктивными идеями в области энергетики.

Задачи изучения дисциплины: овладение закономерностями основных процессов переноса теплоты и массы, в частности процессов тепло- и массообмена, протекающих совместно; усвоение основных результатов теоретических и экспериментальных исследований; ознакомление с путями решения современных проблем тепломассообмена; приобретение умений и навыков в проведении тепловых расчетов и решении практических задач, связанных с тепломассообменом в элементах энергетических установок.

Для изучения дисциплины необходимо знание высшей математики, физики, гидродинамики и термодинамики.

## **Программа дисциплины**

Тема 1. Основные положения теории теплопроводности.

Тема 2. Теплопроводность при стационарном тепловом режиме.

Тема 3. Теплопроводность при нестационарном тепловом режиме.

Тема 4. Основные положения конвективного теплообмена.

Тема 5. Основные методы подобия и моделирования.

Тема 6. Основные вопросы методологии эксперимента.

Тема 7. Теплоотдача при вынужденном продольном омывании плоской поверхности.

Тема 8. Теплоотдача при вынужденном движении жидкости в трубах и при поперечном омывании труб и пучков труб.

Тема 9. Теплоотдача при свободном движении жидкости.

Тема 10. Отдельные задачи конвективного теплообмена в однородной среде.

Тема 11. Теплообмен при конденсации чистого пара.

Тема 12. Теплообмен при кипении однокомпонентных жидкостей.

Тема 13. Конвективный тепло- и массообмен.

Тема 14. Основные законы теплового излучения.

Тема 15. Теплообмен излучением между непрозрачными телами, разделенными прозрачной средой.

Тема 16. Теплообмен излучением в поглощающих средах. Сложный теплообмен.

Тема 17. Теплообменные аппараты.

## 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В списке рекомендуемой литературы выделены учебник и задачник (основной комплект книг), в которых объем и структура материала в наибольшей степени согласуется с утвержденной программой дисциплины, а приведенные в приложениях справочные данные достаточны, чтобы в полном объеме выполнить расчеты, предусмотренные контрольными задани-

ями. Именно по этим книгам в настоящем пособии даны методические разработки.

В списке дополнительной литературы приведены наименования книг, которые могут быть использованы для более подробного изучения отдельных тем и при решении практических задач, выходящих за рамки учебной программы.

При изучении дисциплины «Тепломассообмен» большое внимание следует уделить самостоятельной работе с учебной литературой. Методические указания преследуют следующую цель: обеспечить единство процессов самостоятельной проработки текста рекомендуемого учебника и самоконтроля за качеством усвоения программного материала.

Последовательное или параллельное изучение дисциплин «Термодинамика» и «Тепломассообмен» имеет свою особенность: применение одинаковых буквенных обозначений  $Q$  и  $q$  при различном их значении в каждой дисциплине. Так, в «Термодинамике» через  $Q$  обозначают количество теплоты, подведенное к системе через оболочку. Энергию в единицах СИ выражают в джоулях, кило- и мегаджоулях. Соответственно через  $q$  обозначают количество теплоты, подведенное к системе массой 1 кг, и в единицах СИ его выражают, например, в джоулях на килограмм. Однако в дисциплине «Тепломассообмен» эти же обозначения применяют для обозначения мощности потоков теплоты. Буквой  $Q$  обозначают мощность теплового потока через границу тела (называемую для краткости тепловым потоком), которую выражают в ваттах. Соответственно через  $q$  обозначают поверхностную интенсивность мощности теплового потока (называемую для краткости плотностью теплового потока), которую выражают в ваттах на квадратный метр. Общее же количество теплоты, прошедшее сквозь границу тела, в рекомендуемом учебнике [1] обозначают через  $Q$  и выражают в джоулях.

Процесс обучения студентов по данной дисциплине включает: получение информации на лекциях, самостоятельную работу над учебниками и учебно-методическими пособиями,

выполнение контрольных и лабораторных работ, приобретение навыков решения конкретных теплотехнических задач на практических занятиях, получение консультаций на кафедре «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника» по вопросам, возникающим при изучении материала.

При выполнении заданий по контрольным и расчетно-графическим работам необходимо соблюдать следующие требования. Вначале должны быть четко выписаны исходные параметры, заданные по условию задачи, и определена конечная цель (*например, определить коэффициент теплопередачи теплообменного аппарата*); все вычисления проводить, пользуясь Международной системой единиц; все вычисления приводить в развернутом виде; при использовании табличных значений величин (теплофизических характеристик, вспомогательных функций и коэффициентов), уравнений подобия, графических зависимостей необходимо давать ссылки на источники; графическое изображение циклов представить на отдельных листах формата А–3; решения задач сопровождать кратким пояснительным текстом; указывать, какая из величин определяется расчетным путем либо выбирается из справочников, учебных и учебно-вспомогательных пособий и т. д.

## **2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ**



При разработке математических моделей необходимо учитывать теплофизические свойства материалов.

Экспериментальное оборудование для контактной диагностики этих свойств включает измерительный комплекс для сбора и обработки информации на базе цифрового термометра ТК-5, измерителя-регулятора (ИР) «Сосна-003», индикатора теплового потока ИТП-20М и приборов ИТ-λ-400, ИТ-с-400 для измерений коэффициента теплопроводности и теплоемкости.

При исследовании тепловых процессов с применением инфракрасных термографических систем, в отличие от контактных методов, используют уравнения, связывающие термодинамическую температуру с измеряемой величиной спектральной яркости. Неполная информация о радиационных свойствах реальных объектов приводит к возникновению методической погрешности измерений, которая может превышать инструментальную в десятки раз. Для уменьшения методической погрешности используются излучательные свойства объектов и промежуточной среды. В значительной степени упростить задачу корректного измерения температуры конденсированных сред позволяет предварительное экспериментальное определение спектральной излучательной способности исследуемых объектов по спектральной зависимости коэффициента отражения исследуемого объекта.

Камера IR SnapShot 525, использованная в экспериментах, является радиометрическим тепловизором, имеет широкий динамический диапазон, обеспечивающий точное измерение температуры. Она работает как цифровая камера, снимает и обрабатывает термограммы в широком температурном диапазоне, выводит их на цветной 4-дюймовый ЖК-экран. Изображения записываются на встроенную РСМСІА карту памяти, позволяющую определить до 280 термограмм на стандартной карте 8.0 Мбайт серии АТА. Обработка изображений производится с помощью прилагаемого программного обеспечения SnapView, работающего в среде Windows. Для обеспечения

точного измерения температуры возможно задание значений коэффициента излучения.

В основу методов определения теплофизических характеристик материалов положено решение задачи теплопроводности, устанавливающее связь между временными и пространственными изменениями температуры тела под действием источника теплоты. Так как температурное поле тела зависит от его теплофизических характеристик, то по известному изменению температуры в одной или нескольких точках можно рассчитать коэффициенты теплопроводности или температуропроводности.

Являясь характеристикой пространственного переноса теплоты теплопроводность проявляется в условиях заметных градиентов температурного поля внутри вещества. Современная экспериментальная теплофизика не располагает средствами, которые позволяли бы осуществлять непосредственные измерения локального градиента температуры. Для этого чаще всего по результатам измерения локальных дискретных значений температуры в характерных точках образца восстанавливают его температурное поле и расчетным способом отыскивают градиенты температуры в тех сечениях образца, для которых экспериментально измерены или заданы удельные тепловые потоки.

При создании методов и устройств измерения теплопроводности главные затруднения связаны с тем, что необходимо выделить в исследуемом образце изотермическое сечение для определения температурного градиента и плотности теплового потока. С целью упрощения указанной проблемы обычно выгодно проводить измерения на образцах простой формы, создавая в них одномерные температурные поля.

В настоящее время известны десятки различных методов и сотни вариантов теплоизмерительных ячеек, предназначенных для определения теплопроводности веществ и материалов. Их многообразие обусловлено различными факторами, среди которых следует выделить: разнообразие возможных способов теплового воздействия на образец; большое различие матери-

алов по теплопроводности, физико-механическим свойствам и по использованию удобной для исследований формы образца; ограниченные возможности способов регистрации температур и тепловых потоков, систем нагрева и охлаждения, особенно по уровню рабочих температур опыта.

Теплоемкость является теплофизической характеристикой равновесного состояния вещества. В связи с этим все методы ее непосредственного экспериментального определения основываются на принудительном переводе исследуемого образца (посредством поглощения заданного количества теплоты) из исходного равновесного теплового состояния с температурой  $t$  в близкое к нему равновесное состояние с температурой  $t + dt$ . Иногда удается несколько отойти от такой схемы опыта и проводить измерения в условиях незначительной тепловой неравномерности при наличии некоторых градиентов температурного поля внутри образца.

Чаще всего необходимость отхода от классической схемы возникает при создании динамических методов комплексного (одновременного) экспериментального определения теплоемкости и теплопроводности исследуемого вещества. В рассматриваемом случае измерения теплоемкости несколько усложняются, так как приходится регистрировать изменение среднеобъемной температуры образца.

Разнообразие существующих методов измерения теплоемкости обусловлено различиями в способах регистрации подводимой теплоты, использованием различных способов регистрации температуры образца, а также различием вариантов тепловой защиты поверхности образца от нежелательных потерь теплоты в окружающую среду.

При разработке методов стремятся использовать несложные решения при тех начальных и граничных условиях, которые можно реализовать в теплофизическом эксперименте. Задача упрощается, если измерения проводятся в стационарном тепловом режиме. К сожалению, стационарные методы, как правило, заметно уступают нестационарным по длительности

опыта. По этой причине, наряду со стационарными методами разрабатываются многочисленные варианты нестационарных. Часто в одном опыте осуществляется одновременное, комплексное определение теплопроводности, температуропроводности и, соответственно, удельной теплоемкости образца.

### **3. РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ**

#### ***3.1. Математические модели нагревания и охлаждения тел***

Процессы нагревания и охлаждения тел относятся к процессам нестационарной теплопроводности. Найдем распределение температуры в системе сопряженных тел для каждого момента времени. Отдельные слои могут претерпевать фазовые или химические превращения (отвердевания терморезактивных смол, гипсовых наполнителей, кристаллизации, спекания, диссоциации, испарения или конденсации в пористых теплозащитных материалах и т. д.). В данной работе анализ тепломассопереноса проводится с учетом фазовых превращений в отдельных слоях и зависимостей теплофизических характеристик сопряженных тел от температуры. В этих условиях температурное поле многослойной стенки описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений переноса теплоты (ввиду нелинейности потоков теплоты и граничных условий) с соответствующими краевыми условиями. Изменение температуры по сечению (вдоль координаты  $x$ ) в любой момент времени для каждого слоя многослойной стенки определяется из решения системы дифференциальных уравнений теплопроводности:

$$c_i(T_i)\rho_i(T_i)\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_i(T_i)\frac{\partial T_i(x, y, t)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\lambda_i(T_i)\frac{\partial T_i(x, y, t)}{\partial y}\right], \quad (1)$$

где  $i$  – индекс, определяющий принадлежность уравнения и параметров к различным слоям многослойной стенки;

$c_i(T_i)$  – удельная теплоемкость  $i$ -го слоя как функция температуры;

$\rho_i(T_i)$  – плотность материала  $i$ -го слоя как функция температуры;

$\lambda_i(T_i)$  – коэффициент теплопроводности  $i$ -го слоя как функция температуры;

$x$  – координата, направленная по нормали к поверхности стенки.

