

передаточного отношения механизма с планетарной ступенью. Руководством для составления схемы является образец протокола и рассмотренные в теоретической части компоновочные схемы механизмов с подвижными осями. Такая организация подготовки и проведения лабораторного занятия подталкивает студента к самостоятельной работе и глубокому осмыслению материала, пониманию строения и методов анализа механизмов. Работа зачитывается при успешном прохождении экспресс-контроля знаний и выполнении в полном объеме практической части с составлением отчета согласно требованиям оформления кинематических схем механизмов.

Закрепление лекционного материала продолжается на практических занятиях, где решаются задачи /2/ определения передаточных отношений и скоростей вращения отдельных звеньев для различных механизмов: ступенчатых и паразитных рядов, планетарных и замкнутых дифференциальных механизмов, а также комбинированных зубчатых механизмов, содержащих элементы всех выше перечисленных. Уделяется внимание кинематике дифференциальных механизмов. Обязательно рассматриваются особенности кинематики ступенчатых рядов и планетарных механизмов с коническими колесами. Предлагаются задачи для самостоятельной работы, как в аудитории, так и в виде домашнего задания.

Итогом изучения раздела «Кинематика зубчатых механизмов» является проведение коллоквиума. На нем студенту предлагается ответить на теоретические вопросы и решить задачи. Результаты коллоквиума учитываются при выставлении итоговой оценки курсу теории механизмов и машин.

Многообразие зубчатых механизмов и широкое применение их в технике позволяет рекомендовать данный раздел для углубленного изучения в рамках научно-исследовательской работы студентов. Как объект изучения при написании рефератов предлагаются волновые передачи, механизмы прерывистого движения (мальтийские и храповые), планетарные коробки передач, особенности строения и кинематики зубчатых механизмов в различных отраслях техники. Глубокая проработка дополнительного материала и написание оригинальных рефератов позволяет студенту повысить итоговую экзаменационную оценку.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. - 4-е изд. - М.: Наука, 1988. - 640 с.
2. Артоболевский, И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И. Артоболевский, Б. В. Эдельштейн. - 2-е изд.-М.: Наука, 1975. - 256 с.
3. Структура механизмов: Учебно-методическое пособие к лабораторным работам по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов» / П.П. Анципорович [и др.]. - Минск: БНТУ, 2008. - 33 с.
4. Лабораторные работы по теории механизмов и машин / Е.А. Камцев [и др.]; под общ. ред. Е.А. Камцева. - Минск: Вышэйшая школа, 1976. - 174 с.
5. Акулич, В.К. Зубчатые передачи. Текст лекций / В.К. Акулич, Н.И. Мицкевич, О.Н. Цитович. - Минск: БПИ, 1973. - 95 с.
6. Кинематика зубчатых механизмов: учебно-методическое пособие к лабораторным работам по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов» / П.П. Анципорович [и др.]. - Мн.: БНТУ, 2010. - 26 с.

УДК 621.01

*Анципорович П.П., Акулич В.К.*

### **УЧЕТ ТРЕНИЯ ПРИ СИЛОВОМ РАСЧЕТЕ МЕХАНИЗМОВ И СОСТАВЛЕНИИ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ**

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

Введение сил трения в уравнения кинетостатики приводит к увеличению числа неизвестных компонент реакций в кинематических парах, а количество уравнений при этом остается неизменным. Поэтому, чтобы задача силового анализа оказалась разрешимой, необходимо вводить дополнительные условия, число которых равно числу добавочных неизвестных. Эти

дополнительные условия, определяющие характер распределения нормальных реакций, выбираются с учетом конкретных особенностей кинематической пары.

Например, в поступательных кинематических парах нормальные составляющие реакций могут распределяться некоторым образом на одной из двух контактных плоскостей или по обеим плоскостям. Возможность перекоса ползуна может быть учтена только при использовании модели контакта по обеим плоскостям.

