

шины с дорогой в зависимости от нагрузки на колесо; касательная сила тяги на каждом из колес машины; боковая сила на каждом из колес машины; коэффициент буксования на каждом из колес машины; характеристики поворота машины.

Работа выполнялась в рамках Государственной программы научных исследований (ГПНИ) «Механика, техническая диагностика, металлургия» на 2011 – 2015 годы, шифр задания «Механика - 1.06», № госрегистрации 20122239 БелИСА.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич Ю.А. Разработка методов описания динамики многоосных и шарнирно-сочлененных машин по критериям управляемости и устойчивости / Гурвич Ю.А., Сафронов К.И.// Теоретическая и прикладная механика №27. Мн.: 2012, – с. 341-346. 2. Андреев А.Ф. О взаимодействии колеса с опорной поверхностью / Андреев А.Ф. Автомобиле- и тракторостроение: Динамика и долговечность тягово – транспортных машин: Мн: Выш.шк., 1974, вып 5, 51-58с. 3. ГОСТ Р 52302–2004 «Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытания». 4. СТБ ГОСТ Р 52302–2006 «Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытания». 5. ГОСТ 27257–1987 «Методы определения параметров поворота колесных машин». 6. Чудаков Е.А. Теория автомобиля / Чудаков Е.А. - М.: Машиностроение 1978 – 216с. 7. Теория движения колёсных машин / Смирнов Г.А. – М.: Машиностроение, 1990. – 352с.

УДК 539:374.002.62

**Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В.,**

**Горелый К.А., Малютин Е.В.**

### **КОЭФФИЦИЕНТЫ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ДЛЯ ТКАНЕЙ**

#### **ГЛАДКОГО ПЕРЕПЛЕТЕНИЯ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Установлены расчетные формулы для определения коэффициентов внутреннего трения для тканей гладкого переплетения, представляющие собой коэффициенты пропорциональности линейной зависимости от усилий растяжения в нитях и от давления сжатия слоев ткани. Разработаны программы и методики по определению этих величин. Проведены испытания и определены коэффициенты внутреннего трения для стеклоткани Т-13.*

В отличие от традиционных конструкционных материалов препреги обладают специфическими свойствами, которые надо учитывать при проведении механических и других видов испытаний. Прежде всего, эти материалы практически невозпроизводимы, если не будут строго регламентированы технология, условия кондиционирования, испытания и трансформации в процессе изготовления изделия. Поскольку препреги являются гетерогенными материалами, их свойства будут обуславливаться свойствами отдельных компонентов. Свойства препрегов при проведении испытаний должны соответствовать условиям их переработки, т.е. определяться характером окружающей среды, температурой, характером воздействия внешней нагрузки, временем ее действия.

Существенным для препрегов является то, что один из компонентов – связующее находится в жидком состоянии. Это позволяет препрегам быть эластичными настолько, что при деформации они не воспринимают напряжений сдвига. Они заменены силами трения. Армирующий материал в виде нитей не связан друг с другом, что объясняет возможность сдвига со смещением одного семейства нитей относительно второго. Такие деформации значительны, другими словами, конечны и, несмотря на это, во многих случаях не приводят к разрушению армирующего материала.

Соблюдение требований о моделировании реальных технологических режимов обязательны, так как это может порождать несовпадение методик испытаний с заложенными в них требованиями. При построении этих методик будем опираться на два принципа. Одно утверждение (принцип «размазывания») [1] основано на том, что число армирующих элементов достаточно велико и поэтому

армированный материал можно приближенно заменить квазиоднородным анизотропным материалом. Этот материал является обобщением классической среды, рассматриваемой в анизотропной теории упругости. Другим принципом является рассмотрение материала без учета влияния связующего. При этом предполагается, что всю нагрузку воспринимают волокна.

Задачей настоящего раздела является установление методик проведения испытаний для определения тех характеристик препрега, которые используются в расчетных формулах, установленных в [2].

$$\tau_1^{np} = k_{11}\sigma_{11} + k_{12}\sigma_{22} + \mu_1 p \quad \tau_2^{np} = k_{21}\sigma_{11} + k_{22}\sigma_{22} + \mu_2 p \quad (1)$$

где  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  - распределенные растягивающие усилия для первого (нити утка) и второго (нити основы) семейств нитей, действующие параллельно нейтральной плоскости ткани;  $\tau_1^{np}$  и  $\tau_2^{np}$  - компоненты силы трения, которые определяют распределенную предельную силу трения скольжения между нитями семейств ткани и лежащие в ее нейтральной плоскости (здесь индекс указывает нить, вдоль которой действует сила);  $p$  - давление сжатия слоев ткани. Таким образом, необходимо разработать методики испытаний для определения коэффициентов внутреннего трения  $\mu_1, \mu_2, k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$ .