Приняты обозначения: 1 – металлическая или металлокерамическая матрица; 2 – неметаллическое покрытие (керамика, стекло- или базальтоволоконистые материалы); 3 – слой в котором происходят фазовые или химические превращения (термоактивные смолы, гипс); 4, 5 – неметаллические слои со специальными свойствами (армированный углерод, термостойкие покрытия и т. д.). Количество и материалы слоев могут быть различными в соответствии со служебными характеристиками и функциональными особенностями многослойной стенки.

На границах слоев теплофизические параметры, как температурные функции, терпят разрыв. В этом случае система дифференциальных уравнений (1) может быть сведена к одному уравнению, записанному в следующем виде:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda(T)\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x}\right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \right]. \quad (1^*)$$

Граничные условия IV рода:

$$\begin{aligned} \lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial t} &= \lambda_{i-1}(T_{i-1}) \frac{\partial T_{i-1}}{\partial x}, \quad x = x_i; \\ \lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial t} &= \lambda_{i-1}(T_{i-1}) \frac{\partial T_{i-1}}{\partial y}, \quad y = y_i; \\ T_i &= T_{i-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i = 1, 2, \dots, n$

$x_i$  – длина сопряжений  $i$ -го и  $(i-1)$  слоев.

В соответствии с условием задачи принимаем, что теплообмен на внешней поверхности многослойной стенки происходит по закону Ньютона–Рихмана. Тогда с учетом симметричной модели граничные условия запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = 0;$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha(T - T_c) \quad \text{при } x = a;$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = -\alpha(T - T_c) \quad \text{при } y = b.$$

Начальные условия имеют вид

$$T_i(x, y, 0) = T_{i_0} \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n.$$

Для слоя 3 решается задача с фазовыми превращениями с подвижной границей фаз. На границе раздела фаз (в слое 3) при  $x = \xi$  запишем условия фазового перехода [1]:

$$T_3' = T_3'' = T_\phi(\xi, t);$$

$$\lambda_3' \frac{\partial T_3(\xi, t)}{\partial x} - \lambda_3'' \frac{\partial T_3(\xi, t)}{\partial x} = \rho_3 r \frac{d\xi}{dt} \text{ при } x = \xi;$$

$$\lambda_3' \frac{\partial T_3(\xi, t)}{\partial y} - \lambda_3'' \frac{\partial T_3(\xi, t)}{\partial y} = \rho_3 r \frac{d\xi}{dt} \text{ при } y = \xi,$$

где  $T_\phi$  – температура фронта фазовых превращений;

$\rho_3$  – плотность материала;

$r$  – удельная теплота фазового перехода.

Линейный источник при координате  $x = \xi$  представим с помощью  $\delta$  – функции Дирака. При этом воспользуемся основным свойством  $\delta$  – функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - \xi) dx = f(\xi).$$

Для решения задачи фазового перехода применяется метод сглаживания:  $\delta$  – функция заменяется  $\delta$  – образной функцией  $\delta(T - T_\phi, \Delta)$ , отличной от нуля лишь на интервале  $(T_\phi - \Delta, T_\phi + \Delta)$  и удовлетворяющей условию нормировки:

$$\int_{T_\phi - \Delta}^{T_\phi + \Delta} \delta(T - T_\phi, \Delta) dT = 1.$$

Сглаживая на интервале  $(T_\phi - \Delta, T_\phi + \Delta)$  функции  $\delta_3'(T), \delta_3''(T), c_3'(T), \lambda_3'(T), \lambda_3''(T)$ , например при линейной зависимости меж-

ду значениями в твердой фазе при  $T < T_{\phi} - \Delta$  и в жидкой фазе при  $T > T_{\phi} + \Delta$ , получим квазилинейное уравнение, по форме совпадающее с дифференциальным уравнением (1). Для решения полученного квазилинейного уравнения можно использовать разностные методы.

Из граничных условий (2) видно, что температурные функции на границе слоев не имеют разрывов, а претерпевают разрыв первые производные. Этот факт дает возможность рассматривать систему сопряженных тел как стенку с теплофизическими свойствами, зависящими от координаты и температуры и терпящими разрыв на границе слоев.

Учитывая это обстоятельство, а также вводя безразмерные переменные перепишем систему дифференциальных уравнений и краевые условия в безразмерных переменных:

$$a^2 c_i \rho_i \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \text{ при } 0 \leq x \leq \bar{a}_0; 0 \leq y \leq \bar{b}_0; \quad (3)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial v}{\partial x} \text{ при } x = \bar{a}_0; 0 \leq y \leq \bar{b}_0; \quad (4)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial y} = -\lambda_2 \frac{\partial v}{\partial y} \text{ при } x = \bar{b}_0; 0 \leq x \leq 1; \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0; \quad (7)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial v}{\partial x} = \alpha a v \text{ при } x = 1; \quad (8)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial v}{\partial y} = \alpha a v \text{ при } y = \bar{b}; \quad (9)$$



$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \quad \text{при } t = 0; \\ v &= v_0 \quad \text{при } t = 0; \end{aligned} \right\}$$

где  $u$  и  $v$  – безразмерные температуры.

Условия сопряжения:

$$\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad u = v; \quad (10)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial u}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial v}{\partial y}, \quad u = v.$$

### 3.2. Решение задачи численным методом

Совокупность выражений (3)–(10) определяет поставленную задачу и решается численным методом. Введем общую прямоугольную сетку, равномерную по каждой из осей, причем предположим, что контактные поверхности  $x = \bar{a}_0$  и  $y = -\bar{b}_0$  лежат на узлах сетки. Пусть  $N_1$  и  $N_2$  – число узлов по горизонтали и вертикали соответственно, тогда шаг по горизонтали  $h_1 = 1 / N_1$ , а по вертикали –  $h_2 = \bar{b} / N_2$ .

Предположим, что горизонтальная строка узлов на контактной поверхности имеет номер  $M_1$ , а вертикальный столбец –  $M_2$ . Будем решать задачу на фиктивной сетке с узлами

$$x_i = \left( i + \frac{1}{2} \right) h_1 \quad \text{при } i = -1, 0, \dots, N_1;$$

$$y_j = \left( j + \frac{1}{2} \right) h_2 \quad \text{при } j = -1, 0, \dots, N_2.$$

Неявные конечно-разностные уравнения, соответствующие выражениям (3)–(10), на узлах фиктивной сетки на шестито-

чечном шаблоне (рис. 1, а, б) в момент времени  $t = (l+1)\tau$  имеют следующий вид:

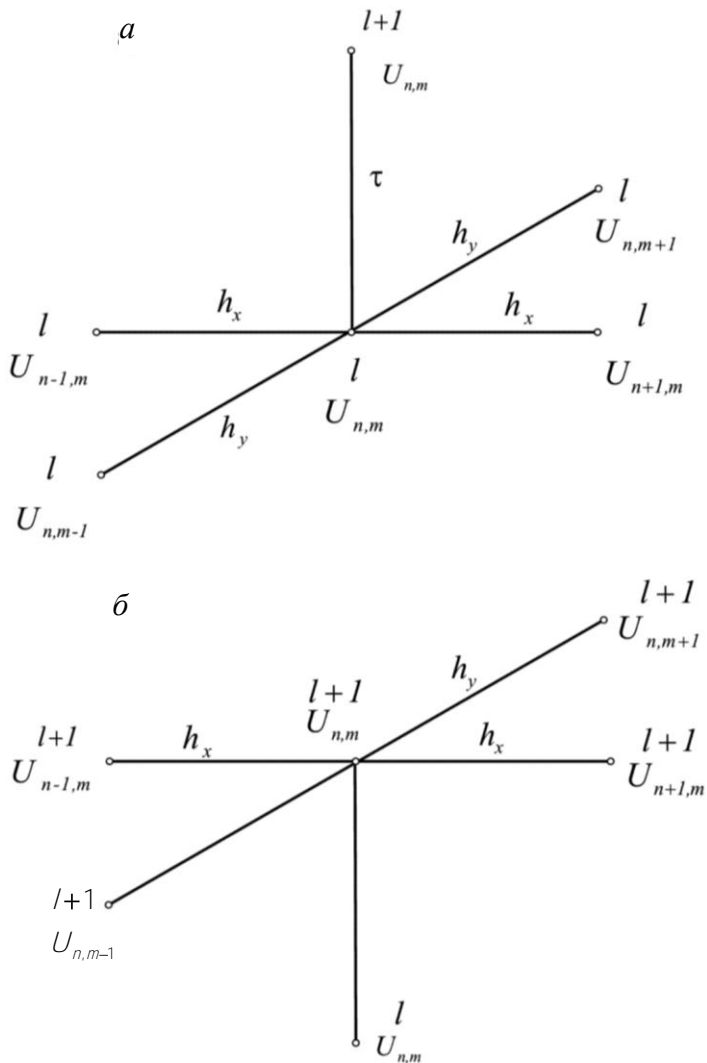


Рис. 1. Шеститочечный шаблон по явной (а) и неявной (б) схемам

$$\begin{aligned}
a^2 c_{i,j}^{(1)} \rho_{i,j}^{(1)} \frac{u_{i,j}^{/+1} - u_{i,j}^/}{\tau} &= \frac{1}{h_1} \left( \lambda_{i+\frac{1}{2},j}^{(1)} \frac{u_{i+1,j}^{/+1} - u_{i,j}^{/+1}}{h_1} - \lambda_{i-\frac{1}{2},j}^{(1)} \frac{u_{i,j}^{/+1} - u_{i-1,j}^{/+1}}{h_1} \right) + \\
&+ \frac{1}{h_2} \left( \lambda_{i,j+\frac{1}{2}}^{(1)} \frac{u_{i,j+1}^{/+1} - u_{i,j}^{/+1}}{h_2} - \lambda_{i,j-\frac{1}{2}}^{(1)} \frac{u_{i,j}^{/+1} - u_{i,j-1}^{/+1}}{h_1} \right) \quad (11)
\end{aligned}$$

где  $i=0, 1, 2, \dots, M_1-1$ ;  $j=0, 1, 2, \dots, M_2-1$ ;  $l=0, 1, 2, \dots$ ;

$$\begin{aligned}
a^2 c_{i,j}^{(2)} \rho_{i,j}^{(2)} \frac{v_{i,j}^{/+1} - v_{i,j}^/}{\tau} &= \frac{1}{h_1} \left( \lambda_{i+\frac{1}{2},j}^{(2)} \frac{v_{i+1,j}^{/+1} - v_{i,j}^{/+1}}{h_1} - \lambda_{i-\frac{1}{2},j}^{(2)} \frac{v_{i,j}^{/+1} - v_{i-1,j}^{/+1}}{h_1} \right) + \\
&\frac{1}{h_2} \left( \lambda_{i,j+\frac{1}{2}}^{(2)} \frac{v_{i,j+1}^{/+1} - v_{i,j}^{/+1}}{h_2} - \lambda_{i,j-\frac{1}{2}}^{(2)} \frac{v_{i,j}^{/+1} - v_{i,j-1}^{/+1}}{h_2} \right)
\end{aligned}$$

где  $\left. \begin{array}{l} i=0, 1, 2, \dots, N_1-1 \\ j=M_2, M_2+1, \dots, N_2 \end{array} \right\} i=M_1, M_1+1, \dots, N_1-1 \left. \vphantom{\begin{array}{l} i=0, 1, 2, \dots, N_1-1 \\ j=M_2, M_2+1, \dots, N_2 \end{array}} \right\} l=0, 1, 2$ ;

$$\begin{aligned}
-\lambda_{M_1-\frac{1}{2},j}^{(1)} \frac{u_{M_1,j}^{/+1} - u_{M_1,j-1}^{/+1}}{h_1} &= -\lambda_{M_1-\frac{1}{2},j}^{(2)} \frac{v_{M_1,j}^{/+1} - v_{M_1-1,j}^{/+1}}{h_1} = \\
&= k_j \left( \frac{u_{M_1,j}^{/+1} + u_{M_1,j-1}^{/+1}}{2} - \frac{v_{M_1,j}^{/+1} + v_{M_1-1,j}^{/+1}}{2} \right) \quad (12)
\end{aligned}$$