Силовой расчет механизмов с учетом трения сводится к совместному решению уравнений кинетостатики, содержащих силы трения в качестве дополнительных неизвестных, и соотношений, полученных при рассмотрении соответствующих моделей кинематических пар с трением. При этом полная система уравнений силового анализа оказывается нелинейной, что вызывает существенные осложнения при их решении. Кроме того, система уравнений может иметь несколько решений, и определить, какое из решений будет соответствовать действительным значениям реакций и движущих сил, достаточно сложно.

Во многих случаях эффективным способом учета трения при силовом анализе механизмов является предложенный академиком И.И. Артоболовским метод последовательных приближений [1]. Согласно этому методу вначале выполняется силовой расчет без учета трения. Затем, получив значения реакций в кинематических парах, можно найти соответствующие силы и моменты сил трения, которые вносятся в уравнения кинетостатики. В результате повторного решения этих уравнений получаются уточненные значения реакций, действующих в кинематических парах (первое приближение). По полученным в первом приближении значениям сил можно снова определить силы и моменты сил трения, а затем выполнить расчет во втором приближении и получить еще более точные значения реакций в кинематических парах. Такой процесс можно продолжать и дальше в зависимости от требуемой степени точности расчета. Опыт показывает, что часто достаточно только первого приближения.

Рассмотрим изложенную методику на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 1). К ползуну 3 приложена сила полезного (технологического) сопротивления  $F_3$ . Вначале известным способом [2] определяются реакции в кинематических парах  $R_{10}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{30}$  и уравновешивающий (движущий) момент  $M_{\text{пр}}$ . По ним вычисляются моменты трения во вращательных кинематических парах и сила трения в поступательной паре:

$$M_{T10} = -R_{10}f_O r_O \text{sign}(\omega_1),$$

$$M_{T21} = -R_{21}f_A r_A \text{sign}(\omega_{21}),$$

где  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$  – относительная угловая скорость,

$$M_{T23} = -R_{23}f_B r_B \text{sign}(\omega_2),$$

$$M_{T30} = -|R_{30}|f_n \text{sign}(V_B).$$

Здесь  $f_O$ ,  $f_A$ ,  $f_B$ ,  $f_n$  – приведенные коэффициенты трения в кинематических парах,  $r_O$ ,  $r_A$ ,  $r_B$  – радиусы цилиндрических элементов вращательных кинематических пар.

Расчетные схемы для силового анализа структурной группы (2.3), звена 2 и начального звена 1 показаны на рис. 2,3,4. Все силы и моменты, кроме сил тяжести звеньев  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  показаны в положительном направлении. Их действительные направления укажут знаки «плюс» или «минус» после выполнения конкретных числовых расчетов.

Последовательно используем следующие уравнения кинетостатики:  $\sum F_{ix} = 0$  для группы (2, 3),  $\sum M_B(F_i) = 0$  для звена 2,  $\sum F_{iY} = 0$  для группы (2, 3),  $\sum F_{ix} = 0$  и  $\sum F_{iY} = 0$  для звена 2,  $\sum F_{ix} = 0$ ,  $\sum F_{iY} = 0$  и  $\sum M_O(F_i) = 0$  для звена 1.