Пусть проводится испытание, заключающееся в вытягивании нити из препрега. При этом нить перерезается на расстоянии  $s = s_0$  и к ее концу прикладывается сила  $T$ . Поверхности препрега с двух сторон ограничены жесткими плоскостями, сжаты давлением  $p$  и растянуты нагрузкой  $q$  в поперечном направлении. Препрег состоит из трех слоев тканого материала. Перерезанная нить находится в среднем слое ткани. Нагруженная нить сдвигается со смещением. Максимальное значение нагрузки  $T$  фиксируется. Между вытягиваемой нитью и другими нитями возникает сила трения скольжения  $\tau$ , которая может принимать любое значение от нуля до  $\tau_1^{np}$ , причем, если нить сдвигается со скольжением, то имеет место  $\tau = \tau_1^{np}$ . В нагруженной нити возникают напряжения растяжения, которые можно вычислить, руководствуясь дифференциальным уравнением

$$\frac{d\sigma}{ds} + \frac{1}{h_1} \tau = 0. \quad (2)$$

Здесь направление действия силы трения противоположно направлению перемещения нити и поэтому с учетом принятых обозначений

$$\tau = \tau_1^{np} = k_{11}\sigma + k_{12}q + \mu_1 p;$$

$\sigma$  - напряжения, возникающие в нити при ее нагружении. Это дифференциальное уравнение получено в результате рассмотрения условий равновесия элемента нити длиной  $ds$  (см. рис.1).

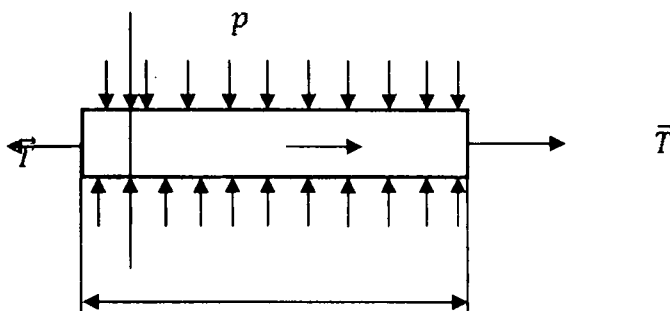


Рис. 1 – Схема равновесия элемента дуги  $ds$

На рисунке 1  $T = \sigma h_1 b$ ;  $b$  - ширина нити;  $F = \tau_1^{np} \cdot b \cdot ds$  - сила трения.

Решение уравнения (2) с учетом замечания о направлении силы трения  $\tau_1^{np}$  и граничного условия имеет вид

$$\sigma|_{s=0} = \sigma_0$$

$$\sigma = \left( \sigma_0 + \frac{a_2}{a_1} \right) e^{-a_1 s} - \frac{a_2}{a_1}. \quad (3)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{k_{11}}{h_0}, \quad a_2 = \frac{k_{12}}{h_0} q + \frac{\mu_1}{h_0} p. \quad (4)$$

Прежде чем перейти к дальнейшим исследованиям, обратим внимание на следующие обстоятельства. Давление  $p$  в формуле (4) и других формулах для тканей гладкого переплетения фактически состоит из суммы двух давлений – это внешнее давление  $p$  и внутреннее давление  $p_{01}$ , которое формируется при ткачестве ткани. Причину существования давления  $p_{01}$  можно объяснить двумя факторами: изгибом нитей и существованием небольшой растягивающей силы в нитях. При отсутствии такого давления ткань не могла бы существовать как единое целое. Она распалась бы на отдельные элементы – нити. Давление  $p_{01}$  играет существенную роль, когда внешнее давление отсутствует. Однако, учитывая малость давления  $p_{01}$  при присутствии внешнего давления для упрощения исследования добавкой  $p_{01}$  можно пренебречь, поэтому в дальнейшем будем считать, что внешнее давление достигает своего минимума равного  $p_{01}$ .

