

контакта инструмента по критерию минимума времени для первого цикла формообразования. Далее производится непосредственная реализация процесса съема материала с поверхности.

После проведения вышеперечисленных этапов обработки, производится корректировка базы данных отклонений и оценка значений отклонений на данном этапе (после цикла обработки). В случае если значения отклонений превышают необходимую величину точности, все приведенные выше этапы повторяются до тех пор, пока точность не будет достигнута.

Процесс создания качественных оптических изделий является крайне трудоемким и требует значительной точности. Реализация этого процесса состоит из большого числа этапов, начиная от проектирования и заканчивая непосредственно созданием линзы.

После изучения этапов создания изделия, в пакете Mathematica был разработан алгоритм процесса формообразования поверхности линзы и ее шлифовки на станке с ЧПУ. Данный пакет позволил быстро и точно решить набор матричных систем уравнений, необходимых при моделировании для нахождения значения времени пребывания шлифовального инструмента в определенной позиции.

Стоит отметить, что использование интерактивного математического пакета для расчетов значительно ускорило и упростило процесс создания алгоритма. Данный алгоритм позволяет выполнять формообразование до требуемого пользователем качества поверхности (величины итоговой погрешности съема) и применять различные значения основных параметров изделия, не изменяя при этом сам алгоритм.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Шехотин, В.М. Домненко, О.А. Гаврилина. Методология проектирования оптических приборов - Санкт-Петербург: Эксм-Групп 2004. 2. М.А. Окатов, Э.А. Антонов, А. Байгожик. Справочник технолога-оптика. - Санкт-Петербург: Эксм-Групп 2004. 3. Сайт компании Lambda Research Corporation (<http://www.lambdares.com>). 4. Сайт компании Optical Research Associates (<http://www.opticalres.com>). 5. Сайт компании ZEMAX Development Corporation (<http://www.zemax.com>). 6. Н.Д. Толстолоба. Системы автоматизированного проектирования и конструирования. - Санкт-Петербург: Эксм-Групп 2002. 7. А.М. Дальский, А.Г. Кислова, Р.К. Мещеряков. Справочник технолога-машиностроителя в 2-х частях. М.: Машиностроение. - 2001. 8. В.Г. Зубаков, М.Н. Семибратов, С.К. Штандель. Технология оптических деталей. М.: Машиностроение. - 2005, 368с.

УДК 621.81:539.4

Чигарев А.В., Ручан М.В., Шукевич Т.В.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Постановка задачи.

Рассчитать напряженно-деформированное состояние трубы с внутренним и внешним радиусами $R_1=1.40$ м и $R_2=1.5$ м соответственно, находящейся под действием внутреннего давления $P=400$ МПа.

Поскольку в рассматриваемой цилиндрической трубе нагрузка не изменяется по длине трубы, то напряжения, деформации и перемещения зависят только от двух координат, то есть имеет место плоская задача. Данная задача сводится, по существу, к идентичной математической задаче, что позволяет использовать при ее решении одинаковые математические методы. В теории упругости различают два типа плоских задач: плоская деформация и плоское напряженное состояние. Так как объектом рассматриваемой задачи является бесконечно длинная труба, а внешняя нагрузка представляет собой поперечную силу, не изменяющуюся по длине трубы, то типом рассматриваемой плоской задачи является плоская деформация.

Для решения данной задачи целесообразно воспользоваться цилиндрической системой координат r, θ, x_3 , так как труба имеет форму тела вращения. В случае плоской задачи координата x_3 не участвует в решении, и компоненты напряжений, деформаций и перемещений являются функциями только r и θ . В этом случае удобнее воспользоваться полярными координатами.

Задача о расчете цилиндра решается с учетом равномерно распределенного внутреннего давления P . Мы исходим из того, что такая нагрузка не может вызвать деформации изгиба цилиндра. Нормальные напряжения σ_θ в сечениях плоскостями, перпендикулярными оси симметрии O цилиндра нельзя считать равномерно распределенными по толщине стенки, как это делается при расчете тонкостенных оболочек вращения.

Вывод формул расчета напряжений в толстостенных цилиндрах основан на том, что для них соблюдается гипотеза плоских сечений, т.е. поперечные сечения цилиндра, плоские до нагружения, останутся плоскими и после нагружения.