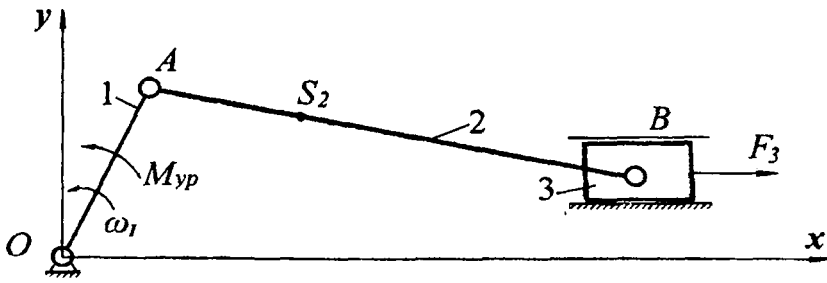


Рис. 1. Схема исследуемого кривошипно-ползунного механизма

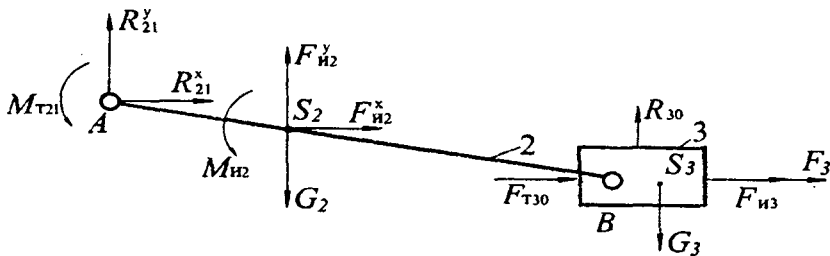


Рис. 2. Расчетная схема группы Ассура (2, 3)

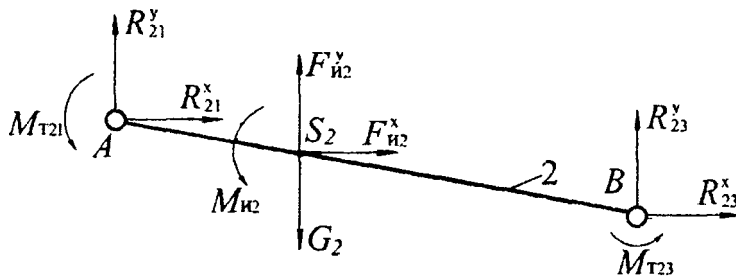


Рис. 3. Расчетная схема звена 2

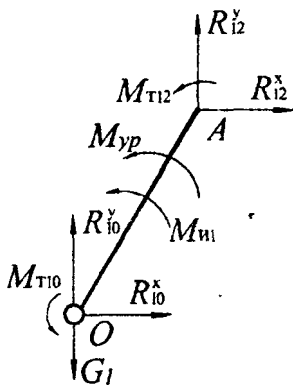


Рис. 4. Расчетная схема звена 1

Таким образом, из выражения  $\sum F_{ix} = F_{u2x} + F_{u3} + F_3 + F_{T30} + R_{21}^x = 0$  определяется  $R_{21}^x$ .

Из выражения

$$\begin{aligned} \sum M_B(F_i) = & R_{21}^y(X_A - X_B) + (F_{u2}^y - G_2) \cdot (X_{S_2} - X_B) - \\ & - R_{21}^x \cdot (Y_A - Y_B) - F_{u2}^x \cdot (Y_{S_2} - Y_B) + \\ & + M_{u2} + M_{T21} + M_{T23} = 0 \end{aligned}$$

определяется  $R_{21}^y$ .

Реакция  $R_{30}$  определяется из уравнения  $\sum F_{iy} = F_{u2}^y + R_{21}^y - G_2 - G_3 + R_{30} = 0$ .

Реакция  $R_{23}^x$  определяется из уравнения  $\sum F_{ix} = R_{23}^x + F_{u2}^x + R_{21}^x = 0$ .

Реакция  $R_{23}^y$  определяется из уравнения  $\sum F_{iy} = R_{23}^y + F_{u2}^y - G_2 + R_{21}^y = 0$ .

Реакция  $R_{10}^x$  определяется из уравнения  $\sum F_{ix} = R_{10}^x + R_{12}^y = 0$ .

Реакция  $R_{10}^y$  определяется из уравнения  $\sum F_{iy} = R_{10}^y + R_{12}^y - G_1 = 0$ .