где  $j=-1, 0, 1, \dots, M_2-1$ ;

$$\begin{aligned}
-\lambda^{(1)}_{i, M_2 - \frac{1}{2}} \frac{u'_{i, M_2} - u'_{i, M_2 - 1}}{h_2} &= -\lambda^{(2)}_{i, M_2 - \frac{1}{2}} \frac{v'_{i, M_2} - v'_{i, M_2 - 1}}{h_2} = \\
&= k_j \left( \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2 - 1}}{2} - \frac{v'_{i, M_2} + v'_{i, M_2 - 1}}{2} \right) \quad (21)
\end{aligned}$$

где  $i = -1, 0, 1, \dots, M_1 - 1$ ;

$$k_j = \frac{\frac{\lambda_{\text{покр}}}{\delta_{\text{покр}}} a \left( \frac{\lambda_{\text{в}}}{\delta_j} + \alpha_{\text{л}j} \right)}{\frac{\lambda_{\text{покр}}}{\delta_{\text{покр}}} + \frac{\lambda_{\text{в}}}{\delta_j} + \alpha_{\text{л}j}} \quad \text{при } \delta_{\text{покр}} \neq 0 \text{ и } \delta_{\text{в}} \neq 0;$$

$$k_j = \frac{\lambda_{\text{покр}}}{\delta_{\text{покр}}} a \quad \text{при } \delta_{\text{покр}} \neq 0, \quad \delta = 0;$$

$$k_j = \frac{\lambda_{\text{в}}}{\delta_j} + \alpha_{\text{л}j} \quad \text{при } \delta_{\text{покр}} = 0, \quad \delta \neq 0.$$

Соответствующие формулы могут быть выписаны для  $k_j$ . Величины  $\alpha_{\text{л}i}$  и  $\alpha_{\text{л}j}$  определяются по температуре в контакте на предыдущем временном слое:

$$\begin{aligned}
\alpha_{\text{л}i} &= \varepsilon_{1/2} \sigma T_0^3 \left[ \left( \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2 - 1}}{2} + 1 \right)^2 + \left( \frac{v'_{i, M_2} + v'_{i, M_2 - 1}}{2} + 1 \right)^2 \right] \times \\
&\times \left( \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2 - 1}}{2} + u_{\text{покр}i} + 2 \right) \quad (14)
\end{aligned}$$

где  $u_{\text{покр}_i}$  – безразмерная температура наружной поверхности краски, определяется по формуле

$$u_{\text{покр}_i} = \frac{\frac{v'_{i, M_2} + v'_{i, M_2-1}}{2} \cdot \frac{\lambda_{\text{покр}}}{\delta_{\text{покр}}} + \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2-1}}{2} \left( \frac{\lambda_{\text{в}}}{\delta_i} + \alpha_{\text{л}_i} \right)}{\frac{\lambda_{\text{покр}}}{\delta_{\text{покр}}} + \frac{\lambda_{\text{в}}}{\delta} + \alpha_{\text{л}_i}}. \quad (15)$$

Уравнения (14) и (15) следует рассматривать как трансцендентные уравнения для определения  $\alpha_{\text{л}_i}$ ,  $u_{\text{покр}_i}$ , которые решаются методом половинного деления.

При  $\delta_{\text{покр}} = 0$  выражение (14) следует заменить на

$$\alpha_{\text{л}_i} = \varepsilon_{1/2} \sigma T_0^3 \left[ \left( \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2-1}}{2} + 1 \right)^2 + \left( \frac{v'_{i, M_2} + v'_{i, M_2-1}}{2} + 1 \right)^2 \right] \times \left( \frac{u'_{i, M_2} + u'_{i, M_2-1}}{2} + \frac{v'_{i, M_2} + v'_{i, M_2-1}}{2} + 2 \right) \quad (16)$$

Выражения для вычисления  $\alpha_{\text{л}_j}$ ,  $u_{\text{покр}_j}$  составляются по аналогии с (14)–(16).

Действительные величины  $\delta_j$  и  $\delta_i$  считаются равными нулю, если соответствующие температуры плиты  $\langle u_{i, M_2} - u_{i, M_2-1} \rangle_2$  и  $\langle u_{M_1, j} + u_{M_1-1, j} \rangle_2$  больше или равны температуре затвердевания. В противном случае зазоры  $\delta_j$  и  $\delta_i$  определяются как остаточные деформации формы с использованием приведенных выше формул.

Аппроксимация остальных граничных и начальных условий запишется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} u_{0,j}^{/+1} &= u_{-1,j}^{/+1} \quad \text{при } f = -1, 0, 1, \dots, M_2; \\ v_{0,j}^{/+1} &= v_{-1,j}^{/+1} \quad \text{при } j = M_2, M_2 + 1, \dots, N_2; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{i,0}^{/+1} &= u_{i,-1}^{/+1} \quad \text{при } i = -1, 0, 1, \dots, M_1; \\ v_{i,0}^{/+1} &= v_{i,-1}^{/+1} \quad \text{при } i = M_1, M_1 + 1, \dots, N_1; \end{aligned} \right\}$$

$$-\lambda_{M_1 - \frac{1}{2}, j}^{(2)} \frac{v_{M_1, j}^{/+1} - v_{M_1 - 1, j}^{/+1}}{h_1} = \alpha_j a \frac{v_{M_1, j}^{/+1} + v_{M_1 - 1, j}^{/+1}}{2},$$

где  $j = -1, 0, \dots, N_2$ ;

$$-\lambda_{i, N_2 - \frac{1}{2}}^{(2)} \frac{v_{i, N_2}^{/+1} - v_{i, N_2 - 1}^{/+1}}{h_2} = \alpha_i a \frac{v_{i, N_2}^{/+1} + v_{i, N_2 - 1}^{/+1}}{2}, \quad (18)$$

где  $i = -1, 0, \dots, M_1$ ;

$$u_{i,j}^0 = u_0, \quad (19)$$

где  $i = -1, 0, \dots, M_1$ ;  $j = -1, 0, \dots, M_2$ ;

$$v_{i,j}^0 = v_0,$$

где  $i = M_1, M_1 + 1, \dots, N_1$ ;  $j = -1, 0, \dots, M_2$  или  $i = -1, 0, \dots, M_1$ ;  
 $j = M_2, M_2 + 1, \dots, N_2$ .

Выражения (11)–(13), (17), (18) с учетом выражения (19) дают  $(M_1 + 2)(M_2 + 2) + 2(M_1 + M_2)$  алгебраических линейных уравнений для определения такого же количества неизвестных значений температур в узлах сетки. На каждом временном шаге решение их производится по методу продольно-поперечных направлений.

## 4. ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПЕЧЕЙ

### 4.1. Расчет теплообмена излучением

Промышленные печи являются термотехнологическим оборудованием. Печь всегда рассматривают как единую термическую систему «материал–среда–футеровка» (рис. 2).

Теплоотдача к материалу в печах происходит излучением и конвекцией, распространение тепла внутри материала и потери тепла через футеровку – теплопроводностью. Таким образом, на примере печи можно рассмотреть сразу три вида теплообмена.

Рассмотрим 1 зону методической нагревательной печи, выполняющей нагрев металлических заготовок под прокатку.

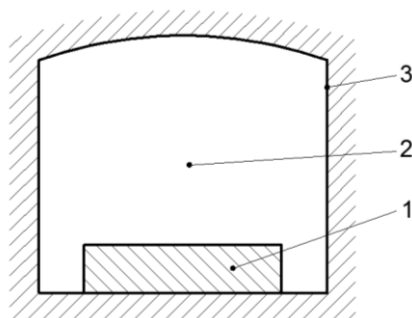


Рис. 2. Схема печи: 1 – материал (заготовки или готовые продукты, которые еще находятся в рабочей камере печи); 2 – печная среда (чаще всего продукты сгорания); 3 – футеровка (ограждение рабочей камеры печи)

Приведенный коэффициент излучения можно определить по формуле при укладке заготовок с зазором, при угловом коэффициенте  $\varphi_{м.м} \neq 0$ :

$$C_{ni} = \frac{C_0}{3} \left\{ \frac{2\varepsilon_{гi}\varepsilon_{м} [1 + \beta_{гi} - \varphi_{м.м}(1 - \varepsilon_{гi})]}{\beta_{гi} [\varepsilon_{м} + \varepsilon_{гi}(1 - \varepsilon_{м})] + \varepsilon_{гi} [1 - \varphi_{м.м}(1 - \varepsilon_{гi})(1 - \varepsilon_{м})]} + \frac{\varepsilon_{гi}\varepsilon_{м} \left[ \frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{гi}) + 1 \right]}{\frac{1}{\omega_i} (1 - \varepsilon_{гi}) [\varepsilon_{м} + \varepsilon_{гi}(1 - \varepsilon_{м})] + \varepsilon_{гi}} \right\},$$

где  $C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;

$$\beta_{гi} = \frac{1}{\omega C_{гmоvi}} (1 - \varepsilon_{гi})(1 - \varphi_{м.м});$$

$$\varphi_{м.м} = \sqrt{1 + \psi^2} - \psi; \quad \psi = \frac{h - X_2}{X_2} \text{ — относительный зазор;}$$

$$\omega C_{гmоvi} = \frac{(\omega_i + 1)(1 + \psi) + 1}{2}.$$

Лучистая составляющая коэффициента теплоотдачи

$$\alpha_{лi} = \left( C_{ni} \left( \left( \frac{\bar{T}_{гi} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{\bar{T}_{ми} + 273}{100} \right)^4 \right) \right) / (\bar{T}_{гi} - \bar{T}_{ми}).$$

Эффективный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{эффi} = \alpha_{лi} + \alpha_{кi}.$$

*Дано:* температура дымовых газов (продуктов сгорания) на входе в 1 зону печи  $t_{гх.г} = t_{г1} = 890 \text{ }^\circ\text{C}$ ; температура дымовых газов на выходе из зоны  $t_2 = 1350 \text{ }^\circ\text{C}$ ; температура поверхности и центра металлической заготовки в начале 1 зоны  $t_{м0}^{(ц)} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ; температура поверхности металлической заготовки в конце зоны 1  $t_{м1}^{(п)} = 820 \text{ }^\circ\text{C}$ ; суммарный объем продуктов сгорания

$$\sum_{i=1}^4 V_i = 10,95 \text{ м}^3/\text{м}^3; \quad V_{CO_2} = \frac{10,95}{100} \cdot 8,6 = 0,94 \text{ м}^3/\text{м}^3; \quad V_{H_2O} = \frac{10,95}{100} \cdot 17 = 1,86 \text{ м}^3/\text{м}^3;$$



высота зоны 1  $h_1 = 0,6$  м; ширина зоны 1  $b_1 = 3,4$  м; высота заготовки  $\chi_1 = 0,11$  м; длина заготовки  $\chi_2 = 0,11$  м; ширина заготовки  $B_1 = 2$  м.

Для зоны 1. Средние температуры газов и поверхности заготовки в зоне:

$$\bar{t}_{z1} = \frac{t_{yx,z} + t_{z1}}{2} = \frac{890 + 1350}{2} = 1120^\circ\text{C};$$

$$\bar{t}_{m1} = \frac{t_{m0}^{(y)} + t_{m1}^n}{2} = \frac{20 + 820}{2} = 420^\circ\text{C}.$$

Расположение заготовок в зоне печи оказывает значительное влияние на протекающие процессы теплообмена (рис. 3).