Для расчетной схемы трубы, представленной на рис. 1, запишем следующие граничные условия:

$$\sigma_{rr} = 0 \text{ при } r = R_2; \sigma_{\theta\theta} = -p \text{ при } r = R_1$$

Рассмотрим равновесие малого элемента тела (рис 2). Составляющие объемной силы в радиальном и тангенциальном направлениях обозначим R_r, R_θ . Проецируя действующие силы на радиальное и перпендикулярное ему направления.

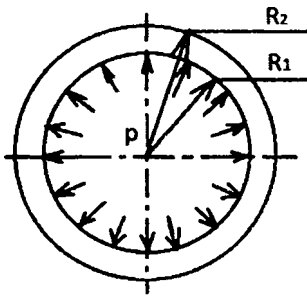


Рис. 1

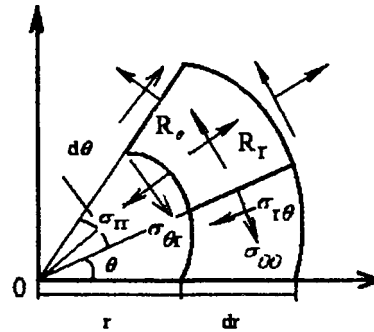


Рис. 2

Получим дифференциальные уравнения равновесия элемента тела в полярных координатах:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + R_r = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} + R_\theta = 0. \quad (1)$$

Введем функцию напряжений $\varphi(r, \theta)$, тогда уравнения равновесия примут вид:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - r \cdot R_r; \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - r \cdot R_r; \quad \sigma_{r\theta} = 0, \quad (2)$$

$\sigma_{r\theta} = 0$ так как рассматриваемая задача является осесимметричной, то есть $\varphi(\theta) = const$.

Решением системы (2) д.у. будет:

$$\varphi = Ar^2 \cdot \ln r + B \cdot \ln r + Cr^2 + D, \text{ тогда согласно (1) имеем:}$$

$$\sigma_{rr} = A(2 \ln r + 1) + 2B + \frac{C}{r^2}; \quad \sigma_{\theta\theta} = A(2 \ln r + 1) + 2B - \frac{C}{r^2}; \quad \sigma_{r\theta} = 0. \quad (3)$$

Поскольку труба находится в условиях плоской деформации, тогда согласно (5) и (6) имеем:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{1+\mu}{E} ((1-\mu)\sigma_{rr} - \mu\sigma_{\theta\theta}); \quad \frac{U}{r} = \frac{1+\mu}{E} ((1-\mu)\sigma_{\theta\theta} - \mu\sigma_{rr}), \quad (4)$$

где (5) – условия плоской деформации:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1+\mu}{E} ((1-\mu)\sigma_{rr} - \mu\sigma_{\theta\theta}); \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1+\mu}{E} ((1-\mu)\sigma_{\theta\theta} - \mu\sigma_{rr}); \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1+\mu}{E} \sigma_{r\theta}, \quad (5)$$

и (6) – условия плоской деформации через перемещения:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}; \quad 2\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r}. \quad (6)$$

Умножая второе уравнение системы (4) на r , дифференцируя один раз по r и приравнявая к правой части первого уравнения, получим $A=0$. Две остальные постоянные найдем из Г.У.:

$$2B = -\frac{C}{R_2^2}; \quad C = \frac{p \cdot R_1^2 \cdot R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}. \quad (7)$$

Эпюры напряжений для решаемой задачи представлены на рис. 3. Окружное напряжение является расширяющим, а радиальное – сжимающим. Соответствующие выражения для напряжений имеют вид:

$$\sigma_{rr} = \frac{p \cdot R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \left(1 - \frac{R_2^2}{r^2}\right); \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{p \cdot R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \left(1 + \frac{R_2^2}{r^2}\right); \quad \sigma_{r\theta} = 0, \quad (8)$$

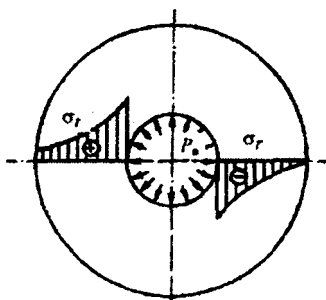


Рис.3. Эпюры напряжений.