Из уравнения

$$\sum M_0(F_i) = R_{12}^y X_A - R_{12}^x Y_A + M_{u1} + M_{T12} + M_{T10} + M_{yp} = 0$$

определяется  $M_{yp}$ . При этом следует учесть, что

$$R_{12}^x = -R_{21}^x, R_{12}^y = -R_{21}^y, M_{T12} = -M_{T21}.$$

По полученным значениям проекций реакций можно найти полные реакции и их направления. Например,

$$R_{10} = \sqrt{(R_{10}^x)^2 + (R_{10}^y)^2},$$

$$\cos \varphi_{R_{10}} = \frac{R_{10}^x}{R_{10}}, \quad \sin \varphi_{R_{10}} = \frac{R_{10}^y}{R_{10}}.$$

Для составления уравнения движения звена приведения с учетом трения следует разделить приведенный момент от сил трения  $M_{\Pi}^T$  из условия равенства мощностей

$$M_{\Pi}^T \omega_1 = N_T,$$

где  $N_T$  – общие потери мощности на трение во всех кинематических парах.

$$N_T = -|M_{T10} \omega_1| - |M_{T21} \omega_{21}| - |M_{T23} \omega_2| - |F_{T30} V_B|.$$

В результате получим

$$M_{\Pi}^T = -|M_{T10}| - |M_{T21}(i_{21} - 1)| - |M_{T23} i_{21}| - |F_{T30} i_{31}|,$$

где  $i_{21}$  и  $i_{31}$  – передаточные функции (аналоги скоростей).

Полученное выражение  $M_{\Pi}^T$  включается в дифференциальное уравнение движения звена приведения

$$J_{\Pi} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi_1} = M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C + M_{\Pi}^T,$$

где  $M_{\Pi}^D$  и  $M_{\Pi}^C$  – приведенные моменты движущих сил и сил полезного сопротивления,

$J_{\Pi}$  – приведенный момент инерции.  $M_{\Pi}^D$ ,  $M_{\Pi}^C$  и  $J_{\Pi}$  находятся путем использования известных методов приведения сил и масс.

Для численного решения дифференциального уравнения движения и определения закона движения  $\omega_1(\varphi_1)$  дифференциальное уравнение представляется в виде

$$\frac{d\omega_1}{d\varphi_1} = \frac{M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C + M_{\Pi}^T - \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi_1}}{J_{\Pi}\omega_1}.$$

На кафедре теории механизмов и машин БНТУ разработано соответствующее программное обеспечение, позволяющее выполнить силовой расчет и определить закон движения механизмов с учетом трения в кинематических парах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – 4-е изд. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П.П. Анципорович [и др.]. – Минск: БНТУ, 2008. – 42 с.
3. Механика машин / И.И. Вульфсон [и др.]; под ред. Г.А. Смирнова. – М.: Высш. шк., 1996. – 511 с.
4. Теория механизмов и механика машин / К.В. Фролов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – 5-е изд. – М.: Высшая школа, 2005. – 496 с.

УДК 621.01

*Анципорович П.П., Дворянчикова А.Б, Галаев К.О.*

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь*

В курсовом проекте по теории механизмов, машин и манипуляторов предусмотрено рассмотрение таких вопросов, как динамика машинного агрегата, динамический анализ основного исполнительного механизма машины, синтез кулачкового механизма. Они решаются в пояснительной записке и на трех листах чертежей формата А1. Ранее значительная часть работ выполнялась графическими методами /1, 3/. В настоящее время широкое применение получили аналитические методы проектирования и исследования /2, 5/, на основе которых разработаны алгоритмы расчетов и соответствующие им программные продукты. Используя их, можно решить достаточно сложные задачи современной механики и проанализировать результаты. Пользователь при этом зачастую не имеет достаточного представления о том, какие модели исследования положены в основу, каковы их достоинства и недостатки. Усовершенствовать или разрабатывать программное обеспечение можно только при совместной работе специалистов в областях информационных технологий, теории механизмов и машин, компьютерной механики. Приобретению студентами умений моделирования механизмов и машин, алгоритмизации динамических процессов, синтеза механизмов способствует процесс курсового проектирования по теории механизмов и машин. Блок-схема динамического исследования машинного агрегата (рис. 1) является достаточно сложной.