Степень развития кладки  $\omega_1 = F_{\text{кл}1}/F_{\text{м}1}$ .

Здесь  $F_{\text{кл}1}$ ,  $F_{\text{м}1}$  – площадь поверхностей соответственно излучающей кладки, которая в свою очередь состоит из свода, стен и торца загрузки печи, и лучевоспринимающей поверхности металла зоны 1:

$$F_{\text{кл}1} = F_{\text{свод}1} + 2F_{\text{ст}1} + F_{\text{торц}1}; F_{\text{ст}1} = h_1 L_1 = 0,6 L_1;$$

$$F_{\text{свод}1} = b_1 L_1 = 3,4 L_1.$$

Длину зоны 1 принимаем равной 1 метру:  $L_1 = 1$  м.

Тогда  $F_{\text{кл}1} = 3,4 \cdot 1 + 2 \cdot 0,6 \cdot 1 + 0,6 \cdot 3,4 = 6,64 \text{ м}^2$

Площадь поверхности металла  $F_{\text{м}1} = B_1 L_1$ . Имеем  $F_{\text{м}1} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ м}^2$ .

Шаг укладки заготовок  $h$

$h = 1,5 \chi_2 = 1,5 \cdot 0,11 = 0,165$  м.

Степень развития кладки  $\omega_1 = 6,64/2 = 3,32$ .

Определяем излучающий объем зоны 1 рабочего пространства:

$V_{\text{изл}1} = h_1 b_1 L_1 = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 1 = 2,04 \text{ м}^3$ .

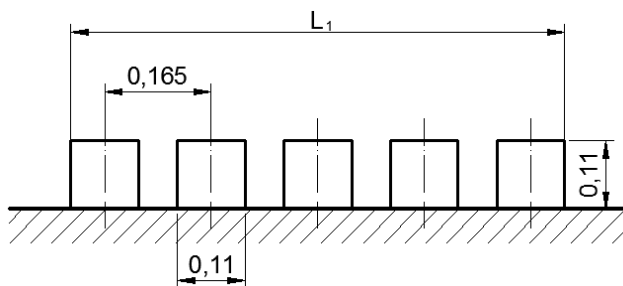


Рис. 3. Схема расположения заготовок в рабочей камере печи

Находим эффективную длину луча:  $l_{\text{эфф1}} = 0,9 \cdot \frac{4V_{\text{изл1}}}{F_{\text{изл1}}}$ , м;

$$l_{\text{эфф1}} = 0,9 \cdot \frac{4 \cdot 2,04}{2 \cdot 0,6 \cdot 1 + 2 \cdot 3,4 \cdot 1} = 0,92 \text{ м.}$$

Излучение газов носит объемный характер и зависит от плотности и толщины газового слоя. Рассчитываем парциальные давления основных излучающих газов  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ :

$$P_{\text{CO}_2} = \frac{V_{\text{CO}_2}}{\sum_{i=1}^4 V_i} \cdot B = \frac{0,94}{10,95} \cdot 1 = 0,09 \text{ ата};$$

$$P_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}}{\sum_{i=1}^4 V_i} \cdot B = \frac{1,86}{10,95} \cdot 1 = 0,17 \text{ ата.}$$

Находим  $(\rho l_{\text{эфф}})_{\text{CO}_2}$  и  $(\rho l_{\text{эфф}})_{\text{H}_2\text{O}}$ :

$$(\rho l_{\text{эфф1}})_{\text{CO}_2} = 0,09 \cdot 92 = 8,28 \text{ ата} \cdot \text{см};$$

$$(\rho l_{\text{эфф1}})_{\text{H}_2\text{O}} = 0,17 \cdot 92 = 15,64 \text{ ата} \cdot \text{см.}$$

При температуре  $T_{z1} = 1120^\circ\text{C}$ , используя рис. 4, 5, 6 определяем значения  $\beta$ ,  $\epsilon_{\text{CO}_2}$ ,  $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ .

Принимаем степень черноты металла  $\epsilon_{\text{м}} = 0,6$ .

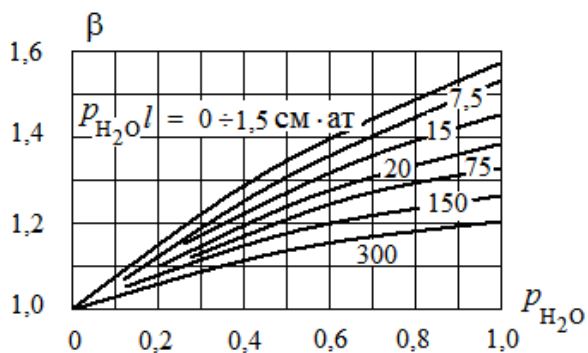


Рис. 4. График для определения параметра  $\beta$

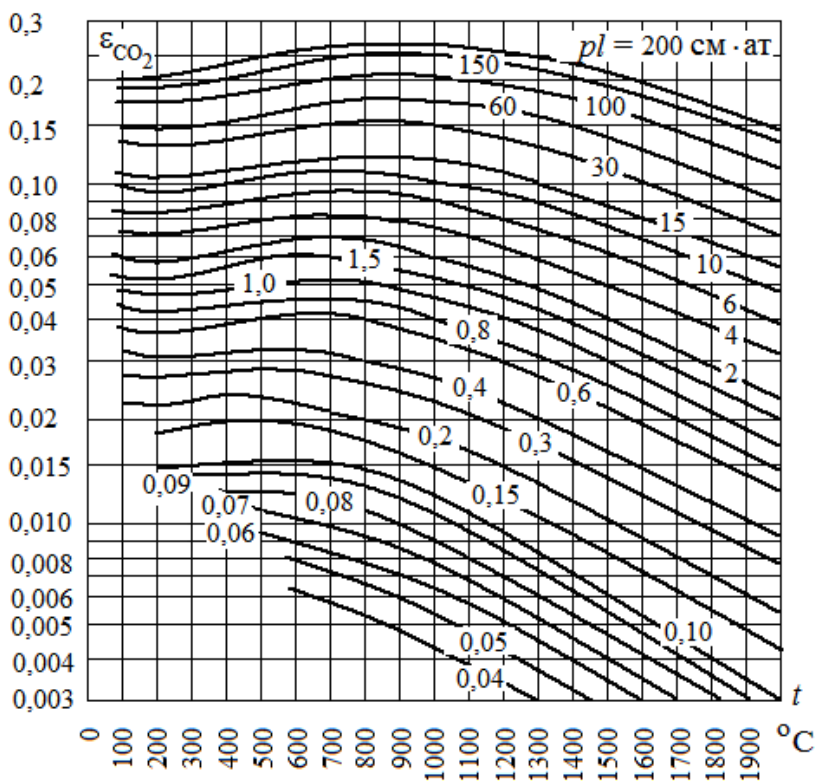


Рис. 5. Степень черноты диоксида углерода

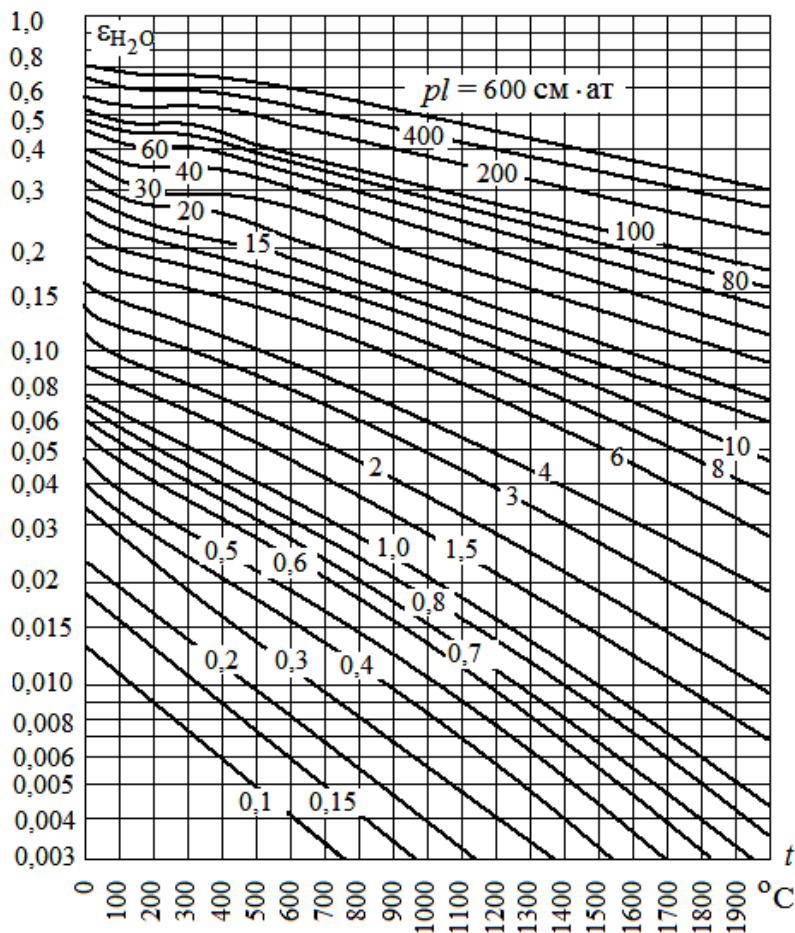


Рис. 6. Степень черноты водяного пара

$$(\epsilon_{CO_2})_1 = 0,095; (\epsilon_{H_2O})_1 = 0,135; \beta = 1,1.$$

$$\epsilon_{ai} = (\epsilon_{CO_2})_i + \beta(\epsilon_{H_2O})_i$$

$$\epsilon_{r1} = (\epsilon_{CO_2})_1 + \beta(\epsilon_{H_2O})_1 = 0,095 + 1,1 \cdot 0,135 = 0,244.$$

$$\psi = \frac{0,165 - 0,11}{0,11} = 0,5;$$

$$\varphi_{M.M} = \sqrt{1+0,5^2} - 0,5 = 0,62,$$

$$\omega_{C_{\text{плыв}}} = \frac{(3,32+1)(1+0,5)+1}{2} = 3,74;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{3,74} (1-0,244)(1-0,62) = 0,08.$$

Выполняя подстановку числовых значений получаем

$$C_{\text{пл}} = \frac{5,67}{3} \left\{ \frac{2 \cdot 0,244 \cdot 0,6 \cdot 1 + 0,08 - 0,62(1-0,244)}{0,08 \cdot 0,6 + 0,244(1-0,6) + 0,244 \cdot 1 - 0,62(1-0,244)(1-0,6)} + \frac{0,244 \cdot 0,6 \left[ \frac{1}{3,32} (1-0,244) + 1 \right]}{\frac{1}{3,32} (1-0,244) \cdot 0,6 + 0,244(1-0,6) + 0,244} \right\} = 2,18 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Окончательно имеем

$$\alpha_{\text{пл}} = \left( 2,18 \left( \left( \frac{1120+273}{100} \right)^4 - \left( \frac{420+273}{100} \right)^4 \right) \right) / 1120 - 420 =$$

$$= 110,1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

#### 4.2. Расчет конвективного теплообмена

*Дано:* скорость движения продуктов сгорания  $w = 3 \text{ м/с}$ ; коэффициент кинематической вязкости продуктов сгорания  $\nu = 201,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Значение коэффициента теплоотдачи конвекцией зависит от того, в каком режиме происходит движение среды: турбулентном, переходном или ламинарном. Поэтому прежде чем искать коэффициент теплоотдачи, следует определить режим движения среды, для чего надо найти число Рейнольдса по формуле

$$Re = \frac{w d_3}{\nu},$$

где  $d_3$  – характерный размер (эквивалентный диаметр), определяемый по формуле

$$d_3 = 4F/U,$$

где  $F$  – площадь сечения,  $\text{м}^2$ ;

$U$  – периметр, м.