Определим исходные данные, зафиксируем результаты испытаний и обозначим через них параметры, используемые в зависимостях (4). К испытаниям привлекается полоса ткани шириной  $b=40$  мм и длиной  $l=500$  мм. Такая полоса из ткани Т-13 на ширине в  $b=40$  мм содержит 64 нити основы или 40 нитей утка, ее толщина  $h_1=0,27$  мм. На расстоянии  $s_0$  от края образца перерезается нить. Далее при вытаскивании этой нити из полосы ткани фиксируется максимальная нагрузка  $T$ . На рис.2 показана фотография образца в момент вытаскивания нити.

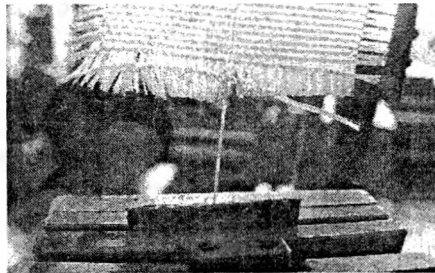


Рис. 2 – Образец ткани в момент испытания при вытаскивании нити

В соответствии с принятыми обозначениями параметры  $\sigma_0$ ,  $q$  и  $p$  вычисляются следующим образом

$$\sigma_0 = \frac{T_m}{bh_1}, \quad p = \frac{P}{bl}, \quad q = \frac{Q}{lh_1}, \quad (5)$$

где  $m$  – количество нитей, расположенных в ткани шириной  $b$ ;  $P$  – сила, сдавливающая полоску стеклоткани размером  $bxl$ ;  $Q$  – сила, растягивающая полосу ткани длиной  $l$  и толщиной  $h_1$  в поперечном направлении.

Были проведены испытания на полоске ткани Т-13 для разных длин нитей  $s_0$ . Каждый вид испытаний повторялся 5 раз. Как видно из данных, приведенных в таблице, следует, что разброс результатов испытаний от среднего значения составляет не более 10%. Данные по испытаниям для нитей основы и утка при различных значениях нагрузки  $P$  и  $Q$  приведены в таблице 1.

По результатам каждого вида испытаний определялось среднее значение из  $T_1$  – результатов замеров максимальных усилий при выдергивании нити. Полученные данные вместе с результатами расчетов по формулам (2) – (4) были использованы для вычисления неизвестных параметров  $p_{01}$ ,  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ , и  $\mu_1$  путем составления системы линейных уравнений.

Таблица 1 – Зависимость силы вытягивания нитей  $T_i$  из полосок ( $b = 40$  мм) стеклоткани Т-13 от длины нитей  $s_0$  и величины внешней нагрузки  $P$  и  $Q$

№ эксп.	$s_0$ , мм	Ткань Т- 13 (основа)					Ткань Т- 13 (уток)				
		$T_{i1}$ , Н	$T_{i2}$ , Н	$T_{i3}$ , Н	$T_{i4}$ , Н	$T_{i5}$ , Н	$T_{i1}$ , Н	$T_{i2}$ , Н	$T_{i3}$ , Н	$T_{i4}$ , Н	$T_{i5}$ , Н
$P = 0, Q = 0$											
1	100	3,7	3,9	4,0	4,0	4,2	2,4	2,2	2,4	2,3	2,5
2	200	6,7	6,6	6,2	6,5	6,1	4,6	4,8	4,5	4,8	4,6
3	250	8,2	8,0	8,2	8,8	8,4	5,8	5,0	5,4	5,2	5,4
4	300	11,2	10,6	12,0	10,8	11,0	6,6	5,8	6,0	6,2	6,1
5	400	14,0	16,0	14,2	16,0	15,2	9,2	10,4	9,2	9,2	9,0
$P = 0, Q = 150H$											
6	100	8,2	8,5	8,4	8,2	8,3	6,7	6,8	6,6	6,9	6,9
7	250	19,0	19,2	20,2	19,0	19,0	16,5	16,2	16,0	16,0	15,8
$P = 150 H, Q = 0$											
8	100	18,5	18,7	18,3	18,6	18,4	19,6	20,3	19,8	19,9	19,7
9	250	55,0	52,5	53,0	54,5	54,0	46,0	45,5	47,5	48,0	48,6

Для величин  $\sigma_0$  и  $s_0$ , полученных в результате  $i$  – го испытания, введем обозначения  $\sigma_0^i$  и  $s_0^i$ . При этом, если  $p = p_{01}$  и  $q = 0$ , напряжение  $\sigma|_{s=s_0}$  положим равным  $\sigma_{01}$ , не исключая при этом, что  $\sigma_{01} = 0$ , так как в точке  $s = s_0$  сделан разрез нити. В результате после подстановки этих данных в формулу (3) найдем

$$a_1 s_0^i = \ln \frac{\sigma_0^i + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_{00} + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}. \quad (6)$$