Для численного решения поставленной задачи воспользуемся методом конечных элементов, используя инженерный пакет ANSYS. Полученные результаты представлены на рис. 4-5. Сравним полученные результаты эквивалентных напряжений с аналитическим расчетом.

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2))},$$

где σ_x, σ_y - нормальные напряжения, соответственно равны 14690 МПа и 14710 МПа;

σ_{xy} - касательные напряжения, соответственно равны 15040 МПа и -15040 МПа;

$\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$, так как плоская задача.

Тогда $\sigma_{\text{экв}} = 29910$ МПа.

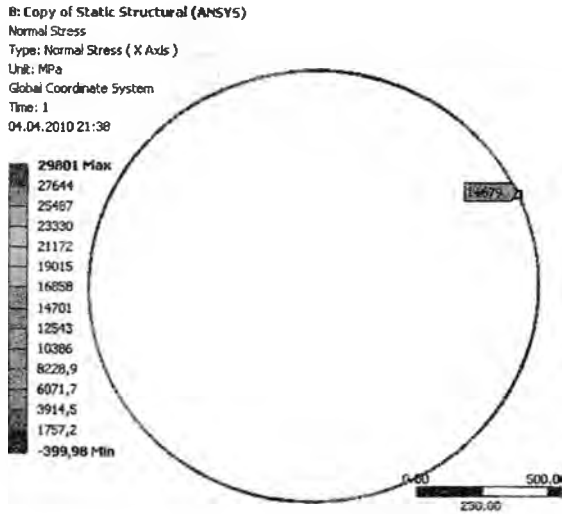
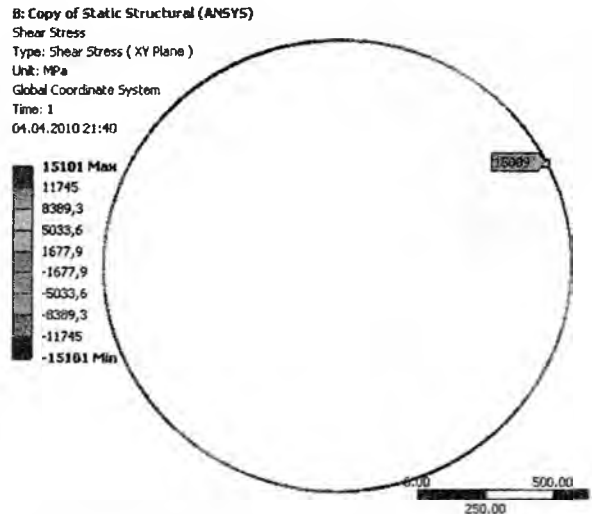


Рис. 4, а) распределение нормальных напряжений, МПа



б) распределение касательных напряжений, МПа

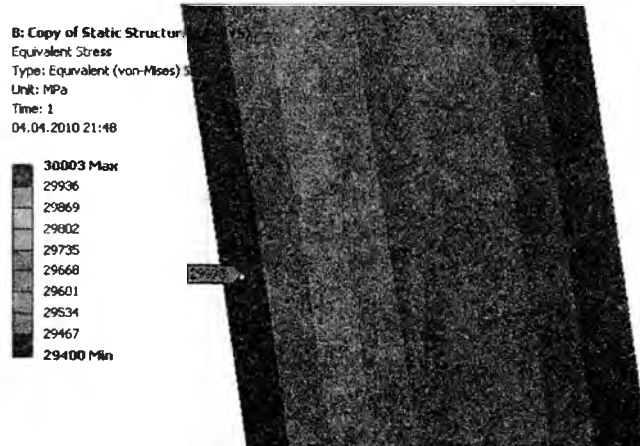


Рис. 5. Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу, МПа

ЛИТЕРАТУРА

1. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. – М: Высш. школа, 1972. – 368 с.
2. Кравчук А.С., Смалюк А.Ф., Чигарев А.В. ANSYS для инженеров. – М.: Машиностроение, 2004. – 510с