Размеры зоны 1 печи возьмем из предыдущей задачи:

$$F = h_1 \cdot b_1 = 0,6 \cdot 3,4 = 2,04 \text{ м}^2;$$

$$U = 2h_1 + 2b_1 = 2 \cdot 0,6 + 2 \cdot 3,4 = 8 \text{ м}.$$

Тогда  $d_3 = 4 \cdot 2,04/8 = 1,02 \text{ м}$ . Определим режим движения продуктов сгорания:

$$Re = \frac{3 \cdot 1,02}{201,8 \cdot 10^{-6}} = 15,2 \cdot 10^3.$$

Для турбулентного режима характерны значения чисел Рейнольдса  $Re > 5 \cdot 10^3$ , переходного  $Re = 2 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3$ , ламинарного  $Re < 2 \cdot 10^3$ . Таким образом, режим движения турбулентный.

По графику (рис. 7) определяем коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  при турбулентном режиме в зависимости от действительной скорости газа (продуктов сгорания)  $w$  и эквивалентного диаметра  $d_3$ :  $\alpha = 7 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

Значение  $\alpha$ , полученное с помощью этого графика, необходимо умножить на поправочный коэффициент:  $k_L$  – поправку на начальный участок.

Поправку на начальный участок  $k_L$  определяют по рис. 7, б в зависимости от отношения длины начального участка  $L$  к эквивалентному диаметру  $d_3$ :  $k_L = 1,5$ .

Конвективная составляющая коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{к1} = \alpha \cdot k_L = 7 \cdot 1,5 = 10,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

Суммарный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{эф1} = 110,1 + 10,5 = 120,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

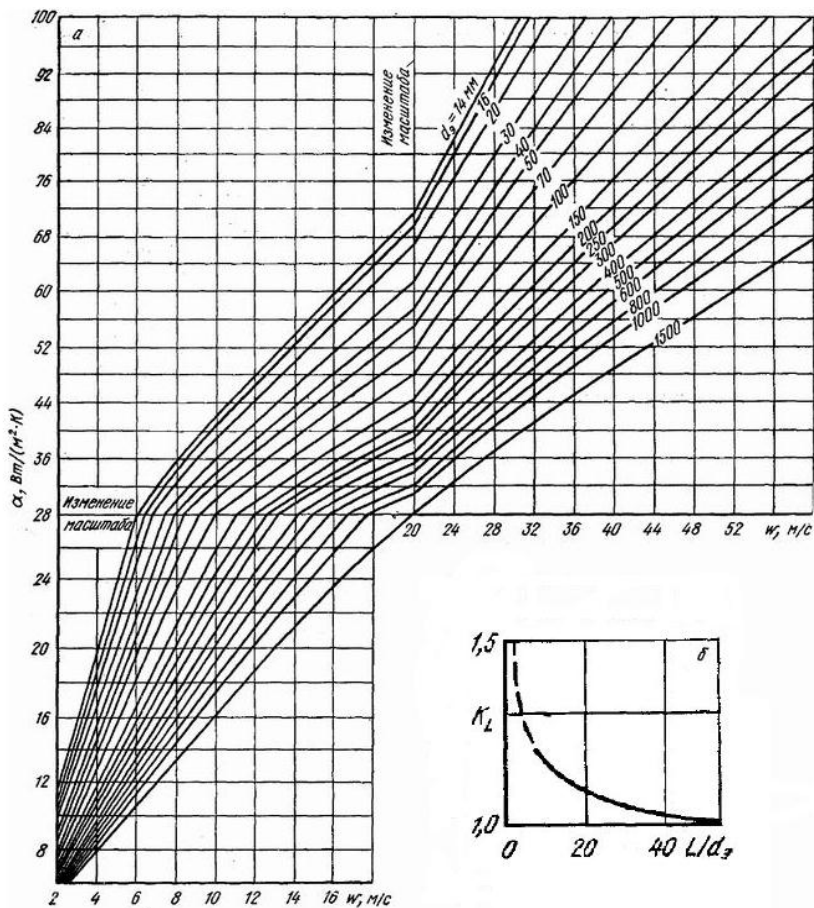


Рис. 7. Коэффициент теплоотдачи конвекцией  $\alpha$  при принудительном движении воздуха и продуктов сгорания в турбулентном режиме:  $a$  – коэффициент теплоотдачи;  $b$  – поправка на начальный участок  $k_L$

#### 4.3. Расчет теплопроводности стенки печи

Дано: стены методической печи, приведенные на рис. 8, выполнены из слоя огнеупорного кирпича толщиной  $\delta_1 = 250 \text{ мм}$  с коэффициентом теплопроводности  $\lambda_1 = 0,28 + 0,233 \cdot 10^{-3} t$ , Вт/(м  $\cdot$   $^{\circ}\text{C}$ ),

и теплоизоляционного слоя диатомитового кирпича с коэффициентом теплопроводности  $\lambda_2 = 0,113 + 0,233 \cdot 10^{-3}t$ , Вт/(м · °С). Температура газов в топке  $t_{r1} = 1120$  °С,  $\alpha_1 = 120,6$  Вт/(м<sup>2</sup> · К). Температура воздуха в котельной  $t_{r2} = 20$  °С,  $\alpha_2 = 10$  Вт/(м<sup>2</sup> · К).

*Определить*: какой должна быть толщина диатомитового слоя, чтобы потери в окружающую среду не превышали 750 Вт/м<sup>2</sup>, и чему равна температура в плоскости соприкосновения слоев?

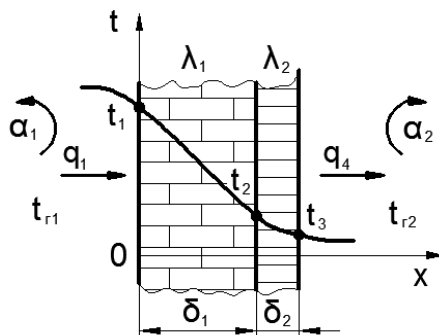


Рис. 8. Расчетная схема

Коэффициенты теплопроводности можно переписать в следующем виде:

$\lambda_1 = \lambda_{01}[1 + b_1 t]$ , где  $\lambda_{01} = 0,28$  Вт/(м · °С), тогда  $b_1 = 0,233 \times 10^{-3} / 0,28 = 0,832 \cdot 10^{-3}$  1/°С;

$\lambda_2 = \lambda_{02}[1 + b_2 t]$ , где  $\lambda_{02} = 0,113$  Вт/(м · °С), тогда  $b_2 = 0,206 \cdot 10^{-3}$  1/°С.

Для установившегося стационарного теплового режима справедливо:

$$q = q_1 = \alpha_1(t_{r1} - t_1).$$

Из закона Ньютона находим температуру:

$$t_1 = t_{r1} - \frac{q}{\alpha_1} = 1120 - 750 / 120,6 = 1114 \text{ °С}.$$

Из условия задачи следует, что тепловые потери в окружающую среду не превышали  $q_4 = q = \alpha_2(t_3 - t_{r2}) = 750$  Вт/м<sup>2</sup>.



Отсюда находим температуру наружной стенки:

$$t_3 = t_{r2} + \frac{q}{\alpha_2} = 20 + 750/10 = 95^\circ\text{C}.$$

Далее, чтобы решить задачу, воспользуемся методом последовательных приближений, так как коэффициенты теплопроводности материалов стенок зависят от температуры.

В первом приближении принимаем  $\lambda_1 = \lambda_{01}$ ,  $\lambda_2 = \lambda_{02}$ . Тогда

$$q_2 = q = \frac{\lambda_{01}}{\delta_1} (t_1 - t_2)$$

и можно найти

$$t_2 = t_1 - \frac{q\delta_1}{\lambda_{01}} = 1114 - \frac{750 \cdot 0,25}{0,28} = 444,4^\circ\text{C}.$$

Толщина второй стенки

$$\delta_2 = \lambda_{02} (t_2 - t_3) / q = 0,113 (444,4 - 95) / 750 = 0,053 \text{ м}.$$

*Второе приближение.* Находим среднее значение коэффициентов теплопроводности материалов стенок:

$$\lambda_{1cp}^{(2)} = \lambda_{01} \left[ 1 + b_1 (t_1 + t_2) / 2 \right] =$$

$$= 0,28 \left[ 1 + \frac{0,832 \cdot 10^{-3} (1114 + 444,4)}{2} \right] = 0,462 \text{ Вт/ м} \cdot \text{К}.$$

$$\lambda_{2cp}^{(2)} = \lambda_{02} \left[ 1 + b_2 (t_2 + t_3) / 2 \right] =$$

$$0,113 \left[ 1 + \frac{0,206 \cdot 10^{-3} (444,4 + 95)}{2} \right] = 0,119 \text{ Вт/ м} \cdot \text{К}.$$

Это дает возможность найти

$$t_2^{(2)} = t_1 - \frac{q\delta_1}{\lambda_{1cp}^{(2)}} = 1114 - \frac{750 \cdot 0,25}{0,462} = 708,2^\circ\text{C};$$

$$\delta_2^{(2)} = \lambda_{2cp}^{(2)} (t_2^{(2)} - t_3) / q = 0,119 (708,2 - 95) / 750 = 0,097 \text{ м}.$$

*Третье приближение:*

$$\lambda_{1\text{ср}}^{(3)} = 0,492 \text{ Вт/ м}\cdot\text{К} , \lambda_{2\text{ср}}^{(3)} = 0,122 \text{ Вт/ м}\cdot\text{К} ,$$

$$t_2^{(3)} = 732,9^\circ\text{C}, \delta_2^{(3)} = 0,104 \text{ м.}$$

*Проверка полученного решения.* Определим коэффициент теплопередачи:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_{1\text{ср}}^{(3)}} + \frac{\delta_2^{(3)}}{\lambda_{2\text{ср}}^{(3)}} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{120,6} + \frac{0,25}{0,492} + \frac{0,104}{0,122} + \frac{1}{10}} =$$

$$= 0,68 \text{ Вт/ м}^2\cdot\text{К} .$$

Плотность теплового потока

$$q_{\text{прибл}} = k (t_{r1} - t_{r2}) = 0,68 \cdot 1120 - 20 = 748 \text{ Вт/ м}^2 .$$

## 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

### 5.1. Тепловой расчет экономайзера парового котла

Определить площадь поверхности нагрева и длину отдельных секций (змеевиков) змеевикового экономайзера парового котла, предназначенного для подогрева питательной воды в количестве  $G_2 = 230$  т/ч от  $t'_{\text{ж}2} = 160^\circ\text{C}$  до  $t''_{\text{ж}2} = 300^\circ\text{C}$  (рис. 9) [4].

Вода движется снизу вверх по стальным трубам  $[\lambda_c = 22 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}]$

диаметром  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{44}{51}$  мм со средней скоростью  $\omega_2 = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

Дымовые газы (13%  $\text{CO}_2$ , 11%  $\text{H}_2\text{O}$ ) движутся сверху вниз в межтрубном пространстве со средней скоростью в узком сечении трубного пучка  $\omega_1 = 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Расход газов  $G_1 = 500$  т/ч.

Температура газов на входе в экономайзер  $t'_{\text{ж}1} = 800^\circ\text{C}$ . Трубы расположены в шахматном порядке с шагом поперек потока газов  $s_1 = 2,1 \cdot d$  и вдоль потока  $s_1 = 2 \cdot d$ .