Получена расчетная формула для определения неизвестных постоянных. Отсюда, учитывая, что  $s_0^4 - s_0^1 = s_0^5 - s_0^2$ , получим

$$\frac{\sigma_0^1 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_0^4 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}} = \frac{\sigma_0^2 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_0^5 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}.$$

Таким образом

$$\frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01} = \frac{\sigma_0^1 \sigma_0^5 - \sigma_0^2 \sigma_0^4}{\sigma_0^2 + \sigma_0^4 - \sigma_0^1 - \sigma_0^5} = b_1. \quad (7)$$

Из условия

$$a_1 (s_0^4 - s_0^1) = \ln \frac{\sigma_0^4 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_0^1 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}.$$

полученного из (6), найдем  $k_{11}$

$$k_{11} = \frac{h_1}{(s_0^4 - s_0^1)} \ln \frac{\sigma_0^4 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_0^1 + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}. \quad (8)$$

Рассмотрим результаты испытаний № 6 и № 7. Тогда на основании зависимости (3) получим

$$\frac{\sigma_0^6 + \frac{k_{12}}{k_{11}} q + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}}{\sigma_0^7 + \frac{k_{12}}{k_{11}} q + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01}} = b_2.$$

где  $b_2 = \exp\left[a_1(s_0^6 - s_0^7)\right]$ .

В представленном соотношении неизвестным является только параметр  $k_{12}$ . Отсюда

$$k_{12} = \frac{k_{11}}{q} \left[ \frac{\sigma_0^6 - b_2 \sigma_0^7}{b_2 - 1} - \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01} \right]. \quad (9)$$

Аналогично найдем

$$\frac{\mu_1}{k_{11}} p = \frac{\sigma_0^8 - b_3 \sigma_0^9}{b_3 - 1} = b_4. \quad (10)$$

Здесь  $b_3 = \exp\left[a_1(s_0^8 - s_0^9)\right]$ . Сравнение (7) и (10) дает возможность найти  $p_{01}$  и  $\mu_1$

$$p_{01} = \frac{b_1}{b_4} p, \quad \mu_1 = k_{11} \frac{b_4}{p}. \quad (11)$$

При вычислении параметров  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $p_{01}$  и  $\mu_1$  было исключено из расчетных формул неизвестное пока напряжение  $\sigma_{01}$ . Найдем величину этого напряжения при  $q = 0$  и  $p = p_{01}$ . Пусть в этом случае  $\sigma_{01} = \sigma_{00}$ . Тогда очевидно, что

$$\sigma_{00} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left[ \left( \sigma_0^i + \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01} \right) e^{-a_1 s_0^i} - \frac{\mu_1}{k_{11}} p_{01} \right]. \quad (12)$$

Расчет каждого слагаемого из предыдущей формулы приведен в табл. 3.2. при этом необходимо пояснить, что рассматриваемые величины представляют собой значения напряжения  $\sigma_{01}$  при  $i$ -ом испытании.

**Таблица 2 – Результаты расчетов по формулам (8) – (12) для ткани Т-13**

	$\sigma_{00}$ , МПа	$p_{01}$ , МПа	$k_{11}$ , б/р	$k_{12}$ , б/р	$\mu_1$ , б/р
основа	7,33	0,00183	0,000646	0,0161	16,102
уток	4,11	0,00140	0,000468	0,0140	8,31
$(\sigma_{00})_i$ , МПа					
$i$	1	2	3	4	5
основа	8,79	6,23	6,58	8,79	6,23
уток	3,40	4,94	3,76	3,46	5,00

Как отмечалось ранее, напряжение  $\sigma_{01}$  на первый взгляд должно быть равным нулю ввиду того, что оно вычисляется в точке разреза нити. Экспериментальные исследования показали, что это не так. Объясним это противоречие, руководствуясь результатами эксперимента, а также теоретическими и экспериментальными исследованиями других авторов в разделе механики, изучающей силу трения [3-6]. При проведении эксперимента максимальная сила  $T$  фиксируется при непрерывном увеличении нагрузки на нить. На этом этапе изменения силы отсутствует сдвиг со смещением в точке разреза нити. Таким образом, в этот момент силу трения следует частично или полностью сравнивать с силой трения покоя. После сдвига на нить действует только сила трения скольжения. Разность между этими силами приводит к силе, которая объясняет появление в нити напряжения  $\sigma_{01}$  или наоборот: сила напряжения  $\sigma_{01}$  объясняет отличие силы трения покоя от силы трения скольжения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Альперин В.И. Применение стеклопластиков в химической промышленности в СССР и за рубежом / В.И.Альперин [и др.] // Сопоставительные обзоры по отдельным производствам химической