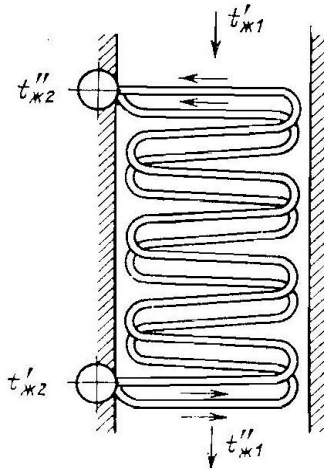


Рис. 9. Схема движения газов в экономайзере

*Решение.* Среднеарифметическая температура воды

$$t_{ж2} = 0,5 \cdot t'_{ж2} + t''_{ж2} = 0,5 \cdot 160 + 300 = 230 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

При этой температуре физические свойства воды равны соответственно

$$\rho_{ж2} = 827 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; c_{рж2} = 4,68 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}};$$

$$\lambda_{ж2} = 0,637 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}; \nu_{ж2} = 0,145 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}};$$

$$Pr_{ж} = 0,88.$$

Количество передаваемой теплоты:

$$Q = G_2 \cdot c_{рж2} \cdot t'_{ж2} - t''_{ж2} = \frac{230 \cdot 10^3}{3600} \times$$

$$\times 4,68 \cdot 300 - 160 = 4,2 \cdot 10^4 \text{ кВт}.$$

Число Рейнольдса для потока воды

$$Re_{ж2} = \frac{\omega_2 \cdot d_1}{v_{ж2}} = \frac{0,6 \cdot 4,4 \cdot 10^{-2}}{0,145 \cdot 10^{-6}} = 1,82 \cdot 10^5.$$

Число Нуссельта и коэффициент теплоотдачи для воды определяем, учитывая, что коэффициент теплоотдачи со стороны воды намного больше коэффициента теплоотдачи со стороны газов и, следовательно, температура стенки трубы близка к температуре воды. Полагаем  $(Pr_{ж2} / Pr_{ж1})^{0,25} \approx 1$ :

$$Nu_{ж2} = 0,021 \cdot Re_{ж2}^{0,8} \cdot Pr_{ж2}^{0,43} =$$

$$= 0,021 \cdot 1,82 \cdot 10^5^{0,8} \cdot 0,88^{0,43} = 314;$$

$$\alpha_2 = Nu_{ж2} \cdot \frac{\lambda_{ж2}}{d_1} = 314 \cdot \frac{0,637}{4,4 \cdot 10^{-2}} = 4550 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}.$$

Для определения температуры газов на выходе из экономайзера примем в первом приближении теплоемкость газа  $c_{рж1} = 1,25 \text{ кДж} / (\text{кг} \cdot \text{°C})$ . Тогда

$$t''_{ж1} = t'_{ж1} - \frac{Q}{G_1 \cdot c_{рж1}} = 800 - \frac{4,2 \cdot 10^4}{500 \cdot 10^3 \cdot 1,25} = 558 \text{ °C};$$

$$t_{ж1} = 0,5 \cdot t'_{ж1} + t''_{ж1} = 0,5 \cdot 800 + 558 = 679 \text{ °C}.$$

При этой температуре  $c_{рж1} = 1,234 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{°C})$  и в результате второго приближения  $t''_{ж1} = 554 \text{ °C}$  и  $t_{ж1} = 677 \text{ °C}$ .

При температуре  $t_{ж1} = 677 \text{ °C}$  физические свойства дымовых газов данного состава равны соответственно

$$\rho_{ж1} = 0,373 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \lambda_{ж1} = 0,0808 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°C}};$$

$$v_{ж2} = 108 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; Pr_{ж2} = 0,61.$$

Число Рейнольдса для потока газов

$$Re_{ж1} = \frac{\omega_1 \cdot d_2}{v_{ж1}} = \frac{13 \cdot 5,1 \cdot 10^{-2}}{108 \cdot 10^{-6}} = 6130.$$

Найдем число Нуссельта и коэффициент теплоотдачи конвекцией от газов к стенкам труб.

В связи с тем, что число рядов труб вдоль потока неизвестно, расчет ведем для третьего ряда. При шахматном расположении для чистых труб по формуле

$$Nu_{ж1} = 0,021 \cdot Re_{ж1}^{0,6} \cdot Pr_{ж1}^{0,33} \cdot \epsilon_s = 0,41 \cdot 6130^{0,6} \cdot 0,61^{0,33} = 64,3;$$

где, т.к.  $s_1 / s_2 = 1,05$ ,  $\epsilon_s \approx 1$ ;

$$\alpha'_1 = Nu_{ж1} \cdot \frac{\lambda_{ж1}}{d_2} = 64,3 \cdot \frac{8,08 \cdot 10^{-2}}{5,1 \cdot 10^{-2}} = 102 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}.$$

В промышленных условиях вследствие загрязнения котельных поверхностей нагрева интенсивность теплообмена снижается. Для учета этого полагаем

$$\alpha_1 = 0,8 \cdot \alpha'_1 = 0,8 \cdot 102 = 81,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}.$$

Определяем коэффициент теплоотдачи излучением от потока газов к стенкам труб. Средняя длина пути луча

$$l = 1,08 \cdot d_2 \cdot \left( \frac{s_1 \cdot s_2}{d_2^2} - 0,785 \right) = 1,08 \cdot 0,051 \cdot (2 \cdot 2,1 - 0,785) = 0,188 \text{ м}.$$

Произведение среднего пути луча на парциальное давление двуокиси углерода и водяных паров

$$p_{CO_2} l = 0,13 \cdot 0,188 = 0,0245 \frac{\text{М} \cdot \text{кгс}}{\text{см}^2};$$

$$p_{H_2O} l = 0,11 \cdot 0,188 = 0,0207 \frac{\text{М} \cdot \text{кгс}}{\text{см}^2}.$$

Степень черноты дымовых газов при средней температуре газов ( $t_{ж1} = 677^\circ \text{C}$ ) находим по графикам на рис. 11.1–11.3 из [4]:

$$\epsilon_r = \epsilon_{CO_2} + \beta \cdot \epsilon_{H_2O} = 0,072 + 1,08 \cdot 0,042 = 0,017.$$

Учитывая, что  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , принимаем  $t_{c1} \approx t_{ж2} + 20 \approx 250 \text{ }^\circ\text{C}$ . При этой температуре с помощью тех же графиков находим поглощательную способность газов при температуре поверхности труб:

$$A_T = \varepsilon_{CO_2} \cdot \left( \frac{T_{ж1}}{T_{c1}} \right)^{0,65} + \beta \cdot \varepsilon_{H_2O} = 0,064 \cdot \left( \frac{677+273}{250+273} \right)^{0,65} + 1,08 \cdot 0,07 = 0,17.$$

Эффективная степень черноты оболочки

$$\varepsilon'_{c1} = 0,5 \cdot \varepsilon_{c1} + 1 = 0,5 \cdot 0,8 + 1 = 0,19.$$

Плотность теплового потока, обусловленная излучением:

$$q_{л} = \varepsilon'_{c1} \cdot C_0 \cdot \left[ \varepsilon_r \cdot \left( \frac{T_{ж1}}{100} \right)^4 - A_T \cdot \left( \frac{T_{c1}}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 0,9 \cdot 5,7 \cdot \left[ 0,117 \cdot \left( \frac{677+273}{100} \right)^4 - 0,17 \cdot \left( \frac{250+273}{100} \right)^4 \right] = 4230 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Коэффициент теплоотдачи, обусловленный излучением:

$$\alpha_{л} = \frac{q_{л}}{t_{ж1} - t_{c1}} = \frac{4230}{677 - 250} = 9,9 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

Суммарный коэффициент теплоотдачи от дымовых газов к стенкам труб

$$\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_{л} = 81,6 + 9,9 = 91,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

Коэффициент теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{91,5} + \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{22} + \frac{1}{4550}} = 88,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

Находим средний температурный напор, приближенно принимая схему движений теплоносителей за противоточную:

$$\frac{t'_{ж1} - t''_{ж2}}{t''_{ж1} - t'_{ж2}} = \frac{800 - 300}{554 - 160} = 1,27 < 1,5.$$

При этом

$$\Delta t_{\pi} \approx \Delta t_a = t_{ж1} - t_{ж2} = 677 - 230 = 447 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Площадь поверхности нагрева экономайзера

$$F = \frac{Q}{k \cdot \Delta t_{\pi}} = \frac{4,2 \cdot 10^4}{88,3 \cdot 447} \cdot 10^3 = 1070 \text{ м}^2.$$

Число параллельно включенных змеевиков

$$n = \frac{4 \cdot G_2}{\rho_{ж2} \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot \omega_1 \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 230 \cdot 10^3}{827 \cdot 3,14 \cdot 4,4 \cdot 10^{-2} \cdot 0,6 \cdot 3600} \approx 86.$$

Длина отдельной секции (змеевика)

$$l_1 = \frac{F}{\pi \cdot d_2 \cdot n} = \frac{1070}{3,14 \cdot 10^{-2} \cdot 86} = 77,5 \text{ м}.$$

## 5.2. Типовые задачи теплопередачи

*Задача 1.* Найти потери теплоты в окружающую среду от кирпичной обмуровки котла толщиной  $\delta = 250$  мм и ее температуру, с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 0,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  при

температуре дымовых газов  $t_{\Gamma} = 800$   $^\circ\text{C}$ , температуре наружно-го воздуха  $t_{\text{в}} = 15$   $^\circ\text{C}$ , коэффициентах теплоотдачи от дымовых

газов к стенке  $\alpha_1 = 40 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}}$  и от стенки к окружающей среде

$$\alpha_2 = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}}.$$

*Решение.* Коэффициент теплопередачи

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{0,25}{0,7} + \frac{1}{10}} = 2,07 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}}.$$

Потери теплоты в окружающую среду с одного метра поверхности обмуровки составят

$$q = 2,07 \cdot 800 - 15 = 1625 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Температура обмуровки котла определяется по следующей зависимости:

$$t_o = t_b + q \cdot \frac{1}{\alpha_1} = 15 + 1625 \cdot \frac{1}{10} = 177,5 ^\circ\text{С}.$$

*Задача 2.* Паропровод диаметром 170/160 мм покрыт двухслойной изоляцией. Толщина первого слоя  $\delta_2 = 30$  мм и второго  $\delta_3 = 50$  мм. Коэффициенты теплопроводности трубы и изоляции соответственно равны:  $\lambda_1 = 50 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{С}}$ ,  $\lambda_2 = 0,15 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{С}}$  и

$\lambda_3 = 0,08 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{С}}$ . Температура внутренней поверхности паропровода  $t_{\text{вн}} = 300 ^\circ\text{С}$  и внешней поверхности изоляции  $t_{\text{н}} = 50 ^\circ\text{С}$ . Определить потерю теплоты 1 м трубопровода и температуры на поверхностях раздела отдельных слоев.