промышленности: сб. науч. тр. / НИИТЭХИМ. – Москва, 1968. – вып.3. – С.3. 2. Василевич, Ю.В. Функциональные зависимости для сил внутреннего трения при деформации препрегов / Ю.В. Василевич, В.М.Сахоненко, С.В.Сахоненко, К.А.Горелый, Е.В.Малютин // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – №3 (16). – С. 31-33. 3. Крагельский И.В. Трение и износ / И.В.Крагельский. – М.: Машиностроение, 1962. – 370 с. 4. Крагельский И.В. Развитие науки о трении / И.В.Крагельский, В.С.Щедров. – М.: изд. АН СССР, 1956. 5. Крагельский И.В. Трение волокнистых веществ / И.В.Крагельский. – М.: Гизлегпром, 1941. 6. Дерягин Б.В. Физико-химия нанесения тонких слоев на движущуюся подложку / Б.В.Дерягин, С.М.Левин. – М.: изд. АН СССР, 1959. – 391 с.

**УДК 539:374.002.62**

**Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В.,**

**Горелый К.А., Малютин Е.В.**

## **ОЦЕНКА ПОДАТЛИВОСТИ ПРЕПРЕГОВ ПРИ СЖАТИИ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*Представлена модель деформации препрегов из гладких и мультиаксиальных тканей. Для них установлены функциональные зависимости для определения величины деформации при сжатии каждого из семейств нитей. Установлены характеристики в виде неупругой постоянной сжатия и модуля упругости при сжатии. Разработаны методики определения этих характеристик. Для ткани Т-13 проведены соответствующие испытания и найдены значения указанных характеристик.*

Развитие промышленного производства композитов невозможно без широкого внедрения технологии изготовления изделий из полуфабрикатов, в частности, препрегов. При этом к препрегам предъявляются дополнительные требования технологического характера, основными из которых являются гибкость и податливость. В результате уже сформированное изделие может приобрести новые формы с изменением размеров. Такое обстоятельство открывает перед технологами неограниченные возможности, позволяющие в некоторых случаях упростить оснастку, уменьшить период изготовления изделия, повысить его качество и прочностные свойства. Создание композита тесно связано с проблемой его расчета и поэтому, чтобы гетерогенная система могла рассматриваться как сплошная анизотропная среда с некоторым тензором привязанных вязкоупругих характеристик, необходимо установить методы оценки величины этих характеристик.

Будем иметь дело с многослойными препрегами, состоящими из нескольких слоев гладких тканей [1] или из мультиаксиальных тканей [2]. Для таких препрегов внешняя нагрузка может создавать условия для возникновения растягивающих напряжений в нитях, усилий сжатия нитей в поперечном к ним направлении, взаимного смещения нитей одного семейства по нитям второго семейства.

Отметим, что сжатие у препрегов может быть двойкой формы. Очевидно, сжатие в обычном смысле приводит к потере устойчивости армирующего материала каркаса ткани, так как он представляет собой абсолютно гибкие нити, которые могут воспринимать только растягивающие нагрузки. Сжатие без потери устойчивости может быть осуществлено только совместно с растяжением второго семейства нитей. Простейший случай такого сжатия получается при параллельном сдвиге одного семейства нитей вдоль второго. При таком сжатии сжимающие усилия передаются от одной нити к другой только при непосредственном контакте между нитями разных семейств в узлах переплетения. При этом вначале сечение нити, состоящее из 1000 и более элементарных нитей, доуплотняется даже при незначительной по величине силе. В результате происходит сдвиг между семействами нитей. Дальнейшее увеличение усилий сжатия сопровождается упругими деформациями.

Задачей настоящего исследования является установление функциональной зависимости для определения величины деформации при сжатии препрегов, а также определение характеристик препрега, которые используются в расчетных формулах.

Для моделирования процессов, происходящих при сжатии препрегов, проводились испытания плоских образцов, изготовленных из тканого материала. Приспособление для испытаний представляет