*Решение.* По условиям задачи имеем  $d_1 = 0,16$  м,  $d_2 = 0,17$  м,  $d_3 = 0,23$  м, и  $d_4 = 0,33$  м. Плотность теплового потока

$$q_1 = \frac{\pi \cdot t_1 - t_n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 300 - 50}{\frac{1}{2 \cdot 50} \cdot \ln \frac{170}{160} + \frac{1}{2 \cdot 0,15} \cdot \ln \frac{230}{170} + \frac{1}{2 \cdot 0,08} \cdot \ln \frac{330}{230}} = 240,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}};$$

$$t_2 = 300 - \frac{240,6}{2 \cdot 3,14} \cdot 0,0006 = 300 - 0,0229 \approx 300 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$t_3 = 50 + \frac{240,6}{2 \cdot 3,14} \cdot 4,525 = 223,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$

**Задача 3.** Стальной паропровод с коэффициентом теплопроводности  $\lambda_1 = 40 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$ , диаметром 200/216 мм покрыт

слоем изоляции толщиной 120 мм ( $\lambda_2 = 0,1 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$ ). Темпера-

тура пара  $t_n = 300 \text{ }^\circ\text{C}$  и окружающего воздуха  $t_b = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ . Коэф-

фициенты теплоотдачи со стороны пара и воздуха равны со-

ответственно  $\alpha_1 = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$  и  $\alpha_2 = 8,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$ . Требуется опре-

делить линейный коэффициент теплопередачи, линейную

плотность теплового потока  $q_1$  и температуру изоляции  $t_n$ .

*Решение.* Линейный коэффициент теплопередачи

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_1} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_3}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{100 \cdot 0,2} + \frac{1}{2 \cdot 40} \cdot \ln \frac{216}{200} + \frac{1}{2 \cdot 0,1} \cdot \ln \frac{456}{216} + \frac{1}{8,5 \cdot 0,456}} =$$

$$= \frac{1}{0,05 + 0,0009 + 3,75 + 0,258} = 0,248 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{С}}.$$

Линейная плотность теплового потока

$$q_l = k_f \cdot \pi \cdot t_n - t_b = 0,248 \cdot 3,14 \cdot 275 = 214 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

$$t_n = t_b + \frac{q_l}{\pi \alpha_2 \cdot d_3} = 25 + \frac{214}{3,14} \cdot 0,258 = 25 + 17,5 = 42,5 ^\circ\text{С}.$$

Коэффициент теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{0,25}{0,7} + \frac{1}{10}} = 2,07 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}}.$$

Плотность теплового потока

$$q = k \cdot t_r - t_b = 2,07 \cdot 800 - 15 = 1624,95 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Находим температуры стенки обмуровки:

$$t_{\text{ст.вн}} = t_r - q \cdot \frac{1}{\alpha_1} = 800 - 1624,95 \cdot \frac{1}{40} = 759,4 ^\circ\text{С};$$

$$t_{\text{ст.н}} = t_b + q \cdot \frac{1}{\alpha_2} = 15 + 1624,95 \cdot \frac{1}{10} = 177,5 ^\circ\text{С}.$$

**Задача 4.** Для паропровода диаметром 150/159 мм и длиной  $l = 350$  м, проходящего в закрытом помещении с температурой окружающей среды  $t_{\text{ж}} = 10$  °С, требуется рассчитать изоляцию. Пар подается со следующими параметрами: на входе давление и температура пара соответственно равны  $P_1 = 1,5$  МПа,  $t_{\text{п1}} = 350$  °С, на выходе –  $P_2 = 1,3$  МПа,  $t_{\text{п2}} = 330$  °С. Скорость протекания пара равна  $w = 25$  м/с. Трубопровод – сварной, фланцевые соединения отсутствуют. Имеются две задвижки. В течение года паропровод эксплуатируется 7000 ч. Стои-

мость 1 ГДж теплоты составляет 75 тыс. руб. Найти годовую экономию от применения изоляции.

*Решение.* Допустимые тепловые потери определяются исходя из заданного падения температуры пара. Часовой расход пара определяется следующей зависимостью:

$$G = \rho \cdot w \cdot f = 7,12 \cdot 25 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 3,14 \frac{\text{кг}}{\text{с}},$$

где  $\rho = 7,12 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  – плотность пара при давлении  $P = 1,4$  МПа.

По таблицам водяного пара при  $P_1 = 1,5$  МПа и  $t_{п1} = 350$  °С находим теплосодержание пара  $i_1 = 3147,6$  кДж/кг; при  $P_2 = 1,3$  МПа и  $t_{п2} = 330$  °С теплосодержание пара  $i_2 = 3108,5$  кДж/кг.

Допустимые потери тепла на всей длине паропровода

$$Q = G \cdot i_1 - i_2 = 3,14 \cdot 3147,6 - 3108,5 = 122,8 \text{ кВт}.$$

Потеря теплоты одним вентилем или задвижкой эквивалентна потере теплоты трубопроводом длиной  $l = 6$  м. Таким образом, для учета потерь теплоты двумя задвижками необходимо к заданной длине паропровода добавить 12 м.

Допустимые потери теплоты с 1 погонного метра длины паропровода составят

$$q_l = \frac{Q}{l_p} = \frac{122,8}{362} = 0,339 \frac{\text{кВт}}{\text{м}}.$$

При расчете изоляции термическими сопротивлениями теплоотдачи от пара к стенке и самой стенки трубы пренебрегаем. Тогда температура поверхности трубы  $t_c$  будет равна температуре пара  $t_{п1} = 350$  °С.

Дальнейший расчет проведем для соевелитовой мастичной изоляции. Пусть температура поверхности изоляции  $t_n = 26$  °С. Тогда средняя температура изоляционного слоя равна

$$t_{из} = \frac{t_c + t_n}{2} = \frac{350 + 26}{2} = 188 \text{ °С}.$$

Для мастичного совелита

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{из}} &= 0,0901 + 0,000087 \cdot t_{\text{из}} = \\ &= 0,0901 + 0,000087 \cdot 188 = 0,106 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{С}}.\end{aligned}$$

Количество переданной теплоты  $q_l$  при заданных температурах стенки трубопровода равно

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{из}} \cdot t_{n1} - t_n}{\ln \frac{d_n}{d_2}},$$

где  $d_2$  – внешний диаметр трубы;

$d_n$  – внешний диаметр изоляции.

$$\text{Тогда } \ln \frac{d_n}{d_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{из}} \cdot t_{n1} - t_n}{q_l} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,106 \cdot 350 - 26}{339} = 0,636;$$

$$\frac{d_n}{d_2} = e^{0,636} = 1,908; \quad d_n = 1,902 \cdot d_2 = 1,902 \cdot 0,159 = 0,302 \text{ м и тол-}$$

щина слоя изоляции  $\delta_{\text{из}} = \frac{d_n - d_1}{2} = 0,071 \text{ м}.$

Проверяем температуру наружного слоя изоляции  $t_n$ . При температуре помещения  $t_{\text{ж}} = 10^\circ\text{С}$  коэффициент теплоотдачи от поверхности изоляции к воздуху составит  $\alpha = 20 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}}$ , то

$$t_n = t_{\text{ж}} + \frac{q_l}{\pi \cdot d_n \cdot \alpha_2} = 10 + \frac{339}{3,14 \cdot 0,302 \cdot 20} = 27,8^\circ\text{С}.$$

Потери теплоты неизолированного паропровода по низшей температуре пара  $t_{n2} = 330^\circ\text{С}$

$$q'_l = \alpha \cdot \pi \cdot d_2 \cdot t_{n2} - t_{\text{ж}} = 20 \cdot 3,14 \cdot 0,159 \cdot 330 - 10 = 3195 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

Потери теплоты изолированного паропровода составляют

$$q_l = 339 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

Тогда экономия теплоты определится из

$$\Delta q = q'_l - q_l = 3195 - 339 = 2856 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

Для всей длины паропровода экономия теплоты равна

$$Q = \Delta q \cdot l_p = 2856 \cdot 362 = 1034 \text{ кВт}.$$

Годовая прибыль от экономии за счет изоляции теплоты

$$\begin{aligned} Q_{\text{год}} &= Q \cdot 7000 \cdot 3600 \cdot 75000 \cdot 10^{-6} = \\ &= 1034 \cdot 7000 \cdot 3600 \cdot 75000 \cdot 10^{-6} = 195 \frac{\text{млн руб}}{\text{год}}. \end{aligned}$$

### **5.3. Решение задач нестационарной теплопроводности графо-аналитическим методом**

*Задача 1.* Картонный лист толщиной  $2\delta = 2$  мм после сушки в картоноделательной машине с температурой  $t_0 = 140$  °С помещен в цеху, где омывается воздухом с температурой  $t_b = 20$  °С.

Определить температуры в середине и на поверхности листа через  $\tau = 30$  мин после начала охлаждения. Коэффициент

теплопроводности картона  $\lambda = 0,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}}$ , коэффициент теп-

лоотдачи от поверхности картона к окружающему воздуху

$\alpha = 35 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°С}}$ , плотность картона  $\rho = 350 \text{ кг/м}^3$ , теплоемкость

картона  $c = 1,5 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}$ .

*Решение.* Рассчитываем коэффициент температуропроводности

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0,2}{350 \cdot 1500} = 0,381 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$$

Находим  $Bi = \frac{0,35 \cdot 0,001}{0,2} = 0,175$ ,  $Fo = \frac{0,381 \cdot 10^{-6}}{0,002^2} = 171$ .

Температуры в середине и на поверхности картона при его охлаждении в среде с постоянной температурой определяем с помощью графика  $\Theta_{x=0} = f_1 Bi, Fo$  и графика  $\Theta_{x=\delta} = f_2 Bi, Fo$ .

Для данной задачи  $\Theta_{x=0} = 0,01$ ,  $\Theta_{x=\delta} = 0,01$ . В условиях охлаждения листа картона для безразмерной температуры справедливо  $\Theta = \frac{t - t_{\text{в}}}{t_0 - t_{\text{в}}}$ .

Тогда температуры в середине и на поверхности листа

$$t_{x=0} = t_{\text{в}} + \Theta_{x=0} \cdot (t_0 - t_{\text{в}}) = 20 + 0,001 \cdot 140 - 20 = 21,2^\circ\text{C};$$

$$t_{x=\delta} = 21,2^\circ\text{C}.$$

**Задача 2.** Стальной брусок с размерами граней 100; 300 и 600 мм и температурой  $t_0 = 10^\circ\text{C}$  помещен в муфельную печь, где температура ее объема составляет  $1600^\circ\text{C}$ .

Определить температуру в центре бруска через два часа после загрузки его в печь, если коэффициенты теплопроводности и температуропроводности стали равны соответственно

$$\lambda = 18 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ и } a = 3,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}, \text{ а коэффициент теплоотдачи на}$$

$$\text{поверхности бруска составляет } \alpha = 200 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}.$$

*Решение.* Безразмерная температура бруска определяется как произведение безразмерных температур трех безгранич-

ных пластин, пересечением которых определяется тело бруска.

$$\text{Тогда } \Theta_{\text{ц}} = \frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_0} = \Theta_{x=0} \cdot \Theta_{y=0} \cdot \Theta_{z=0}.$$

Температуры пластин  $\Theta_{x=0}$ ,  $\Theta_{y=0}$ ,  $\Theta_{z=0}$  находятся по графику зависимости температуры середины безграничной пластины от критериев  $Bi$  и  $Fo$  [1, 2].

Для пластины толщиной  $2\delta_x = 100$  мм

$$Fo_x = \frac{3,5 \cdot 10^{-6} \cdot 7200}{0,05^2} = 10,1;$$

$$Bi_x = \frac{200 \cdot 0,05}{18} = 0,55.$$

По графику определяем  $\Theta_x = 0,016$ . Для пластины толщиной  $2\delta_y = 300$  мм

$$Fo_y = \frac{3,5 \cdot 10^{-6} \cdot 7200}{0,15^2} = 1,12;$$

$$Bi_y = \frac{200 \cdot 0,15}{18} = 1,7; \quad \Theta_y = 0,3.$$

Для пластины толщиной  $2\delta_z = 600$  мм

$$Fo_z = \frac{3,5 \cdot 10^{-6} \cdot 7200}{0,3^2} = 0,28;$$

$$Bi_z = \frac{200 \cdot 0,3}{18} = 3,3; \quad \Theta_z = 0,7.$$

Следовательно,  $\frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{ц}}}{t_{\text{ж}} - t_0} = 0,016 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = 0,00336$  и температура в центре бруска  $t_{\text{ц}} = t_{\text{ж}} - 0,00336 \cdot t_{\text{ж}} - t_0 = 1600 - 0,00336 \cdot 1600 - 10 = 1594,5^\circ\text{C}$ .

**Задача 3.** Внутренняя часть реактора выполнена из кислотостойкого материала. Внешняя часть представляет собой тепловую изоляцию. Коэффициент теплопроводности кислотостойкого слоя толщиной  $\delta = 250$  мм составляет  $\lambda = 1,86 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ , а коэффициент температуропроводности  $a = 3,8 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ . Температура реактора равна  $t_0 = 40^\circ\text{C}$ . Рассчитать температуру внутренней и внешней поверхности реактора через 10 после принятия им раствора с температурой  $300^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплоотдачи от раствора к стенке реактора  $\alpha = 350 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ .

$$\text{Решение. } Fo = \frac{3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 3600 \cdot 12}{0,25^2} = 0,263; \quad Bi = \frac{350 \cdot 0,25}{1,86} = 47,0.$$

Установился регулярный режим и можно ограничиться первым членом ряда  $\Theta = N \cdot \exp -\epsilon_1^2 \cdot Fo \cdot \cos\left(\epsilon_1 \frac{x}{\delta}\right)$ . Значения величин  $N$ ,  $P$ ,  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_1^2$  в зависимости от  $Bi$  приведены в справочных таблицах [1, 2]. В рассматриваемом случае при  $Bi = 47,0$  из таблицы находим  $N = 1,272$ ,  $P = 0,043$ ,  $\epsilon_1^2 = 2,364$ . Тогда безразмерные температуры на внешней ( $x = 0$ ) и внутренней ( $x = l$ ) поверхностях будут соответственно равны:

$$\Theta_{x=0} = N \cdot \exp -\epsilon_1^2 \cdot Fo = 1,272 \cdot \exp -2,364 \cdot 0,263 = 0,682;$$

$$\Theta_{x=l} = P \cdot \exp -\epsilon_1^2 \cdot Fo = 0,043 \cdot \exp -2,364 \cdot 0,263 = 0,023.$$



Температура на внутренней поверхности реактора

$$t_{x=\delta} = 300 - 0,023 \cdot 300 - 40 = 294^\circ\text{C}.$$

Температура на внешней поверхности реактора

$$t_{x=0} = 300 - 0,682 \cdot 300 - 40 = 123^\circ\text{C}.$$

*Задача 4.* Водяной экономайзер котлоагрегата изготовлен из круглых ребристых чугунных труб наружным диаметром  $d = 76$  мм, диаметр ребер  $D = 200$  мм, толщиной  $\delta = 5$  мм. Определить количество теплоты, которое будет передаваться от горячих газов с температурой  $t = 400^\circ\text{C}$  к внешней поверхности трубы, температуру на конце ребра, если температура у оснований ребер  $t_0 = 180^\circ\text{C}$ . Длина обогреваемой части трубы  $l = 3$  м, количество ребер по длине трубы  $n = 150$ .

Коэффициент теплоотдачи от газов к ребристой поверхности  $\alpha = 46 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ , коэффициент теплопроводности чугуна

$$\lambda = 52 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

*Решение.* Количество теплоты, передаваемое от горячих газов к внешней поверхности трубы, пренебрегая теплоотдачей с торца ребра и температуру на конце ребра определяем с помощью вспомогательных графиков.

Находим величину  $m$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot U}{\lambda \cdot f}} \approx \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda \cdot \delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 46}{52 \cdot 0,005}} = 18,8 \frac{1}{\text{м}};$$

$$r_1 = \frac{d}{2} = \frac{76}{2} = 38 \text{ мм}; \quad r_2 = \frac{D_p}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ мм};$$

$$m \cdot r_1 = 18,8 \cdot 38 = 0,714; \quad m \cdot r'_2 = 18,8 \cdot 0,1025 = 1,93.$$

Здесь теплоотдача с торца ребра приближенно учтена увеличением  $r_2$  на половину толщины ребра:

$$r'_2 = r_2 + \frac{\delta}{2} = 0,1 + 0,0025 = 0,1025.$$

Подставив значения  $m \cdot r_1$  и  $m \cdot r'_2$  в выражение для избыточной температуры конца ребра, получим

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= \vartheta_1 \cdot \frac{I_0 1,93 \cdot K_1 1,93 + I_1 1,93 \cdot K_0 1,93}{I_0 0,714 \cdot K_1 1,93 + I_1 1,93 \cdot K_0 0,714} = \\ &= 400 - 180 \cdot \frac{0,2644 \cdot 0,128 + 1,491 \cdot 0,1245}{1,1319 \cdot 0,128 + 1,491 \cdot 0,65} = 43,3^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

где значения функций Бесселя берутся из таблиц справочной литературы [8].

Температура конца ребра

$$t_1 = t_{\text{ж}} - \vartheta_2 = 400 - 43,3 = 356,7^\circ\text{C}.$$

Определяем количество теплоты, воспринимаемое одним ребром:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{I_1 1,93 \cdot K_1 0,714 - I_1 0,714 \cdot K_0 1,93}{I_0 0,714 \cdot K_1 1,93 + I_1 1,93 \cdot K_0 0,714} = \\ &= \frac{1,4910 \cdot 1,024 - 0,3804 \cdot 0,154}{1,1319 \cdot 0,128 + 1,491 \cdot 0,65} = 1,318. \end{aligned}$$

$$Q_p = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,038 \cdot 52 \cdot 0,005 \cdot 18,8 \cdot 220 \cdot 1,318 = 338,2 \text{ Вт}.$$

Для 150 ребер  $Q_{\Sigma p} = 150 \cdot 338,2 = 50\,730$  Вт.

Количество теплоты, отдаваемое гладкой поверхностью между ребрами:

$$Q_c = \alpha \cdot \vartheta_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot l - n \cdot \delta = 46 \cdot 220 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,038 \times \\ \times 3 - 150 \cdot 0,005 = 5434 \text{ Вт.}$$

Общее количество передаваемой теплоты

$$Q_{p.c.} = Q_{\Sigma p} + Q_c = 50\,730 + 5434 = 56\,164 \text{ Вт.}$$

Данную задачу можно решить по упрощенной методике, воспользовавшись зависимостью для круглых ребер.

Определим высоту прямого ребра:

$$h = r_2 - r_1 + \frac{\delta}{2} = 100 - 38 + \frac{5}{2} = 64,5 \text{ мм.}$$

Находим произведение  $m \cdot h$ ,  $m = 18,81$  1/м – по результатам предыдущего решения,  $m \cdot h = 18,81 \cdot 0,0645 = 1,21$ .

Находим отношения избыточных температур на вершине и у основания ребра:

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{1}{ch \, m \cdot h} = \frac{1}{ch \, 1,21} = 0,54.$$

Определяем отношения наружных радиусов ребра и трубы:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{100}{38} = 2,64.$$

Зная отношения  $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$  и  $\frac{r_2}{r_1}$ , по графику находим поправочный коэффициент  $\varepsilon'' = 0,84$ . Он представляет собой отношение расходов теплоты с единицы поверхностей круглого и прямого ребер одинаковой толщины:

$$\varepsilon'' = \frac{q_{pl}}{q} = \frac{\frac{Q_{pl}}{F_{pl}}}{\frac{Q}{F}}$$

Количество теплоты, воспринимаемое прямым ребром длиной  $l = 1$  м, сечением  $f = \delta \cdot l = 0,005 \cdot 1 = 0,005 \text{ м}^2$ :

$$Q = \lambda \cdot m \cdot f \cdot \vartheta \cdot th \ m \cdot h = 52 \cdot 18,8 \cdot 0,005 \cdot 220 \cdot th \ 1,21 = 978 \text{ Вт.}$$

Поверхность ребра составит

$$F = 2 \cdot h \cdot l = 2 \cdot 0,0645 \cdot 1 = 0,129 \text{ м}^2.$$

Плотность теплового потока  $q = \frac{Q}{F} = \frac{978}{0,129} = 7581 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ .

Поверхность круглого ребра составит

$$F_{pl} = 2\pi \cdot \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right] = 2 \cdot 3,14 \cdot \left[ 0,1^2 - 0,038^2 \right] = 0,0537 \text{ м}^2.$$

Количество теплоты, воспринимаемое круглым ребром:

$$Q_{pl} = \varepsilon'' \cdot q \cdot F_{pl} = 0,84 \cdot 7581 \cdot 0,0537 = 341 \text{ Вт.}$$

## Рекомендуемая литература

1. Исаченко, В.П. Теплопередача: учебник для теплоэнергетических специальностей вузов / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 417 с.: ил.
2. Тепло- и массообмен: учебное пособие для вузов по строительным, энергетическим и машиностроительным специальностям: в 2 ч. / под общ. ред. А.П. Несенчук. – Минск: БНТУ, 2007. – 607 с.
3. Есьман, Р.И. Термодинамика, теплопередача и двигатели внутреннего сгорания: учебное пособие для студентов вузов / Р.И. Есьман, Б.Е. Железко, В.М. Адамов. – Минск: Вышэйшая школа, 1985. – 271 с.: ил.
4. Краснощеков, Е.А. Задачник по теплопередаче: учебное пособие для теплоэнергетических специальностей вузов / Е.А. Краснощеков, А.С. Сукомел. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980. – 287 с.:ил.
5. Теория теплообмена: терминология. – М.: Наука, 1971. – вып. 83. – 42 с.
6. Есьман, Р. И. Термодинамика и теплопередача: методическое пособие / Р.И. Есьман, Н.Е. Волкова. – Минск: БПИ, 1980. – 47 с.
7. Есьман, Р. И. Термодинамика и теплопередача: методические указания и контрольные задания / Р. И. Есьман, Н. Е. Волкова. – Минск: БПИ, 1985. – 34 с.
8. Лыков, А.В. Теория теплопроводности – М.: Высшая школа, 1985. – с.

## Оглавление

Введение .....	
Программа дисциплины .....	5
1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....	5
2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ.....	8
3. РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.....	11
3.1. Математические модели нагревания и охлаждения тел.....	11
3.2. Решение задачи численным методом .....	16
4. ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПЕЧЕЙ.....	22
4.1. Расчет теплообмена излучением .....	22
4.2. Расчет конвективного теплообмена .....	28
4.3. Расчет теплопроводности стенки печи .....	30
5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ .....	33
5.1. Тепловой расчет экономайзера парового котла.....	33
5.2. Типовые задачи теплопередачи .....	38
5.3. Решение задач нестационарной теплопроводности графо-аналитическим методом.....	44
Рекомендуемая литература .....	52

Учебное издание

ЕСЬМАН Руслан Иосифович  
САПУН Николай Николаевич  
КАЧАР Ирина Леонидовна  
ПРОКОПЕНКО Сергей Иванович

## **ТЕПЛОМАССООБМЕН**

Методическое пособие  
студентам специальностей

1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика»,  
1-43 01 04 «Тепловые электрические станции»,  
1-43 01 08 «Паротурбинные установки атомных электрических  
станций», 1-53 01 04 «Автоматизация и управление  
энергетическими процессами»

Редактор *Т. В. Кипель*  
Компьютерная верстка *Д. К. Измайлович*

Подписано в печать 29.12.2012. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 2,2. Уч.-изд. л. 1,7. Тираж 100. Заказ 338.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск