

Йозеф Эберхардштайнер

Механические свойства  
еловой древесины

Экспериментальное определение прочности  
при двухосном напряжении

Перевод с немецкого

Под научной редакцией доктора технических наук,  
профессора С.Н. Леоновича

Минск  
БНТУ  
2010

Joseph Eberhardsteiner

Mechanisches Verhalten  
von Fichtenholz

Experimentelle Bestimmung der  
biaxialen Festigkeitseigenschaften

SpringerWienNewYork

Эберхардштайнер, Й. Механические свойства еловой древесины. Экспериментальное определение прочности при двухосном напряжении / Йозеф Эберхардштайнер; пер. с нем. Е.В. Крутиковой; под науч. ред. С.Н. Леоновича. – Минск: БНТУ, 2010. – 174 с.

В монографии представлены исследования проблемы механических свойств еловой древесины, описаны методы испытаний материала на прочность, а также эксперименты по изучению параметров прочности еловой древесины при двухосном напряжении.

Табл. 6. Ил. 171. Библиогр.: 65 назв.

Перевод с немецкого *Е.В. Крутиковой*

ISBN 978-985-525-563-6

© Eberhardsteiner Josef, 2002

© Springer Verlag, 2002

») Перевод на русский язык, оформление БНТУ, 2010

# Оглавление

Vorwort .....	7
<b>Предисловие</b> .....	9
<b>Глава 1. Введение</b> .....	11
1.1. Постановка задач и решение проблем .....	11
1.2. Структура работы .....	13
<b>Глава 2. Состояние исследования проблемы</b> .....	15
2.1. Механические основы.....	15
2.1.1. Обобщенный закон Гука .....	16
2.1.2. Зависимость между напряжением и продольной деформацией при плоском напряженном состоянии .....	17
2.2. Прочность древесины.....	19
2.2.1. Одноосные испытания материала .....	19
2.2.2. Двухосные испытания материала.....	20
2.2.3. Влияние технологических факторов .....	23
2.3. Теории прочности.....	26
2.3.1. Эмпирические интерактивные формулы.....	26
2.3.2. Теории прочности для ортотропных материалов.....	27
<b>Глава 3. Экспериментальная установка для изучения параметров прочности еловой древесины при двухосном напряжении</b> .....	31
3.1. Система испытаний.....	31
3.2. Образец для испытаний .....	32
3.2.1. Изготовление образца .....	33
3.2.2. Оптимизация формы образца для двухосных испытаний .....	35
3.2.3. Оптимизация напряжения двухмерного образца .....	38
3.3. Система для проведения двухосных испытаний.....	45
3.3.1. Сервогидравлическая испытательная установка.....	46
3.3.2. Автоматизированная система управления, измерения и регулировки.....	49
3.4. Трехмерный анализ деформаций при помощи электронной спекл-интерферометрии.....	53
3.4.1. Основы спекл-интерферометрии .....	55
3.4.2. Обработка данных измерений, полученных с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI).....	63
3.4.3. Описание применяемой системы ESPI.....	65

3.4.4. Оценка точности данных измерений и результатов их обработки, полученных с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI) .....	70
<b>Глава 4. Двухосные испытания еловой древесины на прочность</b> .....	<b>79</b>
4.1. Условия испытаний, параметры материала .....	79
4.2. Одноосные испытания на растяжение .....	81
4.3. Двухосные испытания на прочность .....	85
4.3.1. Подготовка и проведение экспериментов .....	85
4.3.2. Напряжение образца, правила расчета сдвига.....	86
4.3.3. Документальное оформление экспериментов .....	87
4.3.4. Основы анализа и обобщения результатов опытов .....	88
4.3.5. Качественная оценка результатов экспериментов .....	95
4.3.6. Объем программы экспериментов .....	98
4.4. Анализ типичных результатов экспериментов .....	99
4.4.1. Результаты экспериментов по определению прочности еловой древесины при двухосном напряжении .....	99
4.4.2. Идентификация параметров для критерия прочности, выведенного Цаем и Ву .....	104
4.4.3. Выборочные экспериментальные зависимости «напряжение–продольная деформация» .....	109
<b>Глава 5. Заключение</b> .....	<b>117</b>
Благодарность .....	119
<b>Литература</b> .....	<b>121</b>
<b>Приложения</b> .....	<b>127</b>
Приложение А: Программа экспериментов, опытные параметры .....	128
Приложение Б: Диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация» .....	138

## Vorwort

Der Werkstoff Holz verfügt als Baustoff über eine lange Tradition. Sowohl im Wohnhausbau als auch im Industriebau ist ein verstärkter Trend zur Verwendung biologischer Baustoffe vorhanden. Dennoch erfolgt der Einsatz von Holz im konstruktiven Ingenieurbau nicht in jenem Umfang, wie dies aus ästhetischen, funktionellen und statischen Gründen wünschenswert wäre. Ein Grund für diese wirtschaftlich und technisch unbefriedigende Situation ist das Fehlen geeigneter konstitutiver Modelle für biaxial bis zum Bruch beanspruchtes Holz. Die Verfügbarkeit derartiger Werkstoffgesetze ist zur Durchführung wirklichkeitsnaher numerischer Untersuchungen über die Tragsicherheit von Flächentragwerken oder das räumliche Deformationsverhalten von biaxial beanspruchten Konstruktionsdetails aus Holz unerlässlich. Dementsprechend wird bei der Planung von Bauwerken, gegen deren Errichtung aus Holz keine wesentlichen Gründe sprächen, vielfach auf andere Baustoffe als den natürlichen Werkstoff Holz zurückgegriffen.

Zur Beseitigung des Defizits an werkstoffmechanischer Grundlagenforschung wurde zu Beginn der Neunzigerjahre im Zuge einer Neuorientierung der Forschungsaktivitäten des Laboratoriums des Institutes für Festigkeitslehre der Technischen Universität Wien ein facheinschlägiger Forschungsschwerpunkt eingerichtet. Sein Ziel war die experimentelle Untersuchung des Steifigkeits- und Festigkeitsverhaltens von biaxial schräg zur Faserrichtung beanspruchtem Fichtenholz. Den Gegebenheiten bei der Realisierung dieses Forschungsvorhabens entsprechend, ist das vorliegende Buch nicht auf die Beschreibung der durchgeführten biaxialen Bruchversuche an Probekörpern aus Fichtenholz und die Darstellung der erhaltenen Versuchsergebnisse beschränkt. Vielmehr wurde auch der Erläuterung des zugrunde gelegten Versuchskonzepts und der Entwicklung der für die Experimente benötigten Versuchseinrichtung gebührender Raum gewidmet.

Die vorliegende Arbeit wurde an der Fakultät für Bauingenieurwesen der Technischen Universität Wien als Habilitationsschrift zur Erlangung der Lehrbefugnis für das Fachgebiet „Festigkeitslehre“ approbiert. Der Autor dankt in diesem Zusammenhang den beiden Gutachtern, Herrn em.Prof. Karl-Hans LAERMANN (Bergische Universität Wuppertal) und Herrn Prof. Günter HOFSTETTER (Universität Innsbruck), für ihre wertvolle Unterstützung.

Besonders herzlicher Dank gilt dem Vorstand des Institutes für Festigkeitslehre, Prof. Herbert MANG, für die stete wissenschaftliche Förderung des Autors. Herr Prof. MANG hat den Grundstein für dieses Forschungsvorhaben gelegt. Er hat darüber hinaus durch die Betonung der Bedeutung des Versuchswesens für die numerische Mechanik sowie die Gewährung von Freiraum für den Autor einen wesentlichen Anteil am Gelingen der im vorliegenden Buch beschriebenen Werkstoffuntersuchungen. Herrn Dr. Manfred GINGERL ist der Verfasser für seine äußerst kollegiale, das übliche Maß weit übersteigende Ausmaß an Unterstützung sowohl bei der Abwicklung des experimentellen Forschungsvorhabens als auch bei der Entstehung dieses Buches zu tiefem Dank verpflichtet. Besonderer Dank gebührt ebenso Herrn Dr. Lubomir ONDRIS für seine gewissenhafte und mit großer

Ausdauer erfolgte Durchführung der biaxialen Bruchversuche. Für die Beratungen in holztechnologischen Fragen sei Prof. Alfred TEISCHINGER, und für die mit hohem Sachverstand an der Höheren Technischen Bundes-Lehr- und Versuchsanstalt Mödling erfolgte Herstellung der Holzprobekörper Herrn Rüdiger BAUMGARTNER herzlich gedankt. Besonderer Dank gilt Frau Mag.(FH) Martina PÖLL. Ihre Unterstützung bei einer Vielzahl organisatorischer Agenden des täglichen Institutsbetriebs waren Voraussetzung für die Verfassung dieses Buches.

Aufrichtiger Dank gilt dem Rektor der *Belarussian National Technical University*, Herrn Prof. *Academician* Boris KHROUSTALEV. Seiner Initiative ist die Herausgabe des vorliegenden Buches in russischer Sprache zu verdanken. Für die umfassende Unterstützung bei der Realisierung dieses Buchprojektes dankt der Autor Herrn Prof. Sergei LEONOVICH in besonderer Weise. Dank gebührt den Mitarbeitern des Verlags der BNTU (Belorussischen nationalen technischen Universität) für die Veröffentlichung dieses Fachbuches.

Nicht zuletzt schuldet der Autor seiner Familie für das stets gegebene Verständnis für seine Arbeit sowie für die dafür in reichem Maße zugestandene Zeit außerordentlichen Dank.

Wien, im Mai 2010  
steiner

J. Eberhard-

## Предисловие

История использования древесины в качестве традиционного строительного материала насчитывает многие десятилетия. В наши дни, как в жилищном, так и в промышленном строительстве отмечается устойчивая тенденция к использованию именно натуральных материалов. Однако применение древесины в создании инженерных сооружений реализуется еще не в том объеме, в котором это могло бы быть, исходя из ее эстетических, функциональных и статических свойств. Причиной подобной ситуации, неудовлетворительной как с экономической, так и с технической точки зрения, является отсутствие необходимой конститутивной модели для древесины, напряженной двухосно до момента излома. Наличие законов, которые бы работали в подобной ситуации, крайне необходимо для проведения приближенных к реальности числовых исследований, касающихся прочности тонкостенных конструкций или пространственных деформаций двухосно-напряженных деревянных конструктивных элементов. Именно в силу их отсутствия при планировании сооружений, в отношении которых отсутствуют основания, препятствующие использованию древесины при их возведении, предпочитают прибегать к другим материалам, нежели предложенный натуральный продукт.

В начале девяностых годов, в ходе определения новых направлений в научной деятельности лаборатории Института сопротивления материалов Технического университета г. Вены, в целях устранения дефицита фундаментальных знаний в области механических свойств материалов было определено приоритетное направление исследований. Его целью стало экспериментальное изучение жесткости и прочности еловой древесины, напряженной биаксиально, по касательной к направлению волокон. Соответствуя в полной мере условиям реализации данного научно-исследовательского проекта, данная книга, однако, не ограничивается описанием двухосных испытаний на прочность, проведенных на образцах еловой древесины, и изложением полученных экспериментальных данных. Напротив, большинство ее страниц посвящено подробному разъяснению теоретических основ эксперимента и разработке экспериментальной установки, необходимой для его реализации.

Предлагаемая работа прошла апробацию на факультете строительной инженерии Технического университета г. Вены в качестве докторской диссертации для получения права преподавания дисциплины «Теория сопротивления материалов». В этой связи автор благодарит обоих рецензентов, господина почетного профессора Карла-Ганса ЛЕРМАННА (Горный университет г. Вупперталя), и господина профессора Гюнтера ХОФШТЕТТЕРА (Университет г. Инсбрука), за оказанную ими неоценимую помощь.

Особую благодарность автор выражает руководителю Института сопротивления материалов, господину профессору Герберту МАНГУ, за постоянное содействие при проведении научных изысканий. Именно господин профессор МАНГ положил начало данному исследовательскому проекту. Подчеркнув значение экспериментов для числового аспекта механики и предоставив по-

мещение автору, он внес значительный вклад в успех исследований, описанных в данной работе. Искреннюю благодарность автор выражает и господину доктору Манфреду ГИНГЕРЛУ за его в высшей степени коллегиальную, выходящую за обычные рамки поддержку, оказанную как при реализации экспериментальной части проекта, так и при написании данной книги. Особая благодарность господину доктору Любомиру ОНДРИСУ за его добросовестный и терпеливый подход к проведению двухосных испытаний на прочность. Автор благодарит профессора Альфреда ТАЙШИНГЕРА за консультативную помощь в вопросах технологии древесины и господина Рюдигера БАУМГАРТНЕРА за изготовление образца древесины для испытаний, выполненное с высочайшим уровнем компетентности на научно-технической базе Высшей технической школы г. Мёдлинга. Глубокая признательность госпоже Мартине ПЁЛЬ, магистру. Ее поддержка при решении целого ряда организационных вопросов, ежедневно возникающих в процессе работы, обеспечила необходимые условия для написания данной книги.

Искренняя благодарность ректору Белорусского национального технического университета господину профессору и академику Борису ХРУСТАЛЕВУ. Именно благодаря его инициативе издание данной книги на русском языке стало возможным. Отдельная благодарность господину профессору Сергею ЛЕОНОВИЧУ за всеобъемлющую поддержку при реализации проекта, связанного с изданием данной научной работы. Автор также благодарит сотрудников издательства БНТУ за публикацию данной книги.

Огромную благодарность автор выражает и своей семье за постоянное понимание, проявляемое как в отношении его работы, так и в отношении всего того времени, которое она требует.

г. Вена, май 2010 г.

Й. Эберхардштайнер

## Введение

### 1.1. Постановка задач и решение проблем

Применение современных числовых методов расчетов, таких, например, как метод конечных элементов (МКЭ), в конструктивном инженерном строительстве для проведения приближенного к реальности, надежного анализа нагрузки деревянных тонкостенных конструкций или для исследования пространственных деформаций двухосно-напряженных конструктивных элементов из древесины требует наличия соответствующих законов. Однако, те из них, которые описывают жесткость и прочность еловой древесины, напряженной биаксиально, по касательной к направлению волокон, представлены в настоящее время в крайне ограниченном количестве.

Подобные недоработки ведут к тому, что переработка древесного сырья до высококачественного конечного продукта, а также экспорт связанных с данными процессами ноу-хау осуществляются не в тех масштабах, которые могли бы быть реализованы такой богатой лесами страной, как Австрия. Устранение дефицита фундаментальных исследований в области механических свойств материалов послужило мотивацией для проведения двухосных экспериментов с древесиной, а также для планирования и разработки необходимой для них испытательной установки для анизотропных материалов (рис. 1.1) в Институте сопротивления материалов Технического университета г. Вены. Данная установка включает в себя сервогидравлическую машину для двухосных испытаний материалов на прочность и бесконтактную, лазерно-оптическую измерительную систему для анализа двухмерных деформаций в пределах базы измерения испытываемых тонких и плоских образцов древесины. Разработка испытательной установки осуществлялась в рамках совместного проекта Фонда содействия научным исследованиям и Федерального министерства науки и научных изысканий.

Целью многопланового экспериментального исследования было получение опытных данных для количественного описания деформаций двухосно-напряженной еловой древесины, не ограничиваясь, при этом, частным случаем совпадения направления волокон с направлением нормального напряжения (главным направлением напряжения по нормали к сечению образца). Экспериментальные данные, полученные в ходе указанных опытов, послужили основой для выведения законов, ориентированных на древесину, напряженную двухосно, по касательной к направлению волокон.

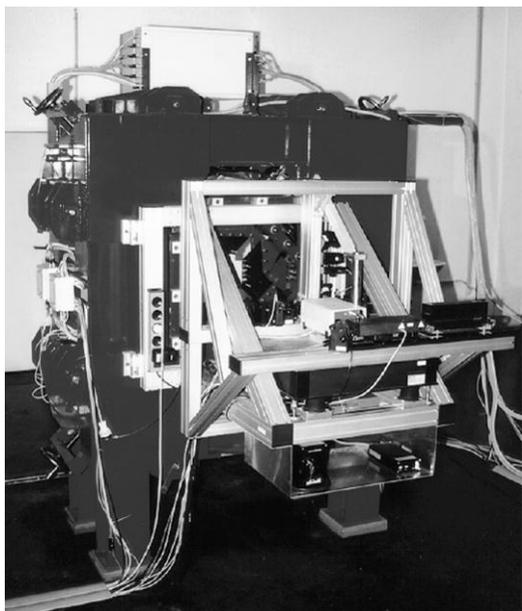


Рисунок 1.1: Разработанная установка для двухосных испытаний

Для экспериментальных исследований была использована отборная, технологически безупречная и однородная еловая древесина. Благодаря тому, что образцы содержались при температуре 20 °С и относительной влажности воздуха 65 %, влажность древесины составляла постоянную величину  $u = 12$  %. При таких условиях на механические свойства бездефектной древесины в основном влияет лишь ее объемная плотность. На первом этапе исследований был проведен репрезентативный цикл одномерных стандартных испытаний на растяжение параллельно и перпендикулярно продольному направлению волокон (всего около 300 опытов). Итогом исследований, помимо сравнительного анализа результатов экспериментов с данными, отраженными в специальной литературе, стало получение значений связанных с объемной плотностью параметров упругости ( $E_L$ ,  $E_R$ ,  $\nu_{LR}$ ,  $f_{t,0}$  и  $f_{c,0}$ ) того сорта древесины, из которого были изготовлены тестовые образцы.

Механические параметры проведенных 439 линейных и 16 нелинейных биаксиальных испытаний на прочность представлены, с одной стороны, углом  $\varphi$ , образованным главной осью материала  $L$  (продольное направление волокон) и главной осью напряжения  $\sigma_1$ , и, с другой стороны, коэффициентом  $\kappa$  приложенного к испытываемому образцу в форме приращения деформаций двухосного напряжения растяжения / растяжения, сжатия / сжатия или смешанного растяжения / сжатия.

В ходе проведенного цикла испытаний для различных углов  $\varphi$  были получены и представлены в пространстве главных напряжений предельные напряженные состояния при двуосной нагрузке. В целях обеспечения максимально точных результатов проводимых исследований для каждой экспериментальной конфигурации, определяемой вышеуказанными параметрами  $\varphi$  и  $\kappa$ , проводилось не менее 6 опытов. Благодаря определению значений объемной плотности в каждом конкретном случае и тому, что за основу были приняты причинные связи между объемной плотностью и отдельными параметрами прочности, по-

лученные в ходе проведенных ранее одноосных исследований, стало возможным минимизировать необъяснимый разброс результатов, что позволило сделать уверенные и однозначные выводы в отношении исследуемых параметров прочности двухосно нагруженной еловой древесины.

Результатом каждого исследования, наряду с параметрами прочности при двухосной нагрузке, стало составление диаграмм нагрузки-деформации для отдельных точек приложения нагрузки к испытываемому образцу, а также распределения отдельных компонент деформации в пределах базы измерения. Определение связанных с объемной плотностью параметров прочности при двухосном напряжении, а также описание характеристик жесткости в зависимости от интенсивности тангенциальных напряжений, приложенных к чистой (без пороков) древесине, создают основу для разработки двухосной конститутивной модели для древесины.

## 1.2. Структура работы

Содержанием данной работы является обобщающее, а по ключевым вопросам детальное описание заявленного выше научно-исследовательского проекта. Введение в тему осуществляется в главе 2, где рассматриваются физико-механические основы экспериментального исследования. Наряду с описанием механических свойств еловой древесины как ортотропного материала, на основании результатов одно- и двухосных исследований, отраженных в специальной литературе, дается оценка современного состояния науки и существующего дефицита исследований, касающихся непосредственно древесины.

Глава 3 посвящена экспериментальной установке для двухосных испытаний, разработанной в ходе реализации данного научного проекта. В разделе 3.2 представлен образец древесины, применяемый в данной работе для биаксиальных исследований исходя из системы испытаний. При этом, в центре внимания находится, прежде всего, оптимизация его формы и напряжений, осуществляемые посредством моделирования методом конечных элементов в целях достижения требуемой в рамках исследования материалов однородности распределения напряжений и деформаций в пределах базы измерения образца. Раздел 3.3 содержит краткое описание разработанной сервогидравлической машины для биаксиальных испытаний, позволяющей рассчитать модуль сдвига тестируемых плоских, крестообразных образцов до момента излома. После обобщающего изложения основ электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI) – лазерно-оптической технологии измерения напряженности поля для бесконтактного анализа деформаций – в разделе 3.4 рассказывается о применении измерительной системы для изучения ортотропных материалов, основанной на данной технологии.

Последняя часть данной работы, глава 4, посвящена проведению и оценке двухосных испытаний на прочность. В частности, после описания в разделе 4.1 условий испытаний, приводятся результаты сравнительных одноосных испытаний (раздел 4.2) и подробное описание проведения, документации и методов

оценки биаксиальных экспериментов с древесиной (раздел 4.3). Заключение представлено в разделе 4.4 в виде обобщения и анализа результатов, полученных экспериментальным путем, параметров прочности при двухосном напряжении и диаграмм зависимости «напряжение – продольная деформация» для различных экспериментальных конфигураций.

Приложение А содержит перечень выборочных параметров испытаний для всей реализованной программы экспериментов. В Приложении Б приведены диаграммы зависимости «напряжение – продольная деформация» (полученные после оценки опытов) для всех без исключения экспериментов, при этом все результаты, полученные для одной конфигурации  $\{\varphi; \kappa\}$ , сведены на одном рисунке. Необходимо подчеркнуть, что оба приложения являются важной частью данной работы. Благодаря им, с одной стороны, дается полный обзор механических свойств двухосно-напряженной древесины. С другой стороны, они дают возможность проведения дальнейшего сравнительного анализа свойств древесины без постоянного обращения к многочисленным промежуточным результатам данного исследования.

## Состояние исследования проблемы

### 2.1. Механические основы

Изучив исследуемый материал под микроскопом, видим, что выросшая в естественных условиях, органическая древесина состоит из пористых, неоднородных структур, образованных межклеточными стенками и клеточными полостями. Механическая анизотропия древесины обусловлена удлиненной структурой клеток и ориентацией клеточных стенок, а также различными размерами клеток в течение всего периода роста. Подобное анатомическое строение древесины приводит к возникновению различных механических характеристик в продольном и поперечном направлениях [Blass et al., 1995].

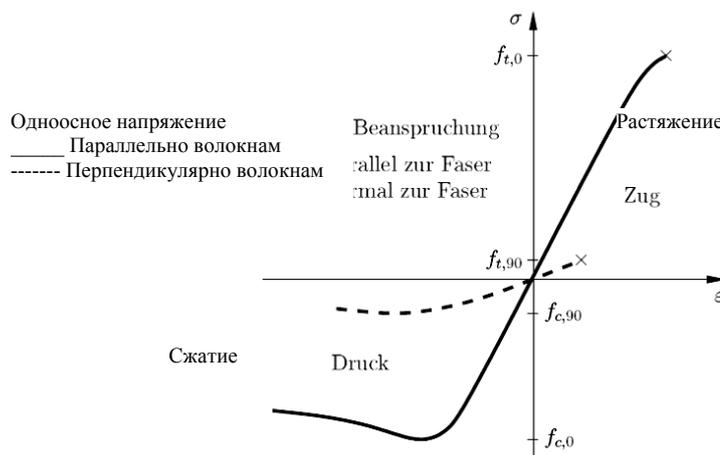


Рисунок 2.1: Механические свойства одноосно-напряженной древесины

Как видно из представленных на рис. 2.1 характерных диаграмм зависимости «напряжение – продольная деформация» для чистой (без пороков) древесины, напряженной одноосно, параллельно или перпендикулярно направлению волокон (продольному направлению ствола), параметры жесткости материала и параметры прочности значительно отличаются для обоих направлений напряжений. Кроме того, отчетливо видно различие в деформациях при напряжениях растяжения – сжатия, что типично для древесины. В то время, как при одноосном напряжении растяжения наблюдается почти линейная зависимость между напряжением и деформацией вплоть до хрупкого излома, одноосное напряжение сжатия характеризуется появлением значительных пластичных деформаций и явно выраженного размягчения. Параметры прочности и жесткости, выведенные для чистой (без пороков) хвойной древесины, приведены в таблице 2.1 [Blass et al., 1995]:

Таблица 2.1: Параметры прочности хвойной древесины

Параметры	При одноосном напряжении	
	параллельно направлению волокон	перпендикулярно направлению волокон
Прочность при растяжении	$f_{t,0} = 70\text{--}100 \text{ Н/мм}^2$	$f_{t,90} = 1\text{--}2 \text{ Н/мм}^2$
Прочность при сжатии	$f_{c,0} = 40\text{--}50 \text{ Н/мм}^2$	$f_{c,90} = 2\text{--}4 \text{ Н/мм}^2$
Модуль упругости	$E_0 = 11\ 000\text{--}15\ 000 \text{ Н/мм}^2$	$E_{90} = 400\text{--}500 \text{ Н/мм}^2$

### 2.1.1. Обобщенный закон Гука

В структурном анализе, проводимом с позиции механики сплошных сред, древесина рассматривается в целом как однородный материал. За основу берутся фундаментальные труды Кэлверта [Keylwerth, 1951] и Колмана [Kollmann, 1982], а механические свойства древесины описываются, как правило, в рамках теории упругости при помощи обобщенного закона Гука. С позиции дифференциальных величин конститутивная связь между тензором напряжений  $\sigma_{ij}$  и тензором деформаций  $\varepsilon_{kl}$  выглядит следующим образом:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

где  $C_{ijkl}$  – тензор упругости.

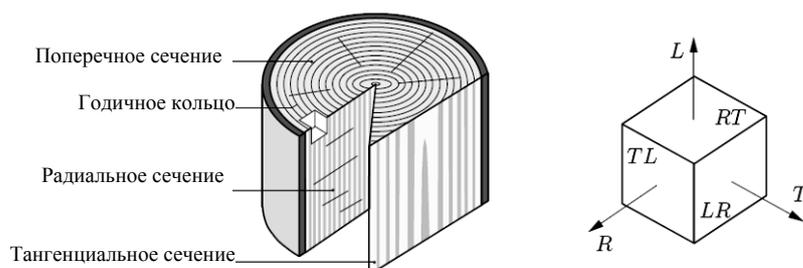


Рисунок 2.2: Фрагмент ствола дерева; главные направления материала

При условии существования упругого потенциала и принимая во внимание свойства симметрии  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{kl}$  и  $C_{ijkl}$ , а также ограничиваясь частным случаем пространственно ортогональной анизотропии (ортотропии), который постоянно используется для древесины, девять уравнений (2.1) с 81 коэффициентом  $C_{ijkl}$  уменьшаются до шести уравнений с 9 независимыми коэффициентами  $C_{ijkl}$ . В применении к изображенным на рис. 2.2 главным осям материала, соответствующим структуре древесины (продольное направление ствола  $L$  (= направление волокон), радиальное направление  $R$  и тангенциальное направление  $T$ ),

закон Гука для ортотропных материалов при объемной нагрузке будет выглядеть в матричной записи следующим образом [Bodig & Jayne, 1982]:

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_L \\ d\varepsilon_R \\ d\varepsilon_T \\ d\gamma_{LR} \\ d\gamma_{RT} \\ d\gamma_{TL} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_L \\ d\sigma_R \\ d\sigma_T \\ d\tau_{LR} \\ d\tau_{RT} \\ d\tau_{TL} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

с условиями симметрии

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R}, \quad \frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T}, \quad \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L}. \quad (2.3)$$

Девять независимых параметров (модули упругости  $E_L, E_R, E_T$ , коэффициенты поперечного расширения  $\nu_{LR}, \nu_{RT}, \nu_{TL}$ , модули сдвига  $G_{LR}, G_{RT}, G_{TL}$ ), остающиеся в упругой матрице с учетом условий симметрии (2.3), должны рассматриваться в соответствующих экспериментах в качестве функции удельной нагрузки.

### 2.1.2. Зависимость между напряжением и продольной деформацией при плоском напряженном состоянии

Ограничиваясь частным случаем тонких и плоских образцов древесины, взятых из плоскости  $LR$ -ствола (см. рис. 2.3), при плоском напряженном состоянии получаем путем специализации уравнений (2.2) для

$$\sigma_T = \tau_{RT} = \tau_{TL} = 0 \quad \text{und} \quad \gamma_{RT} = \gamma_{TL} = 0 \quad (2.4)$$

следующую действительную для главных направлений материала  $L, R$  зависимость между напряжением и продольной деформацией:

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_L \\ d\varepsilon_R \\ d\gamma_{LR} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_L \\ d\sigma_R \\ d\tau_{LR} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

и

$$d\varepsilon_T = -\frac{\nu_{LT}}{E_L} \sigma_L - \frac{\nu_{RT}}{E_R} \sigma_R. \quad (2.6)$$

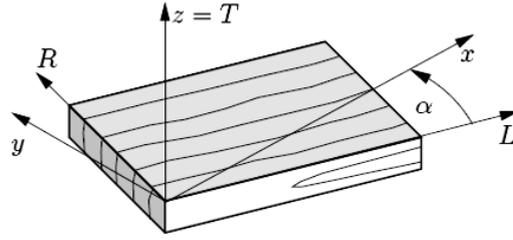


Рисунок 2.3: Образец древесины, взятый из плоскости  $LR$ -ствола

Для общей, в плоскости  $LR$  вокруг угла  $\alpha$  вращающейся декартовой системы координат  $x, y, z \equiv T$  (см. рис. 2.3) получаем аналогичную выраженной в уравнении (2.5) конститутивную зависимость [Лехницкий, 1981]

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ & c_{22} & c_{23} \\ \text{symm.} & & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

с

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{\cos^4 \alpha}{E_L} + \left( \frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\sin^4 \alpha}{E_R}, \\ c_{12} &= \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2\nu_{LR}}{E_L} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \frac{\nu_{LR}}{E_L}, \\ c_{13} &= \left[ 2 \left( \frac{\sin^2 \alpha}{E_R} - \frac{\cos^2 \alpha}{E_L} \right) + \left( \frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \right] \sin \alpha \cos \alpha, \\ c_{22} &= \frac{\sin^4 \alpha}{E_L} + \left( \frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\cos^4 \alpha}{E_R}, \\ c_{23} &= \left[ 2 \left( \frac{\cos^2 \alpha}{E_R} - \frac{\sin^2 \alpha}{E_L} \right) - \left( \frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \right] \sin \alpha \cos \alpha, \\ c_{33} &= 4 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_R} + \frac{2\nu_{LR}}{E_L} - \frac{1}{G_{LR}} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{1}{G_{LR}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Как следует из коэффициентов  $c_{13}$  и  $c_{23}$ , приводимых в преобразованной зависимости (2.7), при направлениях напряжений, отличных от главных направлений материала, возникает зависимость между нормальными напряжениями и деформациями сдвига или между касательными напряжениями и нормальными деформациями. Данные зависимости приводят к тому, что направления главных нормальных напряжений не совпадают с направлениями главных нормальных деформаций.

В конститутивной двухмерной зависимости (2.5), приводимой для главных направлений материала, содержатся с учетом требуемых параметров симметрии упругой матрицы четыре независимых параметра  $E_L, E_R, \nu_{LR}$  и  $G_{LR}$ . Принимая во внимание гипотезу, выдвинутую Лехницким [Лехницкий, 1981], согласно которой коэффициент  $c_{33}$ , отражающий деформации сдвига вследствие тенгенсиальных напряжений, остается инвариантным при вращении системы координат вокруг оси  $z = T$ , получаем из уравнений (2.8) следующую дополнительную зависимость:

$$\frac{1}{G_{LR}} = \frac{E_L + E_R + 2\nu_{LR} E_R}{E_L E_R}. \quad (2.9)$$

В этом случае в плоскостной зависимости между напряжением и продольной деформацией, заданной уравнением (2.5), остаются только три независимых параметра.

Количественная зависимость между отдельными коэффициентами упругости  $c_{ij}$  уравнения (2.7) и ориентация древесной структуры (угол трансформации  $\alpha$ ) были подробно описаны в трудах Лишке [Lischke, 1984].

## 2.2. Прочность древесины

Прочность древесины определяется рядом влияющих факторов. Начиная с 1930 г., исследования в области древесиноведения посвящены экспериментальному определению параметров материала – отдельных констант упругости или отдельных одноосных характеристик прочности – в зависимости от технологических и климатических параметров. Характерными признаками опытов, отраженных в специальной литературе, являются, с одной стороны, ограниченность отдельными видами напряжений (одноосное напряжение растяжения или сжатия с преимущественно совпадающими главными направлениями материала и нагрузки или напряжения при изгибе или кручении образцов в форме бруска) и, с другой стороны, большое количество исследуемых видов древесины [Bodig & Jayne, 1982, Kühne, 1955]. Подробные выводы о результатах соответствующих экспериментальных исследований приводятся в специальной литературе, например, в трудах Колмана [Kollmann, 1982] или Нимца [Niemz, 1993]. Стандартные параметры материала, такие, как модуль упругости или прочность при одноосном сжатии / растяжении параллельно или перпендикулярно направлению волокон, закреплены в национальных стандартах. Настоящая работа не предполагает подробного описания параметров прочности / жесткости древесины при различных видах одноосных напряжений. Далее мы будем подробно останавливаться только на некоторых темах, имеющих отношение к планированию и проведению экспериментальных исследований в рамках данной диссертации.

### 2.2.1. Одноосные испытания материала

К двум важным свойствам древесины, напряженной одноосно, по касательной к направлению волокон, относятся, с одной стороны, появление деформаций сдвига (см. рис. 2.4), описываемых приводимым в уравнении (2.7) коэффициентом  $c_{13}$ , и, с другой стороны, значительное снижение прочности при одноосном напряжении в направлении действия нагрузки. Как видно из рис. 2.5, например, если угол между направлением волокон и направлением действия нагрузки составляет  $15^\circ$ , прочность при одноосном растяжении снижается чуть ли не на половину от значения прочности при растяжении параллельно волокнам,  $f_{t0}$ . Влияние направления волокон на параметры прочности при одноосном напряжении проявляется значительно более явно при напряжении растяжения, нежели при напряжении сжатия. Процессы снижения прочности

при одноосном напряжении растяжения или сжатия при увеличении угла между направлением волокон и направлением действия нагрузки подробно описаны, например, в трудах Гери и Штойпера [Gehri & Steurer, 1979], а также Вудварда [Woodward, 1986]. Все эти условия, хотя и относительно простые, но в высшей степени важные для конструктивных деталей деревянных конструкций, были уже изначально учтены при разработке соответствующих критериев прочности древесины как ортотропного материала (см. подраздел 2.3).

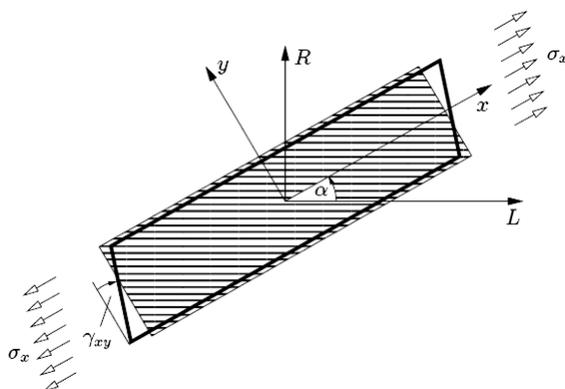


Рисунок 2.4: Деформация сдвига при одноосном напряжении, направленном по касательной к направлению волокон

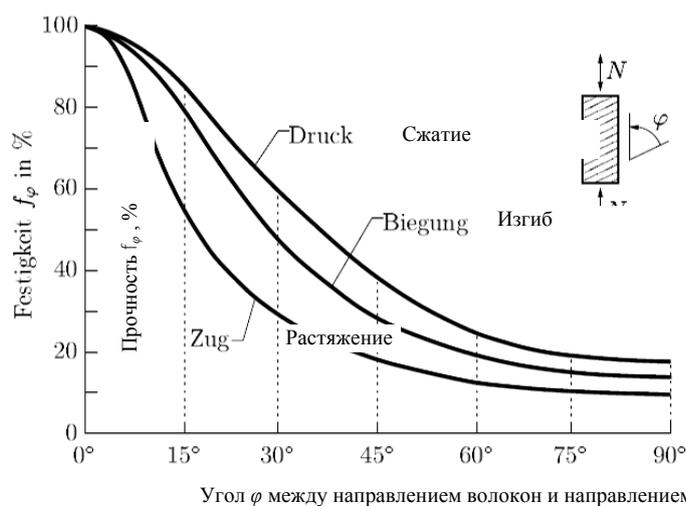


Рисунок 2.5: Прочность при одноосном растяжении / сжатии / изгибе в зависимости от угла между направлением волокон и направлением действия нагрузки [Kollmann, 1982]

### 2.2.2. Двухосные испытания материала

До недавнего времени экспериментальные исследования прочности древесины при многоосном напряжении носили разрозненный характер и проводились только для отдельных вариантов нагрузки. Как правило, подобные испытания ограничивались исследованием маленьких образцов чистой (без пороков) древесины. Исключение составляют опыты, которые проводились Шпенглером [Spengler, 1986], а также Эльбеком и Хеммером [Ehlbeck &

Nemmer, 1986] в середине восьмидесятых годов и в которых были задействованы образцы древесины более крупных размеров.

Шпенглер [Spengler, 1986] проводил анализ плоского напряженного состояния, реализуемого в области приложения усилий к исследуемому на поперечный изгиб образцу. Как видно на рис. 2.6, для проведения исследований использовались тонкие и плоские фрагменты доски из еловой древесины со следующими габаритами  $l \times b \times t = 220 \times 80 - 140 \times 22 - 32$  мм. Образцы нагружались до полного излома скалывающими усилиями  $T$ , приложенными в продольном направлении волокон, а также сжимающими или растягивающими усилиями  $N$ , приложенными к эффективным несущим поверхностям в поперечном направлении. Приложение усилий осуществлялось при помощи рычажной системы. В то время, как приложение скалывающего усилия осуществлялось с постоянной скоростью деформации образца до его полного излома, приложение усилий в поперечном направлении производилось либо в форме постоянной поперечной нагрузки, либо в форме непрерывно возрастающей поперечной нагрузки с и без ограничения заранее определенным уровнем усилий.

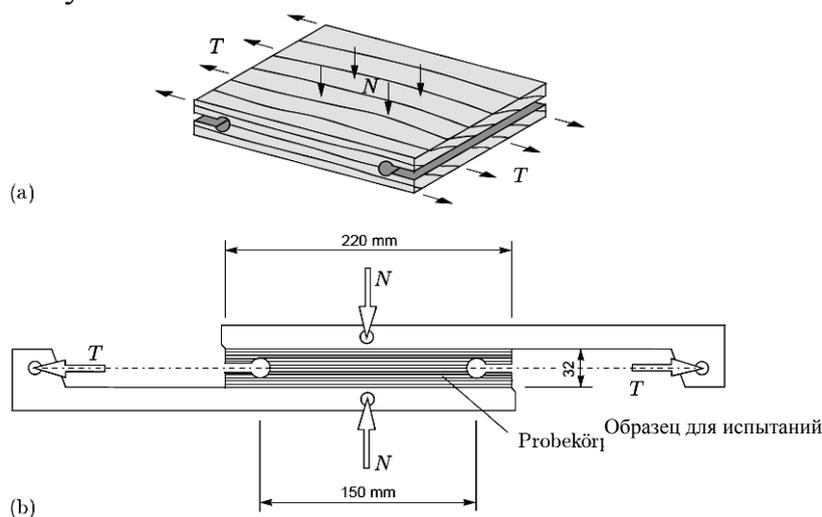


Рисунок 2.6: (а) Образец для испытаний;

(б) Схема приложения нагрузки, примененная Шпенглером во время двухосных испытаний материала [Spengler, 1986]

В своей работе [Spengler, 1986] Шпенглер приводит простые, линейные регрессионные связи, которые помогают произвести оценку зависимости прочности и деформации от уровня поперечного напряжения, а также таких характеристик материала, как объемная плотность, влажность древесины, средняя ширина годичных колец и т.д., при этом за основу берется критическая нагрузка (сдвиг с поперечным растяжением). В качестве наиболее значимых параметров были взяты интенсивность поперечной нагрузки, а также объемная плотность и ширина годичных колец. Существенное влияние на механические свойства древесины оказывала и ее влажность, при этом, чем ниже был показатель влажность, тем выше были показатели прочности древесины. Сравнение установленных показателей прочности с предложенной Норрисом [Norris,

1962] теорией прочности показывает высокий уровень совпадения результатов для случая с таким видом нагрузки, как сдвиг с поперечным растяжением. Однако, в отношении дополнительного поперечного сжатия показатели прочности, полученные в ходе испытаний, были, наоборот, значительно более высокими.

Эльбек и Хеммер [Ehlbeck & Hemmer, 1986, Hemmer, 1984] проводили эксперименты с многоосным напряжением на образцах древесины цилиндрической формы, ось которых проходила параллельно направлению волокон (рис. 2.7). Образцы были взяты как концентрически, так и эксцентрически к оси ствола. Образцы цилиндрической формы нагружались различными комбинациями внутренней и внешней сжимающей нагрузки,  $p_i$  и  $p_a$ , а также продольными усилиями  $N$  и крутящими моментами  $M_T$ . При соразмерно малой толщине стенок (толщина стенок  $t = 5$  мм, внутренний диаметр  $d_i = 70$  мм) подобная нагрузка приводит к приблизительно одинаковому напряженному состоянию, по меньшей мере, образцов, взятых концентрически к оси ствола. Программа исследований включала в себя эксперименты с каждым отдельным видом нагрузки, испытания с двумя или тремя видами напряжений, при этом свободно подбираемые номинальные нагрузки прилагались в одном или двух направлениях, после чего добавлялся следующий вид нагрузки до полного излома образца. Цикл испытаний завершали эксперименты на прочность с пропорциональными сочетаниями нагрузок.

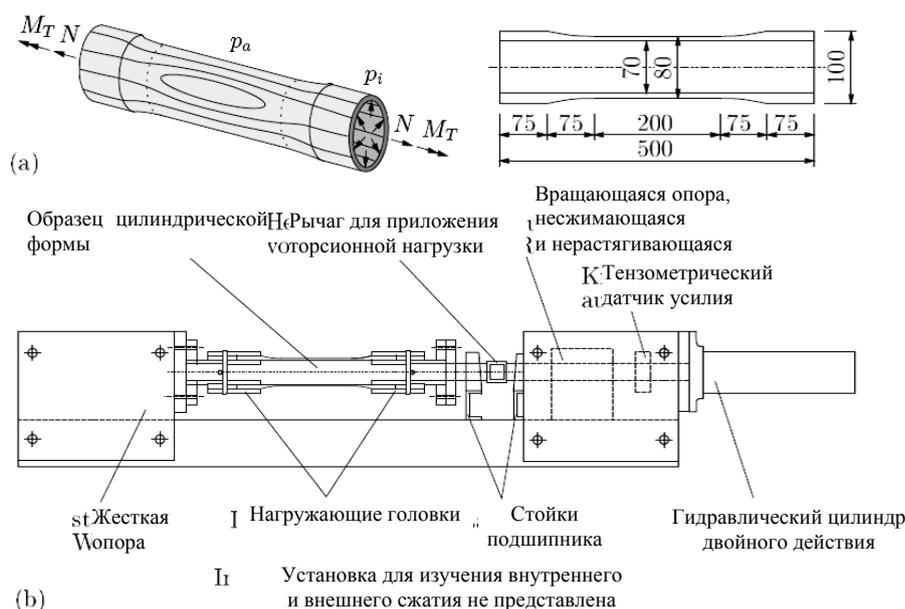


Рисунок 2.7: (а) Образец для испытаний цилиндрической формы; (б) Схема приложения нагрузок Хеммера для двухосных испытаний материала [Hemmer, 1986].

В ходе описанных испытаний замеры выборочных компонент деформации исследуемых образцов проводились только для отдельных видов нагрузки. В случае сочетания нагрузок анализ деформаций не проводился. Поэтому определение

параметров нагрузки или деформаций в таких случаях не представляется возможным.

При помощи полученных значений были определены показатели прочности на излом четырех видов древесины (ель, пихта белая, сосна и лжетсуга) в соответствии с критерием прочности, разработанным Цаем и Ву [Tsai & Wu, 1971]. Обстоятельное обсуждение полученных результатов исследования показывает, что у всех исследуемых видов древесины максимальные продольные напряжения появляются при одновременном воздействии поперечной нагрузки. При этом, максимальные поперечные напряжения у ели и пихты появляются в комбинации с продольным растяжением, а у двух других видов древесины в комбинации с продольным сжатием. Расположение годичных колец не оказывало какого-либо влияния на форму излома. Особое внимание в названных работах [Ehlbeck & Nemmer, 1986, Nemmer, 1984] уделяется количественному выражению факторов снижения прочности в продольном направлении  $f_{t,0}$  и  $f_{c,0}$  при появлении так называемого наклона волокон, например, при распиловке испытуемого образца по касательной или в случае приложения нагрузки под углом к направлению волокон. Полученные функциональные зависимости хоть и различаются для каждого вида древесины, в качественном отношении соответствуют графику, представленному на рис. 2.5.

Основываясь на фактах, полученных в результате данного экспериментального исследования и свидетельствующих о том, что, с одной стороны, максимальные напряжения всегда отмечались при одновременном воздействии нескольких составляющих, а, с другой стороны, параметры прочности ели и пихты отличаются от аналогичных параметров сосны и лжетсуги, авторы дают практические рекомендации по проведению строительных работ и предлагают в целях использования конструктивных резервов несущей способности конструкций целенаправленно применять различные виды древесины и создавать нагрузки, оптимально скомбинированные друг с другом.

### 2.2.3. Влияние технологических факторов

Как следует из справочной литературы, такие механические свойства древесины, как жесткость и прочность, в значительной мере определяются такими технологическими параметрами, как объемная плотность, влажность, сучковатость и пороки древесины [Bodig & Jayne, 1982, Kollmann, 1982].

Тщательное исследование данной проблематики было проведено Глосом [Glos, 1978] в отношении клееной древесины при одноосном напряжении сжатия параллельно направлению волокон. Посредством регрессионного анализа Глос дал количественную оценку влияния различных характеристик материала и параметров воздействия (объемной плотности, ширины и очертаний годичных колец, сучковатости, наклона волокон, доли крени, влажности древесины, относительной влажности воздуха) на такие механические свойства, как прочность при сжатии  $f_{c,0}$ , модуль упругости  $E_L$  и предельное удлинение.



тельстве деревянных сооружений встречается довольно часто. Подобные исследования были проведены для различных видов древесины. Аналогичные исследования напряжения одноосного растяжения в направлении волокон встречаются реже, а исследования, посвященные нагрузками в поперечном направлении, вообще практически не проводились. Недостаток сведений и знаний в данной области приводит к возникновению противоречивых суждений. И если Глос в своей работе [Glos, 1978] только намекает на незначительное (по сравнению с прочностью при сжатии) влияние влажности древесины и на параметры прочности при одноосном растяжении  $f_{t,0}$ , результаты исследований, показанные на рис. 2.9, свидетельствуют о том, что данный фактор нельзя недооценивать. Колман [Kollmann, 1982] цитирует различные справочные материалы и утверждает, что при стандартных параметрах влажности древесины 6–25 % с каждым увеличением влажности на 1 % следует рассчитывать на уменьшение прочности при растяжении на 2–3 %, а прочности при сжатии – на 4–6 %.

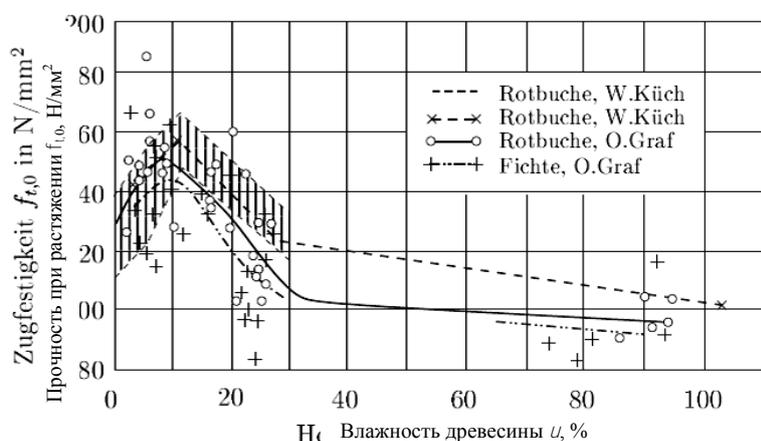


Рисунок 2.9: Зависимость параметров прочности при одноосном растяжении  $f_{t,0}$  от влажности древесины  $u$  [Kollmann, 1982]

Нойхаус [Neuhaus, 1983] и Краббе [Krabbe, 1983] занимались исследованием упругих деформаций еловой древесины в зависимости от влажности древесины  $u$ . Эксперименты для различных значений влажности проводились ими на лишённых сучьев образцах древесины цилиндрической формы с довольно низкими значениями напряжения при сжатии или кручении и позволили определить девять коэффициентов упругости  $c_{ij}(u)$ , необходимых для описания линейного поведения ортотропных материалов (см. уравнение (2.2)). Благодаря этим исследованиям было установлено, что влияние влажности древесины на параметры растяжения в главных направлениях значительно отличается от влияния данного фактора на параметры поперечного удлинения.

Качественная оценка ожидаемых (несмотря на избирательность материала для испытаний) отклонений значений объемной плотности подробно представлена в справочной литературе. Так, например, Гёре [Göhre, 1958], Коммерт [Kommert, 1972], Кюфнер [Kufner, 1985], а также Гёттше-Кюн и Фрювальд [Göttsche-Kühn & Frühwald, 1986] в своих работах сходятся во мнении, что

значительные различия в значениях объемной плотности встречаются даже внутри одного ствола. На рис. 2.10 наглядно представлена данная ситуация на примере одного поперечного и одного продольного сечения ствола сосны. Однако статистически точные функциональные зависимости между местонахождением образца внутри ствола и объемной плотностью отсутствуют. Из вышеупомянутых работ также следует, что значения средней объемной плотности стволов, расположенных в разных местах, отличаются друг от друга в меньшей степени, чем значения данного параметра внутри одного ствола. Поэтому происхождению древесины следует придавать лишь второстепенное значение.

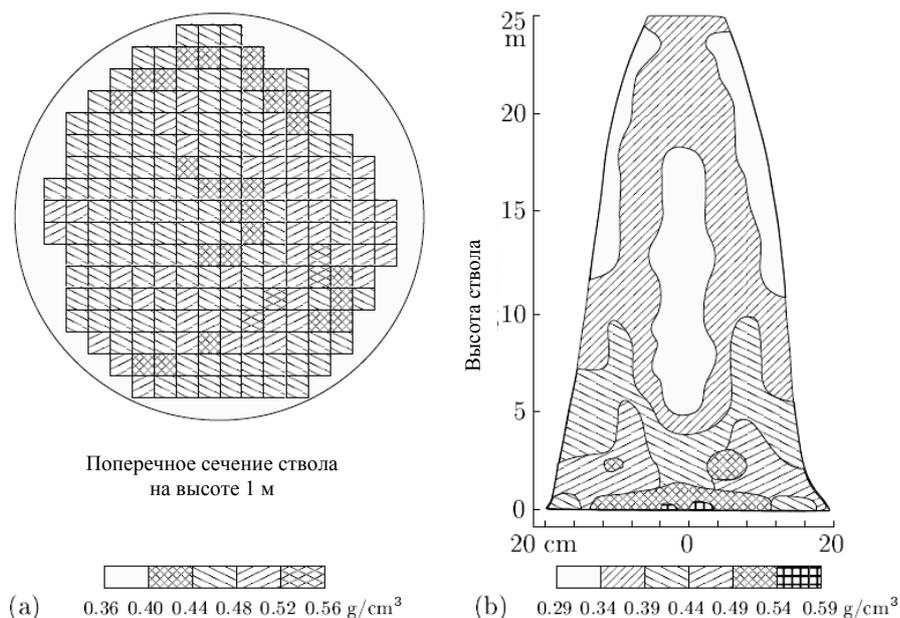


Рисунок 2.10: Распределение объемной плотности в поперечном (а) и продольном (б) сечениях ствола дерева [Göhre, 1958]

## 2.3. Теории прочности

Целью исследования, проводимого в рамках настоящей работы, является получение экспериментальных данных, необходимых для обоснования и разработки теорий разрушения или теорий прочности двухосно напряженной еловой древесины. В следующих подразделах дается обзор наиболее важных, отраженных в литературе критериев прочности ортотропных материалов с учетом разработок, представленных в работах Эдлюнга [Edlung, 1982], Эльбека и Хеммера [Ehlbeck & Hemmer, 1986, Hemmer, 1984], Зендецкого [Sendeckyj, 1972], а также Пулэя [Pulay, 1994]. Все ситуации с приложением одно- или двухосного напряжений рассматриваются исходя из продольного направления волокон  $L$  или плоскости  $LR$ -ствола.

### 2.3.1. Эмпирические интерактивные формулы

Еще в 1921 г. Ханкинсон [Hankinson, 1921] предложил эмпирически установленную формулу расчета прочности при сжатии  $f_{c,\varphi}$  для одноосно, под углом  $\varphi$  к направлению волокон напряженной древесины

$$f_{c,\varphi} = \frac{f_{c,0} f_{c,90}}{f_{c,0} \sin^n \varphi + f_{c,90} \cos^n \varphi}, \quad (2.11)$$

где  $f_{c,0}$  или  $f_{c,90}$  соответствуют прочности при сжатии в продольном направлении или направлении, перпендикулярном направлению волокон. С применением значения  $n = 2.0$ , предложенного Ханкинсоном, стало возможным использовать уравнение (2.11) не только для расчетов напряжения при сжатии, но и для описания прочности при одноосном растяжении в привязке к углу к направлению волокон. Аналогичные эмпирические формулы были также предложены Хагеном [Hagen, 1842], а позднее Колманом [Kollmann, 1934]. И если Хаген предлагал использовать  $n = 3.0$ , то Колман дифференцировал значения для напряжения при сжатии ( $n = 2.5-3.0$ ) и напряжения при растяжении ( $n = 1.5-2.0$ ). Верность формулы Ханкинсона с  $n = 2.0$  была проверена и подтверждена теорией упругости Кэлверта [Keylwerth, 1951], а также в ходе экспериментальных исследований, проводившихся Гудманом и Бодигом [Goodman & Bodig, 1971], Гери и Штойером [Gehri & Steurer, 1979].

Вудвард и Майнор [Woodward & Minor, 1988, Woodward, 1986] в своих работах утверждают, что зависимость параметров прочности при одноосном растяжении от известных интерактивных формул в случае, если угол  $\varphi$  между направлением волокон и направлением действия нагрузки достаточно мал, в большинстве случаев переоценивается.

Опираясь на опыты, проведенные с древесиной лжетсуги, указанные авторы приводят следующее гиперболическое выражение для определения прочности при растяжении  $f_{t,\varphi}$

$$f_{t,\varphi} = \frac{2 f_{t,0} f_{t,90}}{e^m (f_{t,0} + f_{t,90}) + e^{-m} (f_{t,0} - f_{t,90})}, \quad (2.12)$$

где  $m = 0.01\varphi$ .

Другие интерактивные формулы, такие, например, как условие максимального напряжения Штюсси [Stüssi, 1946] или условие для определения плоских напряженных состояний Норриса и МакКиннона [Norris & McKinnon, 1956], подробно описаны в работе Зендецкого [Sendecky, 1972].

### 2.3.2. Теории прочности для ортотропных материалов

Как правило, математическое описание прочности ортотропных материалов осуществляется в форме определенного в пространстве напряжений излома или разрушения. Теория Хилла [Hill, 1948] предлагает распространить гипотезу, предложенную фон Мизесом [von Mises, 1928] для изотропных материалов, на ортотропные материалы. Данная теория пластического течения или теория

прочности хоть и учитывает различные напряжения пластического течения или разрушающие напряжения по трем главным направлениям материала, но предполагает одинаковые в математическом выражении значения прочности при напряжениях растяжения и сжатия. Взяв за основу формулировку Хилла, Цай выводит удобную формулу (так называемую формулу Цая-Хилла) для ортотропных стеклопластиков [Tsai, 1965]. Для главных осей материала 1,2 она выглядит следующим образом:

$$\frac{\sigma_{11}^2}{f_1^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{f_2^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{f_1^2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{12}^2} = 1. \quad (2.13)$$

Также, как и условие, выведенное Норрисом [Norris, 1962] для древесины, уравнение (2.13) основывается на гипотезе постоянного формоизменения, предложенной в теории фон Мизеса. Поэтому оба автоматически перенимают ошибку, заключающуюся в утверждении, что гидростатическое напряжение ведет не к излому.

Проблема учета различных напряжений растяжения и сжатия была решена Хоффманом [Hoffman, 1967] путем введения линейных членов в критерий прочности.

Условие прочности, сформулированное для отдельного случая плоского напряженного состояния,

$$\frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22}}{f_{c,1}f_{t,1}} + \frac{\sigma_{22}^2}{f_{c,2}f_{t,2}} + \frac{f_{c,1} - f_{t,1}}{f_{c,1}f_{t,1}}\sigma_{11} + \frac{f_{c,2} - f_{t,2}}{f_{c,2}f_{t,2}}\sigma_{22} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{12}^2} = 1. \quad (2.14)$$

включает в себя пять параметров (по два параметра прочности растяжения и сжатия и один параметр прочности при сдвиге). Условие (2.14) описывает в пространстве напряжений  $\sigma_{11}-\sigma_{22}-\tau_{12}$  эллипсоид, симметричный плоскости  $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ . Сходные критерии прочности, учитывающие все компоненты главных напряжений в линейной и квадратичной форме, были предложены Марином [Marin, 1957] и в несколько видоизмененной форме Франклином [Franklin, 1968].

Одним из критериев, наиболее часто применяемых в отношении ортотропных материалов, является критерий прочности, сформулированный Цаем и Ву [Tsai & Wu, 1971]. В тензорной записи математическое описание излома выглядит следующим образом:

$$\alpha_{ij}\sigma_{ij} + \alpha_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + \alpha_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn} + \dots = 1, \quad i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, \quad (2.15)$$

где  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ijkl}$  и  $\alpha_{ijklmn}$  – тензоры 2, 4 и 6 ранга, содержащие информацию о поведении ортотропного материала.

Преимущество данной строго тензорной формулировки состоит в том, что она инвариантна в отношении поворота системы координат, позволяет использовать законы тензорной трансформации и показывает одинаковые параметры

симметрии в виде матрицы жесткости описываемого материала. Если ограничиваться уравнением второго порядка, то критерий прочности (2.15) для плоских напряженных состояний и главных направлений материала 1 и 2 [Edlung, 1982, Helnwein, 2001] выглядит следующим образом:

$$a_{11} \sigma_{11} + a_{22} \sigma_{22} + a_{1111} \sigma_{11}^2 + a_{2222} \sigma_{22}^2 + 2 a_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 4 a_{1212} \sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.16)$$

с

$$a_{11} = \frac{1}{f_{t,1}} - \frac{1}{f_{c,1}}, \quad a_{22} = \frac{1}{f_{t,2}} - \frac{1}{f_{c,2}}, \quad (2.17)$$

а также

$$a_{1111} = \frac{1}{f_{t,1} f_{c,1}}, \quad a_{2222} = \frac{1}{f_{t,2} f_{c,2}} \quad (2.18)$$

и

$$a_{1212} = \frac{1}{f_{12}^2}. \quad (2.19)$$

Как видно из уравнений (2.16)–(2.19), выражение необходимых тензорных компонент, за исключением  $a_{1122}$ , происходит через параметры прочности при одноосном сжатии и одноосном растяжении ( $f_{t,1}$ ,  $f_{t,2}$ ,  $f_{c,1}$ ,  $f_{c,2}$ ), а также через параметр прочности при сдвиге  $f_{12}$ . По мнению Ву [Wu, 1972] определение коэффициента  $a_{1122}$  должно производиться путем проведения двухосных экспериментов с определенным, оптимальным соотношением компонент напряжений  $\sigma_{11}/\sigma_{22}$ .

Излом, описанный в уравнении (2.16), при соблюдении условия

$$a_{1111} a_{2222} - a_{1122}^2 \geq 0 \quad (2.20)$$

представляет в пространстве напряжений  $\sigma_{11}$ – $\sigma_{22}$ – $\tau_{12}$  эллипсоид, в противном случае поверхность излома уже не будет закрытой. Сечение данного эллипсоида плоскостью  $\sigma_{11}$ – $\sigma_{22}$  представляет собой эллипс. Как показано на рис. 2.11, точки пересечения кривой излома с осями  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  соответствуют значениям прочности при одноосном напряжении в направлении данных осей. Наклон и длина главных осей эллипса определяются по тензорной компоненте  $a_{1122}$ .

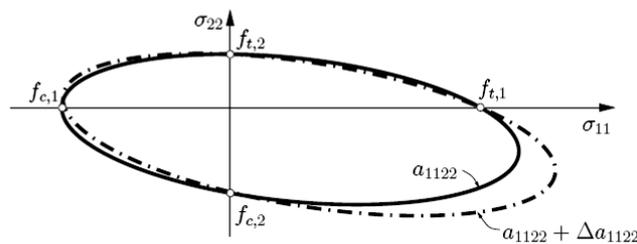


Рисунок 2.11: Плоская кривая излома для критерия, сформулированного Цаем и Ву [Tsai & Wu, 1971].

В целом, и излом, описанный уравнением Хилла (2.13), и излом, выраженный уравнением Цая и Ву (2.15), может быть записан в виде скалярного тензорного полинома:

$$f(\sigma_{ij}, a_{ij}, a_{ijkl}, a_{ijklmn}, \dots) = a_{ij} \sigma_{ij} + a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} + a_{ijklmn} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \sigma_{mn} + \dots - 1 = 0. \quad (2.21)$$

Как подтверждают сведения, приведенные в справочной литературе, тензорные полиномы высшего порядка дают более точное описание комплексного поведения при изломе материалов с высокой степенью анизотропии. Однако у них имеется недостаток: с увеличением ранга тензоров  $a_{ij}$  в уравнении (2.21) число параметров, которые необходимо установить во время экспериментов, значительно возрастает.

Именно по этой причине в предложенном ван дер Путтом [van der Put, 1982] и подробно прокомментированном Лейтеном [Leijten, 1987] расширении критерия, сформулированного Цаем и Ву, введена только одна компонента тензора 6-го ранга для описания зависимостей между продольным и тангенциальным напряжениями.

Комплексный критерий прочности анизотропных материалов при общем напряжении, основанный на экспериментальных исследованиях, проведенных на клееной фанере, сосновой древесине и стеклопластиках, был сформулирован в 1965 г. Ашкенази [Ashkenazi, 1965]. Он содержит члены полинома 2 и 4-го порядков, поэтому для него требуются, даже с учетом дополнительных реалистических оценок, 24 параметра (см. работы Беттена [Betten, 1993]). Шалаи [Szalai, 1992, Szalai, 1994] провел тщательное сравнение критерия прочности Ашкенази с другими выражениями и результатами экспериментов и охарактеризовал его как теорию прочности, оптимально подходящую для древесины.

### **Экспериментальная установка для изучения параметров прочности еловой древесины при двухосном напряжении**

Отличительной чертой биаксиальных испытаний является то, что действующее в одной точке континуума плоское напряженное состояние и связанное с ним состояние пространственных деформаций переносятся на соответствующий испытываемый образец в предельных значениях. Это позволяет гарантировать появление в пределах базы измерения испытываемого образца максимального напряжения и однородного распределения плоского напряженного состояния и состояния пространственных деформаций независимо от интенсивности напряжений и варьируемых экспериментальных параметров (угла между главными осями материала и нагрузки  $\varphi$ , коэффициентом приложенного двухосного напряжения  $\kappa$ ). Подобные условия, необходимые для проведения двухосных испытаний древесины, предъявляют, в свою очередь, высокие требования к степени гомогенности исследуемого материала, форме образцов, системе и схеме приложения нагрузок.

#### **3.1. Система испытаний**

Наиболее подходящей системой приложения нагрузок, используемой при проведении экспериментов на ортотропных материалах, представленных плоскими крестообразными образцами, считается система, предложенная Веккьё и Коллинзом для изучения железобетонных дисков с перекрестной арматурой, направленной параллельно или под наклоном к наружным граням образца [Vecchio, 1979, Vecchio & Collins, 1982]). Данная система, адаптированная под предметные исследования и представленная на рис. 3.1, отличается точечным приложением усилий благодаря двум элементам нагрузки, направленным под углом около  $45^\circ$  к наружному краю образца. При достаточно маленьком расстоянии между точками приложения нагрузки данный способ делает возможным как приложение напряжения растяжения и сжатия перпендикулярно к наружному краю образца, так и приложение скалывающего напряжения в случае тангенциального направления волокон, что обеспечивает равномерные напряженные состояния в пределах базы измерений испытываемого образца древесины.

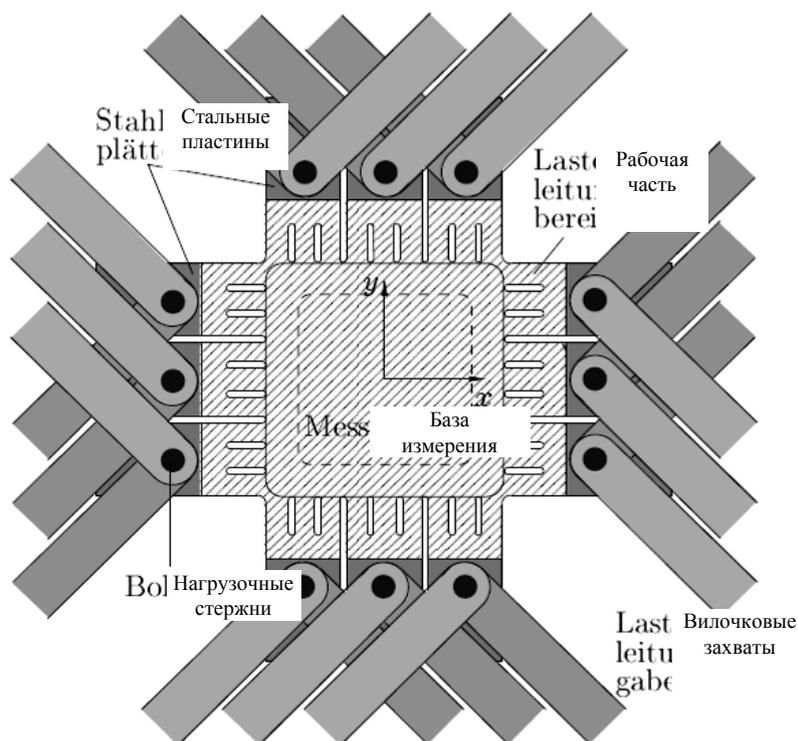


Рисунок 3.1: Система приложения нагрузок к плоскому образцу древесины при биаксиальном напряжении

Требования, вытекающие из вышеописанной системы приложения нагрузок и предъявляемые к испытываемому образцу, а также описание экспериментальной установки будут представлены далее в подразделах 3.2 и 3.3.1.

## 3.2. Образец для испытаний

На рис. 3.2 изображен крестообразный образец древесины, который был использован в предметных биаксиальных испытаниях. Данный образец представляет собой результат многочисленных предварительных экспериментов и численного моделирования методом конечных элементов (МКЭ), направленного на оптимизацию его формы. Отличительными чертами крестообразного образца, подробно описываемого в нижееследующих подразделах, являются три отдельные точки приложения нагрузки по каждому краю, стальные пластины, наклеенные с обеих сторон во избежание преждевременных разрушений в рабочей части в силу концентрированно приложенных усилий, порядок расположения прорезей между базой измерения и рабочей частью, помогающий предотвратить нежелательные усилия, а также база измерения квадратной формы, толщина которой значительно меньше толщины рабочей части.

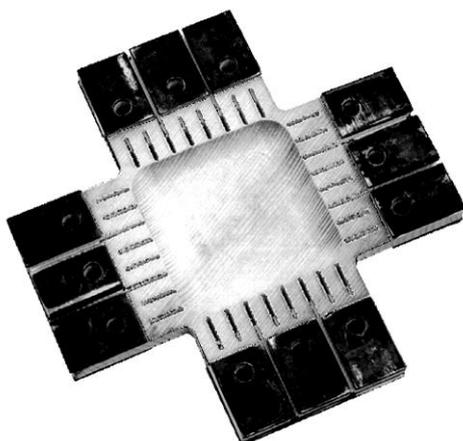


Рисунок 3.2: Плоский образец древесины с тангенциальным направлением волокон

### 3.2.1. Изготовление образца

Ввиду многогранности и высокого уровня сложности примененной системы испытаний, а также на основании данных целого ряда справочных материалов, посвященных влиянию сучковатости, крени, пораженности вредителями и других пороков древесины на ее отдельные механические свойства (см. подраздел 2.2.3), для изготовления образца для биаксиальных испытаний была использована отборная, технологически безупречная еловая древесина. Исходя из требований, предъявляемых к однородности материала, расположение годичных колец в базе измерения (размеры:  $140 \times 140$  мм) образца (см. рис 3.5) должно быть прямолинейным, параллельным и равноудаленным.

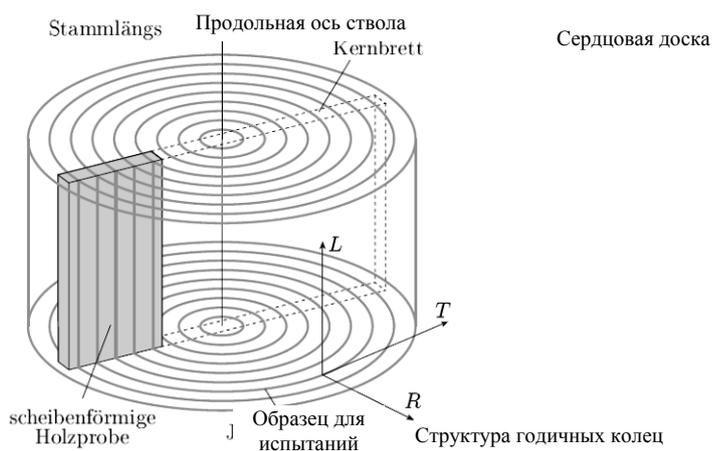


Рисунок 3.3: Подготовка образца на этапе вырубki сердцевой доски из ствола

Чтобы изготовить образец, из плоскости  $LR$ -ствола в соответствии с рис. 3.3 были вырезаны так называемые сердцевые доски. Поскольку фрагменты древесины, имеющие достаточно большой диаметр ствола для изготовления об-

разца из единого куска, в особенности при тангенциальном направлении волокон, в достаточном количестве представлены не были, а соответствующая заявленным требованиям однородность в расположении годичных колец в радиальном направлении при ширине досок 35–40 см встречается крайне редко, образцы были изготовлены способом, изображенным на рис. 3.4. Из ствола дерева были вырезаны сердцевые доски, ширина которых составляла половину ширины, а толщина – двойную толщину (ок. 50 мм) изготавливаемого образца, и распилены пополам в плоскости  $LR$ .

Таким образом, были получены две части с приблизительно одинаковой структурой годичных колец и однородным распределением объемной плотности, которые, затем, были склеены встык друг с другом в соответствии с рис. 3.4. Детальные экспериментальные исследования показали, что в большинстве случаев клеевой шов не оказывал влияния на однородность распределения деформаций в пределах базы измерения. Только при отдельных экспериментальных конфигурациях возникали проблемы при автоматической оценке размеров двухмерных оптических деформаций. Мы подробнее остановимся на данном явлении и его последствиях в подразделе 3.4.4.

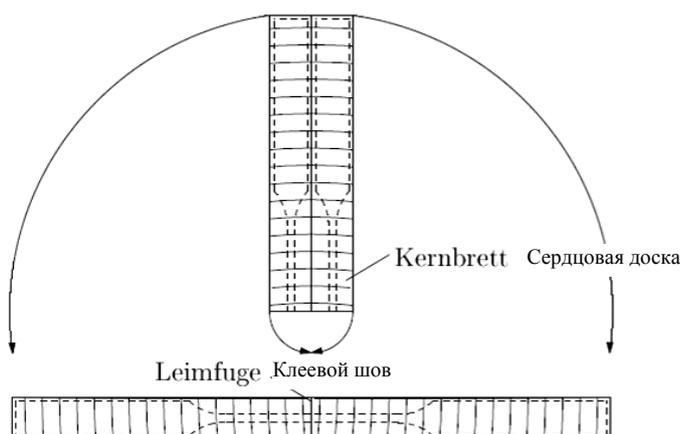


Рисунок 3.4: Изготовление образца из склеенной сердцевой доски

Выбор древесины и изготовление образца производились на базе *научно-исследовательского института деревообрабатывающей и деревоперерабатывающей промышленности Высшей технической школы г. Мёдлинга*. Хранение сырья и образца, вырезанного на станке с ЧПУ, осуществлялось в течение нескольких недель в климатической камере при температуре 20 °С и относительной влажности воздуха 65 % в соответствии со стандартом DIN 52188 [DIN 52188, 1979]. Благодаря этому была обеспечена постоянная влажность древесины  $u = 12$  %.

Как видно из рис. 3.5, для того, чтобы точечное приложение усилий не сопровождалось повреждениями, в рабочих частях образца были наклеены 24 стальные пластины. Поскольку преждевременный выход из строя даже одного проклеенного сегмента аннулирует результаты всего опыта, для обеспе-

чения стабильно высокого качества склейки был разработан пневматический прессовальный механизм [Pulay, 1994]. Давление прессования во время склейки составляло около  $0.3 \text{ Н/мм}^2$ . Для соединения между собой стали и древесины в ходе предварительных испытаний были исследованы различные одно- и двухкомпонентные склеивающие составы холодного отверждения на основе феноловой, резорциновой, эпоксидной смол, цианакрилатов и полиуретана. Наилучшие результаты по показателям адгезии и прочности клеевого соединения показал клеевой состав на основе эпоксидной смолы *Araldit 2011* компании-производителя Ciba-Geigy.

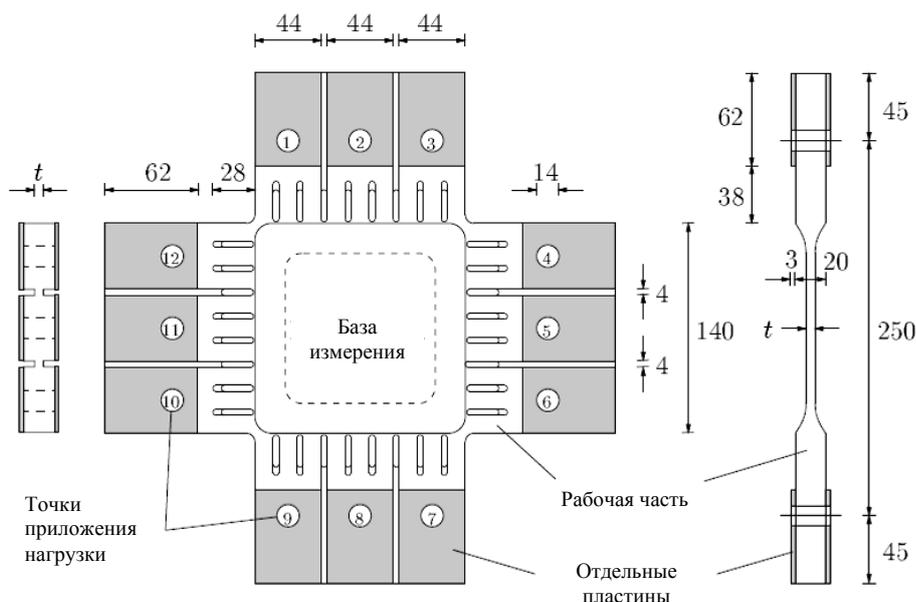


Рисунок 3.5: Крестообразный образец древесины для проведения биаксиальных испытаний на прочность

### 3.2.2. Оптимизация формы образца для двусосных испытаний

Одним из важнейших условий при проведении испытаний материалов, как уже говорилось, является обеспечение однородности распределения напряжений и деформаций в пределах базы измерения образца. Выполнение данной задачи стало одним из наиболее важных критериев, которыми руководствовались исследователи при изготовлении образца, предназначенного для биаксиальных исследований на таком ортотропном материале, как древесина, в особенности, когда необходимо было принимать во внимание ситуации, когда волокна располагались под углом к наружным краям ( $\varphi = 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ). В этом случае ее решение осуществлялось за счет оптимизации как формы образца, так и вида его напряжения посредством проведения экспериментальных и разносторонних численных анализов методом конечных элементов (МКЭ).

Функция и важнейшие особенности конструкции разработанного для двухосных испытаний образца древесины, габариты которого приведены на рис. 3.5, наглядно представлены в нижеследующем сводном перечне [Eberhardsteiner et al., 1991]:

- Нагрузка прикладывается через стержни из закаленной стали в двенадцати точках рабочей части (диаметр отверстия 14 мм) с контролируемым напряжением сдвига. Во избежание разломов, которые могут возникнуть вследствие концентрированно приложенных усилий, сегменты рабочей части усилены при помощи наклеенных стальных пластин и за счет увеличения (по сравнению с базой измерения) толщины рабочей части до 20 мм.

Как показано на рис. 3.5, стальные пластины имеют следующие габариты:  $Ш \times Д \times В = 44 \times 62 \times 3$  мм. Значение размера пластины следует из сравнения его с предыдущим вариантом ( $Ш \times Д \times В = 44 \times 80 \times 5$  мм), который при проведении одноосных испытаний приводил к разломам в рабочей части образца в 60 % случаев (рис. 3.6).

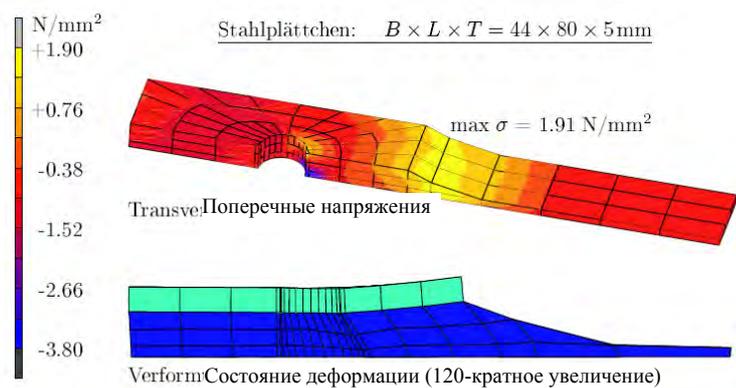


Рисунок 3.6: Разлом в рабочей части образца, использовавшегося при проведении одноосных испытаний

Численный анализ данной проблемы, отображенный на рис. 3.7, показывает, что уменьшение длины и толщины пластины привело к значительному снижению возникающих в переходной части образца поперечных растягивающих напряжений и, как следствие, к существенному уменьшению вероятности разломов в рабочей части. Примечательным также является и то, что укороченная и более тонкая стальная пластина демонстрирует улучшенное деформационное поведение по сравнению с предшествующим вариантом.

- Порядок расположения прорезей в переходной части к базе измерения образца ограничивает, с одной стороны, эффективную ширину образца максимальным значением 140 мм и препятствует, с другой стороны, нежелательному переносу усилий с рабочей части одного направления напряжения на такую же рабочую часть другого направления напряжения. Чтобы предотвратить преждевременные разрушения, достаточно прорезей по всей длине образца только в секторах, непосредственно прилегающих к базе измерения.

Стальная пластина:  $Ш \times Д \times В = 44 \times 80 \times 5$  мм



Стальная пластина:  $Ш \times Д \times В = 44 \times 62 \times 3$  мм

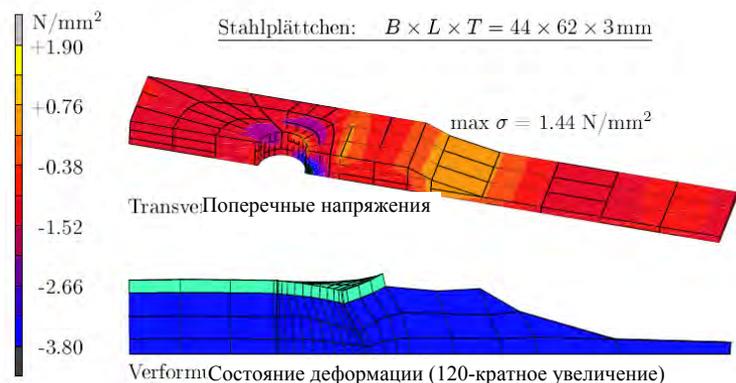


Рисунок 3.7: Оптимизация рабочей части посредством численного анализа образца для одноосных испытаний

- Внутренний, квадратный испытательный участок (база измерения) образца имеет в зависимости от вида напряжения различную толщину  $t$ : 4.5 мм (тип А), 7.5 мм (тип В) или 9.5 мм (тип С). Тип А использовался в первую очередь для двuosных напряжений растяжения и избранных смешанных напряжений растяжения и сжатия, в то время как тип В и в некоторых случаях тип С применялись преимущественно для случаев нагрузки с преобладающим напряжением сжатия.

- Как будет показано в следующем подразделе, угловые зоны базы измерения представляют собой проблемные зоны образца, используемого в двuosных испытаниях. При неблагоприятных показателях сдвига в этих местах появляются (в особенности, если волокна расположены под углом  $\varphi \neq 0$ ) достаточно значительные концентрации напряжений или деформаций.

Для уменьшения более низких, появляющихся даже в обычной ситуации повышенных напряжений, в указанных угловых зонах при изменении предыдущей формы образца была введена усиленная (по сравнению с базой измерения) толщина 20 мм. Возникновение нежелательного, охватывающего базу измерения рамочного эффекта было предотвращено путем особого порядка расположения боковых прорезей.

### 3.2.3. Оптимизация напряжения двухмерного образца

Разработка (непосредственно связанная с оптимизацией формы образца) и оптимизация необходимых правил расчета сдвига для двенадцати точек приложения нагрузки в целях достижения наиболее однородных напряженных состояний в базе измерения образца стали предметом нижеописанного численного исследования при помощи МКЭ. На рис. 3.8 показана дискретизация четвертой части образца для биаксиальных исследований на конечные элементы. Сетка конечных элементов состоит из 4170 изопараметрических объемных элементов и обнаруживает около 53 000 степеней свободы реализации сдвига. В качестве геометрических предельных условий были сформулированы условия симметрии в направлении толщины (направление  $z$ ) в плоскости  $z = 0$  и условия антисимметрии в направлении  $y$  в плоскости  $y = 0$ . Контролируемое напряжение сдвига образца реализуется в режиме, максимально приближенном к реальности, путем моделирования нагрузочных стержней, работающих на сдвиг, и итеративного решения трехмерной задачи контакта между отверстиями образца и нагрузочными стержнями с отсчетом в приращениях.

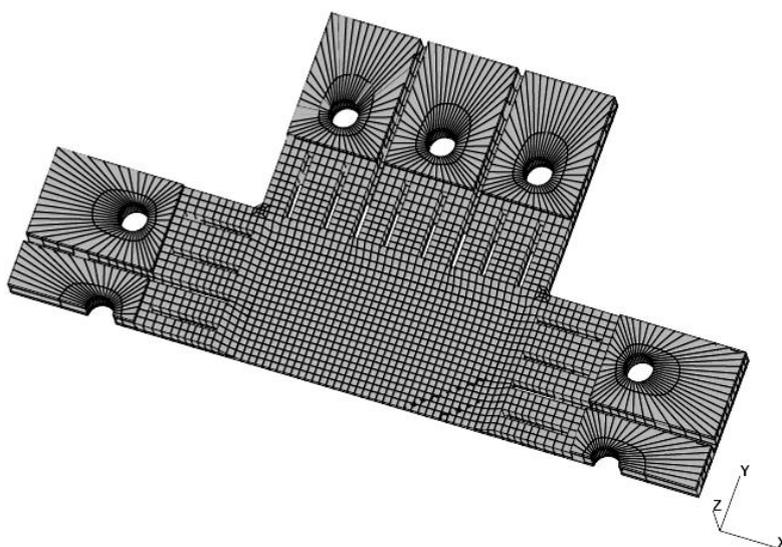


Рисунок 3.8: Трехмерная дискретизация образца древесины на конечные элементы

Расчеты проводились с учетом поведения такого линейно-упругого, ортотропного материала, как древесина. В таблице 3.1 указаны примененные параметры материала. Важные для решения поставленной задачи параметры  $E_L$ ,  $E_R$  и  $\nu_{LR}$  представляют собой средние значения результатов измерений, полученных в ходе одноосных испытаний (см. подраздел 4.2). Параметры  $E_T$ ,  $\nu_{RT}$  и  $\nu_{TL}$  были получены исходя из удельных величин, приведенных в специальной ли-

тературе [Bodig & Jayne, 1982, Kollmann, 1982, ÖNORM B 3012, 1998]. Определение модулей сдвига осуществлялось на основании уравнения (2.9).

Таблица 3.1: Параметры материала

$E_x \equiv E_L = 15\,000$ Н/мм <sup>2</sup>	$\nu_{xy} \equiv \nu_{LR} = 0.4500$	$G_{xy} \equiv G_{LR} =$ 751 Н/мм <sup>2</sup>
$E_y \equiv E_R = 830$ Н/мм <sup>2</sup>	$\nu_{yz} \equiv \nu_{RT} = 0.4500$	$G_{yz} \equiv G_{RT} =$ 233 Н/мм <sup>2</sup>
$E_z \equiv E_T = 500$ Н/мм <sup>2</sup>	$\nu_{zx} \equiv \nu_{TL} = 0.0133$	$G_{zx} \equiv G_{TL} =$ 472 Н/мм <sup>2</sup>

### Правило расчета сдвига

Деформационное поведение еловой древесины, как уже говорилось в главе 2, при нормальном напряжении, приложенном по касательной к направлению волокон, характеризуется появлением как нормальных деформаций, так и деформаций сдвига. Такое поведение, а также чрезвычайно отличающиеся друг от друга параметры жесткости в направлении, параллельном и перпендикулярном направлению волокон, послужили основанием для того, чтобы в данном случае разработка правила расчета сдвига была признана в высшей степени целесообразной.

В соответствии с первым планом, в точках приложения нагрузки на каждой из сторон образца в направлении, перпендикулярном краю образца, должны были действовать только постоянные усилия сдвига. Благодаря этому, база измерения образца, исходно имеющая квадратную форму, равномерно изменила бы свою форму на прямоугольную без появления деформаций сдвига, а необходимые для этого нормальные усилия и усилия сдвига были бы измерены при помощи датчиков, установленных из расчета один датчик на каждые две оси нагрузки одной точки ее приложения. Однако, этот план, как наглядно демонстрируют представленные на рис. 3.9. результаты моделирования конечными элементами, был признан непригодным.

Рисунок 3.9 отражает распределение компоненты сдвига  $U$  и компоненты нормального напряжения  $\sigma_x$  для образца с углом к направлению волокон  $\varphi = 15^\circ$  и растягивающей нагрузкой, приложенной через постоянные сдвиги перпендикулярно боковым краям ( $x = \text{const}$ ). Данный вид напряжения ведет к значительным деформациям сдвига в базе измерения образца, а в дальнейшем – к явным искривлениям относительно жестких сегментов рабочей части. Недопущение ротаций в рабочей части (что легко осуществимо хотя бы в рамках численного анализа) позволяет уменьшить показанные деформации сдвига, но лишь в незначительной степени. Таким образом, состояние деформаций базы измерения образца, соответствующее естественному поведению материала, явно не совместимо с состоянием сдвига точек приложения нагрузки. Это приводит к неоднородному распределению напряжений в базе измерения образца и значительным концентрациям напряжений в углах указанной базы, расположенных друг напро-

тив друга (рис. 3.9b). Для второй пары углов характерны также явно выраженные концентрации деформаций. В такой ситуации разрушение образца в угловых зонах может начаться даже при очень низкой интенсивности нагрузки, а это означает, что для проведения двухосных испытаний древесины предложенный план использован быть не может.

Равномерный сдвиг и связанное с этим однородное распределение деформаций и напряжений в базе измерения образца возможны, как показало тщательное числовое исследование, только при минимальном ограничении деформаций сдвига. Состояния сдвига отличает в этом случае то, что корреспондирующие усилия в точках приложения нагрузки обнаруживают компоненты лишь в перпендикулярном краю направлении. Поэтому исчезновение скалывающих усилий вдоль кромок образца стало критерием для разработки нового нагрузочного плана.

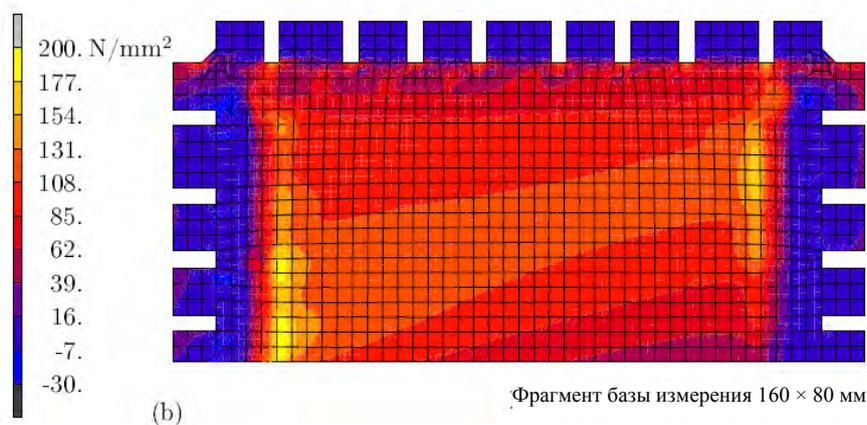
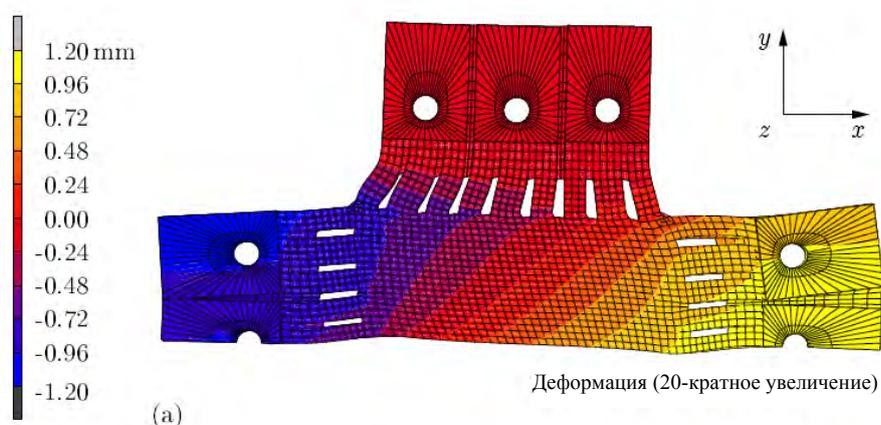


Рисунок 3.9: Моделирование конечными элементами для угла к направлению волокон  $\varphi = 15^\circ$  и коэффициента  $\kappa = \bar{u} : v = +1:0$ : (a) Распределение компоненты сдвига  $U$ ; (b) Распределение компоненты нормального напряжения  $\sigma_x$

Правила расчета двухосного сдвига были разработаны для определенного нормированного коэффициента напряжения  $\kappa = \bar{u} : v = +1:0$  и различных значений углов  $\varphi$  к направлению волокон. Согласно рис 3.10,  $\kappa$  обозначает соотношение компонент сдвига перпендикулярно краю средних боковых точек приложения нагрузки 5 или 11 ( $U_5 \equiv \bar{u}$ ) и средних верхних или нижних точек

приложения нагрузки 2 или 8 ( $v_2 \equiv v$ ). Сдвиги перпендикулярно краю, следствием которых является напряжение растяжения образца, обозначаются знаком плюс, а те, что вызывают напряжение сжатия, – знаком минус.

При помощи моделирования конечными элементами, с соблюдением выше-названного критерия исчезающих скалывающих напряжений в базе измерения образца, в зависимости от угла к направлению волокон  $\varphi$ , компоненты сдвига пунктов приложения нагрузки  $-u_i$  и  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  – были в большей или меньшей степени определены опытным путем. Качественными признаками полученных таким способом правил расчета биаксиального сдвига по каждой кромке образца являются, с одной стороны, линейно изменяемые компоненты сдвига перпендикулярно краю и, с другой стороны, постоянные компоненты сдвига параллельно краю. Как показано на рис. 3.10 и 3.11, сдвиги в пунктах приложения нагрузки, лежащих по краям, расположенным друг напротив друга, носят взаимно антисимметрический характер. В таблице 3.2 приведены значения компонент, относящихся к сдвигу  $u_5 \equiv \bar{u} = +1.0$ , для девяти различных значений угла  $\varphi$ .

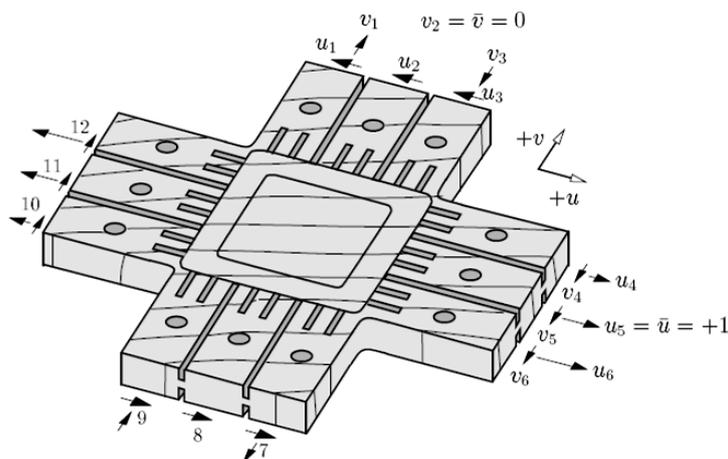


Рисунок 3.10: Параметры сдвига для  $\kappa = \bar{u} : v = +1:0$

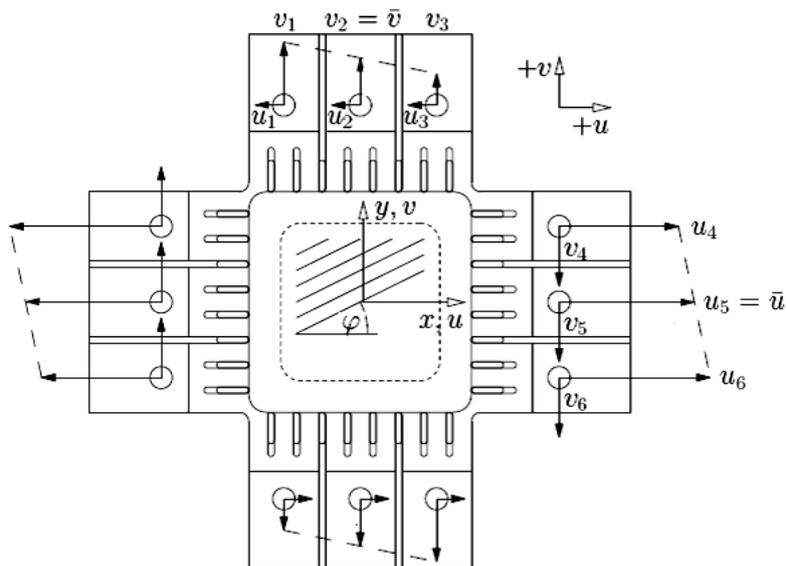


Рисунок 3.11: Антисимметрическое правило расчета сдвига для коэффициента двухосного напряжения  $\kappa = \bar{u} : v$

Таблица 3.2: Параметры сдвига для  $\kappa = \bar{u} : v = +1:0$  в качестве функции угла  $\varphi$

Угол к направлению волокон	$u_1 = u_2 = u_3$	$v_1$	$v_2 = v$	$v_3$
0°	0.00	0.00	0.00	0.00
7.5°	-0.70	0.25	0.00	-0.25
15°	-0.90	0.60	0.00	-0.60
30°	-0.80	0.35	0.00	-0.35
45°	-0.60	0.15	0.00	-0.15
60°	-0.40	0.15	0.00	-0.15
75°	-0.20	0.10	0.00	-0.10
82.5°	-0.20	0.05	0.00	-0.05
90°	0.00	0.00	0.00	0.00
Угол к направлению волокон	$u_4$	$u_5 = \bar{u}$	$u_6$	$v_4 = v_5 = v_6$
0°	1.00	1.00	1.00	0.00
7.5°	0.45	1.00	1.55	-0.45
15°	0.30	1.00	1.70	-0.50
30°	0.45	1.00	1.55	-0.45
45°	0.60	1.00	1.40	-0.30
60°	0.70	1.00	1.30	-0.20
75°	0.85	1.00	1.15	-0.15
82.5°	0.85	1.00	1.15	0.00
90°	1.00	1.00	1.00	0.00

На основании условий симметрии и антисимметрии значения сдвига, приведенные в таблице 3.2 и действующие для  $\kappa = +1 : 0$  и  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ , могут быть обобщены для любых соотношений между биаксиальными напряжениями  $\kappa = \bar{u} : v$ . Применение указанных на рис. 3.11 обозначений позволит следующим образом определить отдельные компоненты сдвига по верхнему краю ( $y = \text{const}$ ,  $y > 0$ ) или по правому краю ( $x = \text{const}$ ,  $x > 0$ ) образца в качестве функции  $\bar{u} = u_5$  и  $v = v_2$ :

$$\begin{aligned}
 u_1 = u_2 = u_3 &= -d(\varphi) \bar{u} - b(\varphi') \bar{v} \\
 v_1 &= c(\varphi) \bar{u} + [1 + a(\varphi')] \bar{v} \\
 v_2 &= \bar{v} \\
 v_3 &= -c(\varphi) \bar{u} + [1 - a(\varphi')] \bar{v} \\
 u_4 &= [1 - a(\varphi)] \bar{u} - c(\varphi') \bar{v} \\
 u_5 &= \bar{u} \\
 u_6 &= [1 + a(\varphi)] \bar{u} + c(\varphi') \bar{v} \\
 v_4 = v_5 = v_6 &= -b(\varphi) \bar{u} - d(\varphi') \bar{v}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\text{с} \quad \varphi' = 90^\circ - \varphi \tag{3.2}$$

в качестве дополнительного угла к углу  $\varphi$ . Правила расчета сдвига по левому или нижнему краю образца исходят (в соответствии с рис. 3.11) из условий антисимметрии.

Параметры сдвига  $a(\varphi)$ ,  $b(\varphi)$ ,  $c(\varphi)$  и  $d(\varphi)$  приведены в таблице 3.3. Зависимость данных коэффициентов от опытного параметра  $\varphi$  отображена на рис. 3.12. Представленные функции отличаются постоянной траекторией.

Таблица 3.3: Параметры правила расчета сдвига

	$\varphi = 0^\circ$	$7.5^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$82.5^\circ$	$90^\circ$
$a(\varphi)$	0.00	0.425	0.50	0.35	0.25	0.20	0.15	0.10	0.00
$b(\varphi)$	0.00	0.45	0.55	0.40	0.30	0.25	0.20	0.15	0.00
$c(\varphi)$	0.00	0.30	0.35	0.25	0.20	0.15	0.075	0.05	0.00
$d(\varphi)$	0.00	0.60	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.15	0.00

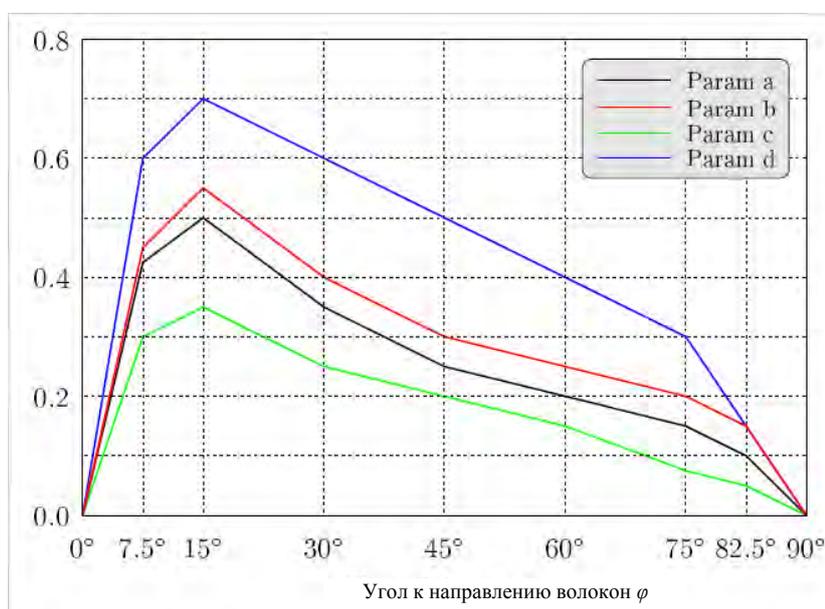


Рисунок 3.12: Угловая зависимость параметров сдвига

### Числовые значения для $\varphi = 0^\circ$

Самая простая конфигурация двухосных испытаний характеризуется напряжением, направленным параллельно или перпендикулярно направлению волокон  $L$ , т.е. совпадением главных направлений материала и напряжения. Это находит свое отражение в контрольных вычислениях параметров образца с горизонтальным направлением волокон (направление волокон  $L = x$ -направление) при напряжении растяжения параллельно волокнам ( $\varphi = 0^\circ$ ) и ограниченном поперечном расширении ( $\kappa = +1 : 0$ ). Применяя правила расчета сдвига для  $\varphi = 0^\circ$  в соответствии с данными табл. 3.2 или с уравнением (3.1) и данными табл. 3.3,

$$u_1 = u_2 = u_3 = 0, v_1 = v_2 = v_3 = 0 \text{ и}$$

$$u_4 = u_5 = u_6 = 1 \text{ мм}, v_4 = v_5 = v_6 = 0$$

получаем, например, изображенное на рис. 3.13 распределение компоненты нормального напряжения  $\sigma_x = \sigma_L$ . Ее отличает практически абсолютная однородность в пределах базы измерения образца.

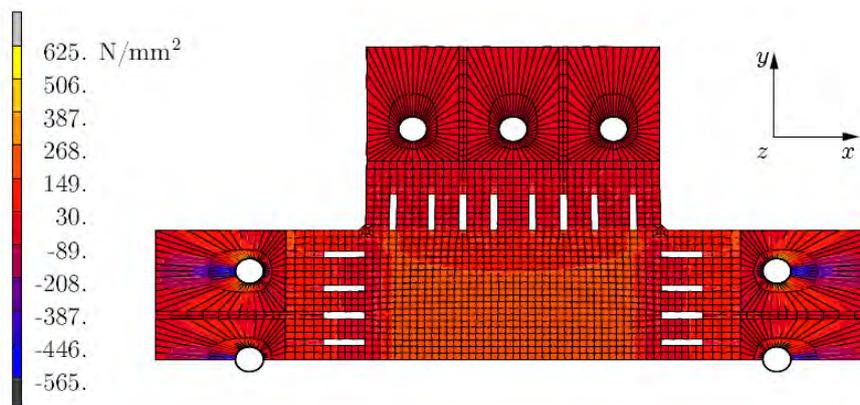


Рисунок 3.13: Распределение компоненты нормального напряжения  $\sigma_x$  для угла к направлению волокон  $\varphi = 0^\circ$  и коэффициента напряжения  $\kappa = +1:0$

### Числовые значения для $\varphi \neq 0^\circ$

На рис. 3.14 представлено распределение компоненты нормального напряжения  $\sigma_x$  по направлению волокон в пределах базы измерения образца (габариты базы измерения:  $140 \times 140$  мм) для  $\kappa = +1:0$  с учетом угла  $15^\circ$  между направлением волокон и осью  $x$ . Компоненты сдвига в пунктах приложения нагрузки

$$u_1 = u_2 = u_3 = -0.90, v_1 = 0.60, v_2 = 0.00, v_3 = -0.60 \text{ мм и}$$

$$u_4 = 0.30, u_5 = 1.00, u_6 = 1.70, v_4 = v_5 = v_6 = -0.50 \text{ мм,}$$

отобраны в соответствии с данными табл. 3.2 или с уравнением (3.1) и данными табл. 3.3. Вышеупомянутый рисунок снова показывает высокий уровень однородности распределения напряжения, который является обязательным условием для проведения испытаний материалов. Расчетная однородность распределения напряжений и деформаций в пределах базы измерения двухмерного образца древесины, полученная при помощи параметров сдвига, приведенных в табл. 3.2, была затем проверена экспериментальным путем с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI) – бесконтактного метода двумерных измерений для анализа деформаций (см. подраздел 3.4). Зафиксированный на рис. 3.15 высокий уровень совпадения расчетных и экспериментальных результатов, а также отвечающее ожиданиям поведение материала при изломе подтверждают пригодность разработанной формы образца и выбранного нагрузочного плана для проведения двухосных испытаний древесины на прочность.

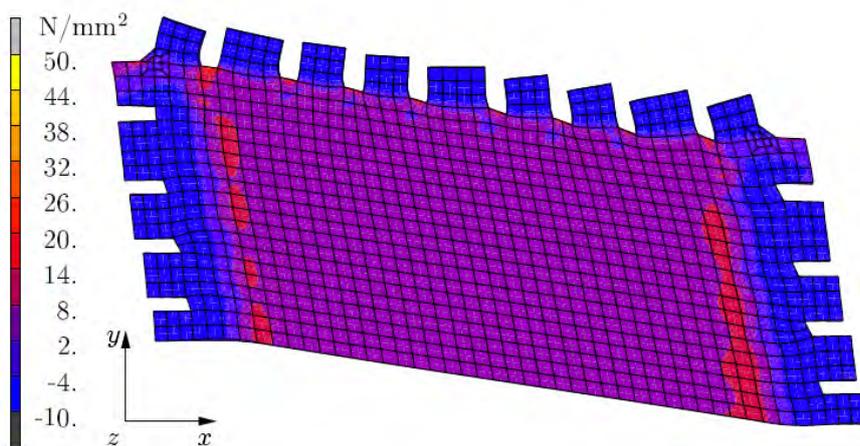


Рисунок 3.14: Распределение компоненты нормального напряжения по направлению волокон  $\sigma_L$  для угла к направлению волокон  $\varphi = 15^\circ$  и коэффициента напряжения  $\kappa = +1:0$

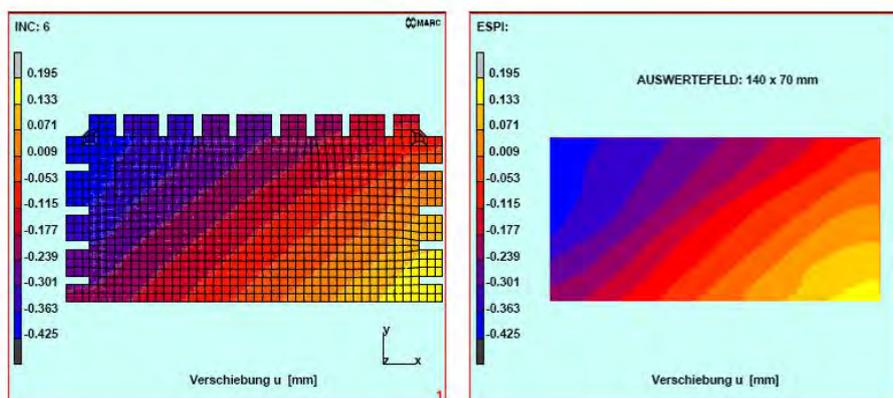


Рисунок 3.15: Сравнение расчетных (МКЭ) и экспериментальных данных (ESPI) по однородности распределения компоненты горизонтального сдвига в пределах базы измерения образца

### 3.3. Система для проведения двухосных испытаний

Нагрузка с контролируемым сдвигом исследуемого тонкого и плоского образца древесины осуществлялась при помощи сервогидравлической испытательной машины, разработанной в сотрудничестве с австрийской фирмой *Hainzl Industriesysteme* и предназначенной для изучения параметров прочности анизотропных материалов. Как уже отмечалось, основная концепция приложения нагрузок (рис. 3.1) опирается на систему нагружения, примененную Веккье [Vecchio, 1979, Vecchio & Collins, 1982]) для двухосных испытаний на прочность ортотропных армированных железобетонных дисков. Ввиду скалывающих усилий или деформаций, возникающих при касательном напряжении материала, при конструировании испытательной машины особое внимание

было уделено возможностям точного и дифференцированного позиционирования отдельных точек приложения нагрузки.

Подробно описанная в работе [Pulay, 1994] испытательная машина состоит из следующих трех subsystem, составляющих единое функциональное целое: сервогидравлическая испытательная установка, электронная измерительно-регулирующая система и автоматизированная система измерения и управления для интерактивного и полностью автоматического цифрового управления ходом эксперимента и фиксации данных измерений.

### 3.3.1. Сервогидравлическая испытательная установка

Схематическое изображение разработанной механической испытательной установки представлено на рис. 3.16. Нагружающее устройство представляет собой двойную стальную раму с жесткой сварной конструкцией. 24 нагружающих модуля с возможностью свободного вращения расположены на блоках, закрепленных анкерными болтами, и передают прилагаемые усилия на четыре консоли, расположенные в углах силовой рамы и связанные с ней при помощи стальных шпилек. Общая масса испытательной установки составляет 3740 кг.

Как показано на рис. 3.17, вилочковые захваты 24 модулей соединены в пары V-образной формы и прикреплены к двенадцати нагрузочным стержням. Каждый из стержней, изготовленных из закаленной стали, передает на образец в одной точке приложения нагрузки то усилие, которое возникает вследствие независимых изменений положения обоих задействованных гидравлических цилиндров. Для предотвращения (в особенности при проведении испытаний на сжатие) нежелательных жестких сдвигов образца перпендикулярно к плоскости нагрузки (в *неортогональном* направлении) используются частично видимые на рис. 3.17 направляющие пластины, каждая из которых имеет четыре регулировочных винта для каждого модуля (также см. рис. 3.19).

Важным конструктивным параметром для реализации однородных напряженных состояний и деформаций в пределах базы измерения образца является дистанция между точками приложения нагрузки по каждому краю. Как показано на рис. 3.18, для минимизации данной дистанции отдельные нагружающие модули были расположены под углом к краю образца. По сравнению с параллельным порядком размещения под углом 45° это позволило при неизменной, малой ширине гидравлических цилиндров уменьшить расстояние между точками приложения нагрузки с 64 мм до 48 мм.

На рис. 3.19 представлена конструкция нагружающего модуля. К шарикоподшипнику, оснащеному шаровым шарниром и обеспечивающему свободное от трения, подвижное соединение нагружающего модуля с блоком, оснащенным анкерными крепежами, примыкает датчик усилия (тип НВМ U2A) с номинальной нагрузкой  $\pm 20$  кН, предназначенный для измерения продольного усилия. Ввиду минимальной ширины детали данное усилие создается при помощи так называемого двухполостного гидравлического цилиндра, имеющего две камеры, расположенные последовательно друг за другом. Ввиду высокой точно-

сти позиционирования ход поршня был ограничен  $\pm 5$  мм, быстро достижимые максимальные значения растягивающего или сжимающего усилий составляют около 15–17 кН. Принимая во внимание парное расположение нагружающих модулей, образец может быть напряжен с максимальным результирующим растягивающим или и сжимающим усилием 24 кН на каждую точку приложения нагрузки.

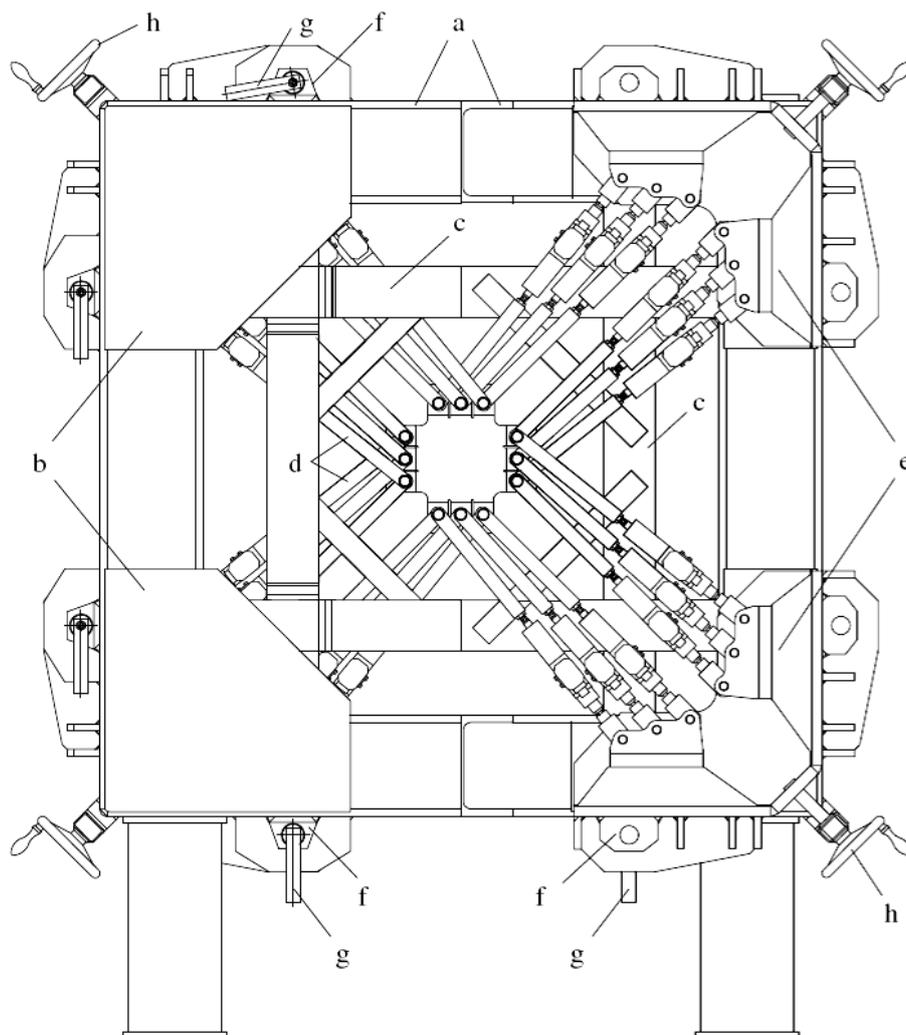


Рисунок 3.16: Механическая испытательная установка:

а – двойная стальная рама; б – крепежные листы; с – крепежная рама; d – нагружающие модули; e – блоки с анкерными болтами; f – держатели болтов; g – крепежные болты; h – приводная рукоятка

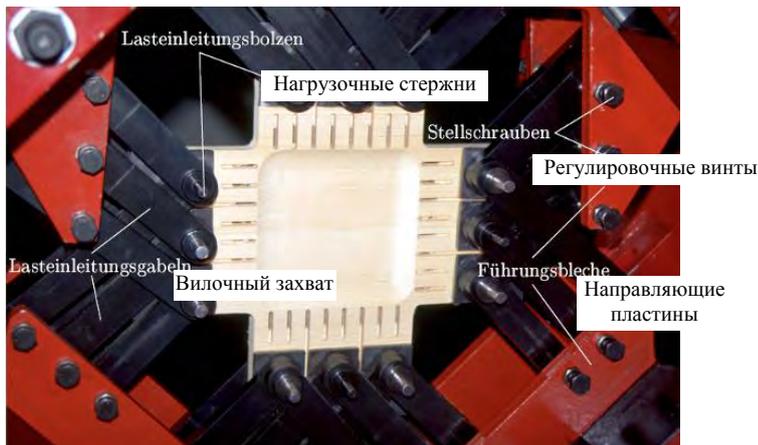


Рисунок 3.17: Образец еловой древесины в установке для двухосных испытаний

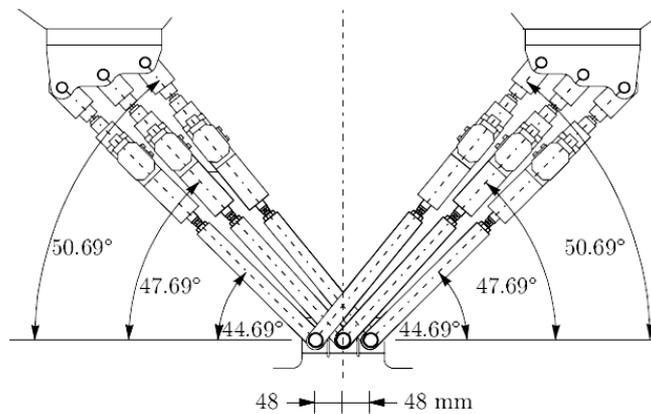


Рисунок 3.18: Геометрическое расположение нагружающих модулей

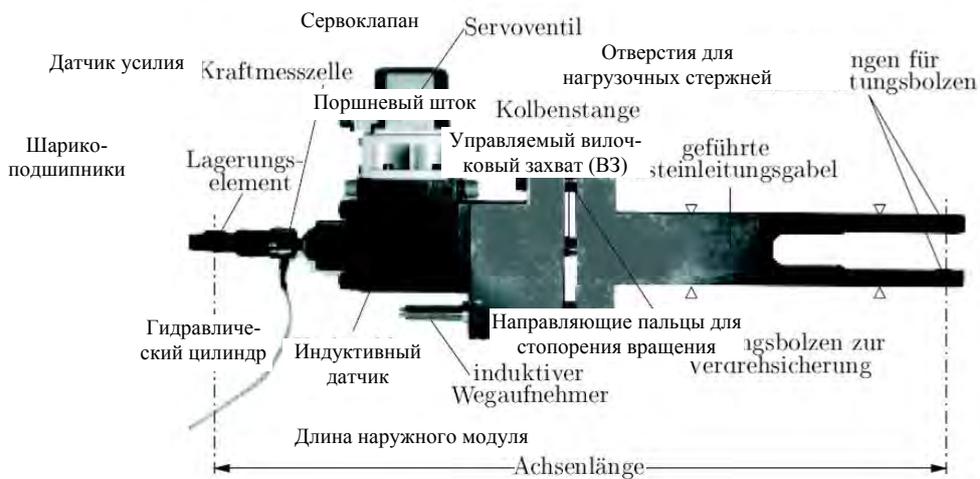


Рисунок 3.19: Конструкция и составные элементы нагружающего модуля

Направленное изменение длины модуля осуществляется посредством позиционирования поршня цилиндра с помощью сервогидравлического привода и встроенного в корпус цилиндра индуктивного датчика (тип НВМ DG5) с номинальным расчетным ходом  $\pm 5$  мм, выступающего в качестве измерительного прибора для определения фактического положения поршня. Изменения положения передаются через поршневой шток цилиндра на вилочковый захват, а затем через нагрузочные стержни – на образец. Фактически достижимая точность позиционирования гидравлического цилиндра составляет около 2–3  $\mu\text{м}$ . В конечном итоге, она зависит от расчетного решения, направленного на достижение заданных положений при управлении гидравлическими клапанами, надежности электронных регулирующих систем и точности измерения фактических положений цилиндров.

Для предотвращения потери продольной устойчивости нагружающего модуля при напряжении сжатия образца установлены: с одной стороны, между корпусом цилиндра и вилочковым захватом – два направляющих пальца с малым допуском зазора и, с другой стороны, на внешней стороне каждого захвата – четыре вышеупомянутых регулировочных винта.

В качестве энергетического устройства используется гидронасосная установка с аксиально-поршневым насосом, обеспечивающая рабочее давление 210 бар. Благодаря редукционным клапанам давление в системе на одном или на всех цилиндрах по выбору может быть ограничено 20 бар. Благодаря этому обеспечивается непрерывный автоматический процесс позиционирования образца в испытательной установке и, за счет временного ограничения максимальных усилий, предотвращается его повреждение в случае неправильной эксплуатации испытательной установки в подготовительный период.

Для уменьшения создаваемых гидравлическим насосом вибраций, в системе циркуляции масла к масляному баку (емкость: 150 л) был дополнительно подключен 20-литровый пневмоаккумулятор, а также проведена оптимизация ПИД-регуляторов, установленных в целях выверки соответствия заданных и фактических показателей. Данные действия позволили исследуемому образцу оставаться практически безвибрационным, несмотря на позиционирование гидравлического цилиндра. Этому обстоятельству в сложившейся ситуации придается особое значение ввиду применения интерферометрического метода измерения деформаций.

### **3.3.2. Автоматизированная система управления, изменения и регулировки**

Автоматизированное управление сервогидравлической установкой для двухосных испытаний осуществляется при помощи программного пакета *BiaxPro*, разработанного Институтом сопротивления материалов. В частности, данная модульная система программного обеспечения, подробно описанная в работах [Pulay, 1994, Gingerl, 1998], контролирует следующий спектр задач:

- наблюдение и контроль эксплуатационного состояния гидронасосной установки и электронных систем управления;
- полностью автоматическое управление (с контролем усилия и позиционирования) ходом планового эксперимента, проводимого в два этапа: позиционирование и предварительное напряжение, а затем постепенное приложение нагрузки к образцу;
- управление компонентами напряжения и сдвига, измеряемыми для двенадцати точек приложения нагрузки во время всего эксперимента;
- коммуникация и координация действий с системой измерения оптических деформаций для обеспечения надлежащего хода эксперимента, для которого характерна смена фаз нагрузки и измерений;
- подготовка программных алгоритмов для проведения регулярных проверок функций всей испытательной установки в рамках проведения пробных экспериментов.

Как уже упоминалось, плановый эксперимент включает в себя две большие фазы (фазу позиционирования и предварительного напряжения и фазу нагрузки), в рамках каждой из которых при помощи разработанного программного обеспечения были решены многие задачи, обеспечивающие успешное проведение исследований.

### **Фаза позиционирования и предварительного напряжения**

Целью позиционного этапа является размещение испытуемого образца в испытательной установке без приложения дополнительных усилий и нажима и обеспечение необходимого исходного состояния для перехода к фазе предварительного напряжения. В целях достижения высокой точности позиционирования допуск между диаметром нагрузочных стержней и диаметром отверстий образца был минимизирован. Однако, данная необходимая (и целесообразная) мера имеет и недостаток, заключающийся в том, что вследствие проблемы подгонки, возникающей при установке стального стержня в отверстия вилочкового захвата и отверстия образца, в исследуемом образце в течение короткого промежутка времени могут появиться довольно большие усилия. Если не принимаются дополнительные меры или не проводятся особые защитные мероприятия, то силы, превышающие 1 кН, не являются редкостью. В особенности в случае растягивающих усилий перпендикулярно направлению волокон, подобные неконтролируемые напряжения в силу крайне низкой коррелирующей прочности материала ( $f_{z90} = 1\text{--}2 \text{ Н/мм}^2$ , см. табл. 2.1) очень легко ведут к его преждевременному повреждению или даже излому исследуемого образца древесины. Для предотвращения подобных проблем, в данной фазе исследования, во-первых, при помощи одного заданного алгоритма позиционирования [Gingerl, 1998] постоянно автоматически минимизируются усилия всех 24 цилиндров, а, во-вторых, рабочее давление системы уменьшено до 20 бар. Последняя мера ведет к ограничению максимально возможных усилий цилиндров

и становится, тем самым, защитным мероприятием на случай сбоя автоматического регулировочного процесса, прогрессивно зависящего от значений усилий.

По окончании позиционного этапа начинается этап предварительного напряжения образца, направленный на то, чтобы устранить люфты, возникающие в связи с подвижным расположением 24 нагружающих модулей, с учетом напряжения, прилагаемого в следующей фазе (двухосное напряжения растяжения или сжатия или смешанное напряжение растяжения / сжатия). Как и в случае автоматической минимизации нагружающих усилий на этапе позиционирования, в случае с алгоритмом предварительного напряжения речь идет о зависящем от усилий позиционном управлении, целью которого является достижение напряженного состояния, представленного на рис. 3.20. Его отличает присутствие одинаково значительных результирующих усилий, действующих перпендикулярно краю образца:

$$|\mathbf{F}_i| = \bar{F} = konst., \quad i = 1, \dots, 12 \quad (3.3)$$

Очевидно, что направление данных сил должно совпадать с силами, возникающими во время фазы нагрузки. Наиболее часто используемое значение усилия предварительного напряжения:  $\bar{F} = 0.30$  кН.

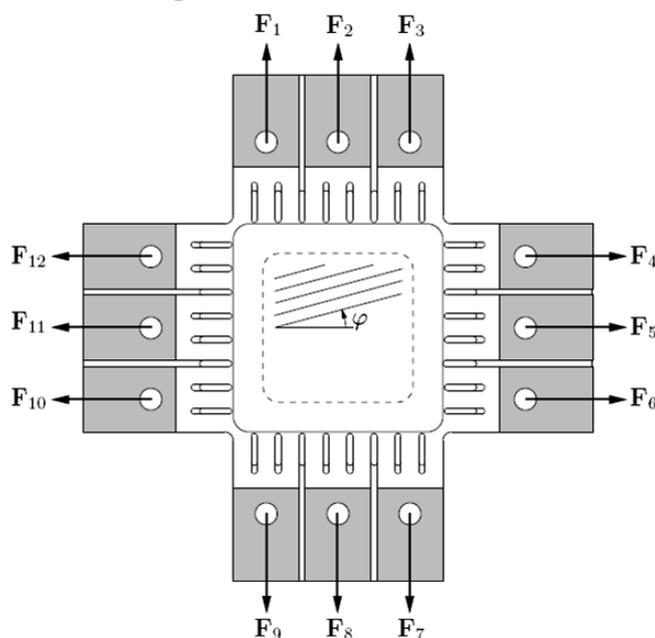


Рисунок 3.20: Нагружающие усилия при предварительно напряженном состоянии образца (расчетное состояние для двухосного напряжения растяжения)

### Фаза нагрузки

Линейное биаксиальное напряжение образца до излома начинается (во избежание появления реологических факторов) непосредственно по достижении предварительно напряженного состояния. На рис. 3.21 наглядно представлено,

как образец постепенно нагружается с приращением сдвига, соответствующим требуемому коэффициенту напряжения  $k$  (см. подраздел 3.2.3). В частности, шаг нагрузки можно разделить на четыре фазы, согласованные друг с другом по времени:

- запуск расчетных позиций 24 гидравлических цилиндров ( $t \approx 350$  мс);
- технологический перерыв для затухания динамических эффектов ( $t = 500$  мс);
- измерение и фиксирование фактического положения и фактических усилий 24 нагружающих модулей, определение усилий и сдвига в двенадцати точках приложения нагрузки. Одновременно с этим проводится цифровая запись результатов исследований, условие для уменьшения графических данных и основа для спекл-интерферограммы для дальнейшей детальной обработки результатов по каждому из направлений измерения;
- изменяемое время ожидания ( $t = 0.5–1.5$  с) для обеспечения равных по времени шагов нагрузки и, как следствие, обеспечения постоянной скорости нагрузки в течение всего эксперимента.

Продолжительного одного такого шага нагрузки составляет около 10 с, временное, асинхронное управление процессом осуществляется посредством программного обеспечения при помощи обслуживающих программ обеих измерительных систем.



Рисунок 3.21: Хронология отдельного шага нагрузки

### Позиционное регулирование:

В экспериментах с управляемым сдвигом позиционному регулированию отводится центральное место. Поэтому в отношении плана, положенного в основу позиционирования отдельных точек приложения нагрузки, следует дать краткие разъяснения [Pulay, 1994]. Исходной позицией является конструктивное положение нагружающих модулей, направленных к краю образца, представленное на рис. 3.18. Изменение положения точки приложения нагрузки  $k$  ( $k = 1, \dots, 12$ ) достигается путем изменения длины обоих модулей, ответственных за данную точку, при помощи встроенных в них гидравлических цилин-

дров. Расчет ходов поршней  $s_k^{Zyl,1}$  и  $s_k^{Zyl,2}$  по вектору сдвига  $U_k$ , заданному в точке приложения нагрузки и состоящему из обеих компонент сдвига параллельно и перпендикулярно краю образца,  $U_k$  и  $v_k$  (см. подраздел 3.2.3), всегда осуществляется на основании фактической длины модулей  $\ell_k^{Zyl,1}$  и  $\ell_k^{Zyl,2}$  (рис. 3.22).

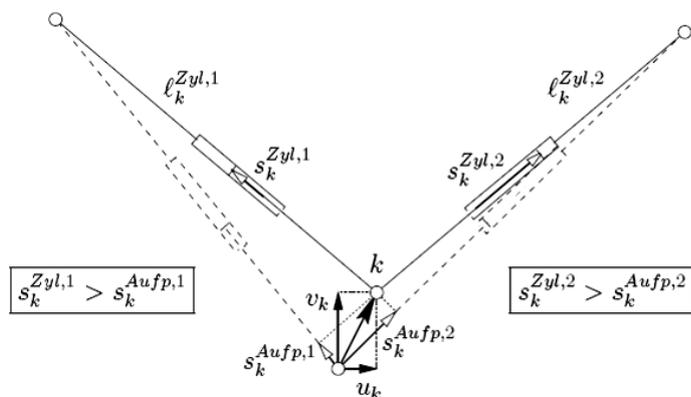


Рисунок 3.22: Связь между перемещениями точки приложения нагрузки и положениями цилиндров

Системы измерения перемещений, необходимые для позиционного регулирования (как описано в подраздел 3.3.1), расположены в зоне гидравлических цилиндров, т.е. приблизительно в центральной части нагружающих модулей. По этой причине, продольные изменения модулей (вследствие действующих в них сил) не оказывает какого-либо влияния на позиционный цикл. Диапазон продольных изменений, зависящих от усилий, был определен для каждого модуля отдельно в рамках цикла испытаний, проводившихся на дубовой древесине. При позиционировании цилиндров данные изменения всегда следует дополнительно принимать во внимание ( $|s_k^{Zyl,i}| > |s_k^{Auf,i}|$ ,  $i = 1, 2$ , согласно. рис. 3.22).

### 3.4. Трехмерный анализ деформаций при помощи электронной спекл-интерферометрии

Как было подробно описано в подразделе 3.2.2 (Оптимизация формы и напряжения двумерного образца), реализация однородного распределения напряжений и деформаций в пределах базы измерения образца является основополагающим условием для проведения испытаний материала. Экспериментальная проверка соблюдения данного требования осуществляется для каждого отдельного эксперимента при помощи специализированного метода измерения деформаций. При этом количественный аспект проведения измерений заключается в определении компонент двухосных деформаций в пределах базы измерения образца, а качественный – в текущем контроле распределения фактических деформаций и соблюдения условий измерений на случай возможных ошибок или помех во время испытаний.

Выбор метода измерений для проведения анализа деформаций осуществлялся на основании следующих предпосылок или требований:

– **бесконтактное измерение:** механическое и химическое взаимодействие между испытательной машиной и измеряемым объектом, в силу достаточно малой жесткости такого материала, как древесина, в направлении, перпендикулярном направлению волокон, должно быть сведено к минимуму. Именно поэтому не могут быть применены ни пропитка или покрытие пористой поверхности древесины лаком или другими материалами, ни ее обклеивание измерительными полосками тензометрического датчика, чувствительными элементами или измерительными сетками;

– **анализ двумерных деформаций:** качественная оценка однородности распределения деформаций требует применения метода измерения с высоким местным разрешением. Необходимо, чтобы единый измерительный процесс мог охватить деформацию всей базы измерения. Точечные методы измерений для этого не подходят;

– **количественная оценка деформаций:** для разработки базовой модели материала необходимо определить *плоскостные* компоненты на поверхности базы измерения образца. В большинстве случаев, это делается путем измерения двумерных деформаций и числового дифференцирования оцифрованных данных измерений;

– **разрешающая способность метода:** чувствительность и точность метода измерения должны соответствовать заданным экспериментальным условиям и возможностям механической испытательной установки. В этой связи оптимальным значением позиционной точности гидравлических цилиндров является 2  $\mu\text{м}$ ;

– **серийные замеры с отсчётом в приращениях:** для определения жесткостных характеристик двухосно напряженной древесины в качестве функции интенсивности нагрузки необходимо, в зависимости от угла к направлению волокон и коэффициента приложенного напряжения, 50–1000 шагов нагрузки на каждое испытание. Соответствующие автоматические серийные измерения должны производиться системой нагрузки в рамках автоматизированного асинхронного управления ходом эксперимента;

– **экономичная обработка данных:** учитывая достаточно большое количество отдельных экспериментов, проведение которых требуется для статистически точного построения огибающих эпюр предельных напряжений, необходимо, чтобы временные и материальные затраты для обработки данных по каждому отдельному эксперименту и связанные с ними расходы были, по возможности, минимизированы. В идеале, обработка данных должна проводиться только за счет программного обеспечения.

Сравнительная оценка ряда возможных методов оптических измерений, проведенная Пулэем [Pulay, 1994], показала, что поставленные задачи могут быть выполнены при определенных условиях только с использованием измерительной системы ESPI (*методом электронной спекл-интерферометрии*). Исключительно высокая чувствительность измерений и связанная с ней чувствитель-

ность к помехам данного интерферометрического метода, а также сложность системы измерений требуют от пользователя базовых знаний о данном методе. Применение системы ESPI в обычном смысле в качестве классического измерительного прибора, который в реальных условиях со специфицируемой точностью выдает надежные результаты, в данном случае не подходит. Подобные принцип может быть применен на этапе подготовки и калибровки системы, в частности, для распознавания и устранения помех или факторов, способных исказить результаты измерений, а также для успешной обработки и правильной интерпретации данных.

В следующих подразделах будет дано подробное описание основ применяемого метода измерений, системы ESPI и ее возможностей. Детальная разработка приведенных тем дается в диссертации Джингерла [Gingerl, 1998].

### 3.4.1. Основы спекл-интерферометрии

В случае спекл-интерферометрии речь идет об оптическом методе, предназначенном для бесконтактного измерения плоскостных сдвигов. Данный метод измерения деформаций характеризуется крайне высокой точностью (до 10 нм). Широкое распространение он получил благодаря возможности применения соответствующих ресурсов, ответственных за электронную обработку данных.

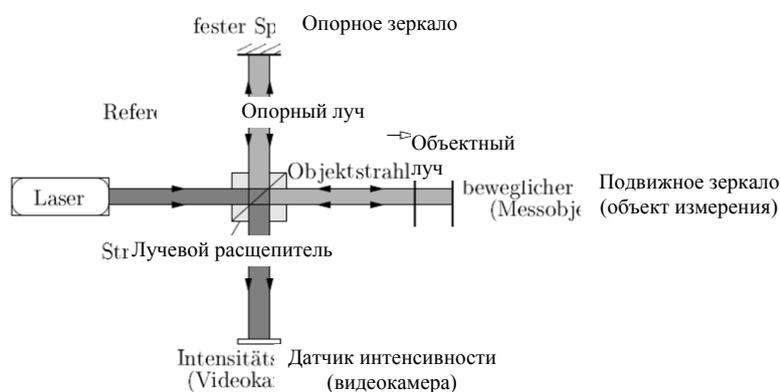


Рисунок 3.23: Схема интерферометра Майкельсона

Основной принцип всех интерферометрических процессов опирается на принцип работы интерферометра Майкельсона. В качестве источника света выступает лазер, вырабатывающий когерентное монохроматическое излучение. Линейно поляризованный лазерный луч расщепляется при помощи полупрозрачного зеркала на два пучка приблизительно одинаковой интенсивности. После отражения объектного луча от подвижного зеркала (объект измерения), а опорного, независимого от исследуемого образца луча – от опорного зеркала, оба луча попадают в детектор излучения, где происходит интерференция. Постоянное перемещение подвижного зеркала в направлении объектного луча ведет к удлинению или сокращению пути луча, а значит, к изменению соот-

ношения фаз обоих лучей, следствием чего является постоянное изменение интерференционного состояния. Данные изменения проявляются в форме появления на детекторе чередующихся максимумов и минимумов интенсивности излучения. Смена одного интерференционного состояния аналогичным другим соответствует сдвигу  $u$  зеркала на половину длины световой волны  $\lambda$ :

$$u = \frac{\lambda}{2}. \quad (3.4)$$

Это простое оптическое устройство позволяет выявить две основополагающие особенности интерферометрических методов измерения: их высокую чувствительность и возможность модуляции данных. В случае интерферометра Майкельсона последнее означает, что сдвиги могут быть определены только до целочисленного кратного половины длины световой волны.

### **Спекл-эффект**

Спекл-эффект появляется при освещении оптически шероховатой поверхности светом лазера (рис. 3.25а) [Jones & Wykes, 1989]. Когерентное монохроматическое волновое поле отражается диффузно. При наложении отдельных световых волн возникает сложное пространственное распределение интерференционных минимумов и максимумов. Делая снимок любой плоскости данного интерференционного поля посредством прямого освещения фотопластины, получаем объективное спекл-изображение (рис. 3.24). Каждая подробная спекл-интерферограмма выявляет микроскопическую структуру рассеивающей поверхности.

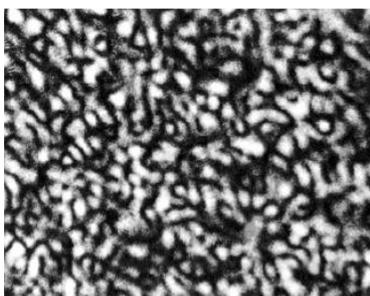


Рисунок 3.24: Пример спекл-изображения (фрагмент  $90 \times 70 \mu\text{м}$ )

Субъективный спекл-эффект, применяемый в измерительных методах, возникает при сфокусированном оптическом отображении когерентно освещенной, оптически шероховатой поверхности. В отличие от объективного спекл-изображения, при котором в интерференции в каждой отдельно взятой точке изображения участвуют центры рассеяния всей базы измерения (рис. 3.25а), при субъективной спекловой картине в интерференции в сопряженной точке задействованы центры рассеяния, лежащие в непосредственной близости от объекта (рис. 3.25b). Данные центры рассеяния являются следствием дифрак-

ционных явлений в оптической системе отображения. Возможность локально-го отображения спекл-интерферограмм является базовой предпосылкой для использования метода спекл-интерферометрии в качестве метода измерения напряженно-деформируемых состояний.

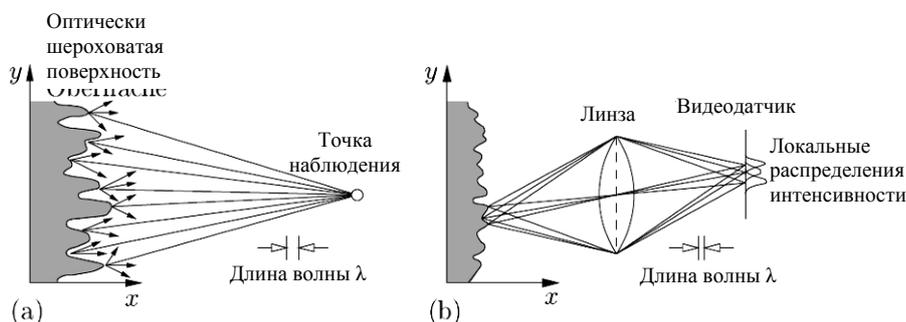


Рисунок 3.25: Принцип формирования спекл-эффекта:  
(а) объективный спекл-эффект; (б) субъективный спекл-эффект

### Измерение сдвигов при помощи метода спекл-интерферометрии

При помощи интерферометра Майкельсона было показано, что для измерения сдвигов в интерференции должны участвовать две когерентные монохроматические световые волны. При *неортогональной* схеме, также как и в случае с интерферометром Майкельсона, объектная волна интерферирует с опорной волной. При *ортогональной* схеме интерферируют две объектные волны, диффузно отражающиеся от исследуемого объекта (рис. 3.26).

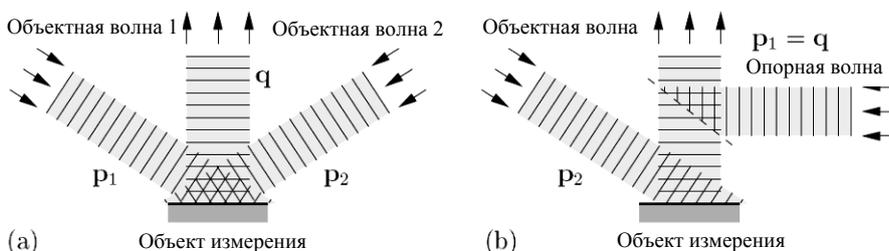


Рисунок 3.26: Направление излучения в различных схемах спекл-интерферометрии: (а) ортогональной; (б) неортогональной

На рис. 3.26  $\rho_i, i = 1, 2$  единичные векторы в направлениях падения излучения и  $\mathcal{Q}$  – единичный вектор в направлении визирования. В случае *плоскостной* измерительной схемы, в соответствии с рис. 3.27 сдвиг  $U$  точки измерения  $P$  в  $P'$  ведет к фазовому изменению одной из световых волн:

$$\delta_i = \phi'_i - \phi_i = (l'_i - l_i) k, \quad i = 1, 2. \quad (3.5)$$

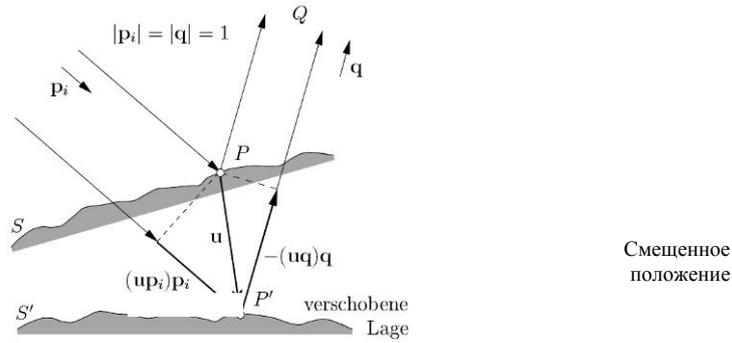


Рисунок 3.27: Изменение пути луча вследствие сдвига  $U$

В уравнении (3.5)  $\phi'_i$  или  $\phi_i$  означают фазу той или иной волны в точке визирования  $Q$ , а  $l'_i$  или  $l_i$  пройденный лучом путь до или после сдвига.  $k = 2\pi/\lambda$  обозначает волновое число при отверстии круглой формы. Изменение пути луча одной из световых волн  $l_i$ , вызванное сдвигом  $U$ , рассчитывается, согласно рис. 3.27, как сумма двух участков пути (обеих проекций  $U$  в направлении  $p_i$  и  $q$ ) и выражается следующим образом:

$$l'_i - l_i = u p_i + (-u q) = (p_i - q) \cdot u, \quad i = 1, 2. \quad (3.6)$$

В точке визирования  $Q$  на основании сдвига  $U$  определяется изменение фазы интерференции  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2 = \Delta\phi' - \phi'$  обеих интерферирующих световых волн. Расчет указанной фазы производится путем подстановки уравнения (3.6) в уравнение (3.5):

$$\Delta\delta = k (p_1 - p_2) \cdot u. \quad (3.7)$$

Применив в целом не целочисленный порядок интерференции или полосковый порядок

$$N = \Delta\delta / 2\pi \quad (3.8)$$

и, определив вектор чувствительности  $s$  по [Schwab & Kockelmann, 1988]

$$s = p_1 - p_2, \quad (3.9)$$

получаем базовое уравнение спекл-интерферометрии с учетом  $2\pi / k = \lambda$

$$N \lambda = s \cdot u. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) описывает компоненту вектора сдвига  $U$  в направлении вектора чувствительности  $s$  как кратную длине световой волны  $\lambda$ . И хотя уравнение (3.10) было выведено для ортогональной схемы, оно может быть применено для неортогональной схемы, если определено  $p_1 = q$ .

Из уравнения (3.9) можно сделать вывод, что заданное вектором чувствительности  $S$  направление оптического устройства устанавливается за счет выбора направления падения излучения и направления визирования  $\rho_1$  и  $\rho_2$  или  $\rho_2$  и  $q$ . Наглядное подтверждение данного положения представлено на рис 3.28.

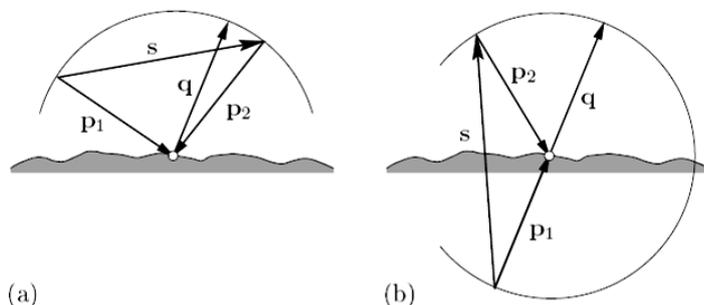


Рисунок 3.28: Определение вектора чувствительности:

- (a) ортогональная схема;  
 (b) неортогональная схема

Бесконтактное определение пространственных сдвигов на поверхности исследуемого объекта требует не менее трех измерений с линейно независимыми векторами чувствительности  $S_j, j = 1, 2, 3$ .

Однако, принимая во внимание то, что в реальных условиях исследуемый объект освещается расширенным лучом, так, что  $S_j$  зависит от точки измерения  $P(r)$ , то при трехмерных измерениях сдвигов уравнение (3.10) заменяется на:

$$N_j \lambda = s_j(r) \cdot u(r), \quad j = 1, 2, 3. \quad (3.11)$$

### Электронная спекл-интерферометрия (ESPI)

Первичная задача проведения измерений состоит в определении изменения фазы интерференции  $\Delta\delta$  или полоскового порядка  $N_j$  в зависимости от точки измерения. При электронной спекл-интерферометрии распределение интенсивности в цифровом формате отображает видеокамера. Полученные спекл-интерферограммы позволяют определить необходимые распределения изменения интерференционной фазы  $\Delta\phi(r)$ . Далее, на основании общезначимых связей между амплитудой, углом сдвига фаз (фазой) и интенсивностью волны будут представлены основные характеристики так называемого метода фазового сдвига, необходимого для автоматизированного количественного определения фазы интерференции по результатам измерений интенсивности.

Две линейно поляризованные электромагнитные волны с амплитудами:

$$a_i(r, t) = a_i^{(0)}(r) \sin[\omega t + \phi_i(r)], \quad i = 1, 2, \quad (3.12)$$

и угловой частотой  $\omega$  интерферируют в точке  $r$ . Амплитуду интерференционной волны получаем сложением с

$$a(r, t) = a_1(r, t) + a_2(r, t). \quad (3.13)$$

Подставив уравнение (3.13) в выражение интенсивности

$$\bar{I}(\mathbf{r}) = |a(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (3.14)$$

и осуществив ввод интерференционной фазы

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = \phi_2(\mathbf{r}) - \phi_1(\mathbf{r}), \quad (3.15)$$

получаем базовую зависимость между интенсивностью  $\bar{I}$  и определяемой фазой  $\Delta\phi$  в точке  $\Gamma$ :

$$\bar{I}(\mathbf{r}) = H(\mathbf{r}) [1 + V(\mathbf{r}) \cos \Delta\phi(\mathbf{r})] . \quad (3.16)$$

В уравнении (3.16) параметры  $H(\mathbf{r})$  и  $V(\mathbf{r})$  обозначают так называемое фоновое излучение и контрастное изменение в точке  $\Gamma$  распределения интенсивности. Выражения прежде неизвестных величин выглядят следующим образом:

$$H(\mathbf{r}) = [a_1^{(0)}(\mathbf{r})]^2 + [a_2^{(0)}(\mathbf{r})]^2 , \quad (3.17)$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2 a_1^{(0)}(\mathbf{r}) a_2^{(0)}(\mathbf{r})}{[a_1^{(0)}(\mathbf{r})]^2 + [a_2^{(0)}(\mathbf{r})]^2} . \quad (3.18)$$

Измерения интенсивности обнаруживают шумовую компоненту  $R_E(\mathbf{r})$ , вызванную действием электронных факторов, и шумовую компоненту  $R_S(\mathbf{r})$ , причиной которой является непосредственно спекл-эффект. Данные помехи следует принимать во внимание при применении

$$I(\mathbf{r}) = R_E(\mathbf{r}) + R_S(\mathbf{r}) \bar{I}(\mathbf{r}) \quad (3.19)$$

в качестве выражения распределения интенсивности, измеренного соответствующим датчиком. Подстановка выражения распределения интенсивности, основанного на явлении интерференции и приведенного в уравнении (3.16), в уравнение (3.19) приводит к

$$I(\mathbf{r}) = R_E(\mathbf{r}) + R_S(\mathbf{r}) H(\mathbf{r}) [1 + V(\mathbf{r}) \cos \Delta\phi(\mathbf{r})] . \quad (3.20)$$

Если объединить в уравнении (3.20) аддитивные члены в

$$a(\mathbf{r}) = R_E(\mathbf{r}) + R_S(\mathbf{r}) H(\mathbf{r}) \quad (3.21)$$

и мультипликативные члены в

$$b(\mathbf{r}) = R_S(\mathbf{r}) H(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}), \quad (3.22)$$

то измеренная интенсивность может быть отображена в зависимости неизвестных величин  $a(\mathbf{r})$  и  $b(\mathbf{r})$  и искомой фазы интерференции  $\Delta\phi(\mathbf{r})$  следующим образом:

$$I(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) + b(\mathbf{r}) \cos \Delta\phi(\mathbf{r}). \quad (3.23)$$

На рис. 3.29а такое такого рода распределение интенсивности представлено в цифровом формате: это спекл-интерферограмма, сделанная при помощи видеокамеры. Объект измерения, изображение которого получено путем ортогональной фокусировки излучения, представляет собой оптически шероховатую и вместе с тем диффузно отражающую поверхность базы измерения образца древесины для двухосных испытаний.

Интерференционная фаза  $\Delta\phi(\mathbf{r})$  по уравнению (3.23) может быть определена на основании многозначности функции косинус

$$\cos[\Delta\phi(\mathbf{r})] = \cos[\pm\Delta\phi + 2\pi m], \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.24)$$

только до аддитивного целочисленного кратного  $2\pi$  и до знака. Получаем следующее:

$$\Delta\phi^*(\mathbf{r}) = \Delta\phi(\mathbf{r}) \bmod(2\pi) = \arccos\left[\pm \frac{I(\mathbf{r}) - a(\mathbf{r})}{b(\mathbf{r})}\right]. \quad (3.25)$$

Несмотря на подобную модуляцию данных, изменение фазы интерференции, вызванное сдвигом  $\cup$  наблюдаемой точки (см., например, рис. 3.29б),

$$\Delta\delta^*(\mathbf{r}) = \Delta\delta(\mathbf{r}) \bmod(2\pi) = \Delta\phi'(\mathbf{r}) - \Delta\phi(\mathbf{r}) \quad (3.26)$$

и, следовательно, полосковый порядок  $N$  могут быть определены по уравнению (3.8).

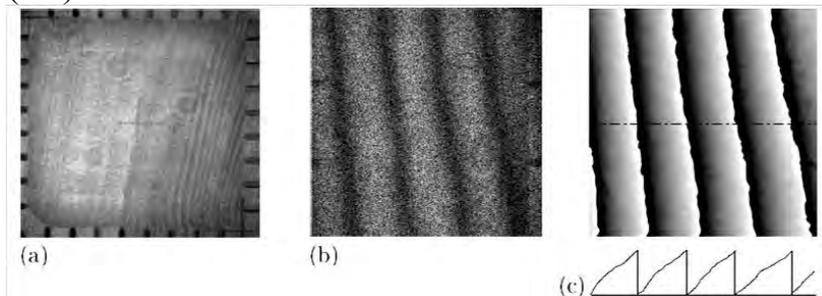


Рисунок 3.29: База измерения ( $140 \times 140$  мм) деревянного образца:  
 (а) спекл-интерферограмма; (б) интерференционные полосы;  
 (с) изображение модулированной фазы

### Метод фазового сдвига

Методом, подходящим для устранения многозначности при определении интерференционной фазы, а также для уменьшения влияния помех во время измерений, является повторное измерение с намеренно измененными параметрами. При использовании так называемого метода фазового сдвига данная цель достигается посредством любых, но известных дополнительных изменений  $\alpha_\ell$  фазы интерференции  $\Delta\phi(\mathbf{r})$ , реализуемых до измерения интенсивности  $I$

$= 1, 2, \dots, L$ . Фазовые изменения  $\alpha_\ell$  производятся при помощи зеркала на основе пьезоэлектрического привода.

Для каждого сдвига измеряем  $L$  распределений интенсивности. Согласно уравнению (3.23) они выражаются:

$$I_\ell(r) = a(r) + b(r) \cos[\Delta\phi(r) + \alpha_\ell], \quad \ell = 1, 2, \dots, L. \quad (3.27)$$

Таким образом, для каждой точки измерения  $P(r)$  получаем систему нелинейных уравнений, состоящую из алгебраических уравнений  $L$ . С подстановками

$$u(r) = b(r) \cos \Delta\phi(r) \quad \text{und} \quad v(r) = -b(r) \sin \Delta\phi(r) \quad (3.28)$$

система уравнений, приведенная в уравнении (3.27), может быть записана и в следующем виде:

$$I_\ell(r) = a(r) + u(r) \cos \alpha_\ell + v(r) \sin \alpha_\ell. \quad (3.29)$$

Для определения искомых величин  $u(r)$ ,  $v(r)$  и, как следствие, фазы интерференции  $\Delta\phi(r)$  требуется проведение не менее трех измерений с известными значениями дополнительных фазовых сдвигов, т.е.  $L \geq 3$ .

В целях повышения точности оценок в неидеальных условиях измерений рекомендовано  $L = 4$  или  $L = 5$ . Решение системы нелинейных уравнений (3.29) осуществляется методом наименьших квадратов путем определения минимума функции

$$q[a(r), u(r), v(r)] = \sum_{\ell=1}^L [a(r) + u(r) \cos \alpha_\ell + v(r) \sin \alpha_\ell - I_\ell(r)]^2, \quad L \geq 3. \quad (3.30)$$

Приравнивание к нулю частных производных функции  $q$  по  $\alpha(r)$ ,  $u(r)$ ,  $v(r)$

$$\frac{\partial q(a, u, v)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial q(a, u, v)}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial q(a, u, v)}{\partial v} = 0 \quad (3.31)$$

дает три определяющих уравнения для неизвестных величин  $\alpha(r)$ ,  $u(r)$ ,  $v(r)$ . При помощи уравнения (3.28) получаем фазу интерференции  $\Delta\phi(r)$  до целочисленного кратного  $2\pi$ , описываемую следующим образом:

$$\Delta\phi^*(r) = \Delta\phi(r) \bmod(2\pi) = -\arctan \frac{v(r)}{u(r)}. \quad (3.32)$$

Как уже упоминалось, речь идет, в этой связи, о модулированных данных измерений.

$\Delta\phi^*(r)$ , например, для  $L = 3$  ( $\ell = 1, 2, 3$ ) и варианта  $\alpha_\ell = (\ell - 1)\pi/2$  соответствует:

$$\Delta\phi^*(r) = \arctan \frac{I_1(r) - I_3(r)}{I_1(r) - 2I_2(r) + I_3(r)} , \quad (3.33)$$

а для  $L = 5$  ( $\ell = 1, 2, \dots, 5$ ) и варианта  $\alpha_\ell = (2\ell - 1)\pi/4$ :

$$\Delta\phi^*(r) = \arctan \frac{4I_1(r) - I_2(r) - 6I_3(r) - I_4(r) + 4I_5(r)}{7I_4(r) - 7I_2(r)} . \quad (3.34)$$

Искомое изменение интерференционной фазы, вызванное сдвигом  $U$ , как и прежде выражается:

$$\Delta\delta^*(r) = \Delta\delta(r) \bmod(2\pi) = \Delta\phi'(r) - \Delta\phi(r) . \quad (3.35)$$

На рис. 3.29в представлен характерный результат измерения методом фазового сдвига ( $L = 5$ ), проведенного с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии. Представленная фазовая картина возникает из применения уравнений (3.32) и (3.35) к точке измерения.

Представленный результат оценки, прекрасный в качественном отношении, выделяется отчетливо узнаваемой гребенчатой структурой распределения интенсивности в сечениях, перпендикулярных полосам, и полосами с непрерывным серым оттенком.

### **3.4.2. Обработка данных измерений, полученных с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI)**

При использовании системы ESPI, полученные на экране в режиме реального времени картины полос применяются для визуальной (качественной) оценки установленных значений распределения деформаций. Кроме того, проводится текущая проверка фактических условий измерений (яркость, контраст, уровень вибраций, дрожание воздуха и т.д.) для различных направлений измерений.

Для количественного анализа данных измерений применяется описанный метод фазового сдвига. Его преимущество состоит в чрезвычайно высокой точности оценки и возможности автоматической обработки данных непосредственно сразу же после эксперимента. Конечно, возникает множество различных проблем и источников ошибок, способных фальсифицировать результат оценки. На их описании, а также на том, как избежать влияния подобных факторов на результат измерений, мы более подробно остановимся в подразделе 3.4.4.

В рамках поставленной задачи требуется количественное определение распределения двумерных деформаций в пределах плоской базы измерения при пошаговой нагрузке. Шаги, предпринимаемые в этой связи, представлены в ви-

де схемы на рис. 3.30 с учетом тройного фазового сдвига ( $L = 3$ , см. уравнение (3.27).

Как показано на этой схеме, первый шаг предварительной обработки полученных данных состоит в том, чтобы составить картину модулированной фазы по спекл-интерферограммам, зафиксированным до или после деформации базы измерения. Предпосылкой для достоверной автоматической демодуляции полученной фазовой картины (Modulo- $2\pi$ -Streifenbild) является то, что изображения распределения интенсивности обнаруживают отчетливо узнаваемую гребенчатую структуру вдоль сечений, проходящих перпендикулярно полосам (см. рис. 3.29в). Данный результат достигается за счет применения соответствующих фильтрационных алгоритмов, сглаживающих высокочастотные помехи. При этом, фазовые скачки сохраняются или даже становятся более ярко выраженными. На рис. 3.31 в форме, приближенной к идеальной, представлены график пилообразного изменения модулированной фазы интерференции и соответствующий непрерывный график в демодулированном состоянии вдоль одного из сечений.

Непосредственная обработка данных начинается при переходе от полоскового порядка к величине относительного корреспондирующего сдвига путем прямого применения уравнения (3.33). Исходя из демодулированного распределения изменения фазы интерференции, принимая во внимание геометрические условия работы оптического устройства (геометрии падения излучения и визирования), обрамление и габариты базы измерения, получаем пока относительные, но уже квантифицированные значения распределения сдвига или деформаций в соответствующем направлении. Окончательное абсолютное распределение сдвига получаем, суммируя значения отдельных, рассчитываемых в приращениях, относительных распределений сдвига и точно определяя значения известных сдвигов в любой точке измерения вначале серийных измерений. В представленном случае считаем, что в центре исследуемого образца обе компоненты сдвига в *ортогональном* направлении равны нулю.

На последнем этапе обработки данных, путем цифровой дифференциации состояний сдвига получаем распределение соответствующих компонент деформации.

Измерения методом ESPI (методом фазового сдвига)

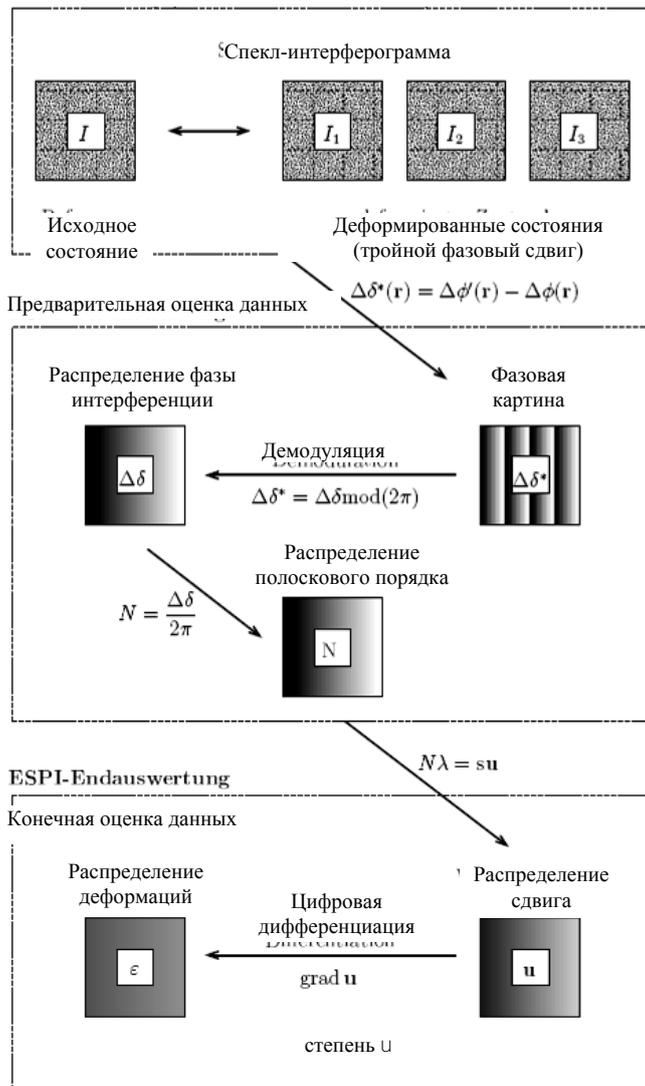


Рисунок 3.30: Схема обработки данных по отдельному направлению измерений при использовании системы ESPI

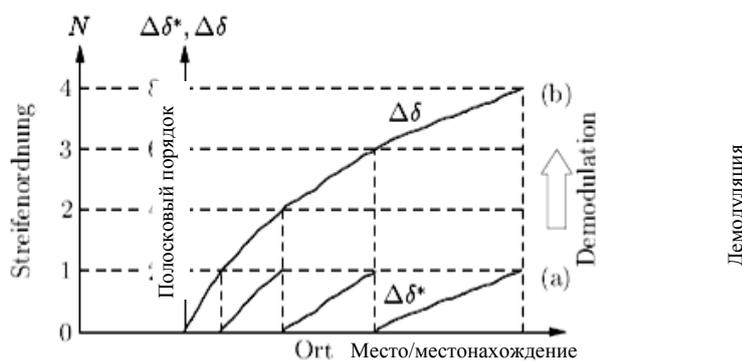


Рисунок 3.31: Сечение фазовой картины: изменение модулированной (а), демодулированной фазы интерференции (b)

### 3.4.3. Описание применяемой системы ESPI

В отношении системы ESPI фирмы «Ettmeyer» (г. Ной-Ульм, Германия), примененной в рамках настоящего научного проекта, речь идет о прототипе, который был доработан по ключевым позициям совместно с Институтом со-

противления материалов Технического университета г. Вены и адаптирован для решения поставленных задач [Eberhardsteiner, 1995, Gingerl, 1998]. Опыт-но-конструкторские работы касались, в частности, выбора отдельных компонентов оптических и электронных систем, программной поддержки локальной обработки результатов измерений в рамках трехмерного анализа деформаций и проведения серийных замеров.

Интерферометрические методы измерений крайне чувствительны к воздействию вибраций. В целях обеспечения надежной и бесперебойной работы гидравлической установки, оснащенной системой ESPI, вся оптическая система (измерительная головка системы, лазер и такие оптические составляющие, как зеркала, линзы и лучевой расщепитель) установлена на демпфирующей решетке. Все несущие конструкции, используемые для монтажа оптических компонентов, скреплены только с этой решеткой и представляют собой жесткие алюминиевые профили. Как показано на рис. 3.32, решетка с оптической системой установлена на второй рамочной конструкции, также состоящей из алюминиевых профилей, которая, в свою очередь, жестко скреплена со стальной рамой испытательной установки.

Обе вышеописанные несущие конструкции системы ESPI, как уже было отмечено, полностью автономны и связаны друг с другом только посредством демпфирующей решетки. Вторая несущая конструкция образует вместе со стальной рамой экспериментальной установки достаточно жесткую механическую систему. Уменьшить низкочастотные вибрации, возникающие в оптических компонентах вследствие внешних воздействий, позволяет установка испытательного устройства на эластомерных матах, обеспечивающих оптимальное распределение нагрузки. Высокочастотные вибрации, образующиеся, например, вследствие работы гидронасоса, в достаточной степени подавляются за счет демпфирующих свойств указанной решетки.

Из рис. 3.32 видно, что отдельные, отражающие луч оптические элементы, такие как зеркала, лучевой расщепитель, линзы и зеркала на основе пьезопривода, установлены на вышеупомянутую демпфирующую решетку открытым способом. Мобильность системы, обусловленная примененным конструкционным решением, получила чрезвычайно высокую оценку на этапах разработки и оптимизации экспериментальной установки.

Система ESPI разработана для измерения одно-, двух- или трехмерных деформаций по *неортогональной* или *ортогональной* схеме. Практически одновременное измерение многомерных деформаций осуществляется при помощи электронного затвора путем быстрого переключения с оптического устройства, ориентированного на одно направление, на оптическое устройство, установленное на другом направлении. Энергетическая поддержка трех предусмотренных направлений измерений обеспечивается лазером Nd:YAG (длина волны  $\lambda = 532$  нм, видимый зеленый луч) с удвоенной частотой, мощностью 140 мВ и когерентным излучением путем непрерывного разделения лазерного пучка. Явным недостатком данной схемы является то, что при проведении измерений в отдельно взятом направлении значительная часть световой энергии остается не-

использованной, а к неоченимым достоинствам относятся устойчивость луча, его нечувствительность к внешним помехам и отсутствие необходимости дополнительных регулировок при постоянных условиях измерений.

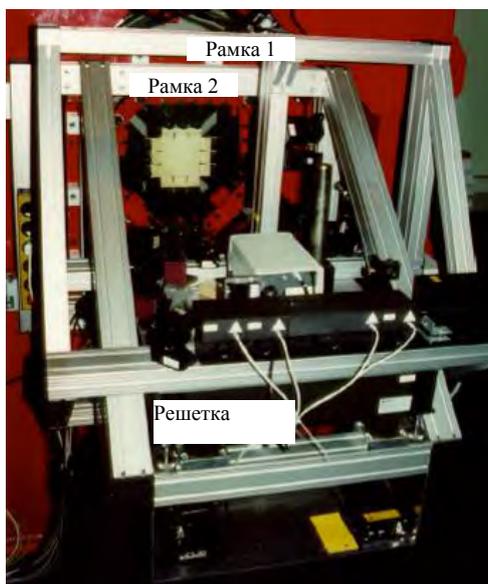


Рисунок 3.32: Несущая конструкция системы ESPI

На рис. 3.33 представлено схематичное изображение примененной системы ESPI, при этом для наглядности изображен только ортогональный вариант. Луч лазера Nd:YAG разделяется при помощи лучевых расщепителей на четыре объектных луча приблизительно одинаковой мощности, а также на опорный луч, необходимый для проведения неортогональных измерений, на долю которого в общей мощности приходится около 5 %. Два активных луча (объектные волны, см. рис. 3.26) вместе образуют *ортогональную* схему. В случае *неортогональных* измерений при помощи затвора происходит активация опорного луча и одного из четырех объектных лучей. Опорный луч по световоду подводится к измерительной головке системы ESPI, выступающей в качестве основного измерительного инструмента системы. В измерительной головке интерферограммы, зафиксированные при помощи вариообъектива с фокусным расстоянием 12.5–75 мм и коррелирующие с базой измерения, проходят Фурье-преобразование и переносятся на монохромный ПЗС-датчик высокого разрешения (рабочая поверхность:  $8.8 \times 6.6 \text{ мм} \cong$   
 $\cong 739 \times 575$  точек изображения). Представленные в цифровом формате данные измерений теперь могут проходить обработку в соответствии с уравнением (3.32).

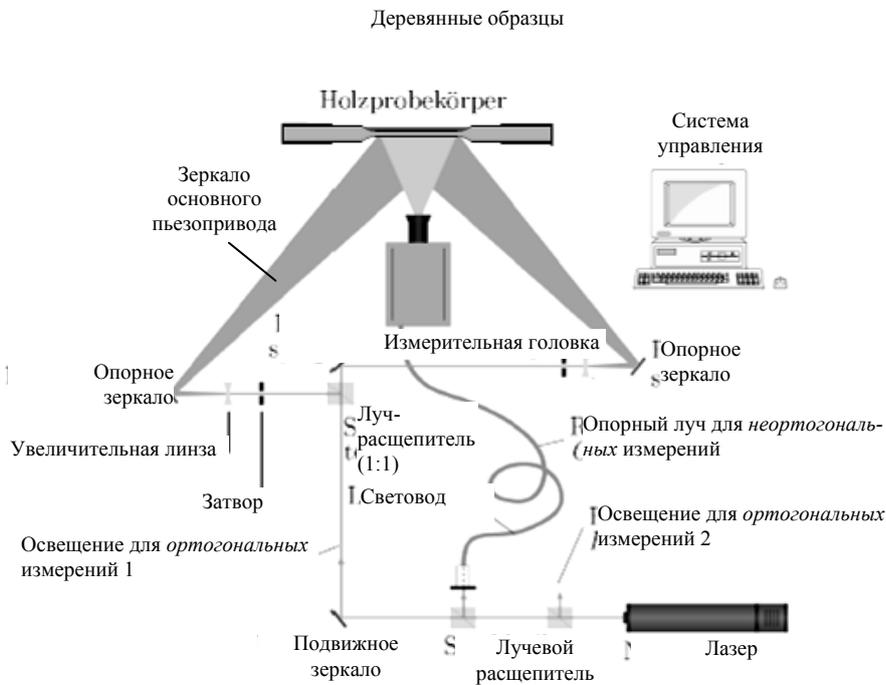


Рисунок 3.33: Схема оптического устройства для ортогональных измерений

Для проведения двухосных испытаний еловой древесины на прочность с применением описанной системы ESPI была выбрана (исходя из ее конструктивных возможностей) оптическая модель, представленная на рис. 3.34. Ее отличают примерно совпадающие с направлениями координатной оси  $x_i$  ортогональные или неортогональные направления измерений. Пространственные координаты указанных на рис. 3.34 объектных лучей  $B_1$ – $B_4$  и детектора  $Q$  приведены в табл. 3.4, причем начало координат соответствует центру квадратной базы измерения ( $140 \times 140$  мм) исследуемого образца [Karner, 1997]. Объектные лучи  $B_1$  и  $B_2$  или  $B_3$  и  $B_4$  предназначены для ортогональных направлений измерений  $j=1$  или  $j=2$ , тогда как оптическую модель для неортогонального направления измерений  $j=3$  формируют объектный луч  $B_2$  и детектор  $Q$ . Нанесенные на рис. 3.34 точки  $P_0^{(j)}$  называются точками симметрии. На них мы еще подробно остановимся в подразделе 3.4.4.

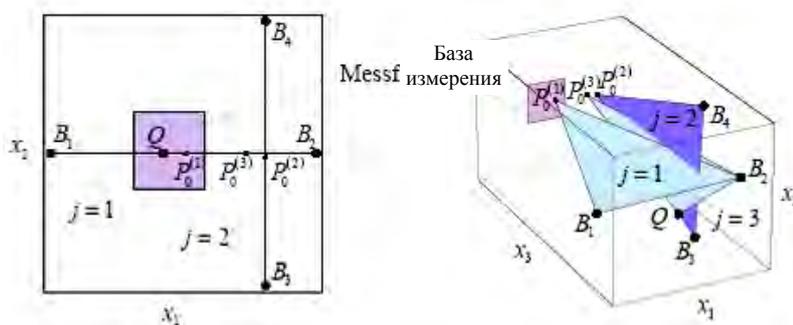


Рисунок 3.34: Геометрия пространственной модели

Таблица 3.4: Геометрия оптической модели

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
Объектный луч $B_1$	-235 мм	-5 мм	868 мм

Объектный луч $B_2$	290 мм	-5 мм	831 мм
Объектный луч $B_3$	190 мм	-245 мм	718 мм
Объектный луч $B_4$	190 мм	235 мм	763 мм
Точка появления изображения $Q$	-13 мм	-5 мм	983 мм

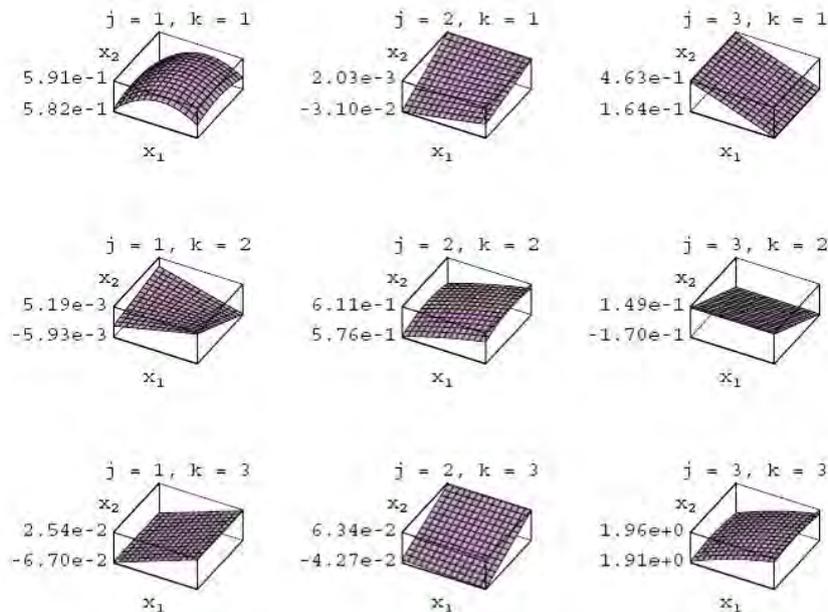


Рисунок 3.35: Геометрическая матрица (компоненты векторов чувствительности  $S_j(r)$  для направлений измерений  $j = 1, 2, 3$ )

Приняв за основу указанные в табл. 3.4 фактические координаты, получаем представленную на рис. 3.35 количественную и качественную локальную зависимость компонент  $k = 1, 2, 3$  векторов чувствительности  $S_j(r)$  для направлений измерений  $j = 1, 2, 3$  (см. уравнение (3.11)) в пределах квадратной базы измерения исследуемого образца. Графическое изображение коэффициентов векторов чувствительности, объединенных в так называемую геометрическую матрицу, обнаруживает явное преобладание коэффициентов на главной диагонали, что, в свою очередь, свидетельствует об уровне чувствительности примененной системы ESPI в трех направлениях измерений. Коэффициенты, лежащие вне главной диагонали, отражают влияние погрешностей измерений (погрешностей симметрии, см. подраздел 3.4.), вызванных компонентами сдвига, отклоняющимися от соответствующего направления измерений.

Съемка и оценка спекл-интерферограмм в режиме реального времени и фазового сдвига осуществляются при помощи программного пакета, который был разработан, адаптирован для проведения двухосных испытаний материала на прочность (предмета настоящего проекта) и дополнен компанией «Ettemeyer» [Ettemeyer, 1988]. Наиболее важными характеристиками данного программного обеспечения являются:

- изображение спекл-интерферограмм в виде картины полос путем быстрого вычитания изображений в режиме реального времени;
- применение метода фазового сдвига с трое-, четверо- или пятикратным фазовым смещением в начале или в конце измерения;
- демодуляция *методом минимального сканирующего дерева* при помощи обрамляющей программы-редактора [Ettemeyer, 1989]. Вышеназванный метод отличается высокой степенью надежности, причем локальные помехи оказывают на весь процесс демодулированного распределения изменения фазы интерференции лишь крайне незначительное влияние;
- количественная оценка трехмерных деформаций с учетом геометрии локальных опорных и объектных световых пучков;
- определение *ортогональных* компонент деформации в пределах базы измерения путем поэтапной числовой дифференциации распределений сдвига;
- автоматическая серийная съемка, сохранение и оценка данных серийных замеров по результатам последовательных единичных измерений, что крайне важно при проведении пошаговых двухосных испытаний на прочность.

#### **3.4.4. Оценка точности данных измерений и результатов их обработки, полученных с применением электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии (ESPI)**

Чувствительность примененного интерферометрического метода составляет порядка доли длины использованной световой волны. Фактическая точность системы ESPI, предназначенной для анализа деформаций, значительно ниже. Снижение точности обусловлено воздействием многочисленных гетерогенных факторов, которые в значительной мере могут исказить результаты измерений. Одни из них неизбежны, другие, напротив, могут быть нивелированы до определенной степени путем принятия соответствующих мер или специально приняты во внимание во время обработки данных [Eberhardsteiner et al., 1996a, Gingerl, 1998].

##### **Помехи или факторы, способные исказить результаты измерений**

Как уже говорилось, во время измерений, наряду с ошибками и неточностями, способными привести к ненадлежащей обработке данных, полученных методом спекл-интерферометрии, может возникнуть ряд проблемных ситуаций, некоторые из которых нельзя предотвратить. Данная тема, носящая крайне сложный характер и не поддающаяся окончательной количественной оценке, подробно рассмотрена в научной работе [Gingerl, 1998] и поэтому в рамках данного проекта будет представлена в форме резюме. В частности, возможно влияние следующих факторов.

- **Инкогерентность и разупорядоченная монохроматизация.** Вследствие нестабильности лазерного излучения или длинного пути луча временная и пространственная когерентность объектных лучей (базовое условие участия световой волны в интерференции) может быть утрачена. Кроме того, возможны изменения в длине световой волны.

- **Деполаризация.** Частичная или полная деполаризация объектного луча при отражении от базы измерения ведет, ввиду видимой потери контраста, к нарушению качества сигнала. Данный эффект часто возникает в случае, если база измерения имеет блестящую или зеркальную поверхность.

- **Шумовые помехи.** Сверхдлинный путь луча или недостаточное электрическое экранирование сигналопроводящих проводов ведут к интерференции сигнала с электронным шумом. Для компенсации могут применяться соответствующие фильтрационные алгоритмы, которые, однако, со своей стороны также являются источником возможных ошибок.

- **Спекл-декорреляция.** Под этим понимают потерю сопоставимости коррелирующих спекл-интерферограмм до и после деформации. Основной причиной появления полной или частичной спекл-декорреляции (согл. рис. 3.36) являются изменения микроструктуры поверхности базы измерения вследствие воздействия химических, термических или механических факторов. Микротрещины на поверхности базы измерения или выпаривание растворителей или свободных частиц нанесенного покрытия в целях улучшения отражающих свойств темных поверхностей являются наиболее часто встречающимися причинами декорреляции. Другой причиной декорреляции спекл-интерферограмм являются значительные сдвиги твердых тел объекта исследований, а также появление обширных деформаций в направлениях, отличных от направления измерений. В обоих случаях, при известных условиях пути лучей до отдельных точек измерения претерпевают немалые изменения. Наглядный пример второй из вышеназванных ситуаций представлен на рис. 3.37. Представленное изображение наглядно иллюстрирует, с одной стороны, интенсивное приращение *неортогональных* деформаций в центре образца, на который воздействует напряжение сжатия, по достижении им предела прочности (примерно 130-й шаг нагрузки) и, с другой стороны, связанный с этим прогрессирующий эффект декорреляции при *ортогональном* измерении сдвигов.

- **Вибрации.** Вибрации, вызванные в данном случае движением рельсового и автотранспорта или гидравлическим агрегатом механической испытательной установки, приводят, во-первых, к относительному движению между объектом измерений и измерительной системой, а, во-вторых, к вибрации таких проводящих лучи оптических компонентов, как зеркала, лучевой расщепитель и линзы.

Связанная с этим полная потеря контраста в результатах измерений делает появление динамических воздействий при применении интерферометрических методов измерений особенно проблематичным. Принятие специальных мер, направленных на подавление вибраций (установка испытательного устройства на эластомерных матах, автономность устройства и системы ESPI, размещение всей оптической системы на демпфирующей решетке и т.д.), а также увеличение числа фазовых сдвигов на одно измерение с  $L = 3$  до  $L = 4$  или  $L = 5$  и повышение тем самым качества обработки данных помогает свести к минимуму негативное влияние вибраций.

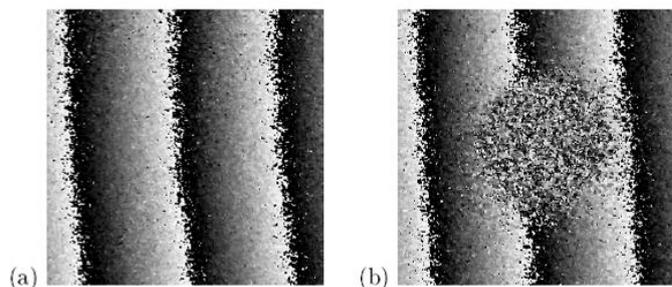


Рисунок 3.36: Фазовая картина (Modulo-2 $\pi$ -Streifenbild):  
(a) невозмущенная; (b) с явно выраженным эффектом декорреляции

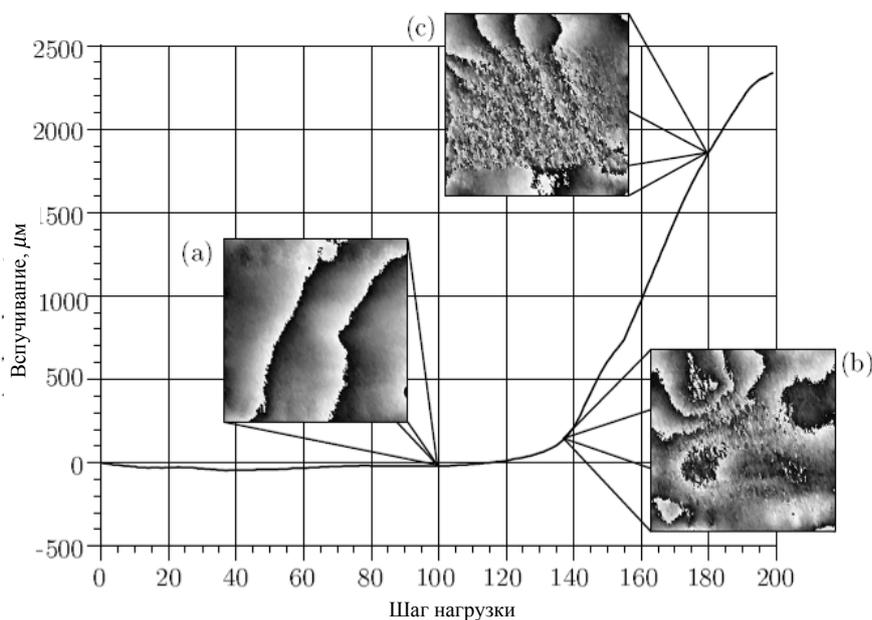


Рисунок 3.37: Декорреляция в *ортогональном* направлении измерений вследствие вспучивания поверхности исследуемого объекта

- **Дрожание воздуха, вызванное конвективным теплообменом.** Излучения тепла гидрوليниями, содержащими нагретое до 60 °С масло, приводит к возникновению непостоянных и турбулентных воздушных потоков в области испытываемого образца. Обусловленное данным фактором отсутствие постоянства в преломлении света и постоянные изменения относительных путей ин-

терферирующих световых волн проявляются в режиме реального времени в виде дрожания воздуха (см. рис. 3.38). Определить с абсолютной точностью количественное значение погрешности, которую вызывает данное явление, не представляется возможным. Описанные феномен можно устранить, установив соответствующие вентиляторы таким образом, чтобы обеспечивалась максимально возможная устойчивость воздушных потоков.

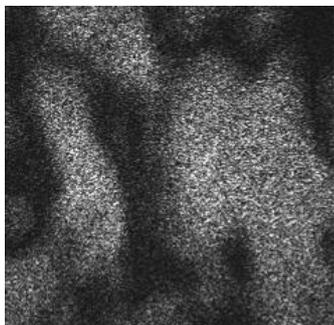


Рисунок 3.38: Дрожание воздуха, вызванное конвективным теплообменом

- **Неоднородная интенсивность излучения.** Предпосылкой для получения контрастных картин полос является как равномерное и достаточное освещение исследуемой поверхности, так и равномерное отражение света от каждой точки базы измерения. Именно поэтому локальные нарушения однородности в интенсивности излучения, вызванные неодинаковым расщеплением луча и его неравномерным расширением, преломляющими эффектами, обусловленными загрязнением оптических компонентов, или локальными отражениями должны быть минимизированы. Проблемы с отражением света, часто имеющие место в случае металлических блестящих поверхностей, в данной ситуации с участием деревянных фрезерованных поверхностей отмечены не были.

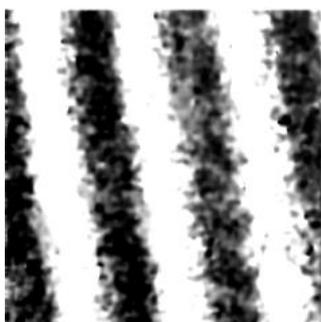


Рисунок 3.39: Фазовая картина при появлении ошибки фазового сдвига

- **Ошибки фазового сдвига.** Помехи при фазовом сдвиге, вызванные сбоями в работе зеркал на основе пьезопривода или ошибками при его калибровке. Все это ведет к демодулированным картинкам полос, представленным на рис. 3.39. Они отличаются неоднородным распределением интенсивности между максимумами (неоднородной гребенчатой структурой) и не могут быть задействованы в дальнейшей обработке данных.

## Ошибки и неточности при обработке данных, полученных методом ESPI

Помимо вышеописанных проблем, которые могут возникнуть во время проведения измерений, при автоматизированной обработке данных серийных замеров следует обращать особое внимание на следующие аспекты [Eberhardsteiner et al., 1996a, Eberhardsteiner et al., 1996b, Gingerl, 1998].

- **Ошибки демодуляции.** Фазовая демодуляция, представленная на рис. 3.31 в идеализированной форме, отображает критическую сторону автоматической обработки данных, полученных методом ESPI. При этом основная проблема, как показано на рис. 3.40, состоит в алгоритмически безошибочном распознавании фазовых скачков. В отличие от представленной на рис. 3.40а четко выраженной полосковой структуры, демодуляция фазовых картин, отраженных на рис. 3.40b,c, содержит ошибки, касающиеся, в частности, количественных оценок. Особенно явно обнаруживается потеря данных, вызванная нераспознаванием отдельных фазовых скачков, при сравнении представленных на рис. 3.40 изображений сечений, проходящих в горизонтальной плоскости через центр изображения.

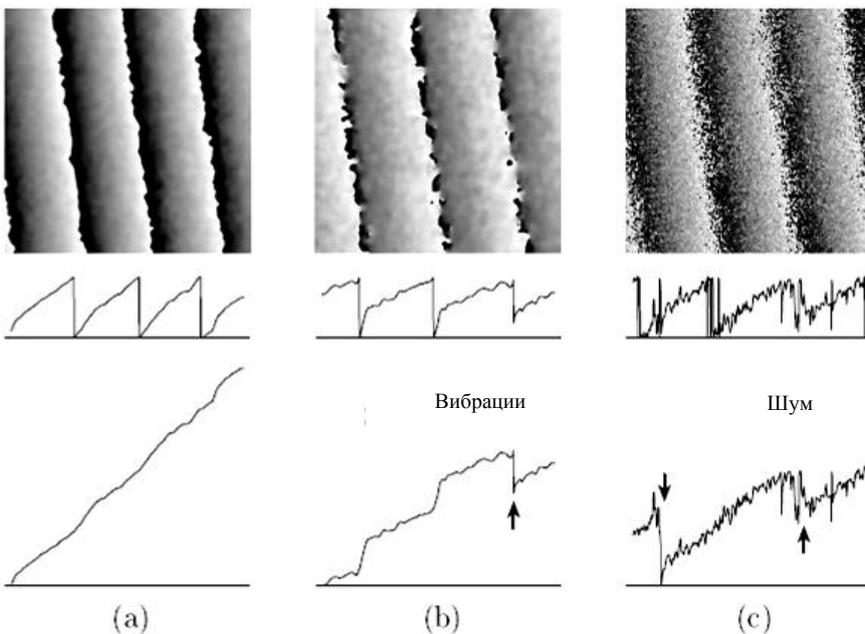


Рис. 3.40: Примеры правильной (а) и неправильной (b,c) демодуляции

Применение для обработки фазовых картин соответствующих фильтров позволяет значительно улучшить условия для обеспечения надежной работы алгоритмов демодуляции. При этом, как показано на рис. 3.41, с одной стороны, уменьшается шумовая составляющая, а, с другой стороны, за счет выделения скачков интенсивности (фазовых скачков) улучшается гребенчатая структура. Однако, применяя автоматизированные и, следовательно, в течение дли-

тельного времени неконтролируемые процессы фильтрации, следует помнить о том, что в случае, если фазовые картины имеют низкое качество изображения, то слишком сильная фильтрация может, при сложившихся обстоятельствах, сильно исказить результаты измерений.

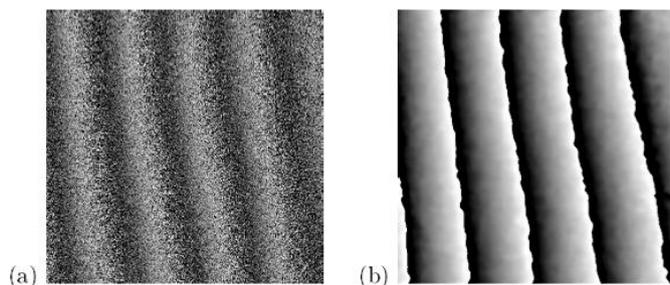


Рисунок 3.41: Модулированная фазовая картина при слабой (a) и сильной (b) фильтрации

• **Систематические ошибки обработки данных, вызванные упрощенными измерениями.** Как было разъяснено в отношении рис. 3.35, точная количественная оценка состояния пространственных деформаций базы измерения возможна лишь при наличии трех независимых параметров и с учетом локальной зависимости векторов чувствительности  $s_j(r)$ . На примере упрощенной схемы, представленной на рис. 3.42 и ориентированной на измерение каждой *ортогональной* компоненты сдвига в отдельности, видно, что в силу дивергентного освещения вектор чувствительности изменяет свое направление в зависимости от точки на исследуемой поверхности. Именно поэтому данная схема обнаруживает особую чувствительность в кромочных зонах базы измерения, в частности, перед *неортогональными* деформациями. Это, в свою очередь, означает, что точное количественное определение интересующих нас *ортогональных* деформаций невозможно без определения *неортогональных* сдвигов.

Масштабы ошибки, возникающей из-за того, что отдельные направления измерений не были приняты во внимание, можно оценить, воспользовавшись результатами расчетов, представленными на рис. 3.43. Указанная иллюстрация демонстрирует на основе фактической геометрии освещения (см. табл. 3.4) оцифрованные фазовые картины для направлений  $j = 1, 2, 3$ , полученные для полей сдвига, обозначенных в левой колонке рисунка. Абсолютно очевидно, что существующая при идеальных условиях диагональная форма трех векторов чувствительности, объединенных в геометрическую матрицу, в случае специфической геометрии примененной системы ESPI реализуется не полностью. В особенности это касается неортогонального направления измерений (правая колонка,  $j = 3$ ), которое в обоих представленных случаях ортогонального сдвига обнаруживает четкие сигналы (полосы).

Основная причина подобного поведения вытекает из рис. 3.34. К рассогласованию направлений падения излучения и визирования приводит неудачное расположение точки симметрии.

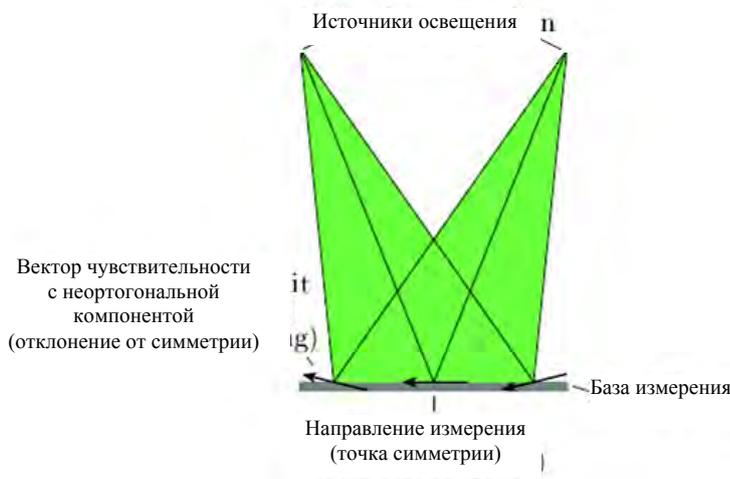


Рисунок 3.42: Ортогональная модель – чувствительность измерений в неортогональном направлении

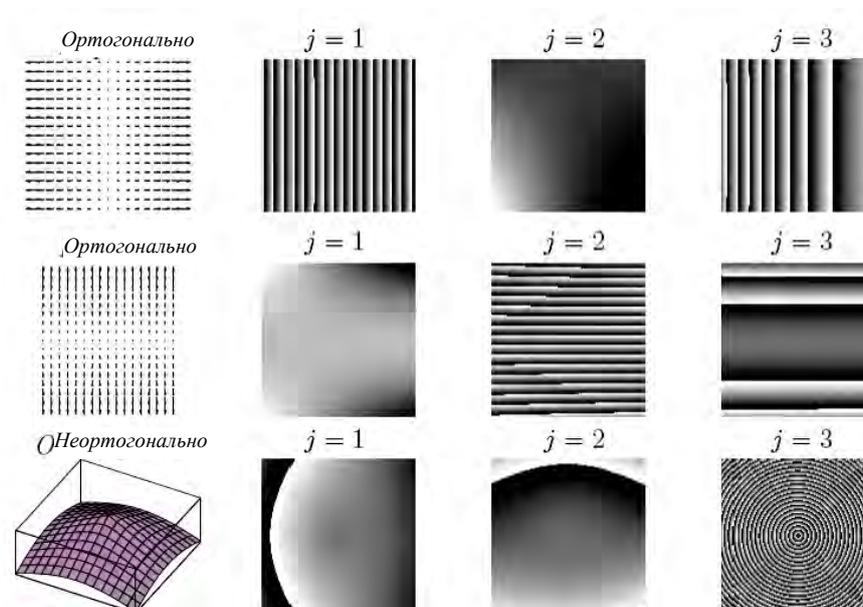


Рисунок 3.43: Оцифрованные фазовые картины для различных полей сдвига

• **Геометрические погрешности.** Под этим понимают факторы, влияющие на количественную оценку результатов измерений и обусловленные неточностями геометрического обозначения положения источников света и места визирования, а также формы и положения базы измерения. Геометрические погрешности являются причиной неправильного определения векторов чувствительности и оказывают, тем самым, непосредственное влияние на результат измерения, представленный в цифровой форме. В работе [Gingerl, 1998] по-

дробно описано, что в случае применения системы ESPI изменения чувствительности, вызванные неточными дистанционными измерениями и неправильными параметрами углов, определяющих наклон ортогональных плоскостей к базе измерения исследуемого образца, могут не приниматься во внимание. Обусловленная указанными обстоятельствами максимальная погрешность составляет 0.2 %.

В противоположность этому, сравнительно небольшая угловая погрешность в пределах базы измерения (см. рис. 3.44) может вызвать довольно значительную в процентном отношении погрешность в результатах измерений. Угловая погрешность  $\Delta\vartheta_i^{(j)} = 2^\circ$  только по одному из двух направлений излучения ведет к абсолютному или относительному изменению чувствительности, представленным на рис. 3.45, при этом оба зависят четко нелинейно от чувствительности оптического устройства.

- **Суммируемые погрешности при серийных замерах.** Серьезные суммируемые погрешности, которые нельзя не принимать во внимание, могут возникнуть лишь в том случае, если при большом количестве приращений нагрузки систематические ошибки при оценке данных отмечаются на каждом этапе. Типичным примером является неправильная работа с кромочными зонами при использовании масочных фильтров или при цифровой дифференциации полей сдвига.

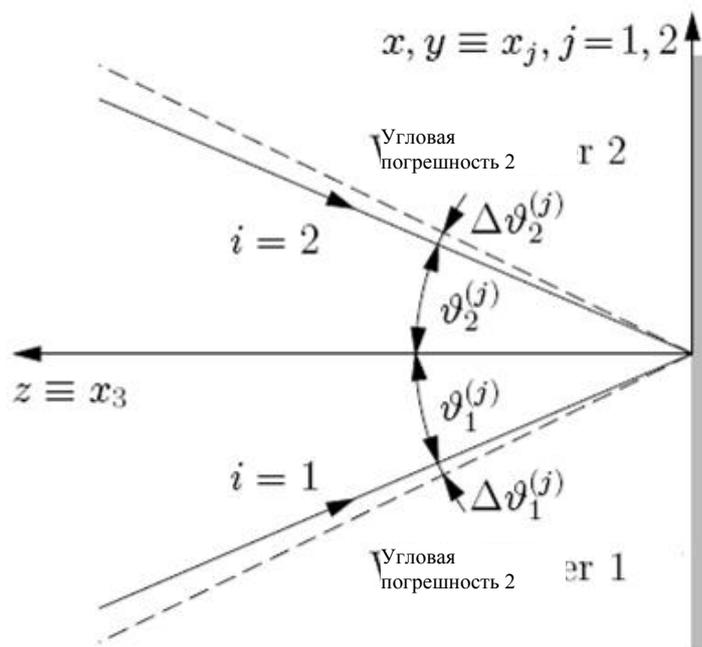


Рисунок 3.44: Угловая погрешность в привязке к направлениям излучения

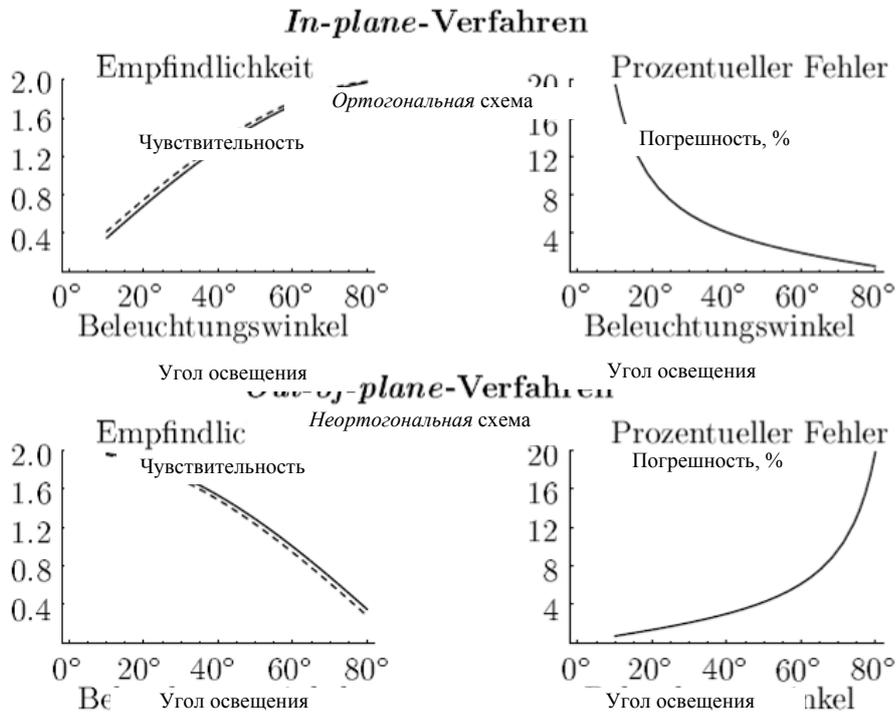


Рисунок 3.45: Влияние угловой погрешности  $\Delta\vartheta_i^{(j)} = 2^\circ$  на чувствительность измерений

## Двухосные испытания еловой древесины на прочность

После описания экспериментальной установки, разработанной в Институте сопротивления материалов для проведения двухосных испытаний еловой древесины, перейдем в нижеследующем разделе к тщательному рассмотрению проведенных экспериментов, выводам и оценке полученных результатов.

Как уже было сказано в начале главы 3, целью данного научного исследования является определение свойств еловой древесины при двуосном механическом напряжении до момента излома материала. В частности, было проведено 439 экспериментов на тонких и плоских образцах древесины, взятых из плоскости  $LR$ -ствола, волокна которых в продольном направлении располагались под углом к наружным краям ( $\varphi = 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ). При этом, с одной стороны, изучалась жесткость древесины в форме зависимостей между напряжением и продольными деформациями вследствие различных комбинаций двухосных напряжений растяжения/смешанного растяжения – сжатия/сжатия, а, с другой стороны, определялись параметры прочности в зависимости от угла к направлению волокон  $\varphi$  в виде огибающей эпюры предельных напряжений в двумерном пространстве главных напряжений. Как будет показано в представленной главе, совокупность полученных результатов создает широкую основу для разработки продуктивных математических моделей, ориентированных именно на еловую древесину, напряженную двуосно, по касательной к направлению волокон.

### 4.1. Условия испытаний, параметры материала

Ввиду того, что для достижения поставленных в рамках данного научного проекта целей требовалось проведение большого числа экспериментов, в их основу было положено использование отборного, технологически однородного и чистого (без пороков) исходного материала. Данное условие позволило, как подробно было изложено в подразделе 2.2.3, значительно ограничить исследуемые экспериментальные параметры. В соответствии с вышеизложенным, в предложенной экспериментальной работе наряду с механическими параметрами (коэффициентом приложенного двухосного напряжения  $k$  и углом между главными осями материала и нагрузки  $\varphi$ ) учтены еще и такие параметры материала, как объемная плотность древесины  $\rho$  и ее влажность  $u$ . В отношении последней характеристики, за счет хранения образцов в помещениях с регулируемыми климатическими условиями при температуре  $20^\circ\text{C}$  и относительной влажности воздуха 65 %, обеспечивалось постоянное значение  $u = 12\%$  [DIN 52183, 1977].

Определение объемной плотности по каждому образцу осуществлялось путем определения массы и объема в соответствии со стандартом DIN 52 182 [DIN 52182, 1976].

Экспериментальные исследования проводились с позиции механики сплошных сред при помощи обобщенного закона Гука для ортотропных материалов. Двухмерная дифференциальная конститутивная зависимость (2.7), приведенная в подразделе 2.1, состоит из трех уравнений с четырьмя независимыми параметрами  $E_L$ ,  $E_R$ ,  $\nu_{LR}$  и  $G_{LR}$  (см. уравнение (2.8)). Данная система уравнений относится к системам уравнений, в которых уравнений меньше, чем неизвестных. Если принять во внимание дополнительную зависимость (2.9), то система уравнений при общих условиях ( $\varphi > 0$ ) принципиально разрешима. Правда, как показал численный анализ, получившаяся система алгебраических уравнений в силу различной жесткости материала по главным направлениям ( $E_L/E_R \approx 30-40$ ,  $\nu_{LR} \approx 0.45$ ) очень плохо определена в цифровом выражении. Следствием этого факта является то, что даже незначительные погрешности при определении компонент напряжения и деформаций ведут к значительным отклонениям при определении параметров материала. По реальным оценкам в отношении достижимой точности  $\pm 2-3\%$ , при самих по себе крайне точных измерениях усилий и сдвигов, возможная погрешность определяемых параметров может составлять до  $100\%$ .

Основная проблема возникает при обработке особого случая совпадения главных осей материала и напряжения. При нагрузке, не сопровождающейся скалывающим напряжением или деформациями сдвига ( $d\tau_{LR} = d\gamma_{LR} = 0$ ,  $\varphi = 0$ ) отсутствует третье уравнение зависимости (2.5) и, независимо от дополнительной зависимости (2.9), остается система из двух уравнений с тремя неизвестными параметрами материала  $E_L$ ,  $E_R$  и  $\nu_{LR}$ , уже не имеющая единственного решения.

Очевидная (на первый взгляд) возможность устранения возникающих проблем при идентификации параметров и получения дополнительных данных заключается в том, чтобы проводить два эксперимента с одним образцом, но с различными коэффициентами напряжения  $\kappa$ . При этом первый опыт должен проводиться без каких-либо повреждений образца до максимально высокой интенсивности нагрузки, а второй опыт – служить для определения предела прочности. Данная схема обеспечивает для условий  $\varphi > 0$  или  $\varphi = 0$  соответственно шесть или четыре независимых уравнения для определения четырех или трех параметров материала. Однако, на практике такая стратегия не применима. Для каждого из экспериментов, по причинам числовой стабильности при идентификации параметров материала, требуются сильно отличающиеся друг от друга соотношения нагрузки. При этом избежать постоянных, вызывающих повреждения напряжений при растягивании или сжатии перпендикулярно продольному направлению волокон во время проведения первого эксперимента едва ли возможно.

Эффективная возможность для пополнения данных, полученных в ходе двухосного эксперимента на прочность, а также для технологической характеристики исходного материала, использованного для изготовления двухмерных образцов, состоит в одновременном проведении одноосных испытаний на растяжение параллельно (в соответствии со стандартом DIN 52188 [DIN 52188, 1979]) и перпендикулярно направлению волокон. Такие испытания помогут определить влияние оптической плотности на отдельные механические свойства древесины и установить связи между параметрами материала.

## 4.2. Одноосные испытания на растяжение

Для проведения сопутствующих испытаний на растяжение из всего объема еловой древесины, необходимой для проведения двухосных испытаний, из плоскости  $LR$ -стволов взято репрезентативное количество образцов (около 100 на каждый вид испытаний), позволивших определить параметры прочности при одноосном растяжении  $f_{t,0}$  и  $f_{t,90}$ . Параметры упругости  $E_L$ ,  $E_R$  и  $\nu_{LR}$  были найдены из линейных областей зависимости между напряжением и продольной деформацией в привязке к объемной плотности. В результате были получены типичные, зависящие от объемной плотности, исходные механические характеристики того вида древесины, из которого был изготовлен тот или иной образец для двухосных испытаний.

Вышеупомянутые одноосные испытания на растяжение проводились при помощи одноосной испытательной установки с центральным шпинделем (*Wolpert Testatron*, 100 кН). Для измерения прилагаемых усилий и соответствующих деформаций были установлены датчики производства компании «*Hottinger Baldwin Messtechnik*». В частности, использовались датчики усилий типа U2A с номинальным усилием 2 кН и 10 кН (погрешность:  $\pm 0.2\%$ ) и тензометрические датчики типа DD1 с ходом 25 мм и 50 мм (погрешность:  $\pm 0.5\%$ ). Последние были установлены на сторонах образца, расположенных друг напротив друга, а искомая деформация была определена через среднее значение.

Для трех видов проведенных одноосных испытаний на растяжение, направленных на определение параметров  $E_L$ ,  $E_R$  и  $\nu_{LR}$ , в соответствии с требованиями экспериментов были взяты образцы древесины разной формы.

• Представленный на рис. 4.1 образец, предназначенный для изучения напряжения при одноосном растяжении параллельно направлению волокон, соответствует стандарту DIN 52 188 [DIN 52188, 1979]. Данный образец служит для определения модуля упругости в зависимости от объемной плотности

$$E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L}. \quad (4.1)$$

Приложение усилий осуществлялось в струбцине с клином, а результирующие деформации измерялись при помощи тензометров, размещенных друг напротив друга в продольном направлении центральной части образца.

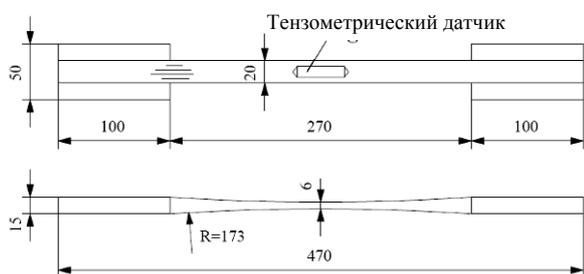


Рисунок 4.1: Образец для определения модуля упругости  $E_L(\rho)$

- Форма изображенного на рис 4.2 образца древесины, взятого для изучения напряжения при одноосном растяжении перпендикулярно направлению волокон и использованного для экспериментального определения модуля упругости

$$E_R = \frac{\sigma_R}{\varepsilon_R} \quad (4.2)$$

в зависимости от объемной плотности, соответствует по своей сути варианту, предложенному Энkvистом [Enquist, 1991]. В этом случае усилия передавались посредством стальных винтов через Т-образные алюминиевые профили, наклеенные на исследуемый образец. Измерение деформаций осуществлялось, как и в вышеописанном случае, при помощи закрепленных тензометрических датчиков.

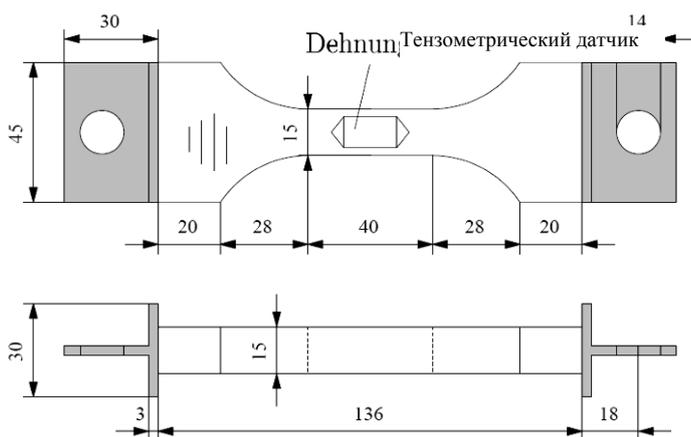


Рисунок 4.2: Образец для определения модуля упругости  $E_R(\rho)$ .

- На рис. 4.3 изображен образец древесины для исследования напряжения при одноосном растяжении, примененный для определения коэффициента поперечного расширения

$$\nu_{LR} = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L}. \quad (4.3)$$

Сравнение данного рисунка с рисунком 3.5 показывает, что данная форма, за исключением отсутствия прорезей в рабочей части, точно соответствует среднему фрагменту образца для двухосных испытаний. Направление волокон проходило параллельно продольной оси образца, измерение деформаций осуществлялось при помощи датчиков, расположенных крестообразно друг напротив друга.

По каждой из трех вышеописанных конфигураций было проведено около 100 экспериментов. Образцы обнаруживали влажность  $u = 12\%$ , что обеспечивалось за счет их хранения при температуре  $20\text{ }^\circ\text{C}$  и относительной влажности воздуха  $65\%$ . Определение объемной плотности по каждому образцу осуществлялось путем определения массы и объема в соответствии со стандартом DIN 52 182 [DIN 52182, 1976].

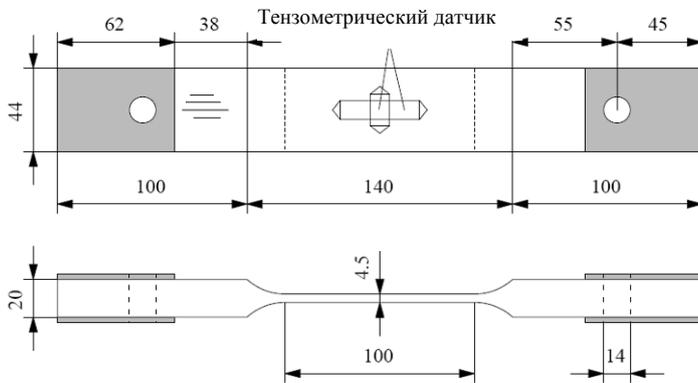


Рисунок 4.3: Образец для определения коэффициента поперечного расширения  $\nu_{LR}(\rho)$

На следующих диаграммах представлены параметры  $E_L$  (рис. 4.4),  $E_R$  (рис. 4.5) и  $\nu_{LR}$  (рис. 4.6), обнаруженные в ходе одноосных испытаний на растяжение, а также полученные параметры прочности при одноосном растяжении параллельно и перпендикулярно направлению волокон  $f_{t,0}$  и  $f_{t,90}$  (рис. 4.7 и рис. 4.8), в зависимости от объемной плотности  $\rho$ . Модуль сдвига  $G_{LR}$  рассчитывается при помощи уравнения (2.9). Определение параметров материала осуществлялось путем формирования среднего значения измеряемых величин для линейных зависимостей между напряжением и продольной деформацией в диапазоне от 20 до 60 % соответствующего уровня предельной нагрузки. Уравнения для прямых регрессии, представленных на диаграммах, выглядят следующим образом:

$$E_L^*(\rho) = [3.82 + 21.8\rho] \cdot 10^3, \quad R = 0.45, \quad (4.4)$$

$$E_L^*(\rho) = [3.82 + 21.8\rho] \cdot 10^3, \quad R = 0.45, \quad (4.5)$$

$$E_L^*(\rho) = [3.82 + 21.8\rho] \cdot 10^3, \quad R = 0.45, \quad (4.6)$$

$$f_{t,0}^*(\rho) = [-12.2 + 227.0\rho], \quad R = 0.50, \quad (4.7)$$

$$f_{t,0}^*(\rho) = [-12.2 + 227.0\rho], \quad R = 0.50, \quad (4.8)$$

где  $E^*$  и  $f^*$  в Н/мм<sup>2</sup>;

$\rho$  в г/см<sup>3</sup>;

$R$  – коэффициент регрессии.

Представленные на рис. 4.4 и 4.5 зависимости для  $E_L(\rho)$  и  $E_R(\rho)$  или соответствующие линейные регрессии (см. уравнения (4.4) и (4.5)) демонстрируют довольно значительный разброс значений, прогнозируемый в случае с древесиной [Kollmann, 1982]. Характерная зависимость модулей упругости  $E_L$  и  $E_R$  от объемной плотности  $\rho$ , тем не менее, прослеживается. В противоположность этому, представленная на рис. 4.6 диаграмма вместе с коэффициентом регрессии  $R = 0.04$ , указанным в уравнении (4.6), не обнаруживает типичной зависимости от объемной плотности. Ухудшение прочности при одноосном растяжении перпендикулярно направлению волокон, отображенное на рис. 4.8 и обусловленное нарастающей объемной плотностью, ввиду низкого коэффициента регрессии  $R = 0.23$  соответствует действительному положению вещей, по меньшей мере, в качественном отношении.

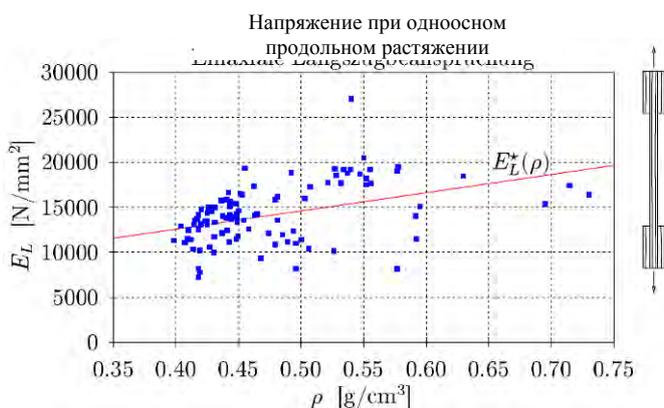


Рисунок 4.4: Зависимость модуля упругости  $E_L$  от  $\rho$

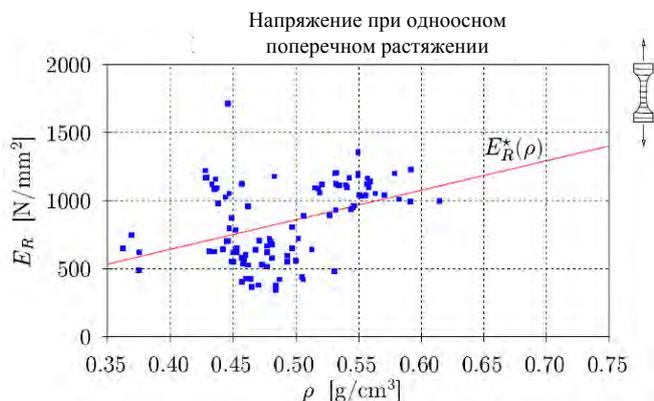


Рисунок 4.5: Зависимость модуля упругости  $E_R$  от  $\rho$

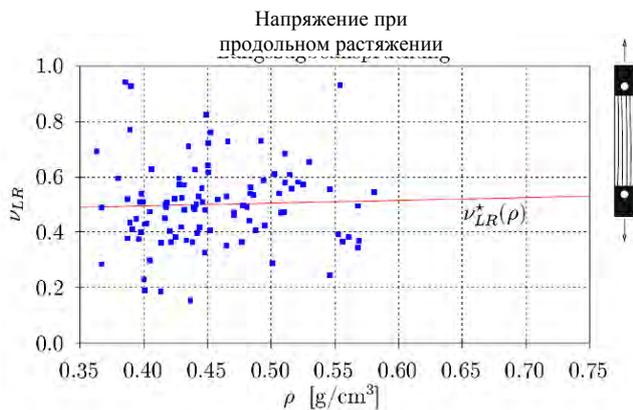


Рисунок 4.6: Зависимость коэффициента поперечного расширения  $\nu_{LR}$  от  $\rho$

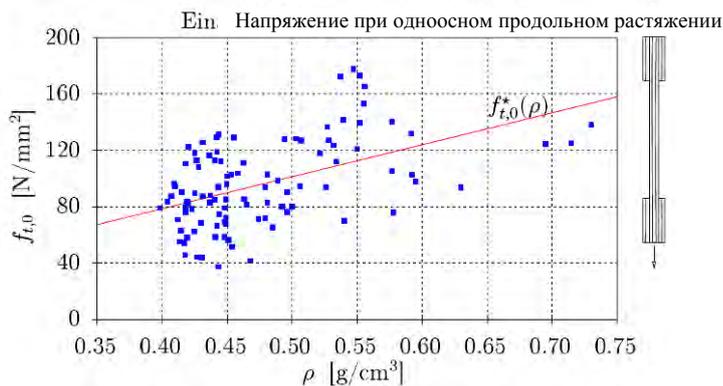


Рисунок 4.7: Зависимость прочности при одноосном растяжении  $f_{t,0}$  от  $\rho$

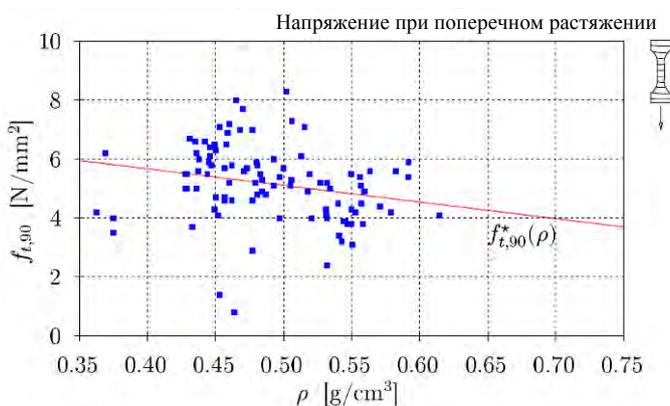


Рисунок 4.8: Зависимость прочности при одноосном растяжении  $f_{t,90}$  от  $\rho$

### 4.3. Двухосные испытания на прочность

#### 4.3.1. Подготовка и проведение экспериментов

Отправной точкой в подготовке экспериментов был выбор подходящей еловой древесины (DIN 52 180). Затем образцам, в основу которых была положена чистая (без пороков) древесина, была предана конечная форма (тип А, В, С; см. подраздел 3.2.2), после чего, чтобы сохранить влажность древесины  $U = 12\%$ , они находились в течение нескольких недель на хранении в климатической камере при относительной влажности воздуха  $65\%$  и температуре  $20\text{ }^\circ\text{C}$ .

В период приклеивания стальных пластин образцы находились вне камеры в течение 24 часов до момента затвердения клея.

Ход экспериментальных исследований можно разделить на три основных фазы: фазу позиционирования, предварительного напряжения и нагрузки.

- Целью позиционного этапа является размещение испытуемого образца в испытательной установке без приложения к нему дополнительных усилий. Данная фаза включает в себя частично проводимые вручную, части автоматизированные процессы (см. раздел 3.3.2), при этом все направлено на то, чтобы осуществить правильное функционирование двенадцати нагрузочных стержней без приложения усилий к исследуемому образцу.

- Фаза предварительного напряжения направлена на то, чтобы устранить механические люфты, возникающие в связи с подвижным расположением 24 нагружающих модулей в экспериментальной установке, а также минимизировать допуски между 12 отверстиями образца и подводимыми нагрузочными стержнями. Цель данного этапа, представленная на рис. 3.20 в отношении нагружающих усилий, достигается надежно и быстро при помощи специально разработанного программного алгоритма, описание которого приводится в подразделе 3.3.2.

- Фаза нагрузки представляет собой основной этап экспериментальных исследований, заключающийся в планомерном пошаговом двухосном напряжении образца (до его излома) на основании правил расчета сдвига, описанных в нижеследующем подразделе. Автоматизированное управление процессом осуществляется при помощи описанной в подразделе 3.3.2 асинхронной связи между гидравлической системой и системой ESPI экспериментальной установки. Все измерения, необходимые для исследования материала, осуществляются обеими системами в режиме пошаговой нагрузки в соответствии с циклом, описание которого приводится в подразделе 3.3.2.

#### 4.3.2. Напряжение образца, правила расчета сдвига

О разработке необходимых правил расчета сдвига в рамках обстоятельного численного исследования уже говорилось в подразделе 3.2.3. Важной отличительной чертой приведенных сдвигов является однородное распределение деформаций, а также отсутствие скальвающих напряжений в базе измерения образца для любых значений углов  $\varphi$  к направлению волокон.

Наиболее важными механическими параметрами являются угол  $\varphi$  между продольным направлением волокон  $L$  и направлением нормального напряжения  $\sigma_1$  ( $\equiv$  оси  $x$  на рис. 3.11) и коэффициент приложенного двухосного напряжения  $\kappa = \bar{u} : v$ . В частности, программа испытаний направлена на эксперимен-

тальное построение пяти огибающих эпюр предельных напряжений для каждого из углов  $\varphi = 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ .

Выбор коэффициента  $\kappa$  осуществлялся таким образом, чтобы по каждому углу получить максимально точные и однозначные значения прочности для всех видов нагрузки (напряжение при двухосном растяжении / двухосном сжатии или смешанном растяжении / сжатии) (см. рисунки 4.21–4.30). Эксперименты для углов  $\varphi = 60^\circ, 75^\circ, 82.5^\circ$  и  $90^\circ$  не проводились. Все дополнительные экспериментальные данные, необходимые для описания механических свойств материала, можно получить исходя из эквивалентности двух экспериментальных конфигураций, представленной на рис. 4.9,

$$\{\varphi; \kappa = \bar{u} : \bar{v}\} \equiv \{\varphi' = 90 - \varphi; \kappa' = 1/\kappa = \bar{u}' : \bar{v}'\}, \quad (4.9)$$

где  $\bar{u}' = \bar{v}$  и  $\bar{v}' = \bar{u}$ .

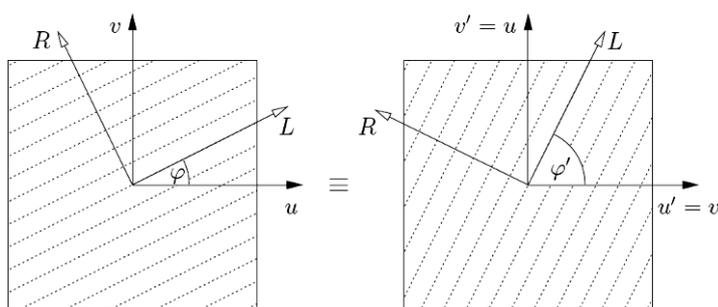


Рисунок 4.9: Эквивалентность двух экспериментальных конфигураций

Компоненты сдвига для каждой отдельной конфигурации  $\{\varphi; \kappa\}$ , пошагово реализованные в двенадцати точках приложения нагрузки, приведены в уравнениях (3.1) и таблице 3.3.

### 4.3.3. Документальное оформление экспериментов

В связи с большим количеством экспериментов и связанных с этим процедур обработки или расшифровки, требующих больших временных затрат, большое значение придается систематизации документов, имеющих отношение к исследованиям, и эффективной обработке результатов измерений. Поэтому особое внимание было уделено разработке соответствующего эффективного программного обеспечения, которое бы обеспечило управление и обработку разнообразных и обширных данных, а также надежную и контролируруемую оценку и отображение результатов экспериментов

В целях дальнейшей точной идентификации каждому образцу был присвоен номер, состоящий из даты склейки и одной дополнительной цифры, которая соответствует расположению образца в склеивающей установке, специально разработанной для данного проекта. Как правило, наклеивание стальных пластин в рабочей части производится одновременно на четыре образца. Вышеупомянутый номер будет выглядеть следующим образом: «ГГММДДН». Так, например,

номер «9806272» на образце означает, что стальные пластины были приклеены 27 июня 1998 г., а образец находился на позиции 2 в склеивающей установке.

Каждому эксперименту в порядке его проведения присваивается трехзначный порядковый номер (001, 002, ...), который служит для точной идентификации опыта в обширной базе данных. Помимо подробной документации, касающейся экспериментов, эта специальным образом структурированная база данных содержит изображения излома по каждому из образцов (см. подраздел 4.3.4), а также два специальных фильма, в которых представлены модулированные изображения отдельных приращений нагрузки (*Modulo-2 $\pi$ -Darstellungen*), полученные для обоих направлений измерений по результатам замеров, проведенных методом ESPI. Фиксирование отдельных картин полос в виде фильма представляет собой результат многочасовой процедуры обработки данных и дает опытному ESPI-пользователю возможность, осуществить чрезвычайно быструю оценку качества измерения путем визуального контроля изменения серых оттенков столь важной для демодуляции гребенчатой структуры отдельных фазовых картин. Кроме того, в данных фильмам представлена подробная информация о том, при каких приращениях нагрузки в образцах произошел излом (образовались трещины).

При помощи описанного в подразделе 3.3.2 программного обеспечения нагружающей системы *BiaxPro*, в конце фаз позиционирования и предварительного напряжения и после каждого шага фазы нагрузки отдельного эксперимента осуществлялась фиксация абсолютных и относительных нагружающих усилий (относительно предварительно напряженного состояния), заданных и фактических положений и изменений положений гидравлических цилиндров и точек приложения нагрузки, а также зависящих от усилий изменений длины 24 нагружающих модулей. На основе этих данных, по каждому случаю проводился расчет как имеющих отношение к работе цилиндров, так и полярных и картезианских (двухмерных) изображений. Кроме того, фиксировались значения предварительного напряжения для нагружающих усилий и значения сдвига для пошагового двухосного напряжения в фазе нагрузки, а также предупреждения и ошибки (например, несоблюдение допустимой разницы между заданными и фактическими значениями при позиционировании цилиндров) во время проведения эксперимента.

При проведении измерений методом ESPI при помощи программы *Istra*, в целях документального оформления всех процессов обеспечивалось воспроизведение изображения образца в форме цифровой записи спекл-интерферграммы (см. например, рис. 3.29а). Помимо этого, реализовывалось используемое для обработки данных обрамление с указанием соответствующих размеров, а также обеспечивалась регулировка важных параметров программного обеспечения, таких, например, как графические фильтры.

#### **4.3.4. Основы анализа и обобщения результатов опытов**

Параметры прочности при двухосном напряжении, а также приращения деформаций и напряжений для каждого двухосного эксперимента с древесиной

были определены в рамках сформулированного плана экспериментальных исследований следующим образом.

### Определение параметров прочности при двухосном напряжении

Для определения параметров прочности древесины при двухосном напряжении был проведен анализ излома материала. При документальном оформлении эксперимента вид излома всего образца был зафиксирован так, как это представлено на рис. 4.10.

При изучении излома основная задача заключается в том, чтобы определить, на каком шаге нагрузки и в каком положении образца появились первые повреждения материала. Как правило, излом появлялся в пределах базы измерения, где при помощи системы ESPI производилось еще и измерение распределения деформаций. Распространение трещин происходило в большинстве случаев параллельно направлению волокон, что в итоге приводило к продольному излому образца. На рис. 4.11 показан типичный пример подобного разрушения. При некоторых двухосных напряжениях нагрузка параллельно направлению волокон преобладала до такой степени, что появлялись осколочные изломы, характерные для экспериментов на одноосное растяжение параллельно направлению волокон. На рис. 4.12. приводится пример подобного излома. В редких случаях отмечалось разрушение рабочей части.

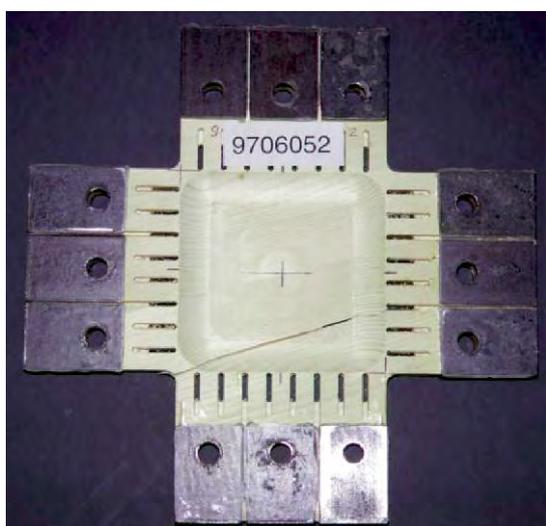


Рисунок 4.10: Вид излома образца с углом к направлению волокон  $\varphi = 15^\circ$  после двухосного напряжения с коэффициентом  $\kappa = +1:-2$



Рисунок 4.11: Продольный излом образца с углом к направлению волокон  $\varphi = 15^\circ$  после двухосного напряжения с коэффициентом  $\kappa = +1:0$

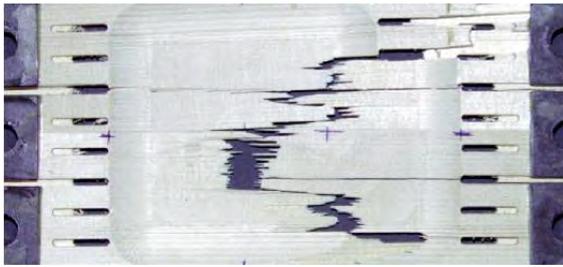


Рисунок 4.12: Осколочный излом образца с углом к направлению волокон  $\varphi = 0^\circ$  после двухосного напряжения с коэффициентом  $\kappa = +1:0$

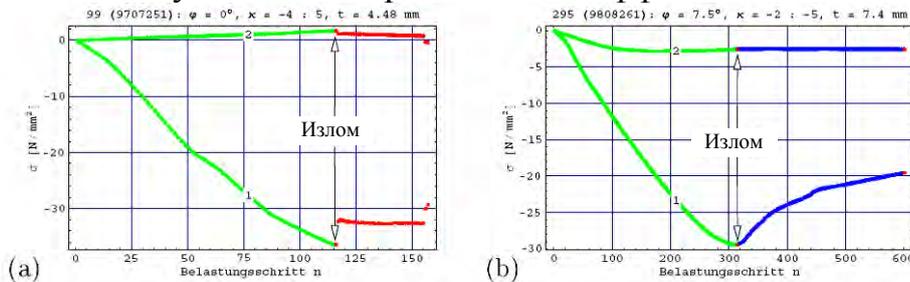


Рисунок 4.13: Определение момента разрушения при возникновении хрупких разрушений при растягивающем напряжении (a); пластических разрушений при напряжении сжатия (b)

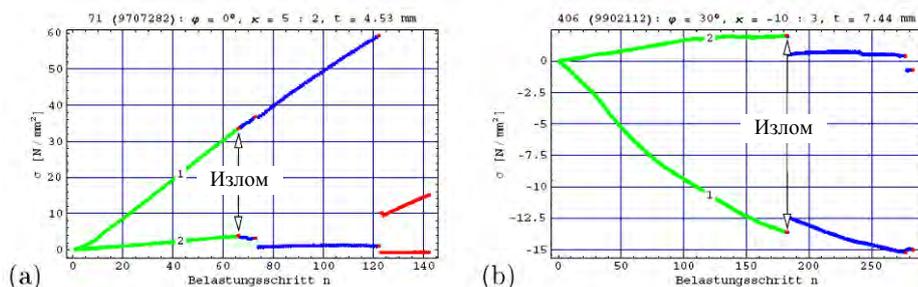


Рисунок 4.14: Примеры определения прочности при двухосном напряжении

*Примечание:* Belastungsschritt – шаг нагрузки.

Кроме вида излома, для индивидуального анализа прочности могут быть использованы и другие источники информации. Первыми на возможный излом указывают акустические и визуальные эффекты во время эксперимента, при этом при работе с древесиной обращает на себя внимание то, что уровень шума при образовании излома или трещин не всегда коррелирует с масштабами разрушения материала. Иногда не видимые невооруженным глазом, локальные (часто поверхностные) надрывы волокон вызывали отчетливо слышимый треск, который в дальнейшем не имел никаких макроскопических последствий (например, в форме существенного искажения нагружающих усилий).

Если речь шла об определении изменений материала при определенных шагах нагрузки, то в преобладающем большинстве случаев наиболее надежными источниками информации являлись измерения, которые проводились при помощи высокочувствительного метода электронной фазомодулированной

спекл-интерферометрии (в особенности, в отношении вышеописанных микроскопических эффектов). Связанные с этим проблемы (возможный эффект декорреляции, способный привести к полной потере сигнала) описаны в подразделе 3.4.4 в рубрике «Помехи и негативные факторы во время проведения измерений на основе спекл-декорреляции».

Наибольшее практическое значение для определения параметров прочности при двухосном напряжении в контексте данной работы имеют нагружающие усилия, приложенные со стороны нагружающей системы и представленные для каждого отдельного эксперимента в форме двенадцати векторов силы в зависимости от шага нагрузки. Диаграммы одного выборочно взятого опыта, представленные на рис. 4.19, содержат типичные (изображены жирным контуром) для данного случая двухосного напряжения ( $\varphi = 15^\circ$ ,  $\kappa = +1:-2$ ) графики двенадцати направленных перпендикулярно краю образца компонент нагружающих усилий в зависимости от шага нагрузки. Кроме того, на каждую из двух диаграмм нанесены графики средних значений (изображены тонким контуром) противоположащих горизонтальных или вертикальных компонент силы.

Исходя из установленных нагружающих усилий, в соответствии с рубрикой «Определение напряжений» данного подраздела были определены усредненные компоненты нормальных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в пределах базы измерения образца и представлены в зависимости от шага нагрузки. Полученные таким образом диаграммы создали основу для определения точки разрушения по каждому опыту, при этом в качестве критерия для определения указанного фактора выступало достижение максимального значения одной из двух компонент напряжения. В преобладающем большинстве экспериментов, в особенности, при появлении хрупких разрушений при растягивающем напряжении (см., например, рис. 4.13а) или ярко выраженных пластических разрушений при напряжении сжатия (см., например, рис. 4.13б), определение момента разрушения не представляло каких-либо сложностей.

Графики напряжений отдельных экспериментов обнаруживают многочисленные или различные экстремумы той или иной компоненты напряжения. Проведенные в этой связи исследования процесса излома показали, что в качестве точки разрушения (предела прочности при двухосном напряжении), как правило, следует рассматривать экстремум, возникающий в графике первым. При проведении испытания на двухосное растяжение ( $\varphi = 0^\circ$ ;  $\kappa = +5:+2$ ), представленного на рис. 4.14а в качестве типичного примера, прочность при двухосном напряжении определялась путем достижения предела прочности при растяжении в поперечном направлении (шаг нагрузки 66). В последующей фазе нагрузки был отмечен дополнительный рост напряжений в продольном направлении, по характеру разрушений в боковых зонах рабочей части образца данная часть эксперимента соответствует одноосному эксперименту и поэтому не имеет особенного значения для определения предела прочности при двухосном напряжении. Аналогичная ситуация представлена на рисунке 4.14б, отражающем результаты испытания для  $\varphi = 30^\circ$ ;  $\kappa = -10:+3$ . Прочность при

двухосном напряжении снова определяется путем превышения значения прочности при поперечном растяжении на шаге нагрузки 182.

### Определение деформаций

Распределение компонент деформации было получено путем цифровой дифференциации состояний сдвига, измеренных при помощи системы ESPI. В свете поставленных задач (разработка законов, действующих для материалов при двухосном напряжении) оценка результатов экспериментов при каждом отдельном шаге нагрузки требовала уменьшения двумерных данных до отдельных скалярных значений искомым механических величин  $\varepsilon_{11} \equiv \varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_{22} \equiv \varepsilon_y$  и  $\gamma_{12} \equiv \varepsilon_{xy}$ . В этой связи следует подчеркнуть, что в данном случае речь шла об очень большом количестве отдельных опытов с почти 1000 приращений нагрузки. Временные затраты, связанные с анализом серийных замеров (около одного дня на каждый опыт), требовали наличия эффективных алгоритмов и в этой, последней фазе обработки результатов измерений, проведенных методом ESPI. В первом приближении происходило простое формирование среднего значения, при этом за счет целенаправленного изменения оценочной области одновременно контролировалась и однородность распределения деформаций.

Рис. 4.15 иллюстрирует процесс деформаций на конкретном примере, отличающемся явно выраженной неоднородностью их распределения. На рис. 4.16 представлено соответствующее отображение результатов в том виде, в котором оно было использовано при плановом анализе экспериментов с двухосно напряженной древесиной для первичной оценки однородности распределения деформаций, при этом примененные значения были определены путем пошаговой нагрузки.

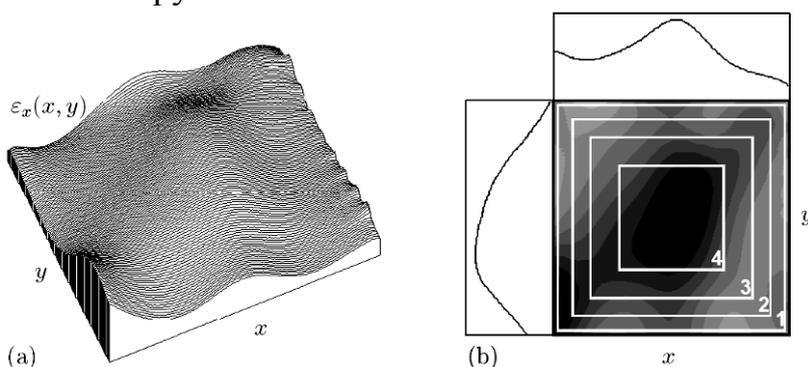


Рисунок 4.15: (а) Изображение с помощью горизонталей или (b) контурное изображение распределения деформаций  $\varepsilon_x$  в пределах базы измерения образца (140×140 мм)

На рис. 4.15а показано созданное с помощью горизонталей изображение явно неоднородного распределения деформаций по оси  $x$  в пределах базы измерения исследуемого образца в конце фазы нагрузки. Рисунок 4.15b показывает то же самое распределение при помощи различных оттенков серого цвета, при этом четыре нанесенных на изображение концентрических квадрата соответствуют

оценочным зонам формирования среднего значения, которые были определены в ходе предшествующих плановых исследований. Для того, чтобы неоднородность связей (как в горизонтальном, так и вертикальном направлениях) стала еще более наглядной, две дополнительные (одномерные) диаграммы на рис. 4.15b показывают распределение средних значений по всем полосам или прорезам.

Представленное на рис. 4.15 распределение деформаций соответствует деформационному состоянию квадратной базы измерения образца в конце эксперимента, проводимого в пошаговом режиме от состояния предварительного напряжения до излома. На рисунке 4.16 в количественной форме демонстрируется влияние ранее описанного изменения оценочных зон 1–4 на средние значения деформаций, получаемых в зависимости от шага нагрузки. Подобное пошаговое отображение результатов еще не зависит от нижеописанной оценки данных, связанных с измерением усилий в целях определения значений сопряженных напряжений, что значительно расширяет возможности интерпретации в рамках настоящего исследования.

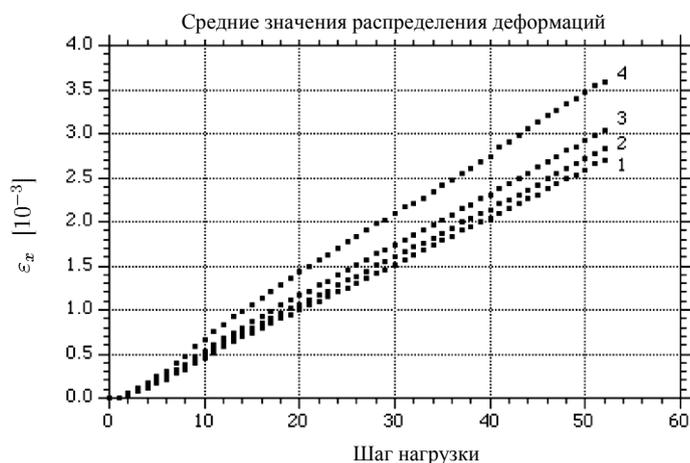


Рисунок 4.16: График зависимости шаг нагрузки/средние деформации  $\epsilon_x$ , исходя из четырех оценочных зон 1–4, представленных на рис. 4.15

В случае представленного примера первыми на неоднородность указывают достаточно явные различия графиков, представленных на рис. 4.16, при этом сразу же установить ее причины (проблемы, связанные с приложением нагрузки, дефекты материала или ошибки при изготовлении образца) не представляется возможным. Только при более тщательном изучении распределения деформаций, изображенного на рис. 4.15, получаем уточненную картину. Она дает разъяснения, касающиеся зоны или вида неоднородности, и делает выводы о ее причинах.

Концентрация деформаций в средней части базы измерения, обнаруживаемая на обоих изображениях рисунка 4.15, является явным признаком неравномерности структуры материала или геометрии образца (например, непреднамеренное изменение его толщины). Помимо этого, в левой нижней кромочной зоне базы измерения определяется обширный очаг неоднородности, причина

которой находится в прямой связи с приложением нагрузки. Дальнейшие выводы будут представлены в нижеописанном анализе нагружающих усилий.

Многообразие данных измерений, показанных на отдельно взятом примере и касающихся деформации исследуемой поверхности во время эксперимента, обосновывают применение системы ESPI в рамках настоящего исследовательского проекта.

### Определение напряжений

Поскольку отсутствует принципиальная возможность непосредственного измерения распределения нормальных напряжений в образце, то изначально исключен и прямой контроль за равномерностью приложения усилий в пределах базы измерения. Качественная оценка приложения усилий и определение средних компонент нормальных напряжений при двухосном напряженном состоянии опираются на определенные числовые расчеты, которые проводились посредством создания модели образца методом конечных элементов и реализуемых при помощи гидравлической нагружающей системы усилий  $F_i$  и сдвигов  $U_i$  точек приложения нагрузки  $i = 1, \dots, 12$ . Дополнительные сведения об однородности распределения напряжений в пределах базы измерения обеспечивались за счет двухмерного распределения деформаций, данные по которому были получены при помощи использованного метода ESPI (электронной фазомодулированной спекл-интерферометрии).

Для определения средних значений нормальных напряжений в зависимости от нагружающих усилий, представленных на рис. 4.18, исходят в первом приближении из упрощенного моделирования, заключающегося в том, что основной вклад вносят только те силовые компоненты, которые направлены перпендикулярно краю образца (нормированные векторы направления  $n_x$  и  $n_y$ ) и что именно они попадают на эффективное поперечное сечение образца таким образом, как это представлено на рис. 4.17. Это означает, что в силу значительной свободы плоских напряженных состояний от скалывающих напряжений, силовые компоненты, которые направлены параллельно краю образца, в рамках указанного первого приближения не учитываются.

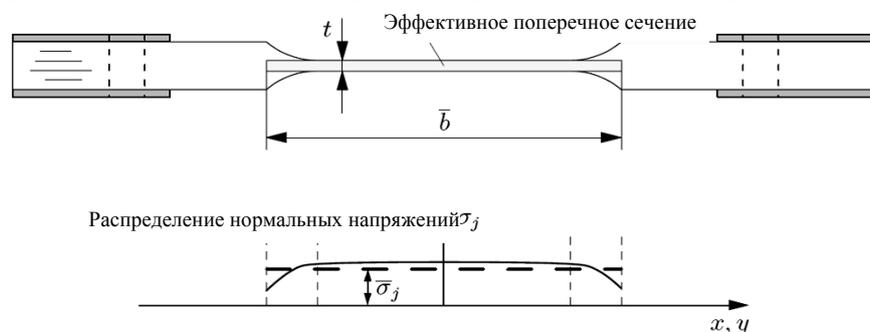


Рисунок 4.17: Определение эффективного поперечного сечения  $\bar{A}$  образца для двухосных испытаний для получения средних значений нормальных напряжений  $\bar{\sigma}_1$  и  $\bar{\sigma}_2$

Для расчета средних значений нормальных напряжений  $\bar{\sigma}_1$  и  $\bar{\sigma}_2$  берется сумма горизонтальных или вертикальных компонент противоположных нагружающих усилий и делится на удвоенное значение эффективного поперечного сечения  $\bar{A} = \bar{b}t$ :

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{2\bar{A}} \left( \sum_{i=4}^6 n_x F_i + \sum_{i=10}^{12} n_x F_i \right), \quad (4.10)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{1}{2\bar{A}} \left( \sum_{i=1}^3 n_y F_i + \sum_{i=7}^9 n_y F_i \right). \quad (4.11)$$

Что касается ширины эффективного поперечного сечения, представленного на рис. 4.17, то в данном случае речь идет о числовом значении  $\bar{b} = 140$  мм, которое было определено при помощи создания модели образца методом конечных элементов. Толщина  $t$  определяется в ходе соответствующих измерений индивидуально для каждого образца и составляет, в зависимости от типа образца, около 4.5 мм (тип А), 7.5 мм (тип В) или 9.5 мм (тип С).

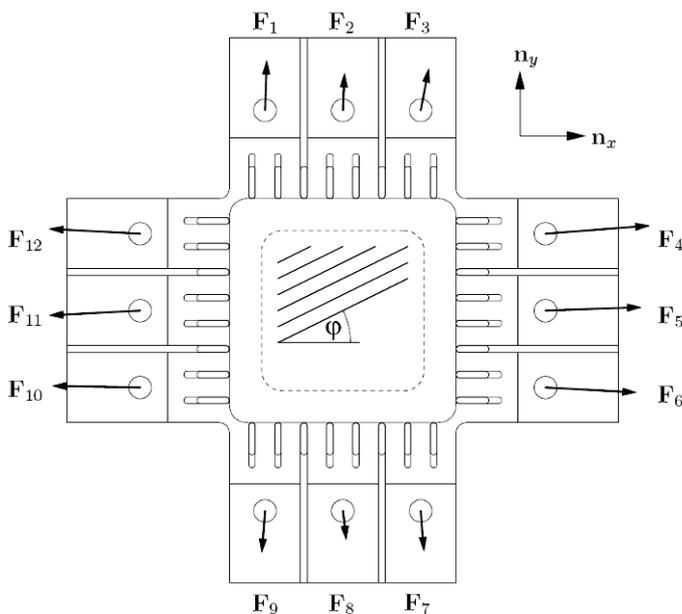


Рисунок 4.18: Схема нагружающих усилий

### 4.3.5. Качественная оценка результатов экспериментов

В отношении представленного на рис. 4.19 варианта двуосного напряжения ( $\varphi = 15^\circ$ ,  $\kappa = +1:-2$ ) четко видно, что горизонтальное напряжение растяжения доминирует над вертикальным напряжением сжатия, причем основная часть усилий переносится на образец через внешние точки приложения нагрузки. Зависящие от шага нагрузки эпюры сил указывают в горизонтальном направлении на линейную, а в вертикальном направлении – на слабовыраженную нелинейную жесткость. По достижении шага нагрузки 252 произошел резкий из-

лом, однозначно определяемый как характерная активизация всех (в данном случае максимальных) нагружающих усилий.

Представленная на рис. 4.20 ситуация ( $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -1:0$ ) соответствует напряжению сжатия параллельно направлению волокон. В то время, как вертикальные нормальные усилия демонстрируют слабовыраженный процесс со сравнительно низкими значениями, горизонтальные сжимающие усилия обнаруживают отчетливо нелинейный ход, причем максимальное напряжение было достигнуто при шаге нагрузки 145. После чего разрушение материала стало заметным.

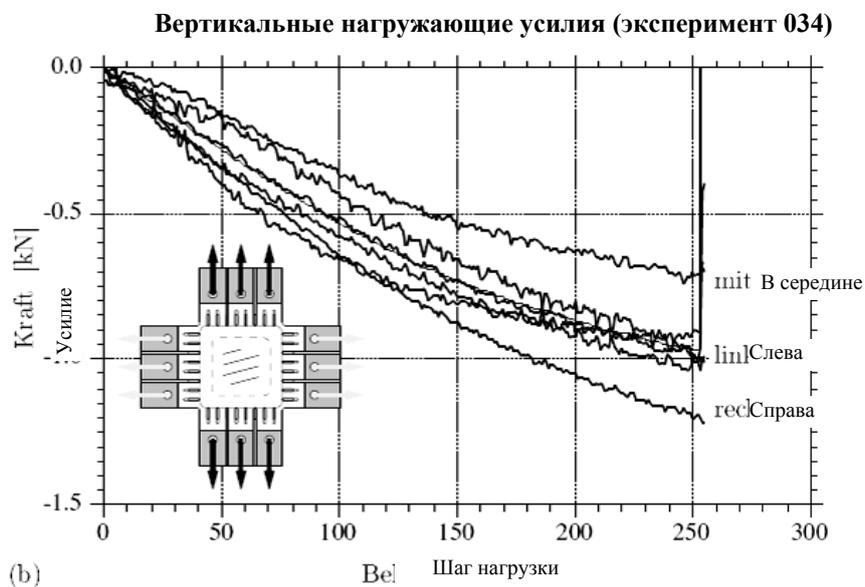
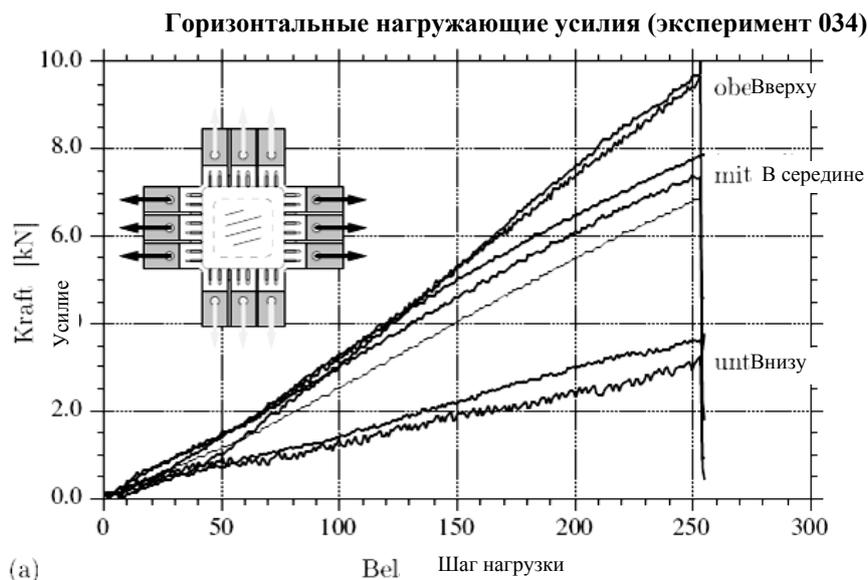


Рисунок 4.19: Зависимость (а) горизонтальных и (б) вертикальных нагружающих усилий от шага нагрузки, определяемая в целях анализа прочности материала при ( $\varphi = 15^\circ$ ,  $\kappa = +1:-2$ ); график средних значений представлен тонкой линией

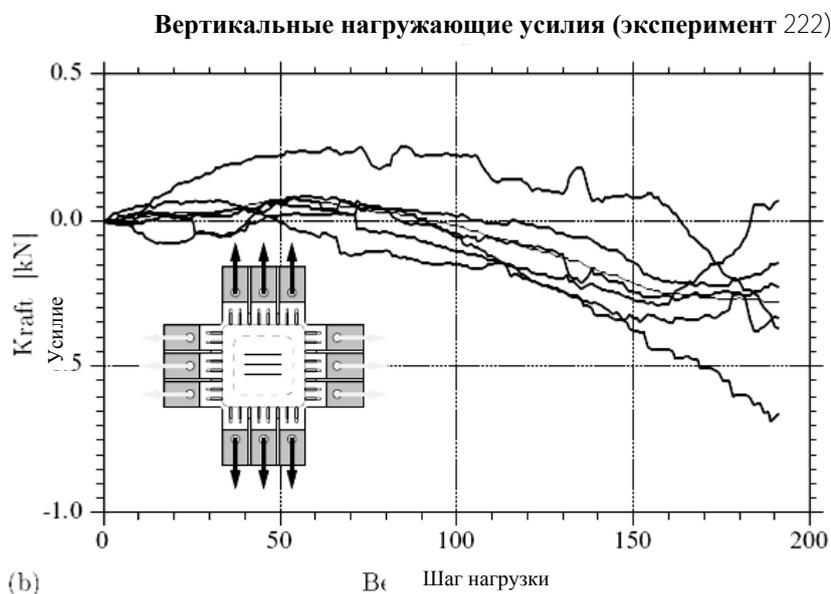
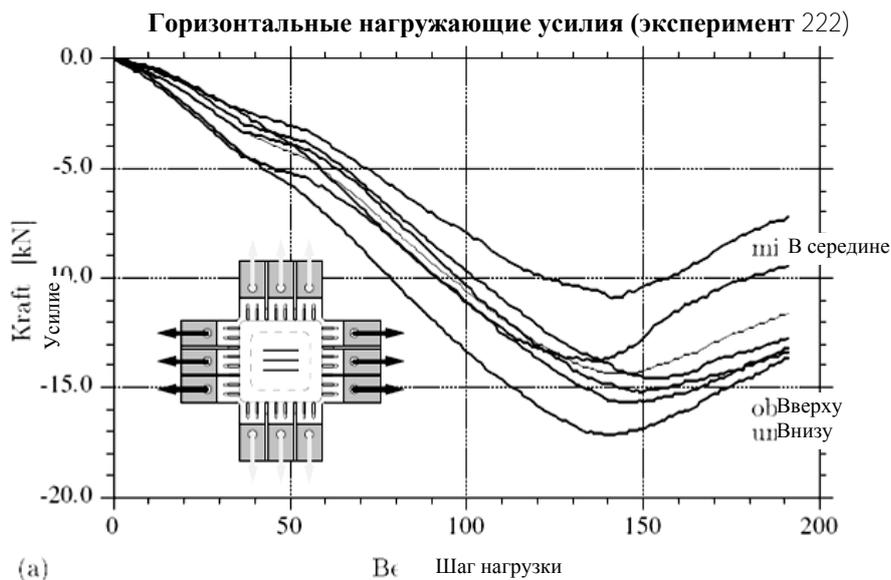


Рисунок 4.20: Зависимость (а) горизонтальных и (б) вертикальных нагружающих усилий от шага нагрузки, определяемая в целях анализа прочности материала при ( $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -1:0$ ); график средних значений представлен тонкой линией

Отдельные эпюры сил, выделенные на диаграммах жирным шрифтом, обнаруживают беспорядочные флуктуации, крайне схожие с шумовым сигналом. Фактическая причина данных отклонений от равномерного графика заключается в расчетном решении описанного в подразделе 3.3.1 позиционного управления 24 гидравлическими цилиндрами нагружающей системы. Исключительно высокая чувствительность метода ESPI требует, в рамках проведения экспериментов в пошаговом режиме, соответственно малых приращений двухосного напряжения (максимально  $10 \mu\text{м}$  на каждую точку приложения нагрузки). Это означает, что шаг позиционных изменений отдельных гидравлических цилиндров в числовом выражении, применяемом в расчетном реше-

нии системы управления, составляет  $2.44 \mu\text{м}$  (на каждый цилиндр). По этой причине, не всегда возможно реализовать «рамки сдвига», изображенные на рис. 3.11 непрерывными линиями, при отдельном приращении. Необходимо не менее 10 шагов нагрузки, чтобы получить требуемое заданное значение сдвига с абсолютной позиционной точностью  $2 \mu\text{м}$  (для горизонтального или вертикального перемещения отдельной точки приложения нагрузки).

Представленные на рис. 4.19 графики измерения усилий отображают вышеупомянутое цифровое позиционирование через обусловленные им результирующие изменения отдельных нагружающих усилий. Их нерегулярность выражена тем четче, чем жестче ведет себя материал при соответствующей нагрузке. Ввиду обеспечения условий равновесия прилагаемых к образцу усилий, данный эффект исчезает в значительной степени в отношении шести противоположных компонент усилий при пошаговом формировании средних значений, несмотря на то, что при данном упрощенном взгляде остаются неучтенными (в силу их незначительности) компоненты, направленные параллельно краю образца. Данный четко выраженный «эффект сглаживания» за счет формирования средних значений, проиллюстрированный примером на рис 4.19b, позволяет сделать вывод о том, что усилия, суммарно приложенные в пределах базы измерения образца, демонстрируют сходный по равномерности, последовательный ход, позволяющий проводить испытания на прочность без помех и остановок. Данное утверждение подтверждается результатами измерений сдвига, проведенными при помощи системы ESPI.

### 4.3.6. Объем программы экспериментов

В табл. 4.1 представлено количество двухосных испытаний на прочность, проведенных для различных конфигураций параметров  $\{\varphi; \kappa\}$ . Как видно из данной таблицы, для разных углов  $\kappa$  к направлению волокон брались разные значения коэффициентов приложенного напряжения. Выбор соотношения  $\kappa = \bar{u} : \bar{v}$  осуществлялся, исходя из возможности получения максимально полной информации для построения огибающих эпюр предельных напряжений по соответствующему углу. Всего было проведено 439 двухосных испытаний, 423 из которых были отмечены линейной, а 16 – нелинейной историей нагружения. Последние отмечены в таблице знаком «+».

Таблица 4.1: Количество проведенных экспериментов

$\kappa$	$0^\circ$	$7.5^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
–	–	6	6	6+1	6
10:+3					
–7:+4	–	–	–	–	5
–4:–5	–	–	6	–	–
–4:+5	6	6	–	6	6

-3:-5	6	-	6+1	5+1	-
-2:-5	-	6+1	-	-	-
-2:+5	8	6	6	6	6
-1:-10	1	-	-	-	-
-1:-5	6	6	6+1	-	-
-1:-1	-	-	-	-	6
-1:0	6	6	6	6+2	6+1
-1:+1	-	-	6	-	-
0:-1	6+3	6+2	6+1	6+1	-
0:+1	7	6	6	6	9
+1:-10	6+1	6	-	-	-
+1:-2	6	6	6	-	-
+1:0	7	6	6	6	-
+1:+1	-	-	-	-	6
+2:+5	6	6	6	6	6
+3:-10	6	6	6	-	-
+3:-5	6	-	-	-	-
+5:-4	6	6	6	6	-
+5:-2	6	6	6	6	-
+5:+2	6	6	6	6	-
+13:-50	-	-	3	-	-

#### 4.4. Анализ типичных результатов экспериментов

##### 4.4.1. Результаты экспериментов по определению прочности еловой древесины при двухосном напряжении

На нижеприведенных изображениях, в пространстве главных напряжений представлены параметры прочности при двухосном напряжении, которые были получены в ходе экспериментальных исследований в отношении различных углов к направлению волокон. Каждая диаграмма содержит результаты испытаний, проведенных для определенного угла  $\varphi$  с соотношениями двухосных напряжений, приведенными в табл. 6.1 (Приложение А).

Правые верхние квадранты изображенного плоского пространства главных напряжений соответствуют двухосному напряжению растяжения ( $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$ ), левые нижние квадранты – двухосному напряжению сжатия ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0$ ).

Две другие зоны пространства главных напряжений имеют отношение к смешанным биаксиальным напряжениям ( $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$  или  $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$ ).

На рис. 4.21, 4.23, 4.25, 4.27 и 4.29 представлены параметры прочности, полученные для  $\varphi = 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  и  $45^\circ$ . Общим признаком всех результатов является наблюдаемый у них малый разброс значений. Исключение составляют только параметры прочности, полученные для преобладающего напряжения растяжения в продольном направлении. Как показано на рисунках, точки излома для разных значений углов к направлению волокон лежат на воображаемых кривых излома, формой напоминающих эллипс. Главные оси этих эллипсов наклонены к оси  $\sigma_1$  под углом, соответствующим углу  $\varphi$ . Сообразно с номинально различными параметрами прочности древесины при одноосном напряжении растяжения и сжатия в направлении, совпадающем с направлением волокон, огибающие эпюры предельных напряжений занимают эксцентрическое положение относительно начала системы координат  $\sigma_1$ – $\sigma_2$ .

Наряду с параметрами прочности при двухосном напряжении, рис. 4.22, 4.24, 4.26, 4.28 и 4.30 содержат в отношении исследуемых  $\varphi$  еще и графики изменения напряжений до момента излома. Эти графики, определяемые экспериментальным путем, дают информацию о соотношении компонент напряжений,  $\sigma_2/\sigma_1$ , в зависимости от уровня напряжений. Представленные изображения показывают, что существуют две различные зоны нагрузки: большая зона с исключительно постоянным соотношением компонент напряжения в течение всего эксперимента и вторая, меньшая зона, которая характеризуется явными отклонениями от линейности вышеупомянутых компонент при повышенной интенсивности нагрузок. Последняя ситуация возникает при опытной конфигурации с доминантным напряжением сжатия перпендикулярно продольному направлению волокон. К этой проблеме мы еще подробнее вернемся в подразделе 4.4.3 в рамках рассмотрения диаграмм зависимости «напряжение-продольная деформация».

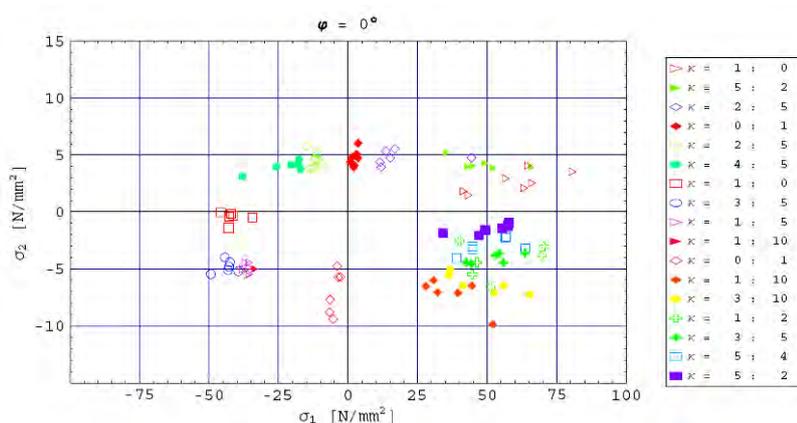


Рисунок 4.21: Прочность при двухосном напряжении для  $\varphi = 0^\circ$

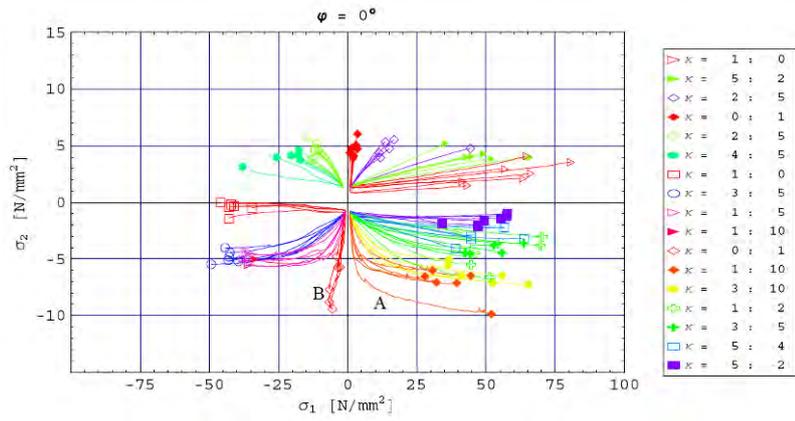


Рисунок 4.22: График соотношения компонент напряжений  $\sigma_2/\sigma_1$  для  $\varphi = 0^\circ$

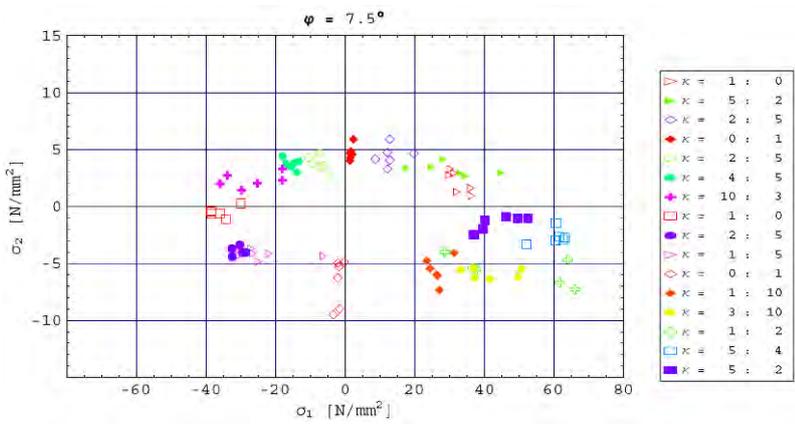


Рисунок 4.23: Прочность при двухосном напряжении для  $\varphi = 7.5^\circ$

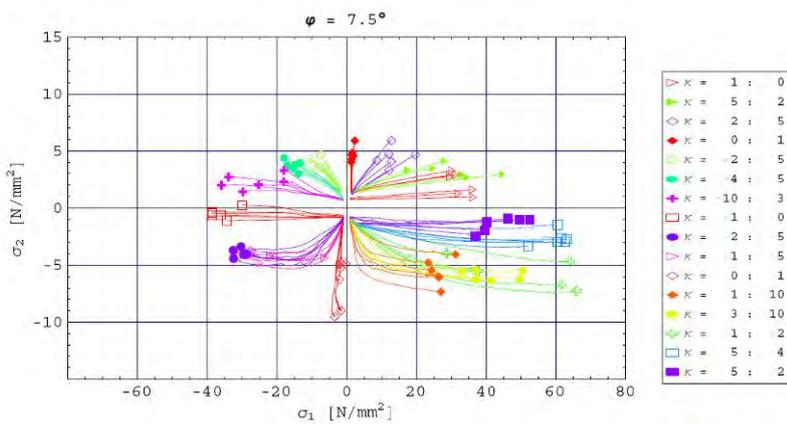


Рисунок 4.24: График соотношения компонент напряжений  $\sigma_2/\sigma_1$  для  $\varphi = 7.5^\circ$

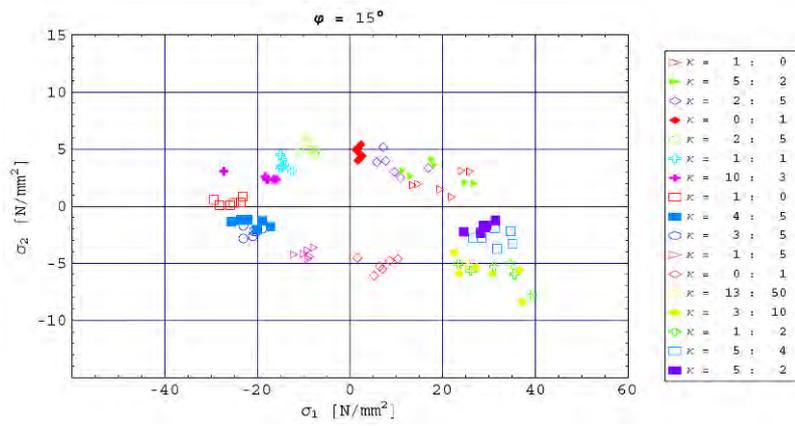


Рисунок 4.25: Прочность при двухосном напряжении для  $\varphi = 15^\circ$

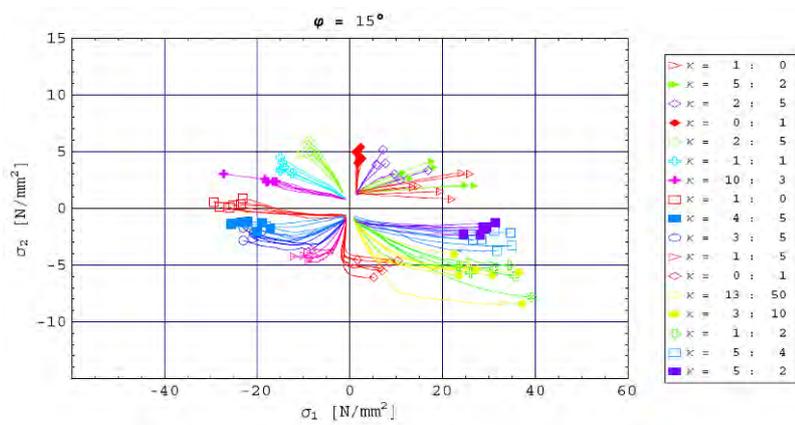


Рисунок 4.26: График соотношения компонент напряжений  $\sigma_2/\sigma_1$  для  $\varphi = 15^\circ$

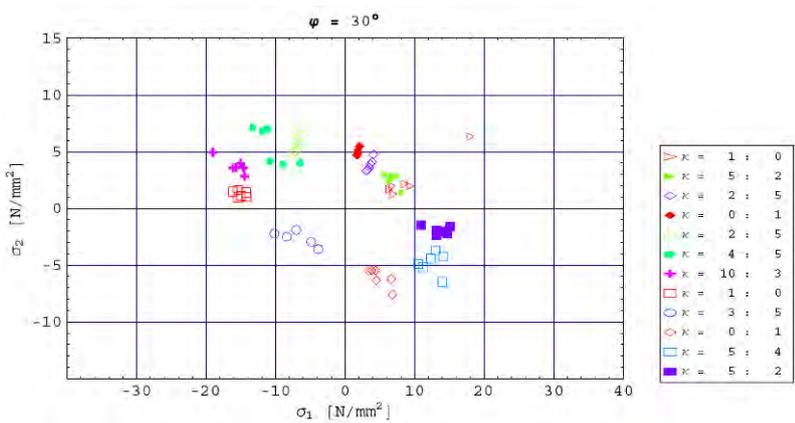


Рисунок 4.27: Прочность при двухосном напряжении для  $\varphi = 30^\circ$

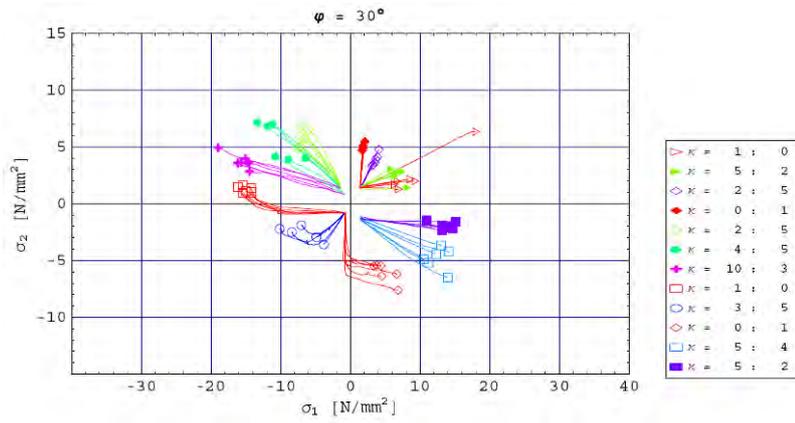


Рисунок 4.28: График соотношения компонент напряжений  $\sigma_2/\sigma_1$  для  $\varphi = 30^\circ$

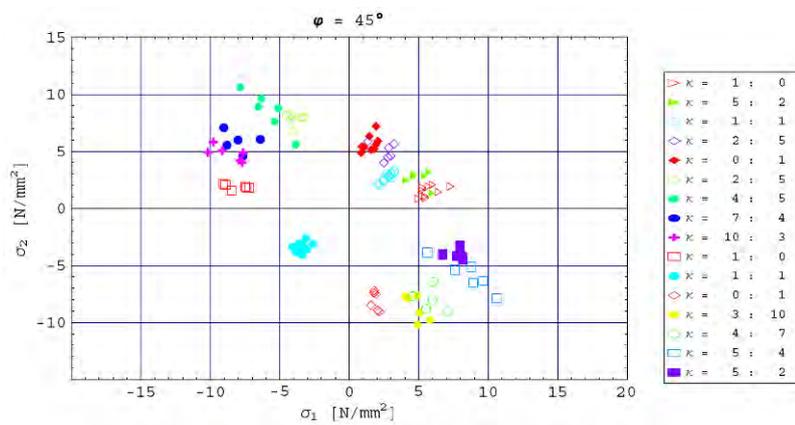


Рисунок 4.29: Прочность при двухосном напряжении для  $\varphi = 45^\circ$

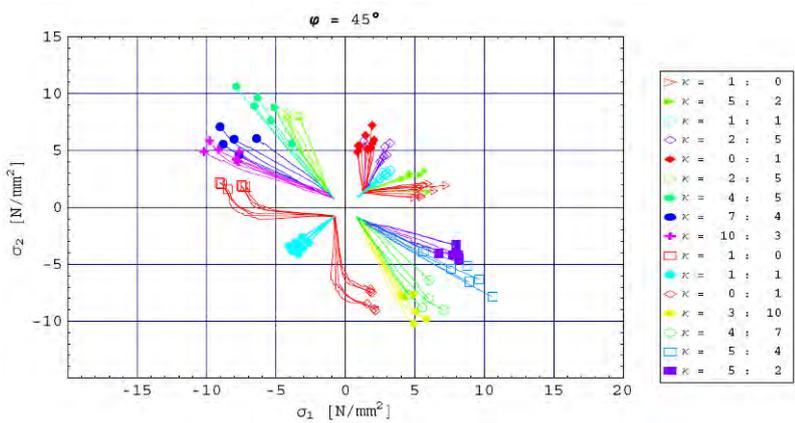


Рисунок 4.30: График соотношения компонент напряжений  $\sigma_2/\sigma_1$  для  $\varphi = 45^\circ$

## 4.4.2. Идентификация параметров для критерия прочности, выведенного Цаем и Ву

Математическим описанием предельных напряженных состояний, которое оптимально подходит для ортотропных материалов и поэтому часто используется в литературе, является описание, предложенное Цаем и Ву [Tsai & Wu, 1971]. Как было представлено в разделе 2.3, данный критерий прочности в тензорной записи выглядит следующим образом:

$$a_{ij} \sigma_{ij} + a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} + a_{ijklmn} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \sigma_{mn} + \dots = 1, \quad i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, \quad (4.12)$$

где  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ijkl}$  и  $\alpha_{ijklmn}$  – коэффициентные тензоры 2-, 4- и 6-го ранга.

При наличии достаточно большого количества экспериментальных данных для различных напряженных состояний, коэффициенты  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ijkl}$  и  $\alpha_{ijklmn}$ , описывающие прочность исследуемого материала и указанные в уравнении (4.12), могут быть определены, например, методом наименьших квадратов.

Для этого, прежде всего, представим предельные напряженные состояния  $\bar{\sigma}_{ij}^{(p)}$ , полученные для экспериментов  $\rho = 1, 2, \dots, N$ , при помощи

$$\sigma_{ij}^{(p)} = n_{ik} n_{jl} \bar{\sigma}_{kl}^{(p)} \quad (4.13)$$

в общей системе координат в пространстве напряжений. Величины  $n_{ij}$  в уравнении (4.13) являются компонентами матрицы трансформации и отображают конусы направлений [Mang & Hofstetter, 2000]. Подставив полученные таким образом предельные напряженные состояния  $\sigma_{ij}^{(p)}$ ,  $\rho = 1, \dots, N$ , в критерий прочности (4.12), получаем

$$f(\sigma_{ij}^{(p)}) = a_{ij} \sigma_{ij}^{(p)} + a_{ijkl} \sigma_{ij}^{(p)} \sigma_{kl}^{(p)} + a_{ijklmn} \sigma_{ij}^{(p)} \sigma_{kl}^{(p)} \sigma_{mn}^{(p)} + \dots = 1 \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (4.14)$$

Определение требуемых коэффициентов  $\alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ijkl}$  и  $\alpha_{ijklmn}$  осуществляется в рамках решения уравнения путем нахождения минимума функции

$$\Phi(a_{ij}, a_{ijkl}, a_{ijklmn}, \dots) = \sum_{p=1}^N [f(\sigma_{ij}^{(p)}) - 1]^2 \rightarrow \text{Minimum}. \quad (4.15)$$

Это происходит путем решения системы уравнений, результирующей из приравнивания к нулю частных производных  $\Phi$  через неизвестные коэффициенты,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_{ij}} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_{ijkl}} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_{ijklmn}} = 0, \quad (4.16)$$

с соблюдением следующих условий

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial a_{ij}^2} > 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial a_{ijkl}^2} > 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial a_{ijklmn}^2} > 0. \quad (4.17)$$

Как следует из табл. 4.1, в рамках настоящего исследовательского проекта было проведено 423 двухосных испытания на прочность с напряжением в плоскости  $LR$ , которые показали линейную картину нагрузки. С учетом описанной в подразделе 4.3.2 эквивалентности опытных конфигураций, в качестве основы для определения параметров излома при помощи решения уравнения в нашем распоряжении имеются  $N = 846$  экспериментов.

Если специализировать уравнения (4.13)–(4.17) для плоского напряженного состояния ( $i, j, k, l, m, n = 1, 2$ ), действующего в плоскости  $LR$ , и выбрать главные направления материала  $L$  и  $R$ , корреспондирующие с углом к направлению волокон  $\varphi = 0^\circ$ , в качестве осей общей системы координат, то получим компоненты трансформации  $n_{ij}$  уравнения (4.13) в следующей матричной записи:

$$\{n_{ij}\} = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & -\sin(-\varphi) & 0 \\ \sin(-\varphi) & \cos(-\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Приведенный в уравнении (4.12) тензорный полином 3-го порядка, взятый за основу для решения уравнения, позволяет достичь высокой степени соответствия рассчитанного излома с результатами экспериментов, однако, как показано на рис. 4.31, в этом случае при заданных опытных данных излом, как правило, не закрыт. Причиной этого является значительный разброс значений прочности, полученных для преобладающего напряжения растяжения параллельно направлению волокон (сравните с рис. 4.21).

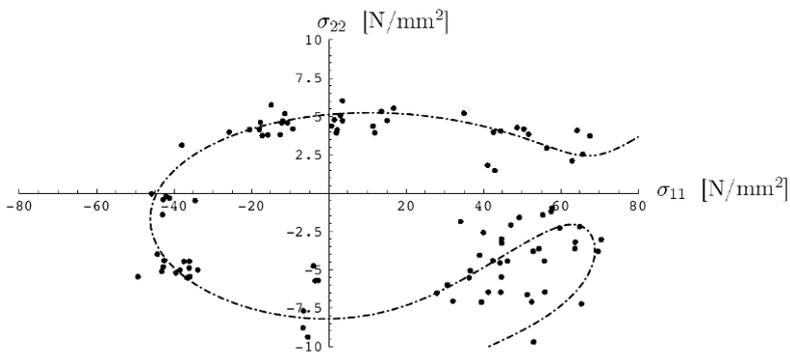


Рисунок 4.31: Кривая излома 3-го порядка

Следствием использования открытых изломов в числовых расчетах, наряду с повышенной алгоритмической гетерогенностью, являются численные неустойчивости при применении подобных программ, которыми не следует пренебрегать. Именно поэтому для реализации в программе, основанной на методе конечных элементов, они подходят в крайне ограниченном объеме. Кроме того, для определения излома 3-го порядка требуется большое количество па-

раметров материала. По этой причине, в дальнейшем для математического описания излома мы ограничимся тензорным полиномом 2-го порядка:

$$f = a_{ij} \sigma_{ij} + a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} = 1, \quad i, j, k, l = 1, 2. \quad (4.19)$$

С учетом симметричных коэффициентных тензоров

$$a_{ij} = a_{ji}, \quad a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{klij} (= a_{jilk} = a_{ijlk}) \quad (4.20)$$

для ортотропного материала остаются двенадцать независимых, отличных от нуля тензорных компонент. В данном случае представлены полученные экспериментальным путем параметры прочности древесины только для плоских напряженных состояний в плоскости  $LR (i, j = 1, 2)$ . Поэтому число независимых, отличных от нуля тензорных компонент уменьшается до шести. С учетом  $\alpha_{1122} =$

$= \alpha_{2211}$  и  $\alpha_{1212} = \alpha_{2121} = \alpha_{1221} = \alpha_{2112}$ , получаем при помощи приведенных в уравнении (4.16) определяющих уравнений для еловой древесины, используемой в настоящем научно-исследовательском проекте, следующие коэффициенты для критерия прочности, представленного в уравнении (4.19):

$$\begin{aligned} a_{11} &= -0.00674562 & a_{1111} &= 0.000265262 & a_{1212} &= 0.00341217 \\ a_{22} &= 0.0592192 & a_{1122} &= 0.000202262 & a_{2222} &= 0.0290358, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где  $\text{мм}^2/\text{Н}$  и  $\text{мм}^4/\text{Н}^2$  являются единицами измерения коэффициентов  $\alpha_{ij}$  и  $\alpha_{ijkl}$ .

Таким образом, подробно расписанная функция излома для координатных направлений, совпадающих с главными направлениями материала [Helnwein, 2001], выглядит следующим образом:

$$f = a_{11} \sigma_{11} + a_{22} \sigma_{22} + a_{1111} \sigma_{11}^2 + a_{2222} \sigma_{22}^2 + 2 a_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 4 a_{1212} \sigma_{12}^2 = 1, \quad (4.22)$$

или может быть выражена в эксплицитной форме  $\sigma_{12} = f(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ , которая часто встречается в литературе:

$$\sigma_{12} = \pm \sqrt{73.27 + 0.4942 \sigma_{11} - 0.01943 \sigma_{11}^2 - 4.339 \sigma_{22} - 0.02964 \sigma_{11} \sigma_{22} - 2.127 \sigma_{22}^2}. \quad (4.23)$$

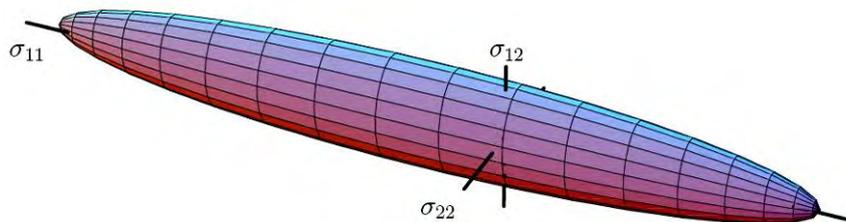


Рисунок 4.32: Излом 2-го порядка

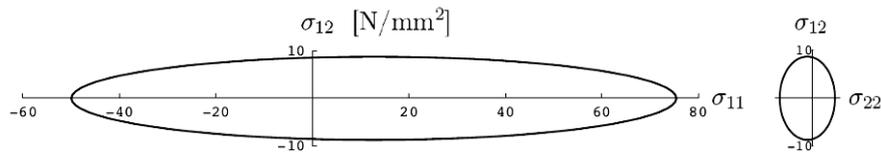


Рисунок 4.33: Главные сечения излома 2-го порядка

Рис. 4.32 демонстрирует трехмерное изображение критерия прочности, приведенного в уравнении (4.23) в эксплицитной форме, рис. 4.33 содержит кривые излома, действительные для  $\sigma_{22} \equiv \sigma_R = 0$  или  $\sigma_{11} \equiv \sigma_L = 0$ . Последние передают так называемые главные сечения эллипсоида. Они наглядно отображают типичные для древесины различные параметры прочности при напряжениях растяжения и сжатия как параллельно, так и перпендикулярно направлению волокон.

Специализация уравнения (4.22) для напряженных состояний при одноосном растяжении или сжатии  $\sigma_{11} \equiv \sigma_L$  приводит к

$$f = a_{11}\sigma_{11} + a_{1111}\sigma_{11}^2 = 1. \quad (4.24)$$

Применив уравнения (4.21), на основании всех проведенных двухосных испытаний на прочность, исходя из

$$a_{11} = \frac{1}{f_{t,0}} - \frac{1}{f_{c,0}} \quad \text{und} \quad a_{1111} = \frac{1}{f_{t,0}f_{c,0}}, \quad \text{и} \quad (4.25)$$

получаем следующие параметры прочности при одноосном растяжении или сжатии параллельно направлению волокон,  $f_{t,0}$  и  $f_{c,0}$ , для исследуемой еловой древесины:

$$\begin{aligned} f_{t,0} &= 75.42 \text{ Н/мм}^2; \\ f_{c,0} &= 49.98 \text{ Н/мм}^2. \end{aligned}$$

Путем специализации уравнения (4.22) для одноосных напряженных состояний  $\sigma_{22} \equiv \sigma_R$  получаем аналогичным способом следующие параметры прочности при одноосном растяжении или сжатии перпендикулярно направлению волокон,  $f_{t,90}$  и  $f_{c,90}$ :

$$\begin{aligned} f_{t,90} &= 4.94 \text{ Н/мм}^2; \\ f_{c,90} &= 6.98 \text{ Н/мм}^2. \end{aligned}$$

Сравнение приведенных параметров при одноосном напряжении с значениями, приведенными в литературе в отношении чистой (без пороков) еловой древесины (например, Колман [Kollmann, 1982] или табл. 2.1), указывает на значения ниже среднего показателей прочности при растяжении  $f_{t,0}$ , а также на

довольно высокие параметры прочности в направлении, перпендикулярном направлению волокон исследуемой древесины.

Как свидетельствуют рисунки 4.21, 4.23, 4.25, 4.27 и 4.29, параметры прочности при двухосном напряжении, полученные в ходе экспериментальных исследований для отдельных опытных конфигураций, отличается довольно значительный разброс значений. Чтобы оценить его влияние на идентификацию параметров излома было реализовано решение уравнения для отличенных от нуля тензорных компонент  $\alpha_{ij}$  и  $\alpha_{ijkl}$  с исключением минимальных и максимальных показателей прочности, полученных для каждой конфигурации. Полученные таким образом компоненты выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -0.00701316 & a_{1111} &= 0.000260280 & a_{1212} &= 0.00367063 \\ a_{22} &= 0.0660182 & a_{1122} &= 0.000241602 & a_{2222} &= 0.0346625 . \end{aligned} \quad (4.26)$$

При помощи коэффициентов, указанных в уравнении (4.26), получаем следующие параметры прочности при одноосном напряжении:

$$\begin{aligned} f_{t,0} &= 76.90 \text{ Н/мм}^2 & f_{t,90} &= 4.50 \text{ Н/мм}^2 \\ f_{c,0} &= 49.96 \text{ Н/мм}^2 & f_{c,90} &= 6.41 \text{ Н/мм}^2. \end{aligned}$$

Сравнение со значениями, полученными ранее, обнаруживает лишь незначительные расхождения. Такое положение вещей подтверждает статистическую надежность экспериментальных данных, положенных в основу решения уравнений.

Сходный вывод также можно сделать на основании представленного на рис. 4.34. сравнения экспериментальных результатов, полученных для  $\varphi = 0^\circ$ , и некоторых кривых излома в плоскости  $\sigma_{11}$ - $\sigma_{22}$  (плоскости  $\sigma_L$ - $\sigma_R$ ). Демонстрируемая плоскость изображения соответствует плоскости  $\sigma_{12} = 0$  на рис. 4.32. В-первых, рисунок 4.34 представляет те две кривые излома а или б, которые были получены с учетом всех опытных результатов или с исключением минимальных и максимальных показателей прочности, определенных при двухосном напряжении для каждой конфигурации (тензорные коэффициенты согласно уравнениям (4.21) или (4.26)). Как уже говорилось, обе представленные кривые имеют лишь незначительные отличия. Во-вторых, благодаря рис. 4.34 можно произвести сравнение с дополнительной кривой с, которая представляет результат решения уравнения, в основу которого были положены только нанесенные результаты экспериментов для  $\varphi = 0^\circ$ . Используя данный вариант оценки, получаем значения прочности при одноосном растяжении,  $f_{t,0}$ , которые ниже вышеприведенных на 13 %.

На рис. 4.35 представлено снижение прочности при одноосном растяжении или сжатии, полученное посредством применения критерия излома (уравнения (4.19) и (4.21)), при возрастающем угле  $\varphi$ . Показанные функциональные зависимости в качественном отношении превосходно соответствуют описанным в литературе свойствам древесины, напряженной одноосно, по касательной к направлению волокон (см. также рис.2.5).

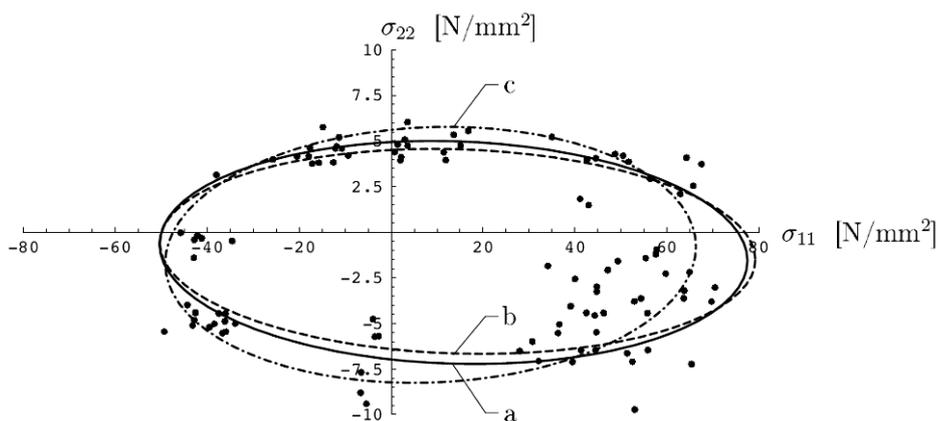


Рисунок 4.34: Кривые излома 2-го порядка

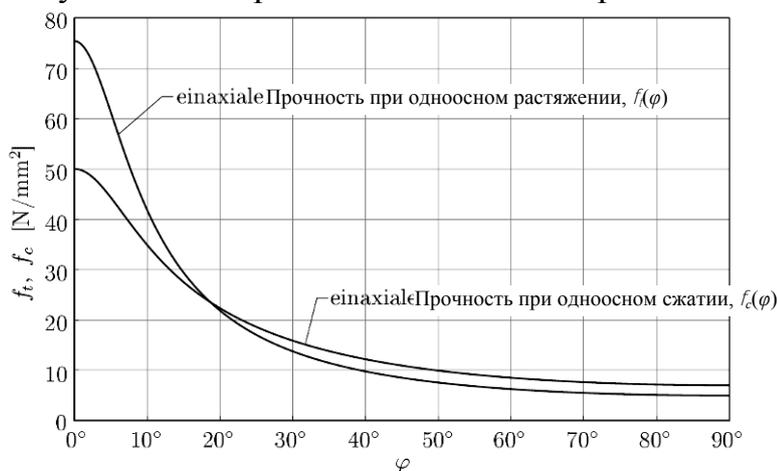


Рисунок 4.35: Зависимость прочности при одноосном растяжении / сжатии,  $f_t$  и  $f_c$  от значений угла к направлению волокон  $\varphi$

### 4.4.3. Выборочные экспериментальные зависимости «напряжение–продольная деформация»

Описанные экспериментальные исследования позволяют определить, наряду с прочностью при двухосном напряжении, в качестве второй группы опытных результатов, такое механическое свойство двухосно напряженной еловой древесины как ее жесткость в зависимости от интенсивности нагрузки. Данная информация, зафиксированная в форме диаграмм зависимости «напряжение–продольная деформация», подробно изложена в Приложении Б по всем исследуемым конфигурациям. В рамках данного подраздела мы проанализируем лишь некоторые из полученных результатов экспериментов.

Диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация» были составлены путем консеквентного соединения приращений напряжений, полученных по результатам измерений усилий, проведенных при помощи гидравлической нагружающей системы для каждого приращения нагрузки, с соответ-

ствующими приращениями деформаций, которые были определены в рамках пошаговой обработки данных, полученных посредством электронной спекл-интерферометрии. В этой связи следует подчеркнуть, что из результатов измерений усилий следуют абсолютные величины напряжений. Однако, значения деформаций, полученные методом ESPI, относятся, в силу измерительных условий, описанных в подразделе 3.4, к исходному состоянию, которое в данном случае корреспондирует с состоянием предварительного напряжения образца. Поэтому в отношении деформаций, представленных на диаграммах, речь идет об относительных величинах.

В приложении Б, а также на рис. 4.36 и 4.37, в целях обеспечения сопоставимости данных, все результаты, полученные для одной конфигурации  $\{\varphi; \kappa\}$ , приведены на одной иллюстрации. Идентификация представленных результатов с соответствующим экспериментом осуществляется по номеру эксперимента (см. Приложение А). Точки, в которых на диаграммах нанесен номер опыта, также отражают напряженные состояния и состояния деформаций, идентифицируемые как точки излома при двухосном напряжении.

На оси абсцисс итоговых графиков нанесены три компонента деформаций  $\varepsilon_{11} \equiv \varepsilon_x$  (сплошная линия),  $\varepsilon_{22} \equiv \varepsilon_y$  (пунктирная линия) и  $\gamma_{12} \equiv \gamma_{xy}$  (штрихпунктирная линия). В качестве ординаты была выбрана одна из двух компонент главных напряжений  $\sigma_1 \equiv \sigma_x$  и  $\sigma_2 \equiv \sigma_y$ , имеющая большее числовое значение.

Описанный метод изображения действует и в отношении рис. 4.36. Данный рисунок содержит диаграммы напряжения – продольной деформации для всех экспериментов на прочность, имеющих параметры  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\kappa = -10 : +3$ . Результаты, полученные по отдельным экспериментам, демонстрируют исключительно малый разброс в отношении такого гетерогенного материала, как древесина. Напряжение сжатия в направлении  $x$  ведет к явно выраженному нелинейному поведению материала при повышенной интенсивности нагрузки. Появление хрупких разрушений может объясняться достижением предела прочности при растяжении перпендикулярно направлению волокон.

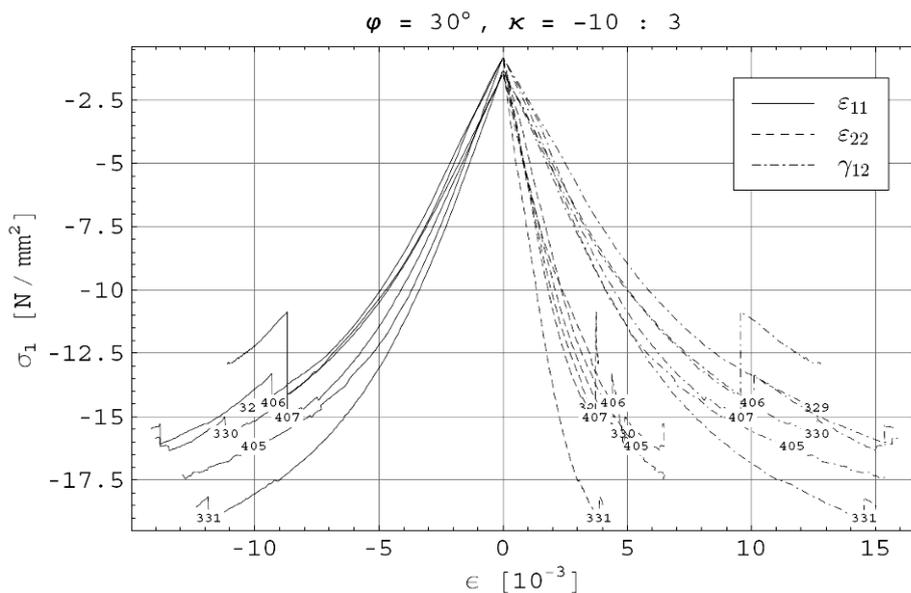


Рисунок 4.36: Диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация» экспериментов, имеющих параметры  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\kappa = -10:+3$

Интересная ситуация представлена на рис. 4.37. В ее основу положены эксперименты, для которых характерны угол к направлению волокон  $\varphi = 7.5^\circ$  и коэффициент приложенного двухосного напряжения  $\kappa = -1:-5$ . Как показано на рис. 4.37а, причина разрушений заключается в превышении предела прочности при сжатии параллельно направлению волокон. Из рис. 4.37б явно видно, что максимальные напряжения в направлении, примерно перпендикулярном направлению волокон, будут достигнуты значительно раньше. После этого, в указанном направлении возникает разупрочнение материала.

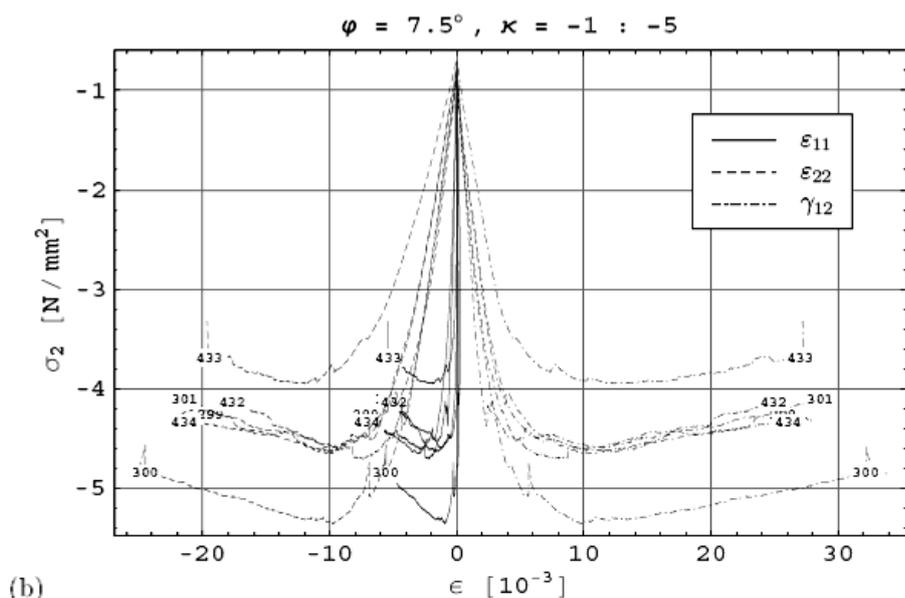
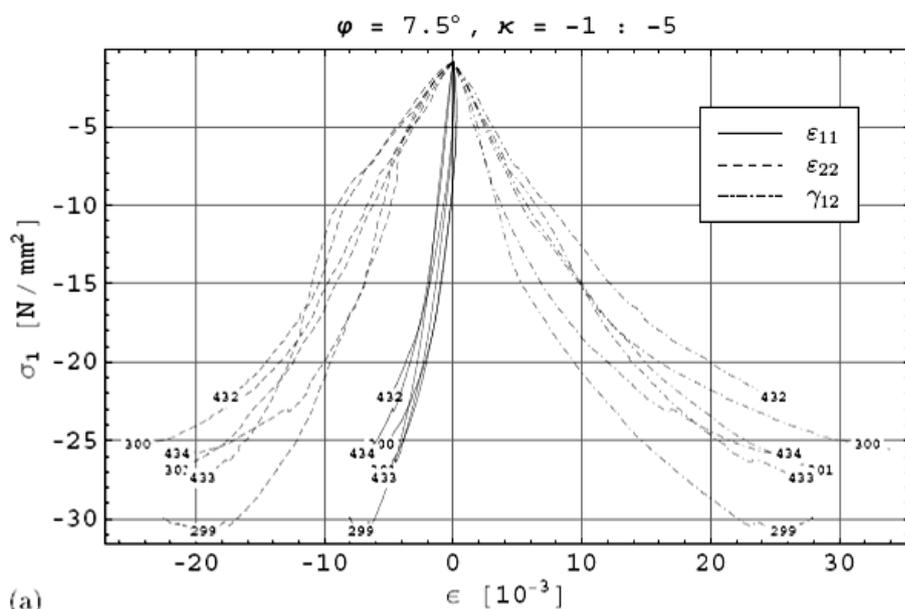


Рисунок 4.37: Деформации для  $\kappa = -1:+5$  и  $\varphi = 7.5^\circ$  в качестве функции (а) компоненты главных напряжений  $\sigma_1$ , (б) компоненты главных напряжений  $\sigma_2$

На рис. 4.38–4.40 представлены диаграммы напряжения–продольной деформации для определенного коэффициента приложенного напряжения в зависимости от угла к направлению волокон. При этом, рис. 4.38 отражает двухосное напряжение растяжения с  $\kappa = +2:+5$ ; рис. 4.39 – смешанное напряжение растяжения / сжатия с  $\kappa = -2:+5$ ; рис. 4.40 – двухосное напряжение сжатия с  $\kappa = -2:-5$ . Приведенные на первых двух рисунках отрицательные номера экспериментов говорят о том, что соответствующие исследования были проведены не с представленной конфигурацией  $\{\varphi; \kappa\}$ , а с эквивалентными конфигурациями  $\{\varphi' = 90 - \varphi; \kappa = 1/\kappa\}$  (см. подраздел 4.3.2).

Первые две иллюстрации отражают линейную жесткость материала до появления хрупкого излома. Обе экспериментальные серии свидетельствуют о том, что компонента напряжения в направлении  $y$  имеет бóльшее значение. Судя по этому, минимальная прочность в направлении компоненты главных напряжений  $\sigma_2$  была получена для  $\varphi = 0^\circ$ , т.е. при доминирующем напряжении растяжения перпендикулярно направлению волокон, а максимальная прочность – для варианта  $\varphi = 90^\circ$ , отмеченного доминирование напряжения растяжения параллельно направлению волокон. Рис. 4.40 демонстрирует нелинейную жесткость материала, характерную для двухосного напряжения сжатия.

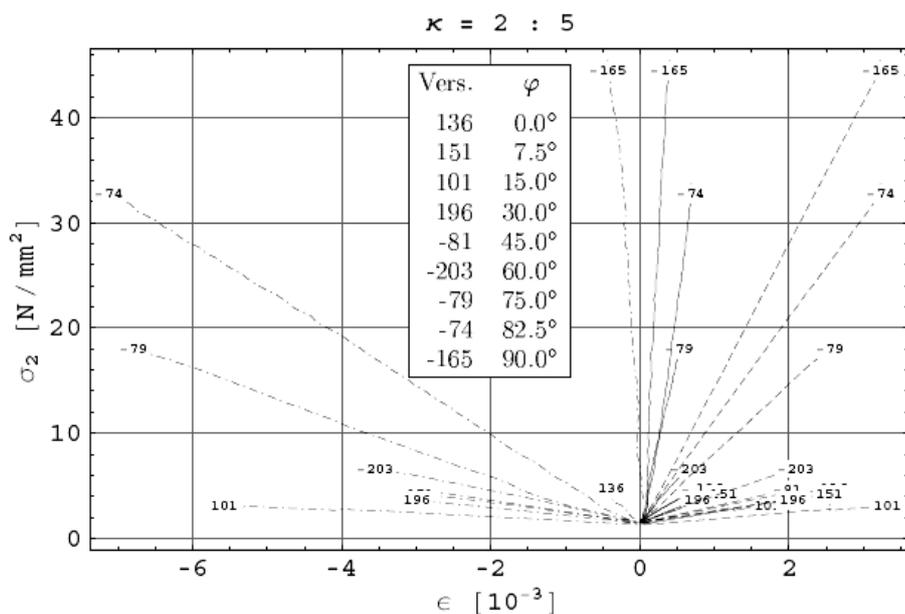


Рисунок 4.38: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = +2:+5$  и  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$

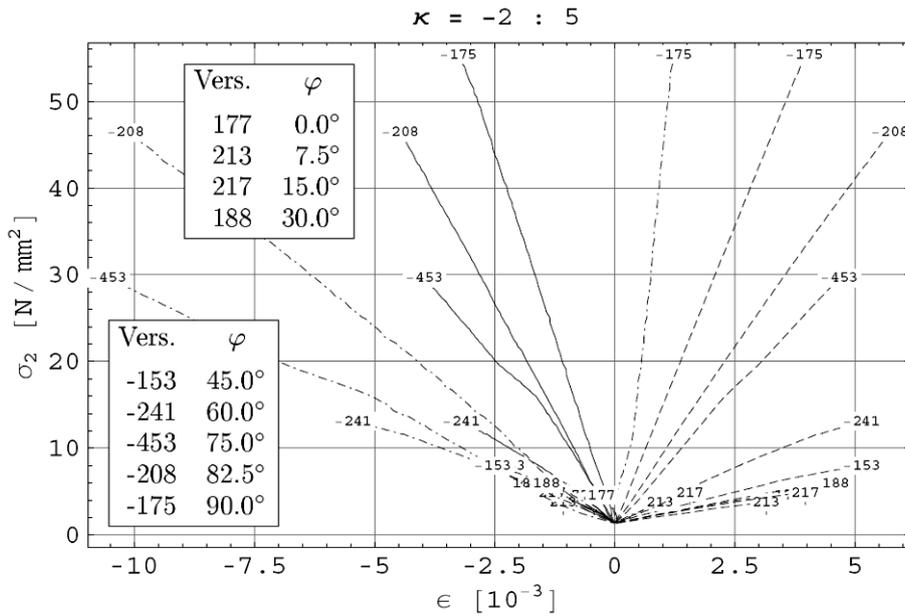


Рисунок 4.39: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = -2:+5$  и  $0^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$

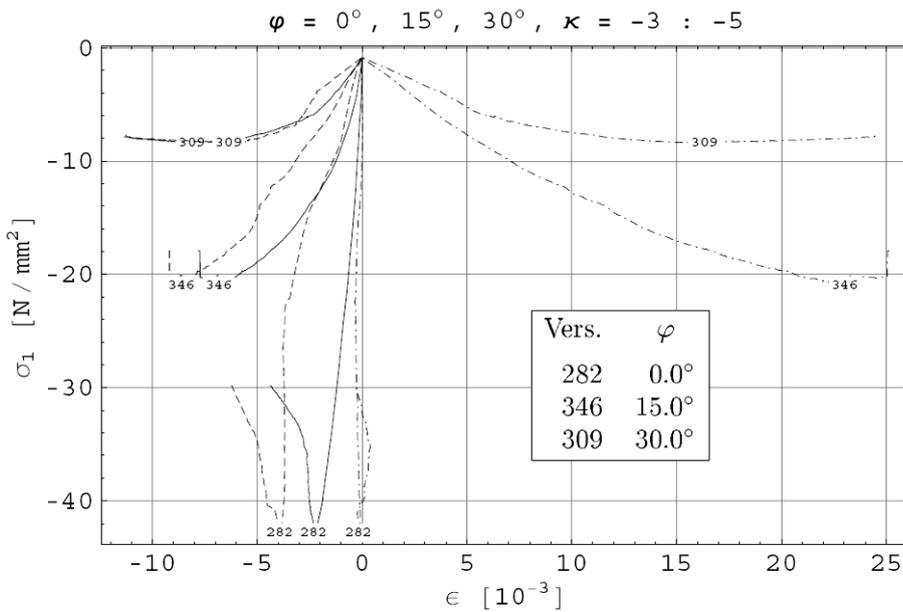


Рисунок 4.40: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = -3:-5$  и  $0^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ$

Рис. 4.41–4.44 относятся к экспериментам с нелинейной историей нагружения. При их проведении за первичной линейной нагрузкой следовали многочисленные циклы с частичным освобождением от нее и последующим повторным напряжением. На рис. 4.41, отражающем результат исследований для  $\kappa = -10:+3$  и  $\varphi = 30^\circ$ , представлена типичная картина для экспериментов данного типа. Примечательным является постоянная жесткость в фазах удаления нагрузки и повторного напряжения, обнаруживаемая и на других иллюстрациях. Кроме того, данная жесткость практически идентична установленной пер-

воначальной жесткости. Это механическое свойство хорошо описывается при помощи так называемого критерия максимального напряжения.

Рис. 4.42 отражает опытные результаты для конфигурации  $\{\varphi = 15^\circ; \kappa = -1:-5\}$ . Также как и на рис. 4.37, в направлении компоненты главных нормальных напряжений  $\sigma_2$  отмечается разупрочнение материала. Как показывает сравнение результатов экспериментов, полученных для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , различие в механических свойствах при удалении нагрузки и повторном напряжении в областях, предшествующих и следующих за пределом прочности, отсутствует. Особым признаком деформаций, представленных на рис. 4.43 для  $\kappa = 0:-1$  и  $\varphi = 45^\circ$ , в качестве функции компоненты главных нормальных напряжений  $\sigma_2$  является факт практически полного исчезновения компоненты деформаций  $\varepsilon_{11}$  и почти сходных значений компонент деформаций  $\varepsilon_{22}$  и  $\gamma_{12}$ . Данные механические характеристики, типичные для исследуемого ортотропного материала, подтверждают пригодность разработанных правил расчета сдвига для проведения описываемых экспериментов.

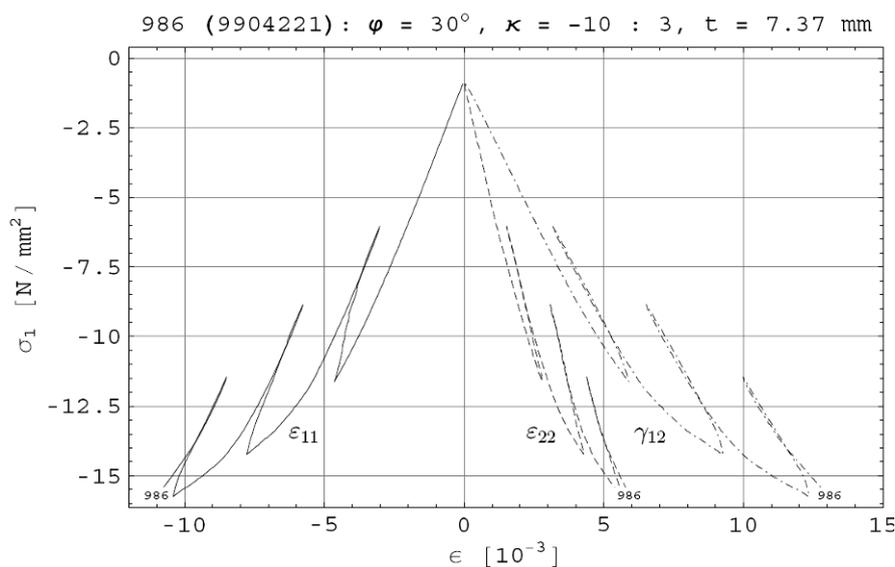


Рисунок 4.41: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = -10:+3$  и  $\varphi = 30^\circ$  при нелинейном напряжении

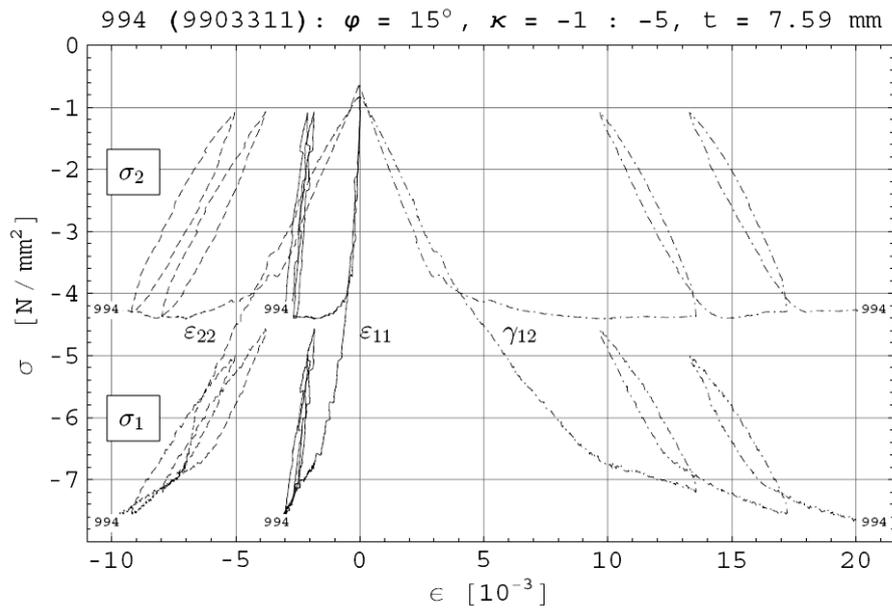


Рисунок 4.42: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = -1:-5$  и  $\varphi = 15^\circ$  при нелинейном напряжении

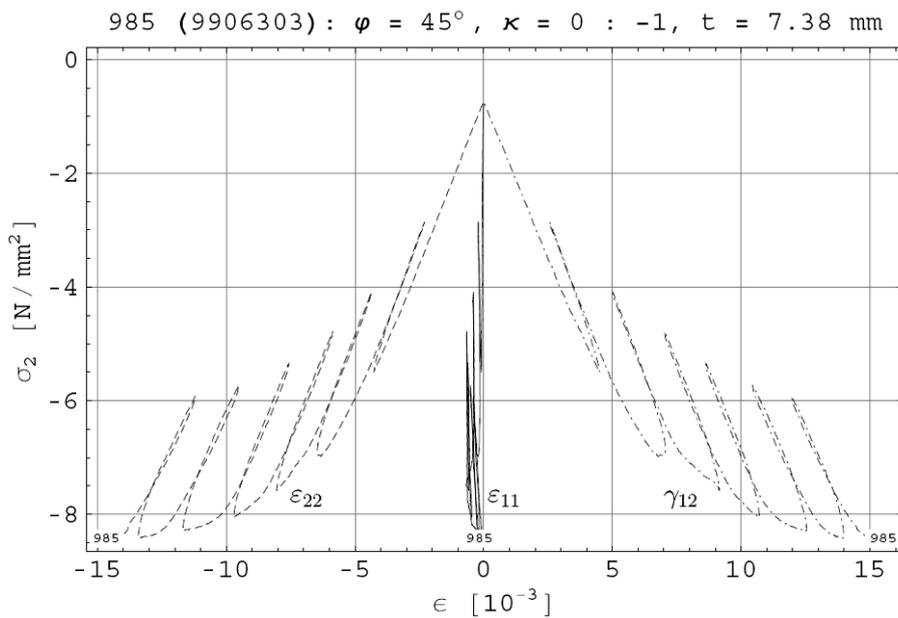


Рисунок 4.43: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\kappa = 0:-1$  и  $\varphi = 45^\circ$  при нелинейном напряжении

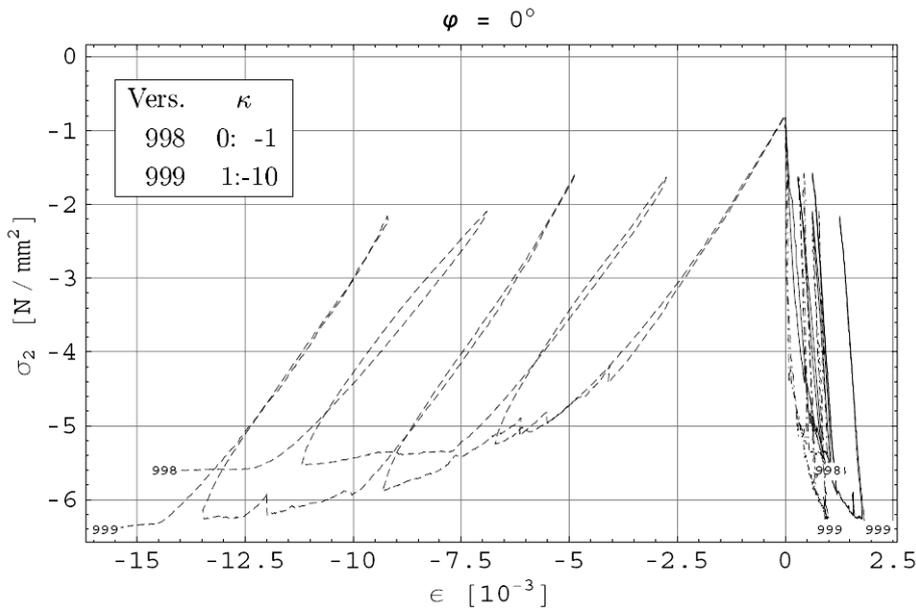


Рисунок 4.44: Диаграмма зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ$  при нелинейном напряжении

Рис. 4.44 содержит результаты экспериментов для угла к направлению волокон  $\varphi = 0^\circ$  и незначительно отличающихся друг от друга коэффициентов напряжения  $\kappa = 1:-10$  и  $\kappa = 0:-1$ . Вследствие сходства напряжения, полученные диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация» также отличаются крайне незначительно. Однако, мы увидим совершенно различное поведение материала, если изучим график соотношения компонент главных нормальных напряжений  $\sigma_2 / \sigma_1$  во время проведения обоих экспериментов. Данный график представлен на рис. 4.22, где коэффициенту  $\kappa = 1:-10$  соответствует «А», а коэффициенту  $\kappa = 0:-1$  – «В». Возможная причина подобного поведения, наблюдаемого при доминирующем напряжении сжатия перпендикулярно направлению волокон, заключается в возникновении непредвиденного косослоя вдоль годичных колец.

Дальнейшие разработки, необходимые для моделирования двухосно-напряженной еловой древесины, и анализ полученных опытных результатов будут проводиться в рамках следующих научных проектов.

## Заключение

Цель данной работы состояла в предоставлении систематизированного отчета о предмете исследований, заключающемся в экспериментальном определении механических свойств древесины при двухосном напряжении. Начало представленным фундаментальным исследованиям было положено девять лет назад в связи с переориентированием деятельности лаборатории, входящей в состав Института сопротивления материалов Технического университета г. Вены, в направлении научно-исследовательской практики. Соответствуя в полной мере условиям реализации данного научного проекта, он, тем не менее, не ограничивается простым описанием двухосных испытаний на прочность, проведенных на образцах из еловой древесины, и на демонстрации полученных результатов. Много внимания также было уделено плану экспериментальных исследований, положенному в основу данной работы, и разработке испытательной установки, необходимой для проведения двухосных экспериментов.

Мотивацией для реализации данного научного проекта стало отсутствие опытных данных, описывающих жесткость и прочность еловой древесины, напряженной биаксиально, по касательной к направлению волокон, не ограничиваясь, при этом, частным случаем совпадения главного направления волокон (например, продольного направления) с направлением нормального напряжения (главным направлением напряжения по нормали к сечению образца). Получение экспериментальных данных по данной теме служит предпосылкой для выведения эффективных законов для плоских напряженных состояний. Подобные базовые законы необходимы для расчетов деревянных тонкостенных конструкций или конструктивных элементов из древесины, проводимых при помощи метода конечных элементов.

Проведение экспериментальных исследований, а также разработка соответствующей испытательной установки осуществлялись в рамках совместного научного проекта, реализуемого Фондом содействия научным исследованиям и Федеральным министерством науки и научных изысканий. Вышеупомянутая испытательная установка состоит, во-первых, из сервогидравлической машины для двухосных испытаний материалов на прочность, с помощью которой осуществляется пошаговое приращение сдвига к исследуемому образцу до его излома, а, во-вторых, из бесконтактной, лазерно-оптической измерительной системы (спекл-интерферометра) для количественного анализа двумерных деформаций в пределах базы измерения (140×140 мм) испытываемых тонких и плоских образцов древесины. Последняя также служит для контроля за распределением деформаций в указанной зоне, что является важным аспектом проводимых испытаний.

Экспериментальные исследования проводились исключительно на отборной, технологически безупречной и однородной еловой древесине. Благодаря тому, что образцы содержались при температуре 20 °С и относительной влаж-

ности воздуха 65 %, влажность древесины составляла постоянную величину  $U = 12$  %. При таких условиях на механические свойства бездефектной древесины в основном влияет лишь ее объемная плотность. На первом этапе исследований был проведен репрезентативный цикл одномерных стандартных испытаний на растяжение параллельно и перпендикулярно продольному направлению волокон (всего около 300 опытов). Итогом исследований, помимо сравнительного анализа результатов экспериментов с данными, отраженными в специальной литературе, стало получение значений связанных с объемной плотностью параметров упругости ( $E_L$ ,  $E_R$  и  $\nu_{LR}$ ) того сорта древесины, из которого были изготовлены тестовые образцы.

Механические параметры проведенных 439 линейных и 16 нелинейных биаксиальных испытаний на прочность представлены, с одной стороны, углом  $\varphi$ , образованным главной осью материала  $L$  (продольное направление волокон) и главной осью напряжения  $\sigma_1$ , и, с другой стороны, коэффициентом  $\kappa$  приложенного к испытываемому образцу в форме приращения деформаций двухосного напряжения растяжения/растяжения, сжатия/сжатия или смешанного растяжения/сжатия. Проведение экспериментов осуществлялось путем точечного приложения компонент сдвига как параллельно, так и перпендикулярно наружному краю образца и сопровождалось контролем сдвига. В рамках процесса оптимизации, методом конечных элементов для исследуемых углов наклона  $\varphi$  были определены такие нормальные и тангенциальные компоненты состояния деформаций в точках приложения нагрузки, при которых коррелирующие усилия обнаруживают лишь компоненты, которые направлены перпендикулярно краю образца. При условии однородного распределения напряжений в пределах базы измерения образца, его оси  $x$  и  $y$  становятся главными направлениями напряженного состояния. В этом случае, главные нормальные напряжения можно легко определить по нагружающим усилиям. Замеры последних осуществляются при помощи датчиков, установленных на осях нагрузки.

В ходе проведенного цикла испытаний для различных углов  $\varphi$  были получены и представлены в пространстве главных напряжений предельные напряженные состояния при двухосной нагрузке. В целях обеспечения максимально точных результатов проводимых исследований для каждой экспериментальной конфигурации, определяемой вышеуказанными параметрами  $\varphi$  и  $\kappa$ , проводилось не менее 6 опытов. Благодаря определению значений объемной плотности в каждом конкретном случае и тому, что за основу были приняты причинные связи между объемной плотностью и отдельными параметрами прочности, полученные в ходе проведенных ранее одноосных исследований, стало возможным минимизировать необъяснимый разброс результатов, что позволило сделать уверенные и однозначные выводы в отношении исследуемых параметров прочности двухосно нагруженной еловой древесины.

Результатом каждого исследования, наряду с параметрами прочности при двухосной нагрузке, стало составление диаграмм нагрузки–деформации для отдельных точек приложения нагрузки к испытываемому образцу, а также распределения отдельных компонент деформации в пределах базы измерения.

Диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация», бывшие одной из целей проведения экспериментов, были получены путем сложения приращений напряжений и деформаций, установленных для каждого отдельного шага нагрузки путем формирования среднего значения. В целях создания возможности сравнения результатов, диаграммы напряжения–продольной деформации по всем 439 экспериментам были объединены в одно приложение. Именно эти опытные данные создают основу для разработки двухосной конститутивной модели для древесины, статистически точного определения связанных с ее объемной плотностью параметров прочности при двуосном напряжении, а также описания характеристик жесткости в зависимости от интенсивности тангенциальных напряжений, приложенных к чистой (без пороков) древесине.

## **Благодарность**

Для проведения экспериментальных исследований механических свойств двухосно напряженной еловой древесины, а также для создания необходимой испытательной установки, Институту сопротивления материалов Технического университета г. Вены в рамках реализации различных научных проектов была оказана значительная финансовая помощь. В этой связи особая благодарность выражается:

Фонду содействия научным исследованиям,  
проекты P08029 и P08772,

Федеральному министерству науки и научных изысканий,  
проекты GZ 45.311/2-IV/6a/93 и GZ 45.424/1-IV/B/3a/97,

Межвузовскому юбилейному фонду административной общины г. Вены,  
проекты H137/92, H191/956 H050/97 и H074/99.

## Литература

- [Ashkenazi, 1965] Ashkenazi, E. (1965). Problems of the Anisotropy of Strength. *Mekhanika Polimerov*, 1(2): 79–92.
- [Betten, 1993] Betten, J. (1993). *Kontinuumsmechanik – Elasto-, Plasto- und Kriechmechanik*. Springer-Verlag.
- [Blaß et al, 1995] Blaß, J., Görlacher, R., & Steck, G. (1995). Holzbauwerke nach Eurocode 5, Bemessung und Baustoffe, STEP 1. Technischer Bericht, Düsseldorf: Selbstverlag.
- [Bodig & Jayne, 1982] Bodig, J. & Jayne, B. (1982). *Mechanics of Wood and Wood Composites*. London: Van Nostrand Reinhold Comp.
- [Bues, 1986] Bues, C. (1986). Untersuchung einiger Eigenschaften von Tannen- und Fichtenholz nach 17jähriger Wasserlagerung. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 44(1):7–15.
- [DIN 52182, 1976] DIN 52182 (1976). Prüfung von Holz; Bestimmung der Rohdichte.
- [DIN 52183, 1977] DIN 52183 (1977). Prüfung von Holz; Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes.
- [DIN 52188, 1979] DIN 52188 (1979). Prüfung von Holz; Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faser.
- [Eberhardsteiner, 1995] Eberhardsteiner, J. (1995). Biaxial Testing of Orthotropic Materials Using Electronic Speckle Pattern Interferometry. *Measurement*, 16:139–148.
- [Eberhardsteiner et al., 1996a] Eberhardsteiner, J., Gingerl, M., & Ondris, L'. (1996a). Beurteilung der Meßgenauigkeit eines 3D-ESPI-Systems bei der biaxialen Festigkeitsprüfung von Holz. In *GESA-Symposium 1996, Experimentelle Beanspruchungsanalyse, neue Entwicklungen und Anwendungen*, Schliersee, BRD.
- [Eberhardsteiner et al., 1996b] Eberhardsteiner, J., Gingerl, M., & Ondris, L'. (1996b). Some Accuracy Aspects of 3D Electronic Speckle Pattern Interferometry. In *13th Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics*, S. 13–14, Rajecské Teplice, Slowakei.

- [Eberhardsteiner et al, 1991] Eberhardsteiner, J., Pulay, F., & Mang, H. (1991). Zur Frage der Lasteinleitung bei experimentellen Festigkeitsuntersuchungen von zweiach-  
sial beanspruchtem Holz. *Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift*,  
136(6) :265-272.
- [Edlund, 1982] Edlund, B. (1982). *Bruchhypothesen für orthotropes Material*. Karls-  
ruhe: Bruderverlag.
- [Ehlbeck & Hemmer, 1986] Ehlbeck, J. & Hemmer, K. (1986). Erfassung, syste-  
matische Auswertung und Ermittlung von Grundlagen über das Zusammenwirken  
von Längs-, Quer- und Schubspannungen bei fehlerfreiem und fehlerbehaftetem  
Nadelholz. Technischer Bericht, Stuttgart: IRB Verlag.
- [Enquist, 1991] Enquist, B. (1991). Timber Beams Notched at the Support. Tech-  
nischer Bericht (Report Series R), Nr. 280, Lyngby, Department of Structural Engi-  
neering, Technische Universität Dänemark.
- [Ettemeyer, 1988] Ettemeyer, A. (1988). *Ein neues holografisches Verfahren zur Ver-  
formungs- und Dehnungsbestimmung*. Dissertation, Fakultät Energietechnik, Uni-  
versität Stuttgart, Deutschland.
- [Ettemeyer, 1989] Ettemeyer, A. (1989). Fast and Robust Analysis of Fringe Pat-  
terns – An Important Step Towards the Automation of Holographic Testing Procedures.  
In Osten, W.(Hrsg.), *Fringe 89: 1st International Workshop on Automatic Pro-  
cessing of Fringe Patterns*, S. 23–31. Berlin: Akademie-Verlag.
- [Franklin, 1968] Franklin, H. (1968). Classic Theories of Failure of Anisotropic Mate-  
rials. *Fibre Science and Technology*, 1:137–150.
- [Gehri & Steurer, 1979] Gehri, E. & Steurer, T. (1979). Holzfestigkeit bei Bean-  
spruchung schräg zur Faser. Schweizerische Arbeitsgemeinschaft für Holzfor-  
schung (SAH), Bulletin 7/2.
- [Göhre, 1958] Göhre, K. (1958). Über die Verteilung der Rohdichte im Stamm und  
ihre Beeinflussung durch Wuchsgebiet und Standort. *Holz als Roh- und Werkstoff*,  
16(3):77–90.
- [Gingerl, 1998] Gingerl, M. (1998). *Realisierung eines optischen Deformations-  
meßsystems zur experimentellen Untersuchung des orthotropen Materialverhaltens  
von Holz bei biaxialer Beanspruchung*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur-  
wesen, Technische Universität Wien.

- [Glos, 1978] Glos, P. (1978). *Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brett-schichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen*. Dissertation, Technische Universität München.
- [Goodman & Bodig, 1971] Goodman, J. & Bodig, J. (1971). Orthotropic Strength of Wood in Compression. *Wood Science and Technology*, 4(2):83–94.
- [Göttsche-Kühn & Frühwald, 1986] Göttsche-Kühn, H. & Frühwald, A. (1986). Holzeigenschaften von Fichten aus Waldschadensgebieten; Untersuchungen an gelagertem Holz. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 44:313–318.
- [Hagen, 1842] Hagen, G. (1842). Über die Elastizität des Holzes. Bericht der Königlich-preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse, November 1842.
- [Hankinson, 1921] Hankinson, R. (1921). Investigation of Crushing Strength of Spruce at Varying Angles to the Grain. *US Air Service Information Circular III*, 259.
- [Helnwein, 2001] Helnwein, P. (2001). Some Remarks on the Compressed Matrix Representation of Symmetric Second-Order and Fourth-Order Tensors. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(22-23):2753–2770.
- [Hemmer, 1984] Hemmer, K. (1984). *Versagensarten des Holzes der Weißtanne (abies alba) unter mehrachsiger Beanspruchung*. Dissertation, Karlsruhe: Selbstverlag.
- [Hill, 1948] Hill, R. (1948). A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. *Proceedings of the Royal Society of London*, 193(A):281–297.
- [Hoffman, 1967] Hoffman, O. (1967). The Brittle Strength of Orthotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 1:200–206.
- [Jones & Wykes, 1989] Jones, R. & Wykes, C. (1989). *Holographie and Speckle Interferometry*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [Karner, 1997] Karner, C. (1997). Qualitative und quantitative Beurteilung der Messgenauigkeit eines Elektronischen 3D-Speckle-Interferometers. Diplomarbeit, Fakultät für Bauingenieurwesen, Technische Universität Wien.
- [Keylwerth, 1951] Keylwerth, R. (1951). *Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer*. VDI-Forschungsheft 430. Düsseldorf: Deutscher Ingenieur-Verlag.
- [Kühne, 1955] Kühne, H. (1955). Über den Einfluß von Wassergehalt, Raumgewicht und Jahrringstellung auf die Festigkeit und Verformbarkeit schweizerischen Fichten-, Tannen-, Lärchen-, Rotbuchen- und Eichenholzes. Technischer Bericht

- 183, Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt für Industrie, Bauwesen und Gewerbe, Zürich.
- [Kollmann, 1934] Kollmann, F. (1934). Die Abhängigkeit der Festigkeit und der Dehnungszahl der Hölzer vom Faserverlauf. *Bauingenieur*, 15:198–200.
- [Kollmann, 1982] Kollmann, F. (1982). *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag.
- [Kommert, 1972] Kommert, R. (1972). Untersuchung der Roh- und Raumdichte von Fichtenholz. *Holztechnologie*, 13(4):229–231.
- [Krabbe, 1983] Krabbe, E. (1983). Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit. *Bauen mit Holz*, 85(4):218–220.
- [Kufner, 1985] Kufner, M. (1985). Verteilung von Eigenschaftswerten in einem Fichten-Stammabschnitt. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 43(4): 123–129.
- [Leijten, 1987] Leijten, A. (1987). Development of a General Failure Criterion for Wood. Technischer Bericht 25-87-17/9-HA-35, Stevin Laboratorium, Technische Universität Delft.
- [Lekhnitskij, 1981] Lekhnitskij, S. (1981). *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. Moskau: Mir Publishers.
- [Lischke, 1984] Lischke, N. (1984). Elastomechanisches Verhalten von Fichtenholz unter Einbeziehung der räumlichen Werkstoffstruktur. *Bauingenieur*, 59(2):67–71.
- [Mang & Hofstetter, 2000] Mang, H. & Hofstetter, G. (2000). *Festigkeitslehre*. Springer-Verlag.
- [Marin, 1957] Marin, J. (1957). Theories of Strength for Combined Stresses and Non-orthotropic Materials. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 24:265–274.
- [Neuhaus, 1983] Neuhaus, H. (1983). Über das elastische Verhalten von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 41(1):21–25.
- [Niemz, 1993] Niemz, P. (1993). *Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe*. DWR-Verlag.
- [ÖNORM B 3012, 1998] ÖNORM B 3012 (1998). Holzarten – Benennungen, Kurzzeichen und Kennwerte.

- [Norris, 1962] Norris, C. (1962). Strength of Orthotropic Materials Subjected to Combined Stresses. Technischer Bericht 1816, US Forest Production Laboratory, Madison (Wi).
- [Norris & McKinnon, 1956] Norris, C. & McKinnon, P. (1956). Compression, Tension and Shear Tests on Yellow-Poplar Plywood Panels of Sizes that do not Buckle with Tests Made at Various Angles to the Face Grain. Technischer Bericht 1328, US Forest Production Laboratory, Madison (Wi).
- [Pulay, 1994] Pulay, F. (1994). *Entwicklung einer Versuchseinrichtung zur Bestimmung des Verformungsverhaltens von Holz bei zweiachsiger Beanspruchung bis zum Bruch*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwesen, Technische Universität Wien.
- [Schwab & Kockelmann, 1988] Schwab, W. & Kockelmann, H. (1988). Holographisch-interferometrische Differenzmethode zur Bestimmung von In-plane-Verschiebungen und Dehnungen mit digitaler Bildverarbeitung. *VDI-Berichte*, 679:241–252.
- [Sendeckyj, 1972] Sendekyj, G. (1972). A Brief Survey of Empirical Multiaxial Strength Criteria for Composites. *Composite Materials: Testing and Design, 2. Conf. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, ASTM STP 497:41–51*.
- [Spengler, 1986] Spengler, R. (1986). Festigkeitsverhalten von Brettelelementen aus Fichte unter zweiachsiger Beanspruchung; Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen. Technischer Bericht, Technische Universität München, Institut für Bauingenieurwesen II.
- [Stüssi, 1946] Stüssi, F. (1946). Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser. *Schweizerische Bauzeitung*, 64:251–252.
- [Szalai, 1992] Szalai, J. (1992). Comparing of Failure Theories for Orthotropic Materials on the Basis of Theoretical Criteria of their Applicability. *Acta Facultatis Lignensis*, S. 15–31.
- [Szalai, 1994] Szalai, J. (1994). *A faanyag és faalapú anyagok anizotröp rugalmasság-és szilárdságtana. (Anisotrope Elastizitäts- und Festigkeitslehre des Holzes und der Holzwerkstoffe)*. Sopron: Müszaki Mechanika Tanszek.
- [Tsai, 1965] Tsai, S. (1965). Strength Characteristics of Composite Materials. Technischer Bericht CR-224, NASA.

- [Tsai & Wu, 1971] Tsai, S. & Wu, E. (1971). A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 5:58–80.
- [van der Put, 1982] van der Put, T. (1982). A General Failure Criterion for Wood. Technischer Bericht, IUFRO Timber Engineering Group Meeting S5.02, Schweden.
- [Vecchio, 1979] Vecchio, F. (1979). Shear Rig Design. Diplomarbeit, University of Toronto.
- [Vecchio & Collins, 1982] Vecchio, F. & Collins, M. (1982). The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses. Technischer Bericht, University of Toronto.
- [von Mises, 1928] von Mises, R. (1928). Mechanik der plastischen Formänderungen von Kristallen. *ZAMM*, 8(5): 161–185.
- [Woodward, 1986] Woodward, C. (1986). *The Elastic and Strength Properties of Douglas-Fir in the Radial-Longitudinal Plane*. Dissertation, New Mexico State University, Las Cruces, New Mexico.
- [Woodward & Minor, 1988] Woodward, C. & Minor, J. (1988). Failure Theories for Douglas-Fir in Tension. *ASCE-SE*, 114(12):2808–2813.
- [Wu, 1972] Wu, E. (1972). Optimal Experimental Measurement of Anisotropic Failure Tensors. *Journal of Composite Materials*, 6:472–489.

## **Приложения**

## Приложение А: Программа экспериментов, опытные параметры

Легенда:

$\varphi$	Угол к продольному направлению волокон
$\kappa$	Коэффициент двухосного напряжения
Vers.-	Порядковый номер эксперимента
Nr.	
PK-Nr.	Маркировка образца (дата нанесения пластин + позиция образца в склеивающей установке)
Datum	Дата проведения эксперимента
PK-Dicke	Толщина образца в пределах базы измерения, мм
Rohdichte	Объемная плотность образца в пределах базы измерения [г/см <sup>3</sup> ]
Bruch	Шаг нагрузки, при котором наступает излом

Таблица А.1: Опытные параметры проведенных двухосных испытаний на прочность

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
0.0	-4 : +5	98	9707281	1997-09-30	4.57	0.437	50
0.0	-4 : +5	99	9707251	1997-09-30	4.48	0.453	116
0.0	-4 : +5	100	9707101	1997-09-30	4.38	0.411	51
0.0	-4 : +5	170	9711282	1998-01-21	4.61	0.489	81
0.0	-4 : +5	171	9711202	1998-01-22	4.65	0.447	56
0.0	-4 : +5	172	9712102	1998-01-28	4.50	0.461	50
0.0	-3 : -5	282	9804014	1998-09-15	7.40	0.433	291
0.0	-3 : -5	283	9807074	1998-09-15	7.36	0.460	240
0.0	-3 : -5	284	9807073	1998-09-17	7.36	0.445	232
0.0	-3 : -5	361	9811274	1999-02-10	7.38	0.480	255
0.0	-3 : -5	362	9811273	1999-02-11	7.30	0.460	267
0.0	-3 : -5	363	9811272	1999-02-12	7.33	0.460	206
0.0	-2 : +5	176	9712042	1998-01-29	4.58	0.433	70
0.0	-2 : +5	177	9712051	1998-01-30	4.50	0.429	64
0.0	-2 : +5	178	9711211	1998-02-03	4.65	0.475	56
0.0	-2 : +5	207	9803121	1998-03-26	4.65	0.458	65
0.0	-2 : +5	254	9804224	1998-05-27	4.55	0.387	113
0.0	-2 : +5	255	9804234	1998-05-27	4.52	0.431	52
0.0	-2 : +5	256	9805131	1998-07-03	4.59	0.471	74
0.0	-2 : +5	257	9804233	1998-07-06	4.58	0.423	66
0.0	-1 : -10	288	9807161	1998-09-22	7.36	0.442	599
0.0	-1 : -5	285	9807072	1998-09-17	7.38	0.415	600
0.0	-1 : -5	286	9807071	1998-09-18	7.36	0.410	317
0.0	-1 : -5	287	9807311	1998-09-22	7.35	0.453	510
0.0	-1 : -5	367	9811302	1999-02-17	7.05	0.415	555
0.0	-1 : -5	368	9811301	1999-02-18	7.42	0.439	470
0.0	-1 : -5	369	9811241	1999-02-19	7.38	0.427	411
0.0	-1 : +0	221	9803314	1998-04-07	7.55	0.437	192

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
0.0	-1 : +0	222	9804013	1998-04-15	7.33	0.473	142
0.0	-1 : +0	233	9804214	1998-04-23	9.57	0.466	177
0.0	-1 : +0	364	9811271	1999-02-15	7.38	0.433	139
0.0	-1 : +0	365	9811304	1999-02-15	7.56	0.426	158
0.0	-1 : +0	366	9811303	1999-02-16	7.57	0.443	156
0.0	+0 : -1	43	9707083	1997-07-26	4.47	0.396	501
0.0	+0 : -1	44	9707082	1997-07-29	4.43	0.473	500
0.0	+0 : -1	45	9707081	1997-07-29	4.54	0.492	500
0.0	+0 : -1	220	9803312	1998-04-07	7.49	0.409	401
0.0	+0 : -1	248	9804213	1998-05-18	9.60	0.440	1000
0.0	+0 : -1	249	9804022	1998-05-18	7.49	0.386	1000
0.0	+0 : -1	988	9906153	2000-02-18	4.40	0.441	—
0.0	+0 : -1	997	9906151	1999-10-11	7.24	0.397	—
0.0	+0 : -1	998	9811243	1999-05-20	7.55	0.419	—
0.0	+0 : +1	89	9707221	1997-09-24	4.50	0.432	259
0.0	+0 : +1	90	9707222	1997-09-25	4.48	0.401	196
0.0	+0 : +1	91	9707223	1997-09-25	4.49	0.425	195
0.0	+0 : +1	155	9711051	1997-11-12	4.63	0.430	92
0.0	+0 : +1	156	9711131	1997-12-03	4.60	0.424	61
0.0	+0 : +1	157	9711121	1997-12-03	4.31	0.435	54
0.0	+0 : +1	437	9901293	1999-06-11	7.23	0.465	168
0.0	+1 : -10	235	9804221	1998-05-04	4.61	0.534	800
0.0	+1 : -10	236	9804222	1998-05-04	4.49	0.448	987
0.0	+1 : -10	237	9804223	1998-05-05	4.59	0.397	953
0.0	+1 : -10	358	9809221	1999-02-03	7.44	0.450	791
0.0	+1 : -10	359	9808212	1999-02-04	7.42	0.450	793
0.0	+1 : -10	360	9808213	1999-02-04	7.39	0.440	785
0.0	+1 : -10	999	9811242	1999-05-18	7.34	0.423	—
0.0	+1 : -2	29	9703112	1997-06-06	4.67	0.438	138
0.0	+1 : -2	30	9703111	1997-06-07	4.61	0.450	160
0.0	+1 : -2	350	9811244	1999-01-14	7.45	0.450	115
0.0	+1 : -2	351	9809224	1999-01-15	7.36	0.470	131
0.0	+1 : -2	352	9809223	1999-01-15	7.36	0.450	114
0.0	+1 : -2	353	9809222	1999-01-18	7.37	0.380	120
0.0	+1 : +0	143	9710273	1997-11-06	4.65	0.513	104
0.0	+1 : +0	144	9710312	1997-11-10	4.65	0.439	157
0.0	+1 : +0	145	9711041	1997-11-11	4.62	0.490	184
0.0	+1 : +0	318	9804232	1998-11-06	4.57	0.394	122
0.0	+1 : +0	319	9804231	1998-11-06	4.51	0.435	108
0.0	+1 : +0	320	9808211	1998-11-18	7.45	0.427	111
0.0	+1 : +0	436	9901292	1999-06-10	7.25	0.423	225
0.0	+2 : +5	134	9707102	1997-10-24	4.55	0.426	57
0.0	+2 : +5	135	9707103	1997-10-24	4.44	0.447	190
0.0	+2 : +5	136	9710243	1997-10-30	4.43	0.424	52
0.0	+2 : +5	161	9711073	1997-12-04	4.64	0.419	46
0.0	+2 : +5	162	9711183	1997-12-09	4.26	0.414	52

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
0.0	+2 : +5	163	9711143	1997-12-10	4.60	0.482	68
0.0	+3 :-10	226	9803132	1998-04-16	4.58	0.413	353
0.0	+3 :-10	228	9803131	1998-04-20	4.55	0.406	307
0.0	+3 :-10	230	9804172	1998-04-21	4.58	0.460	379
0.0	+3 :-10	232	9804174	1998-04-23	4.56	0.419	373
0.0	+3 :-10	354	9809151	1999-01-19	7.35	0.390	372
0.0	+3 :-10	355	9809152	1999-01-20	7.15	0.470	371
0.0	+3 :-5	225	9803122	1998-04-16	4.59	0.453	225
0.0	+3 :-5	227	9803135	1998-04-17	4.62	0.397	194
0.0	+3 :-5	229	9804171	1998-04-21	4.54	0.382	234
0.0	+3 :-5	231	9804173	1998-04-23	4.58	0.393	164
0.0	+3 :-5	356	9809153	1999-01-21	7.42	0.410	193
0.0	+3 :-5	357	9809154	1999-02-03	7.39	0.450	216
0.0	+5 :-4	167	9712031	1998-01-20	4.60	0.445	135
0.0	+5 :-4	168	9712103	1998-01-20	4.62	0.447	125
0.0	+5 :-4	169	9712053	1998-01-21	4.48	0.449	123
0.0	+5 :-4	440	9901273	1999-06-15	7.46	0.426	126
0.0	+5 :-4	441	9901274	1999-06-15	7.40	0.419	109
0.0	+5 :-4	442	9812013	1999-06-15	7.38	0.490	109
0.0	+5 :-2	173	9712123	1998-01-28	4.55	0.448	93
0.0	+5 :-2	174	9712133	1998-01-29	4.63	0.466	110
0.0	+5 :-2	175	9711262	1998-01-29	4.65	0.462	94
0.0	+5 :-2	435	9901291	1999-06-07	7.39	0.447	125
0.0	+5 :-2	438	9901272	1999-06-14	7.52	0.393	99
0.0	+5 :-2	439	9901271	1999-06-14	7.45	0.460	132
0.0	+5 : +2	71	9707282	1997-09-09	4.53	0.422	66
0.0	+5 : +2	72	9707252	1997-09-10	4.50	0.448	149
0.0	+5 : +2	73	9707253	1997-09-11	4.56	0.413	87
0.0	+5 : +2	164	9712211	1998-01-16	4.62	0.438	86
0.0	+5 : +2	165	9712122	1998-01-19	4.49	0.448	73
0.0	+5 : +2	166	9712171	1998-01-19	4.56	0.462	67
7.5	-10 : +3	292	9807092	1998-10-01	7.43	0.422	120
7.5	-10 : +3	293	9807091	1998-10-02	7.45	0.400	122
7.5	-10 : +3	294	9807313	1998-10-07	7.38	0.427	127
7.5	-10 : +3	429	9904082	1999-05-18	7.38	0.470	91
7.5	-10 : +3	430	9904083	1999-05-18	7.36	0.448	111
7.5	-10 : +3	431	9904081	1999-05-19	7.42	0.424	151
7.5	-4 : +5	95	9709111	1997-09-29	4.50	0.438	48
7.5	-4 : +5	96	9709112	1997-09-29	4.54	0.483	46
7.5	-4 : +5	97	9709113	1997-09-29	4.52	0.448	49
7.5	-4 : +5	399	9903172	1999-04-07	7.50	0.446	59
7.5	-4 : +5	400	9903173	1999-04-07	7.40	0.371	77
7.5	-4 : +5	401	9903174	1999-04-08	7.39	0.466	64
7.5	-2 : -5	295	9808261	1998-10-09	7.40	0.384	314
7.5	-2 : -5	296	9808262	1998-10-09	7.43	0.392	367
7.5	-2 : -5	297	9808263	1998-10-12	7.42	0.381	344

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
7.5	-2 : -5	457	9906093	1999-07-02	7.31	0.365	349
7.5	-2 : -5	458	9906094	1999-07-06	7.29	0.385	419
7.5	-2 : -5	459	9906152	1999-07-09	7.25	0.431	491
7.5	-2 : -5	984	9991312	2000-03-02	7.22	0.434	—
7.5	-2 : +5	211	9803184	1998-03-31	4.50	0.396	73
7.5	-2 : +5	212	9711112	1998-04-01	4.53	0.448	43
7.5	-2 : +5	213	9711061	1998-04-01	4.60	0.418	62
7.5	-2 : +5	214	9803171	1998-04-02	4.56	0.395	51
7.5	-2 : +5	215	9803172	1998-04-02	4.55	0.380	70
7.5	-2 : +5	216	9803133	1998-04-03	4.57	0.407	26
7.5	-1 : -5	299	9810094	1998-10-14	7.45	0.452	499
7.5	-1 : -5	300	9810093	1998-10-14	7.41	0.417	570
7.5	-1 : -5	301	9810092	1998-10-15	7.45	0.395	491
7.5	-1 : -5	432	9904084	1999-05-21	7.52	0.371	525
7.5	-1 : -5	433	9904223	1999-05-25	7.42	0.454	518
7.5	-1 : -5	434	9904224	1999-05-27	7.47	0.447	553
7.5	-1 : +0	289	9807162	1998-09-23	7.49	0.439	121
7.5	-1 : +0	290	9807094	1998-09-30	7.42	0.431	150
7.5	-1 : +0	291	9807093	1998-09-30	7.42	0.434	124
7.5	-1 : +0	370	9810164	1999-02-23	7.48	0.423	161
7.5	-1 : +0	371	9810163	1999-02-23	7.52	0.402	168
7.5	-1 : +0	372	9810162	1999-02-24	7.39	0.440	153
7.5	+0 : -1	40	9703043	1997-07-23	4.42	0.457	500
7.5	+0 : -1	41	9704243	1997-07-24	4.38	0.500	500
7.5	+0 : -1	42	9704291	1997-07-25	4.48	0.409	484
7.5	+0 : -1	373	9810161	1999-02-24	7.46	0.356	794
7.5	+0 : -1	374	9810124	1999-02-25	7.51	0.392	706
7.5	+0 : -1	375	9810091	1999-03-05	7.43	0.436	361
7.5	+0 : -1	989	9991311	2000-02-15	7.34	0.523	—
7.5	+0 : -1	996	9804161	1999-10-12	4.49	0.388	—
7.5	+0 : +1	86	9709091	1997-09-23	4.50	0.457	53
7.5	+0 : +1	87	9709092	1997-09-24	4.51	0.457	52
7.5	+0 : +1	88	9709093	1997-09-24	4.39	0.499	80
7.5	+0 : +1	137	9705131	1997-10-27	4.62	0.446	54
7.5	+0 : +1	138	9706053	1997-10-27	4.64	0.443	116
7.5	+0 : +1	139	9710283	1997-11-05	4.46	0.420	111
7.5	+1 : -10	302	9810121	1998-10-20	7.52	0.455	352
7.5	+1 : -10	303	9810122	1998-10-21	7.40	0.393	323
7.5	+1 : -10	304	9810123	1998-10-21	7.50	0.418	326
7.5	+1 : -10	382	9902253	1999-03-15	7.41	0.369	414
7.5	+1 : -10	383	9902254	1999-03-16	7.32	0.424	457
7.5	+1 : -10	384	9903171	1999-04-01	7.50	0.425	407
7.5	+1 : -2	31	9705273	1997-06-20	4.64	0.407	174
7.5	+1 : -2	32	9719023	1997-06-20	4.38	0.465	173
7.5	+1 : -2	33	9705272	1997-06-25	4.53	0.464	163
7.5	+1 : -2	376	9902041	1999-03-09	7.21	0.489	124

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
7.5	+1 : -2	377	9902042	1999-03-09	7.25	0.464	109
7.5	+1 : -2	378	9902043	1999-03-10	7.41	0.381	145
7.5	+1 : +0	107	9710013	1997-10-08	4.43	0.433	72
7.5	+1 : +0	108	9709241	1997-10-08	4.64	0.575	69
7.5	+1 : +0	109	9709242	1997-10-08	4.58	0.450	66
7.5	+1 : +0	443	9905211	1999-06-16	7.17	0.437	122
7.5	+1 : +0	444	9905212	1999-06-17	7.42	0.452	106
7.5	+1 : +0	445	9905213	1999-06-17	7.33	0.454	100
7.5	+2 : +5	104	9707213	1997-10-02	4.53	0.428	70
7.5	+2 : +5	105	9710011	1997-10-07	4.50	0.433	96
7.5	+2 : +5	106	9710012	1997-10-07	4.42	0.434	115
7.5	+2 : +5	149	9710313	1997-11-11	4.61	0.453	60
7.5	+2 : +5	150	9711043	1997-11-12	4.54	0.492	59
7.5	+2 : +5	151	9711201	1998-01-14	4.49	0.430	53
7.5	+3 : -10	258	9805282	1998-07-07	4.55	0.388	438
7.5	+3 : -10	259	9805281	1998-07-07	4.60	0.389	415
7.5	+3 : -10	298	9808264	1998-10-13	7.44	0.424	391
7.5	+3 : -10	379	9902044	1999-03-10	7.21	0.474	425
7.5	+3 : -10	380	9902251	1999-03-12	7.33	0.474	386
7.5	+3 : -10	381	9902252	1999-03-15	7.39	0.415	402
7.5	+5 : -4	25	9705153	1997-05-29	4.38	0.461	265
7.5	+5 : -4	26	9703133	1997-05-29	4.29	0.442	108
7.5	+5 : -4	110	9709181	1997-10-09	4.51	0.458	122
7.5	+5 : -4	111	9709182	1997-10-09	4.46	0.441	119
7.5	+5 : -4	112	9709183	1997-10-09	4.40	0.445	132
7.5	+5 : -4	466	9804162	1999-11-18	4.60	0.446	148
7.5	+5 : -2	208	9803181	1998-03-30	4.53	0.370	117
7.5	+5 : -2	209	9803182	1998-03-30	4.56	0.419	107
7.5	+5 : -2	210	9803183	1998-03-31	4.58	0.417	121
7.5	+5 : -2	446	9905214	1999-06-17	7.36	0.481	128
7.5	+5 : -2	447	9906091	1999-06-18	7.28	0.464	119
7.5	+5 : -2	448	9906092	1999-06-18	7.33	0.390	132
7.5	+5 : +2	74	9707212	1997-09-11	4.49	0.412	65
7.5	+5 : +2	75	9707211	1997-09-11	4.51	0.442	58
7.5	+5 : +2	76	9705271	1997-09-12	4.50	0.444	94
7.5	+5 : +2	119	9705132	1997-10-14	4.64	0.522	42
7.5	+5 : +2	120	9704292	1997-10-15	4.65	0.421	55
7.5	+5 : +2	121	9709243	1997-10-15	4.41	0.466	73
15.0	-10 : +3	273	9808041	1998-09-01	7.35	0.420	118
15.0	-10 : +3	274	9808042	1998-09-01	7.35	0.422	118
15.0	-10 : +3	275	9808043	1998-09-02	7.37	0.436	110
15.0	-10 : +3	396	9902234	1999-03-31	7.40	0.413	117
15.0	-10 : +3	397	9903041	1999-03-31	7.50	0.458	125
15.0	-10 : +3	398	9903042	1999-04-01	7.50	0.413	87
15.0	-4 : -5	276	9808044	1998-09-02	7.38	0.450	267
15.0	-4 : -5	277	9809031	1998-09-09	7.32	0.384	262

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
15.0	-4 : -5	278	9809032	1998-09-09	7.36	0.367	274
15.0	-4 : -5	449	9903043	1999-06-24	7.29	0.402	217
15.0	-4 : -5	450	9903044	1999-06-24	7.40	0.396	205
15.0	-4 : -5	451	9903251	1999-06-28	7.59	0.424	232
15.0	-3 : -5	264	9807021	1998-08-03	7.35	0.430	290
15.0	-3 : -5	265	9807022	1998-08-03	7.39	0.411	325
15.0	-3 : -5	266	9807023	1998-08-04	7.35	0.465	387
15.0	-3 : -5	344	9810191	1999-01-08	7.30	0.450	341
15.0	-3 : -5	345	9809141	1999-01-08	7.34	0.430	295
15.0	-3 : -5	346	9812101	1999-01-11	7.32	0.430	306
15.0	-3 : -5	993	9903312	1999-11-19	7.54	0.401	—
15.0	-2 : +5	217	9711253	1998-04-03	4.47	0.449	67
15.0	-2 : +5	218	9711191	1998-04-06	4.39	0.448	68
15.0	-2 : +5	244	9803201	1998-05-14	4.55	0.433	73
15.0	-2 : +5	245	9803202	1998-05-14	4.54	0.440	86
15.0	-2 : +5	246	9803203	1998-05-14	4.54	0.416	63
15.0	-2 : +5	247	9803204	1998-05-15	4.53	0.456	68
15.0	-1 : -5	267	9807024	1998-08-04	7.35	0.435	537
15.0	-1 : -5	268	9807163	1998-08-05	7.30	0.447	575
15.0	-1 : -5	269	9808051	1998-08-28	7.32	0.389	538
15.0	-1 : -5	385	9811204	1999-03-16	7.53	0.426	445
15.0	-1 : -5	386	9811203	1999-03-17	7.38	0.445	570
15.0	-1 : -5	387	9811202	1999-03-18	7.48	0.377	743
15.0	-1 : -5	994	9903311	1999-10-19	7.59	0.373	—
15.0	-1 : +0	224	9803311	1998-04-09	7.54	0.436	219
15.0	-1 : +0	234	9804212	1998-04-24	9.56	0.441	248
15.0	-1 : +0	250	9804021	1998-05-19	7.54	0.434	233
15.0	-1 : +0	251	9804211	1998-05-19	9.56	0.434	220
15.0	-1 : +0	391	9902053	1999-03-26	7.37	0.399	232
15.0	-1 : +0	392	9902054	1999-03-29	7.43	0.438	189
15.0	-1 : +1	270	9808052	1998-08-31	7.37	0.395	66
15.0	-1 : +1	271	9808053	1998-08-31	7.33	0.409	77
15.0	-1 : +1	272	9808054	1998-09-01	7.37	0.426	70
15.0	-1 : +1	393	9902231	1999-03-29	7.58	0.428	64
15.0	-1 : +1	394	9902232	1999-03-30	7.48	0.443	86
15.0	-1 : +1	395	9902233	1999-03-30	7.43	0.433	72
15.0	+0 : -1	223	9803313	1998-04-08	7.56	0.429	502
15.0	+0 : -1	252	9804011	1998-05-26	7.65	0.378	850
15.0	+0 : -1	253	9804012	1998-05-26	7.49	0.406	771
15.0	+0 : -1	388	9811201	1999-03-24	7.59	0.447	682
15.0	+0 : -1	389	9902051	1999-03-25	7.47	0.419	800
15.0	+0 : -1	390	9902052	1999-03-26	7.45	0.446	800
15.0	+0 : -1	995	9903254	1999-10-14	7.60	0.452	—
15.0	+0 : +1	83	9709101	1997-09-18	4.41	0.448	96
15.0	+0 : +1	84	9709102	1997-09-18	4.40	0.431	60
15.0	+0 : +1	85	9709103	1997-09-23	4.29	0.450	125

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
15.0	+0 : +1	131	9709303	1997-10-24	4.42	0.430	70
15.0	+0 : +1	132	9710241	1997-11-04	4.45	0.431	64
15.0	+0 : +1	133	9710301	1997-11-04	4.43	0.504	59
15.0	+1 : -2	34	9706052	1997-06-26	4.45	0.494	254
15.0	+1 : -2	35	9706051	1997-07-04	4.43	0.404	180
15.0	+1 : -2	36	9705151	1997-07-08	4.46	0.434	275
15.0	+1 : -2	347	9809142	1999-01-12	7.25	0.460	133
15.0	+1 : -2	348	9809144	1999-01-13	7.32	0.420	123
15.0	+1 : -2	349	9809143	1999-01-14	7.32	0.440	132
15.0	+1 : +0	113	9710021	1997-10-10	4.42	0.416	69
15.0	+1 : +0	114	9710022	1997-10-13	4.39	0.494	72
15.0	+1 : +0	115	9710023	1997-10-13	4.41	0.439	69
15.0	+1 : +0	128	9703052	1997-10-22	4.57	0.480	42
15.0	+1 : +0	129	9703053	1997-10-23	4.37	0.522	43
15.0	+1 : +0	130	9705152	1997-10-23	4.48	0.518	73
15.0	+2 : +5	101	9707292	1997-10-01	4.51	0.430	82
15.0	+2 : +5	102	9611132	1997-10-01	4.38	0.438	118
15.0	+2 : +5	103	9611212	1997-10-01	4.39	0.440	124
15.0	+2 : +5	158	9710292	1997-11-12	4.45	0.457	68
15.0	+2 : +5	159	9711042	1997-11-13	4.51	0.426	40
15.0	+2 : +5	160	9711132	1998-01-15	4.40	0.487	48
15.0	+3 :-10	261	9711113	1998-07-08	4.48	0.424	295
15.0	+3 :-10	262	9803193	1998-07-09	4.51	0.393	351
15.0	+3 :-10	263	9803194	1998-07-09	4.53	0.486	333
15.0	+3 :-10	341	9810194	1998-12-22	7.29	0.450	305
15.0	+3 :-10	342	9810193	1998-12-22	7.32	0.400	331
15.0	+3 :-10	343	9810192	1998-12-23	7.33	0.430	287
15.0	+5 :-4	24	9704283	1997-05-28	4.37	0.421	162
15.0	+5 :-4	116	9709231	1997-10-14	4.45	0.454	109
15.0	+5 :-4	117	9709232	1997-10-14	4.42	0.413	107
15.0	+5 :-4	118	9709233	1997-10-14	4.40	0.466	82
15.0	+5 :-4	455	9903252	1999-07-01	7.49	0.442	155
15.0	+5 :-4	456	9903253	1999-07-02	7.33	0.447	136
15.0	+5 :-2	238	9804152	1998-05-11	4.50	0.397	107
15.0	+5 :-2	239	9804153	1998-05-11	4.52	0.405	98
15.0	+5 :-2	240	9804154	1998-05-12	4.58	0.390	116
15.0	+5 :-2	452	9805271	1999-06-29	4.60	0.430	92
15.0	+5 :-2	453	9805134	1999-06-30	4.43	0.383	109
15.0	+5 :-2	454	9805272	1999-06-30	4.52	0.401	106
15.0	+5 : +2	77	9709052	1997-09-12	4.41	0.441	54
15.0	+5 : +2	78	9707291	1997-09-16	4.40	0.451	79
15.0	+5 : +2	79	9707293	1997-09-16	4.38	0.477	52
15.0	+5 : +2	122	9709301	1997-10-16	4.40	0.396	51
15.0	+5 : +2	123	9705133	1997-10-15	4.52	0.535	80
15.0	+5 : +2	124	9709302	1997-10-21	4.40	0.427	41
15.0	+13 :-50	279	9809033	1998-09-10	7.34	0.450	405

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
15.0	+13 :-50	280	9809034	1998-09-10	7.32	0.357	479
15.0	+13 :-50	281	9807312	1998-09-11	7.34	0.446	309
30.0	-10 : +3	329	9810304	1998-11-26	7.41	0.440	191
30.0	-10 : +3	330	9806083	1998-12-02	4.54	0.440	183
30.0	-10 : +3	331	9806231	1998-12-03	4.67	0.499	192
30.0	-10 : +3	405	9902111	1999-04-12	7.49	0.436	215
30.0	-10 : +3	406	9902112	1999-04-12	7.44	0.409	182
30.0	-10 : +3	407	9803252	1999-04-13	4.53	0.413	144
30.0	-10 : +3	986	9904221	2000-02-29	7.37	0.439	—
30.0	-4 : +5	68	9707303	1997-09-04	4.51	0.416	118
30.0	-4 : +5	69	9705043	1997-09-09	4.45	0.418	86
30.0	-4 : +5	70	9710242	1997-10-30	4.40	0.419	118
30.0	-4 : +5	402	9811191	1999-04-08	7.52	0.430	72
30.0	-4 : +5	403	9811192	1999-04-09	7.55	0.379	120
30.0	-4 : +5	404	9811193	1999-04-09	7.52	0.397	116
30.0	-3 : -5	308	9807164	1998-10-23	7.69	0.397	602
30.0	-3 : -5	309	9807314	1998-10-28	7.70	0.433	420
30.0	-3 : -5	310	9808281	1998-10-29	7.57	0.473	386
30.0	-3 : -5	412	9902193	1999-04-15	7.67	0.405	503
30.0	-3 : -5	413	9902194	1999-04-16	7.41	0.422	379
30.0	-3 : -5	991	9904134	2000-01-11	7.43	0.411	—
30.0	-2 : +5	186	9712101	1998-02-16	4.44	0.410	104
30.0	-2 : +5	187	9712052	1998-02-16	4.48	0.448	103
30.0	-2 : +5	188	9711111	1998-02-16	4.45	0.405	83
30.0	-2 : +5	189	9712032	1998-02-17	4.34	0.480	76
30.0	-2 : +5	190	9711203	1998-02-17	4.38	0.381	92
30.0	-2 : +5	243	9804071	1998-05-13	4.50	0.459	81
30.0	-1 : +0	311	9808282	1998-11-03	7.48	0.449	234
30.0	-1 : +0	312	9808283	1998-11-03	7.62	0.435	216
30.0	-1 : +0	313	9808284	1998-11-04	7.49	0.481	224
30.0	-1 : +0	408	9902113	1999-04-13	7.25	0.421	227
30.0	-1 : +0	409	9902114	1999-04-14	7.28	0.462	264
30.0	-1 : +0	410	9902191	1999-04-14	7.30	0.441	269
30.0	-1 : +0	987	9904174	2000-02-22	7.44	0.395	—
30.0	-1 : +0	990	9904173	2000-01-13	7.52	0.404	—
30.0	+0 : -1	305	9807083	1998-10-22	7.62	0.435	386
30.0	+0 : -1	306	9807084	1998-10-22	7.55	0.475	425
30.0	+0 : -1	307	9807081	1998-10-23	7.59	0.437	295
30.0	+0 : -1	426	9811194	1999-05-07	7.87	0.419	368
30.0	+0 : -1	427	9904131	1999-05-10	7.96	0.444	301
30.0	+0 : -1	428	9904132	1999-05-11	7.94	0.427	308
30.0	+0 : -1	992	9904133	2000-01-04	7.75	0.422	—
30.0	+0 : +1	64	9707093	1997-09-02	4.50	0.448	52
30.0	+0 : +1	65	9707092	1997-09-02	4.49	0.495	64
30.0	+0 : +1	66	9707091	1997-09-03	4.51	0.475	59
30.0	+0 : +1	67	9707301	1997-09-03	4.52	0.453	59

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
30.0	+0 : +1	191	9711193	1998-02-18	4.38	0.436	61
30.0	+0 : +1	192	9711142	1998-02-18	4.41	0.431	61
30.0	+1 : +0	52	9707041	1997-08-01	4.54	0.421	58
30.0	+1 : +0	53	9707042	1997-08-01	4.51	0.414	46
30.0	+1 : +0	54	9707043	1997-08-01	4.49	0.433	61
30.0	+1 : +0	146	9710291	1997-11-10	4.43	0.422	43
30.0	+1 : +0	147	9710282	1997-11-11	4.44	0.455	56
30.0	+1 : +0	148	9711053	1997-11-13	4.41	0.512	59
30.0	+2 : +5	193	9711063	1998-02-19	4.42	0.507	43
30.0	+2 : +5	194	9712104	1998-02-19	4.42	0.405	44
30.0	+2 : +5	195	9712033	1998-02-24	4.49	0.453	41
30.0	+2 : +5	196	9712121	1998-02-24	4.36	0.447	41
30.0	+2 : +5	197	9712173	1998-02-25	4.44	0.277	47
30.0	+2 : +5	198	9711281	1998-02-25	4.36	0.417	40
30.0	+5 : -4	55	9707241	1997-08-06	4.42	0.490	108
30.0	+5 : -4	56	9707242	1997-08-06	4.57	0.444	85
30.0	+5 : -4	57	9707243	1997-08-07	4.55	0.468	83
30.0	+5 : -4	335	9804082	1998-12-09	4.57	0.404	104
30.0	+5 : -4	336	9804081	1998-12-10	4.50	0.392	89
30.0	+5 : -4	337	9803251	1998-12-18	4.54	0.430	98
30.0	+5 : -2	181	9712041	1998-02-11	4.45	0.468	93
30.0	+5 : -2	182	9712043	1998-02-11	4.44	0.485	92
30.0	+5 : -2	183	9712114	1998-02-12	4.35	0.504	100
30.0	+5 : -2	184	9711212	1998-02-12	4.37	0.428	85
30.0	+5 : -2	185	9711133	1998-02-13	4.36	0.417	95
30.0	+5 : -2	241	9804084	1998-05-12	4.56	0.415	96
30.0	+5 : +2	199	9711283	1998-02-26	4.39	0.456	44
30.0	+5 : +2	200	9712113	1998-02-26	4.36	0.429	42
30.0	+5 : +2	201	9711261	1998-02-27	4.46	0.439	43
30.0	+5 : +2	202	9712105	1998-02-27	4.36	0.491	34
30.0	+5 : +2	203	9712172	1998-03-02	4.39	0.458	44
30.0	+5 : +2	219	9803241	1998-04-06	4.53	0.358	61
45.0	-1 : -1	326	9811091	1998-11-23	7.48	0.433	169
45.0	-1 : -1	327	9811053	1998-11-24	7.57	0.429	136
45.0	-1 : -1	328	9811054	1998-11-25	7.57	0.414	176
45.0	-1 : -1	417	9903111	1999-04-22	7.56	0.444	181
45.0	-1 : -1	418	9903051	1999-04-28	7.77	0.395	184
45.0	-1 : -1	419	9903052	1999-04-28	7.61	0.417	198
45.0	+0 : -1	317	9807154	1998-11-05	7.50	0.413	261
45.0	+0 : -1	321	9811051	1998-11-19	7.55	0.441	285
45.0	+0 : -1	322	9811052	1998-11-19	7.47	0.433	380
45.0	+0 : -1	420	9903112	1999-04-30	7.40	0.444	236
45.0	+0 : -1	421	9903113	1999-05-03	7.44	0.417	280
45.0	+0 : -1	422	9903114	1999-05-04	7.61	0.418	338
45.0	+0 : -1	985	9906303	2000-03-01	7.38	0.385	—
45.0	+1 : +0	49	9707142	1997-07-31	4.48	0.531	67

*A. Программа экспериментов, опытные параметры*

$\varphi$	$\kappa$	Vers.-Nr.	PK-Nr.	Datum	PK-Dicke	Rohdichte	Bruch
45.0	+1 : +0	50	9707143	1997-07-31	4.47	0.490	57
45.0	+1 : +0	51	9707141	1997-07-30	4.51	0.509	58
45.0	+1 : +0	204	9711141	1998-03-04	4.50	0.497	57
45.0	+1 : +0	205	9711071	1998-03-05	4.49	0.526	52
45.0	+1 : +0	206	9711123	1998-03-06	4.48	0.493	52
45.0	+1 : +0	338	9804034	1998-12-18	4.58	0.390	81
45.0	+1 : +0	339	9804062	1998-12-21	4.55	0.400	68
45.0	+1 : +0	340	9804063	1998-12-21	4.58	0.390	54
45.0	+1 : +1	323	9811094	1998-11-20	7.37	0.454	38
45.0	+1 : +1	324	9811093	1998-11-20	7.58	0.470	34
45.0	+1 : +1	325	9811092	1998-11-23	7.52	0.403	49
45.0	+1 : +1	414	9804023	1999-04-21	4.59	0.405	30
45.0	+1 : +1	415	9804024	1999-04-21	4.60	0.404	26
45.0	+1 : +1	416	9804064	1999-04-22	4.57	0.392	16
45.0	+3 :-10	332	9804031	1998-12-04	4.72	0.434	218
45.0	+3 :-10	333	9804032	1998-12-08	4.58	0.386	173
45.0	+3 :-10	334	9804033	1998-12-08	4.60	0.393	221
45.0	+3 :-10	423	9812011	1999-05-05	7.46	0.464	132
45.0	+3 :-10	424	9902121	1999-05-05	7.31	0.372	164
45.0	+3 :-10	425	9902122	1999-05-06	7.31	0.467	230
45.0	+4 : -7	460	9902123	1999-07-16	7.33	0.445	115
45.0	+4 : -7	461	9902124	1999-07-19	7.31	0.381	96
45.0	+4 : -7	463	9903054	1999-07-21	7.29	0.428	118
45.0	+4 : -7	464	9906301	1999-07-29	7.31	0.417	93
45.0	+4 : -7	465	9906302	1999-07-29	7.40	0.452	90
45.0	+5 : -4	46	9707031	1997-07-30	4.50	0.510	127
45.0	+5 : -4	47	9707012	1997-07-30	4.48	0.558	91
45.0	+5 : -4	48	9707072	1997-07-30	4.49	0.514	110
45.0	+5 : -4	314	9807151	1998-11-04	7.53	0.463	103
45.0	+5 : -4	315	9807152	1998-11-05	7.54	0.405	80
45.0	+5 : -4	316	9807153	1998-11-05	7.47	0.453	118
45.0	+5 : -2	152	9710303	1997-11-11	4.43	0.436	104
45.0	+5 : -2	153	9711052	1997-11-12	4.55	0.500	93
45.0	+5 : -2	154	9711251	1998-01-14	4.50	0.492	92
45.0	+5 : -2	179	9711213	1998-02-05	4.53	0.409	85
45.0	+5 : -2	180	9711192	1998-02-05	4.56	0.535	101
45.0	+5 : -2	242	9804061	1998-05-13	4.58	0.380	105
45.0	+5 : +2	80	9709051	1997-09-17	4.37	0.478	47
45.0	+5 : +2	81	9709053	1997-09-17	4.49	0.488	40
45.0	+5 : +2	82	9707073	1997-09-18	4.49	0.491	41
45.0	+5 : +2	140	9707013	1997-10-27	4.46	0.631	34
45.0	+5 : +2	141	9710281	1997-11-06	4.55	0.444	81
45.0	+5 : +2	142	9710311	1997-11-06	4.48	0.442	49

## Приложение Б: Диаграммы зависимости «напряжение–продольная деформация»

Приложение Б содержит диаграммы напряжения – продольной деформации для всех 439 проведенных двухосных испытаний на прочность. В целях обеспечения сопоставимости данных, все результаты, полученные для одной конфигурации  $\{\varphi; \kappa\}$ , приведены на одном рисунке. Взаимно-однозначное соответствие представленных результатов по отдельным опытам возможно путем ввода номера эксперимента (также см. Приложение А). Точки, в которых на диаграммах нанесен номер опыта, отражают напряженные состояния и состояния деформаций, идентифицируемые как точки излома при двухосном напряжении.

На оси абсцисс итоговых графиков нанесены три компоненты деформаций  $\varepsilon_{11} \equiv \varepsilon_x$  (сплошная линия),  $\varepsilon_{22} \equiv \varepsilon_y$  (пунктирная линия) и  $\gamma_{12} \equiv \gamma_{xy}$  (штрихпунктирная линия). В качестве ординаты была выбрана одна из двух компонент главных напряжений  $\sigma_1 \equiv \sigma_x$  и  $\sigma_2 \equiv \sigma_y$ , имеющая большее числовое значение.

Нижеприведенные диаграммы распределены, исходя из увеличивающегося угла  $\varphi$  и алгебраически возрастающего коэффициента приложенного напряжения  $\kappa$ .

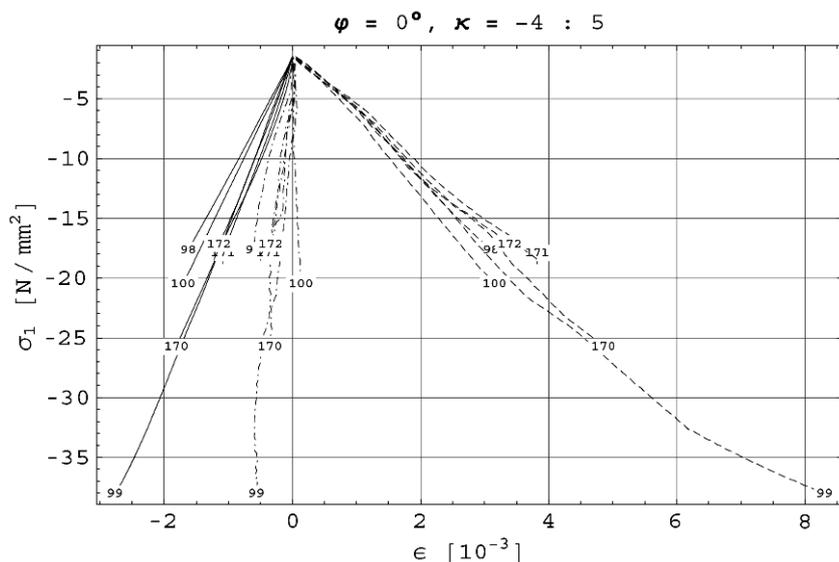


Рисунок Б.1: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -4: +5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

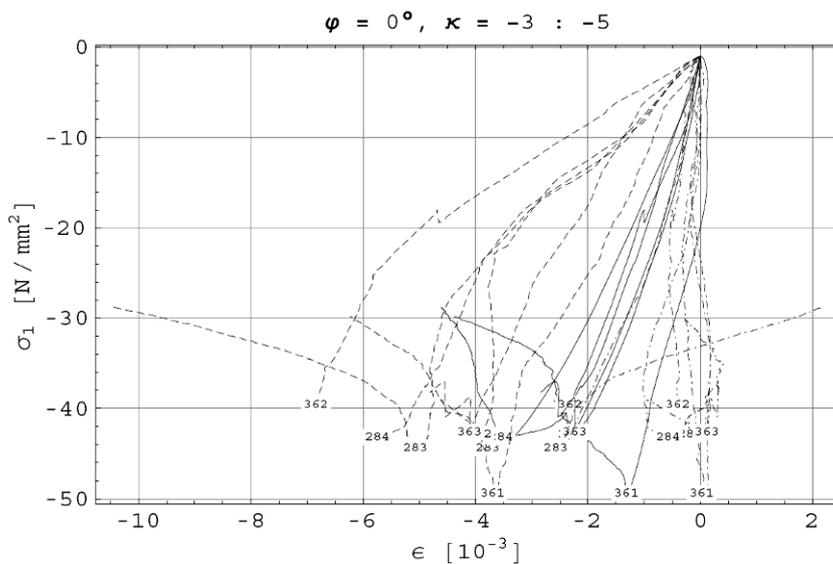


Рисунок Б.2: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = -3:-5$

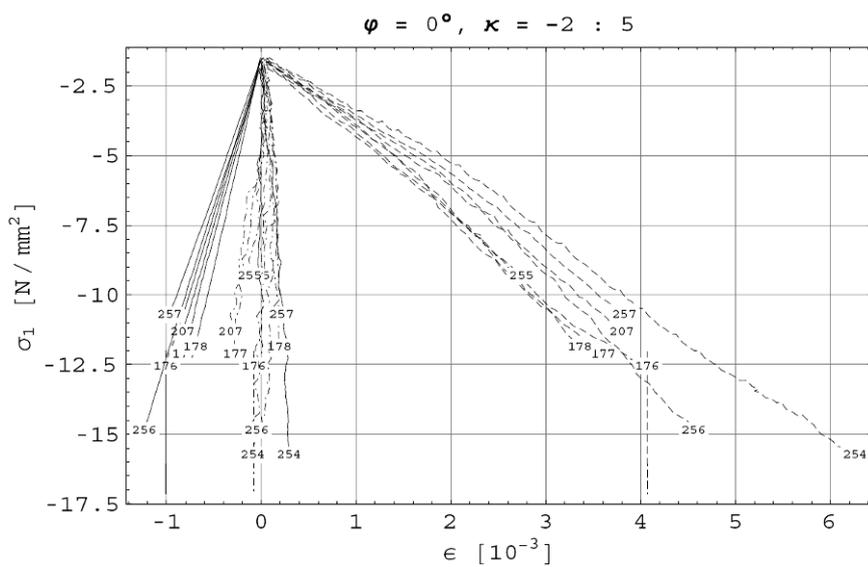


Рисунок Б.3: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = -2:+5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

288 (9807161):  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -1 : -10$ ,  $t = 7.36$  mm

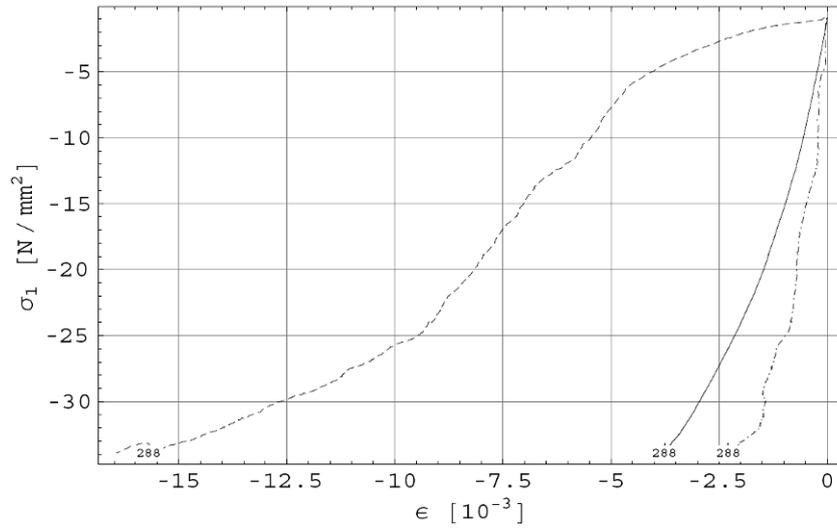


Рисунок Б.4: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -1:-10$

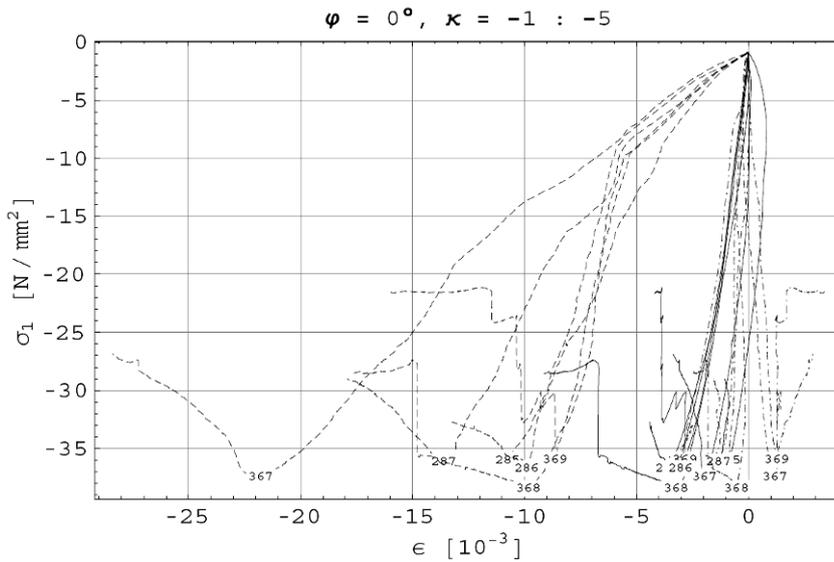


Рисунок Б.5: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\kappa = -1:-5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

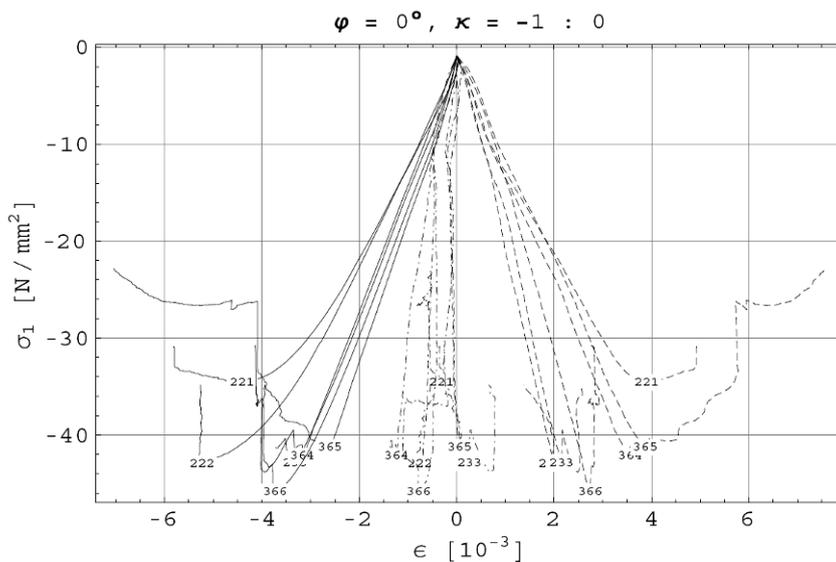


Рисунок Б.6: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = -1:0$

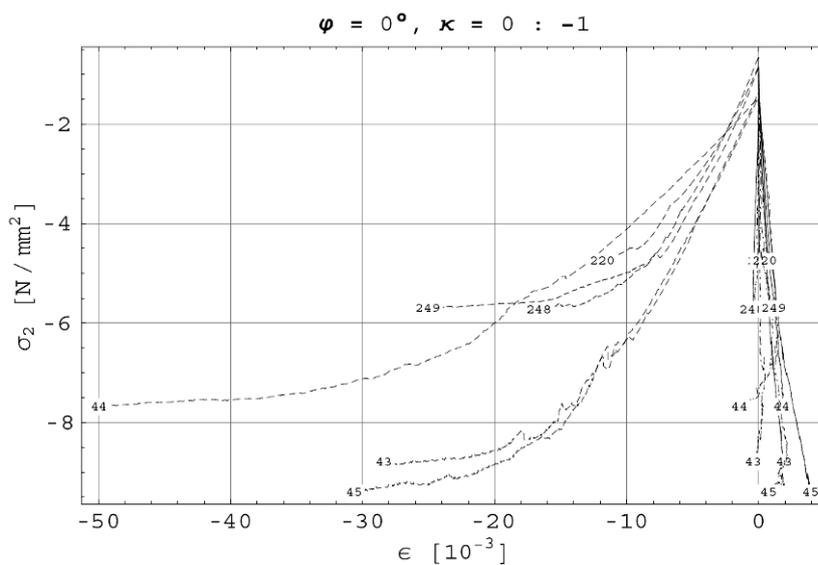


Рисунок Б.7: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = 0:-1$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 0^\circ, \kappa = 0 : 1$

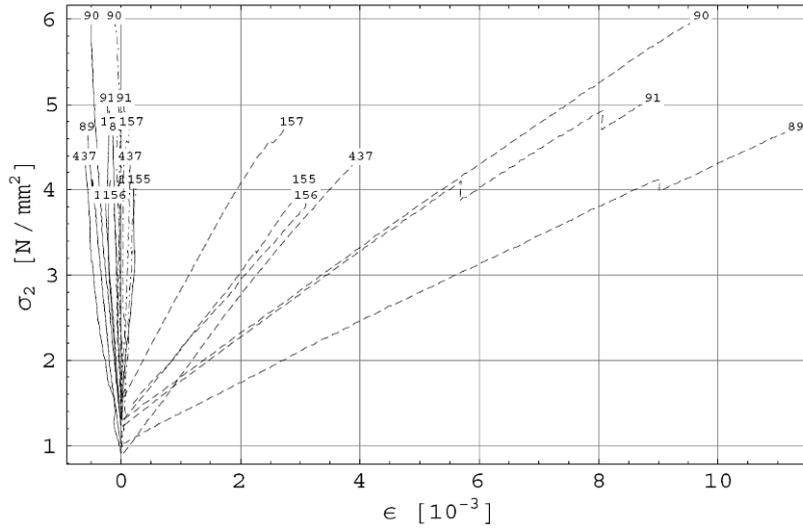


Рисунок Б.8: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = 0:+1$

$\varphi = 0^\circ, \kappa = 1 : -10$

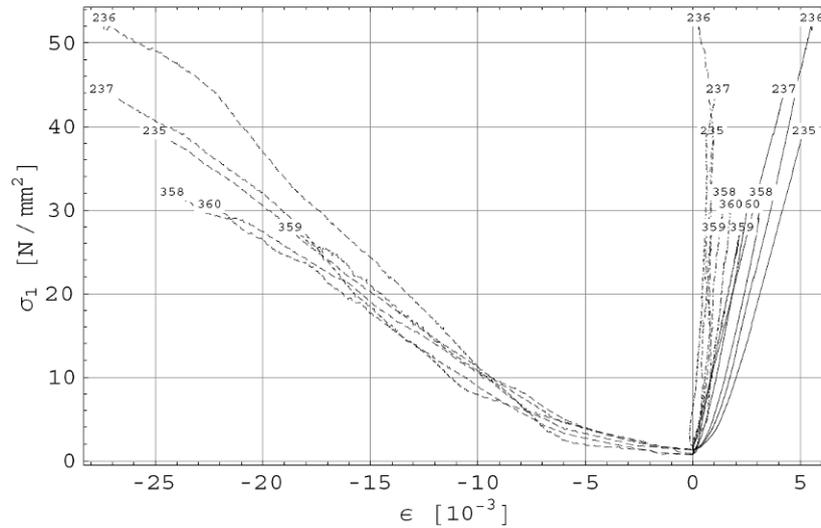


Рисунок Б.9: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +1:-10$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

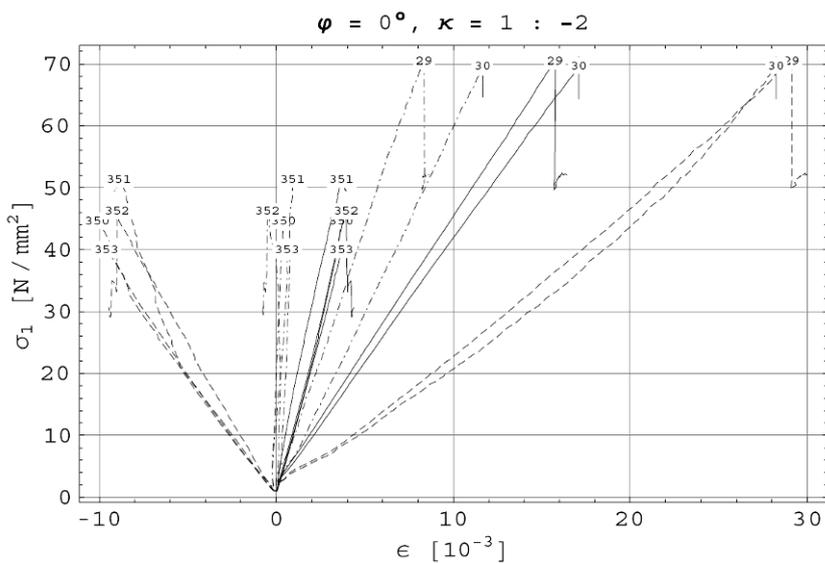


Рисунок Б.10: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +1:-2$

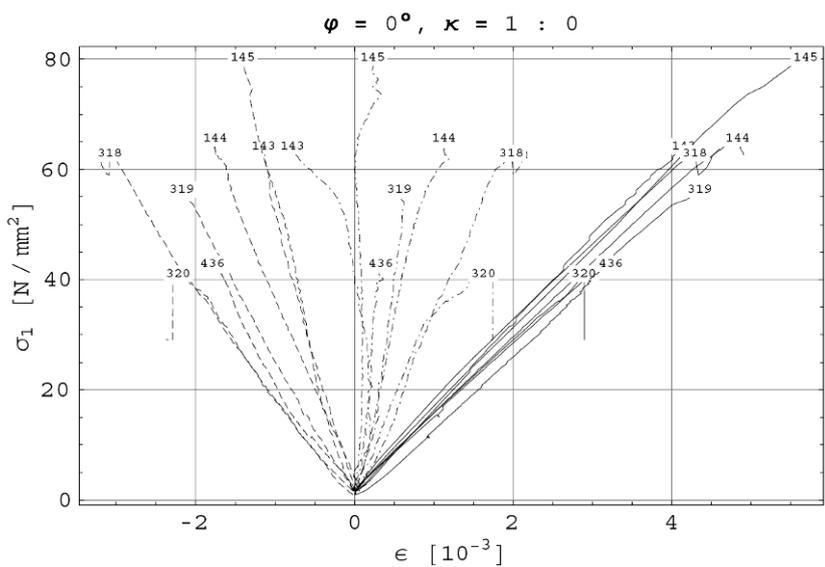


Рисунок Б.11: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +1:0$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 0^\circ, \kappa = 2 : 5$

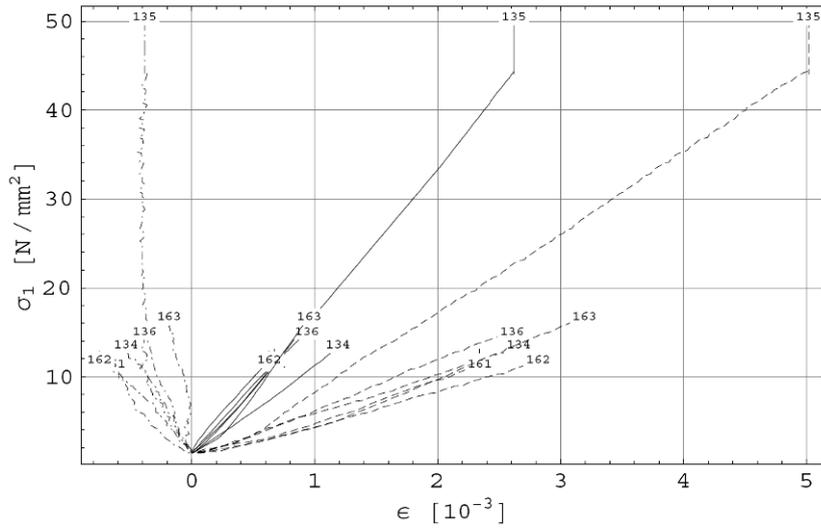


Рисунок Б.12 График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +2:5$

$\varphi = 0^\circ, \kappa = 3 : -10$

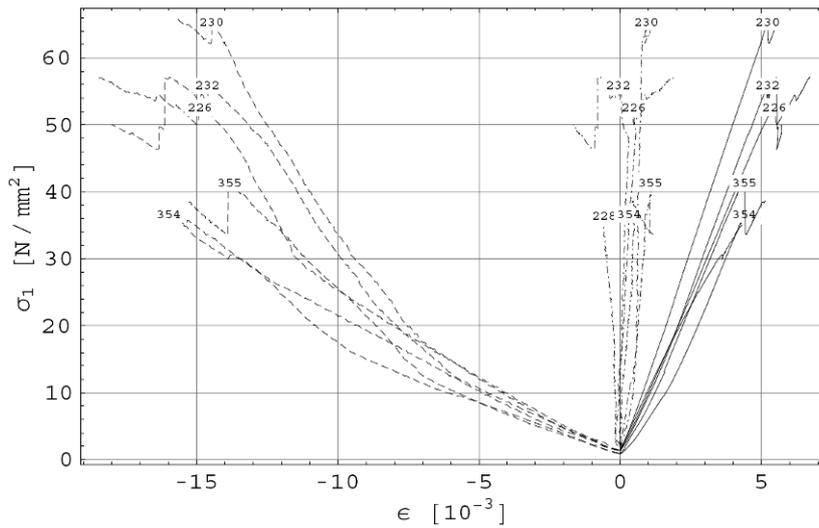


Рисунок Б.13: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +3:-10$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

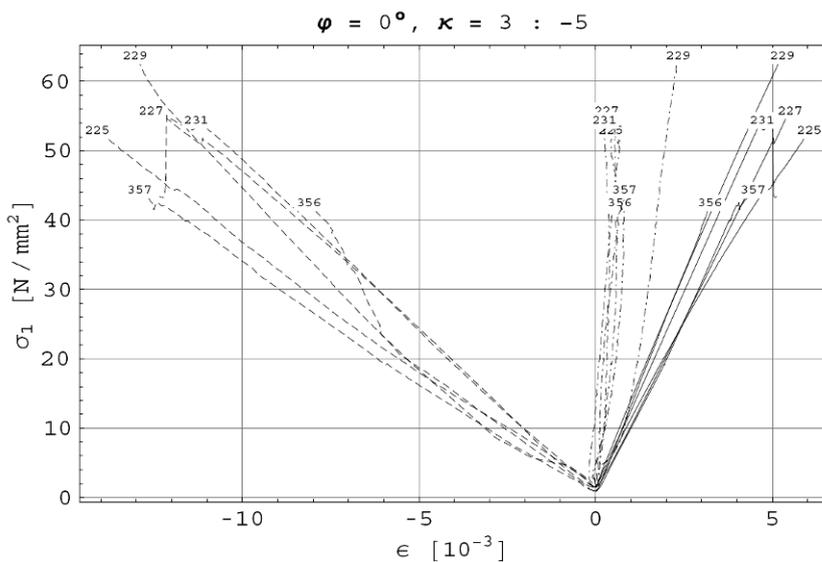


Рисунок Б.14: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +3:-5$

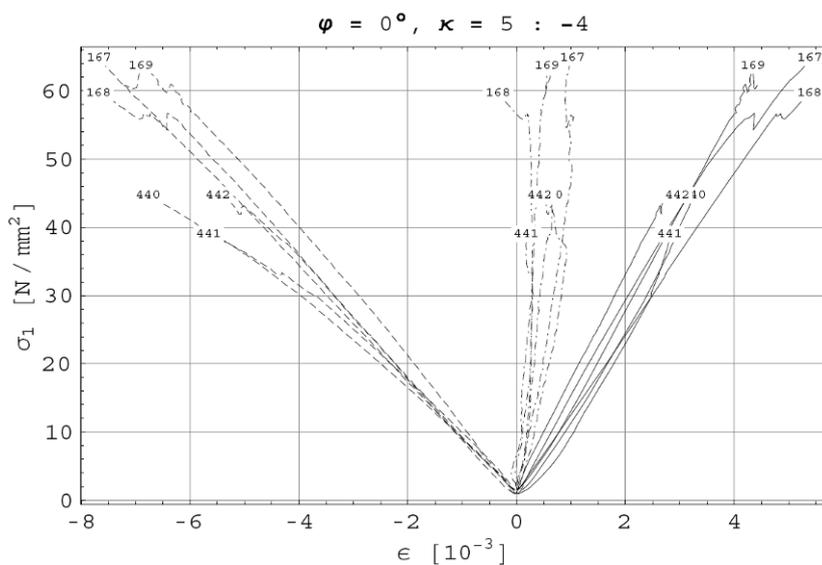


Рисунок Б.15: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +5:-4$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 0^\circ, \kappa = 5 : -2$

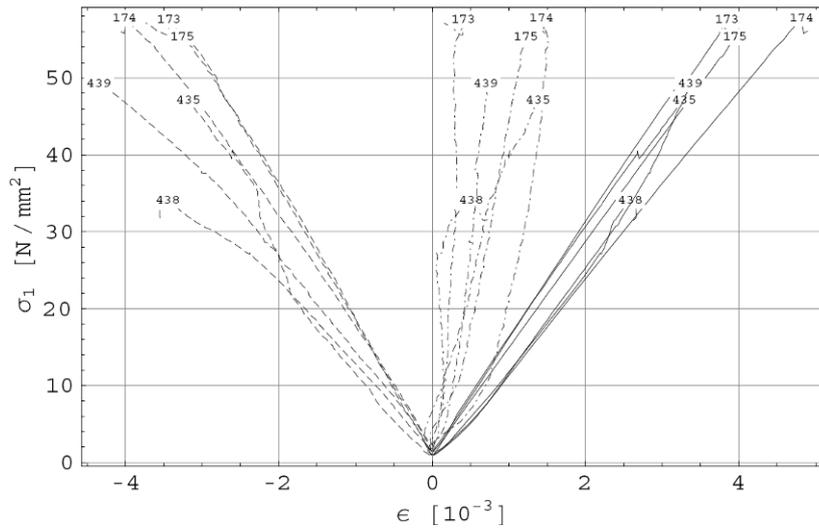


Рисунок Б.16: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +5:-2$

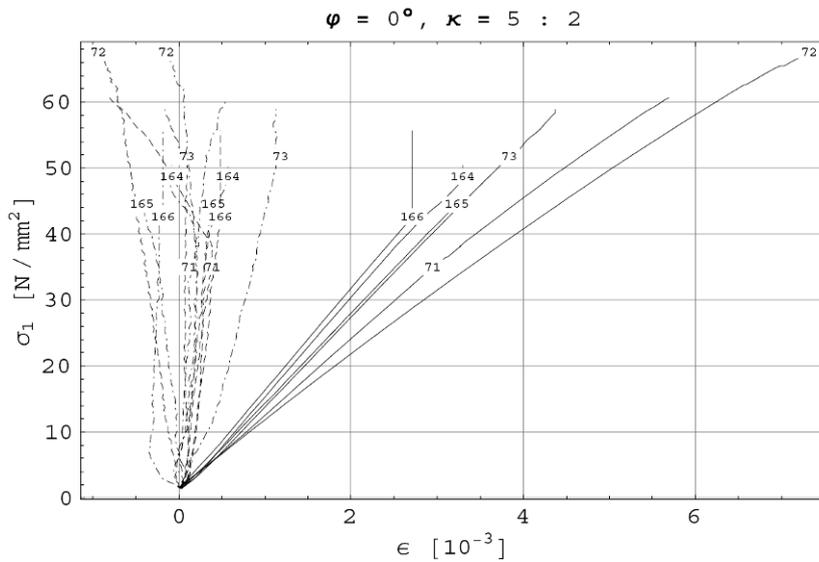


Рисунок Б.17: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 0^\circ, \kappa = +5:2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

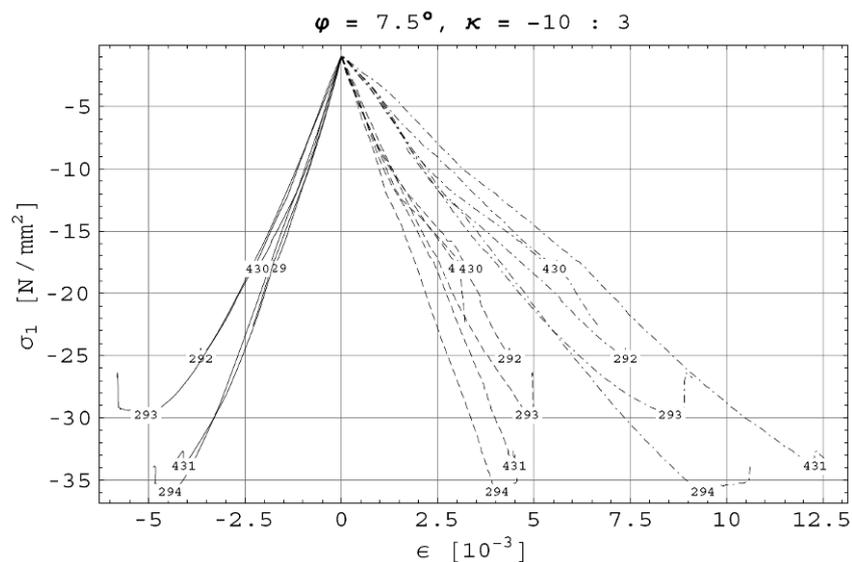


Рисунок Б.18: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = -10 : +3$

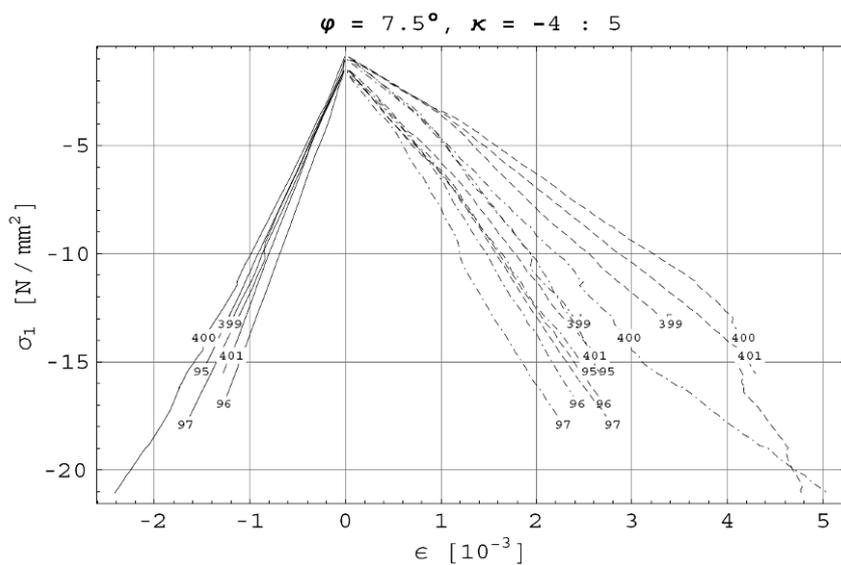


Рисунок Б.19: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = -4 : +5$



Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

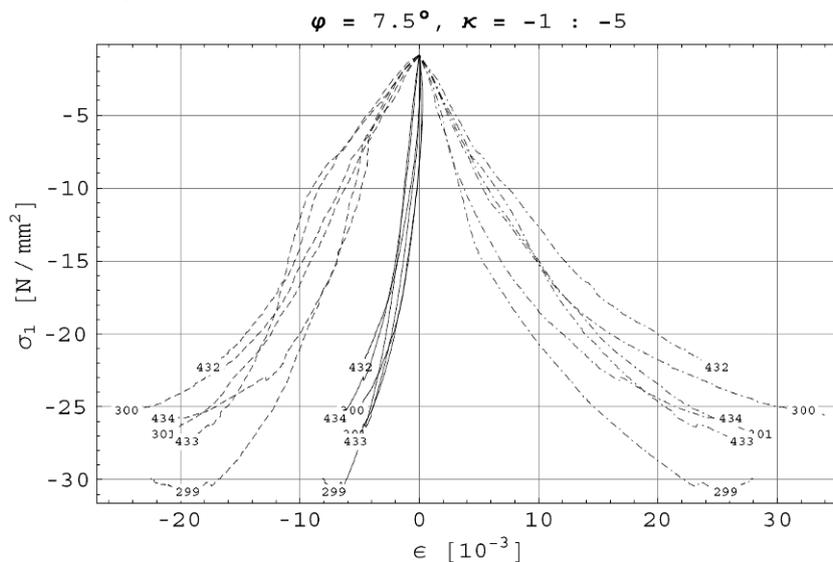


Рисунок Б.22: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = -1 : -5$

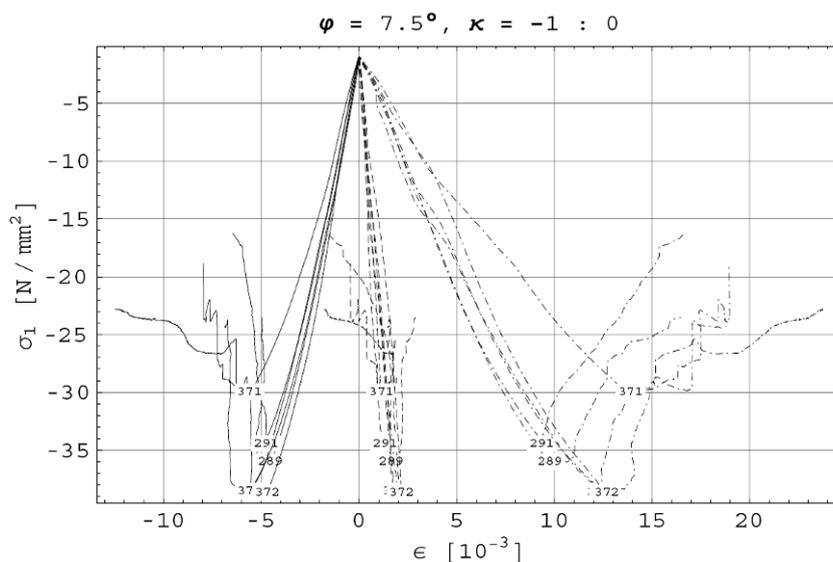


Рисунок Б.23: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = -1 : 0$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 0 : -1$

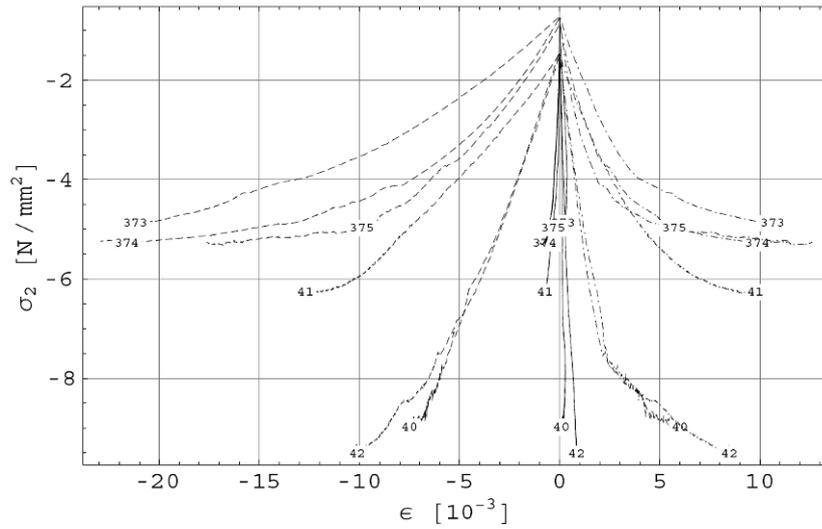


Рисунок Б.24: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 0:-1$

$\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 0 : 1$

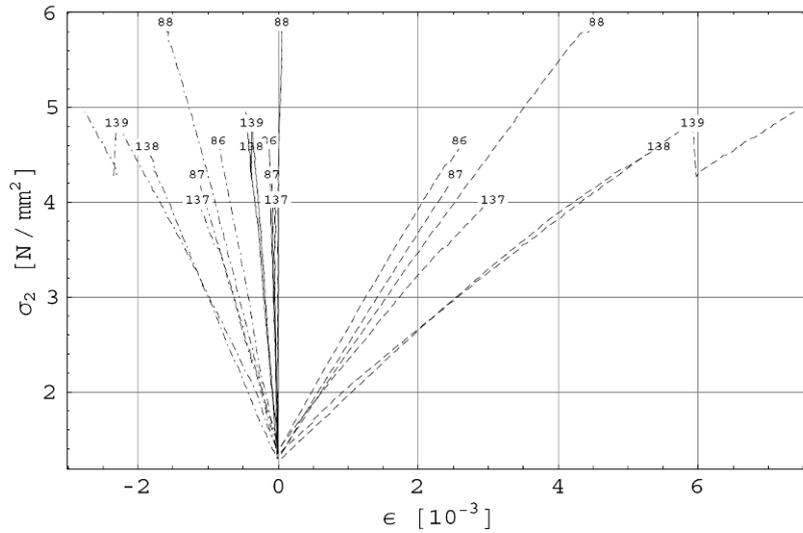


Рисунок Б.25: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 0:+1$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

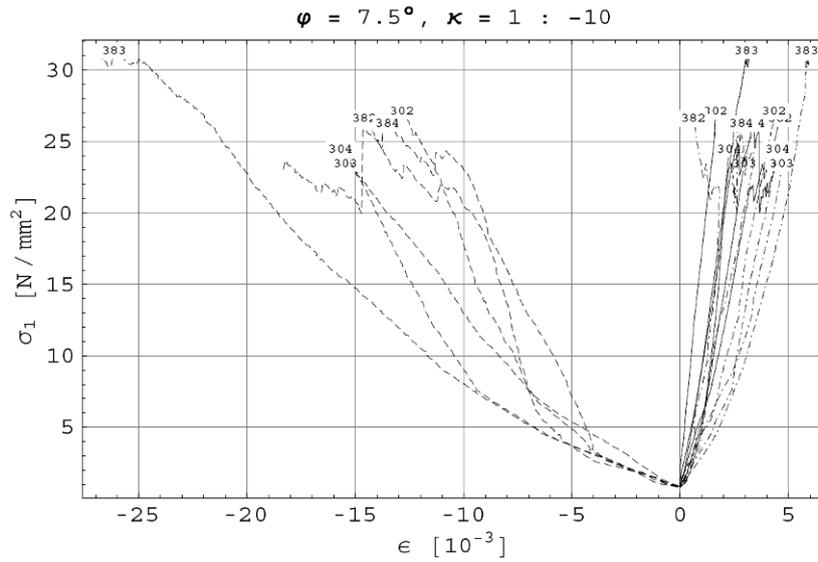


Рисунок Б.26: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +1:-10$

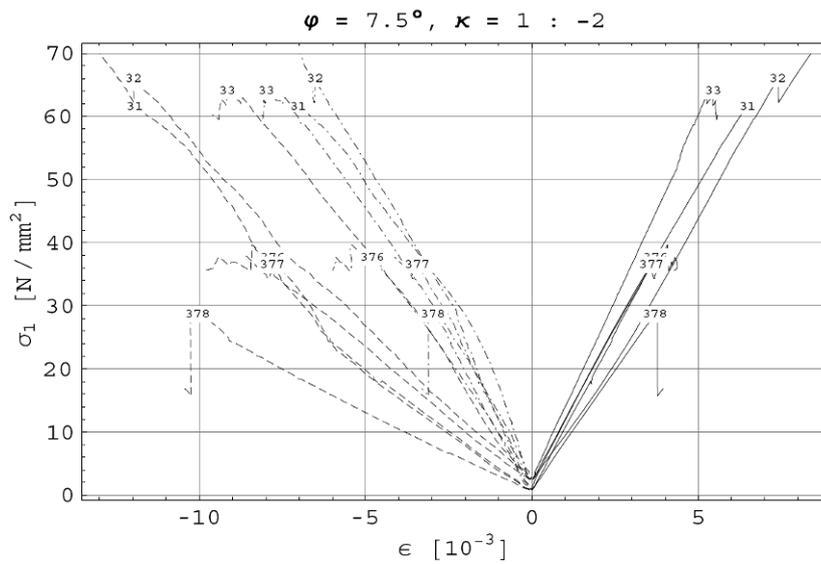


Рисунок Б.27: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +1:-2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 1 : 0$

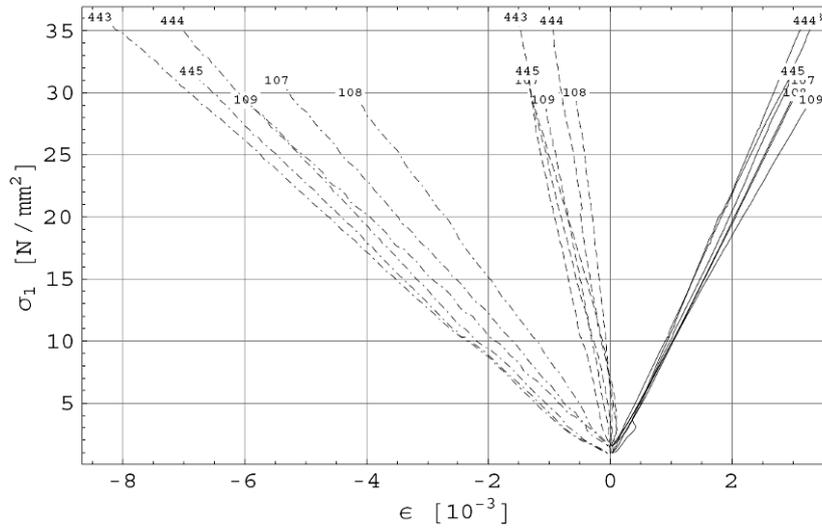


Рисунок Б.28: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +1:0$

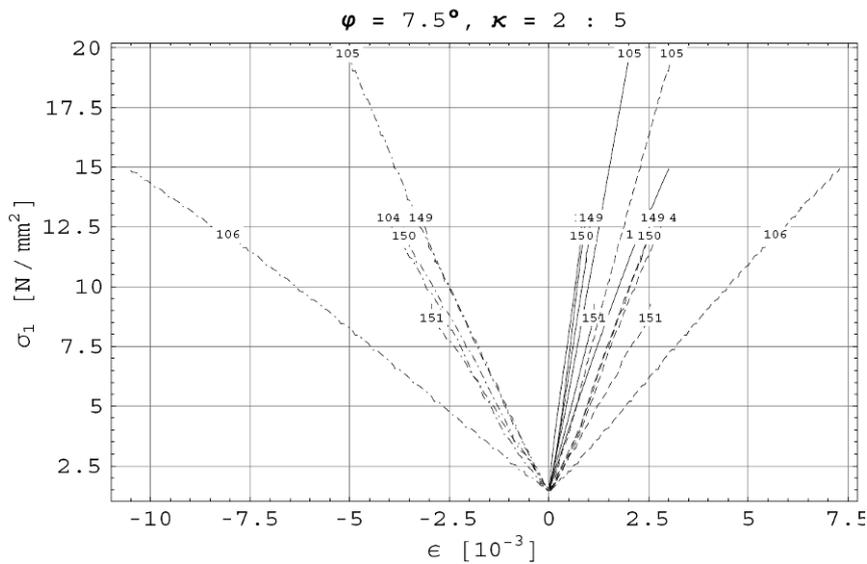


Рисунок Б.29: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +2:+5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

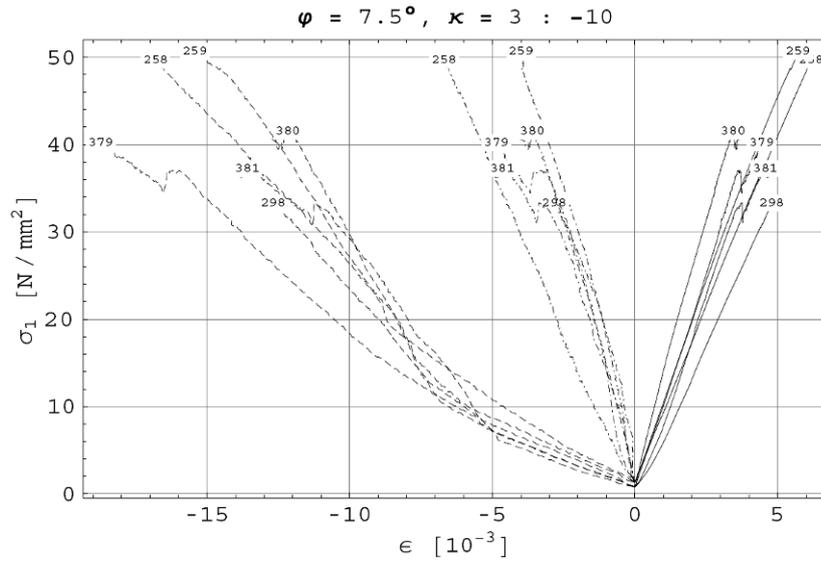


Рисунок Б.30: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +3:-10$

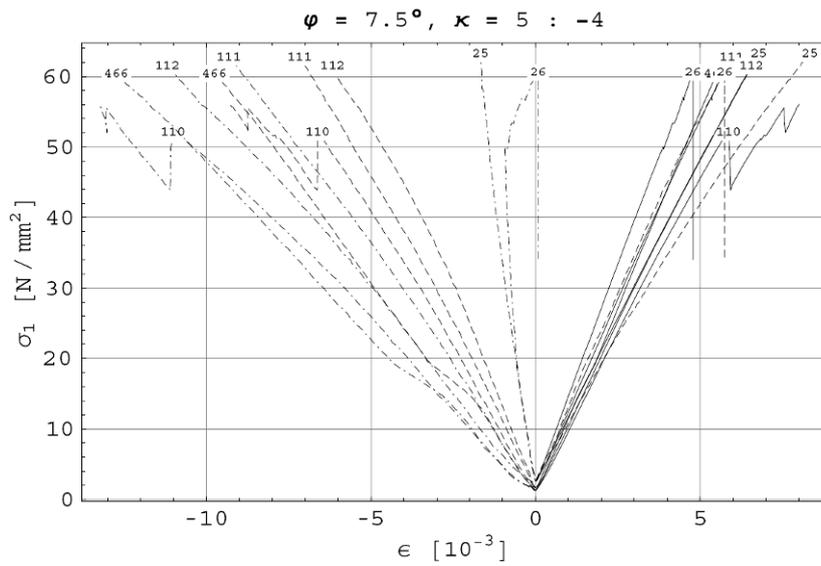


Рисунок Б.31: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +5:-4$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 5 : -2$

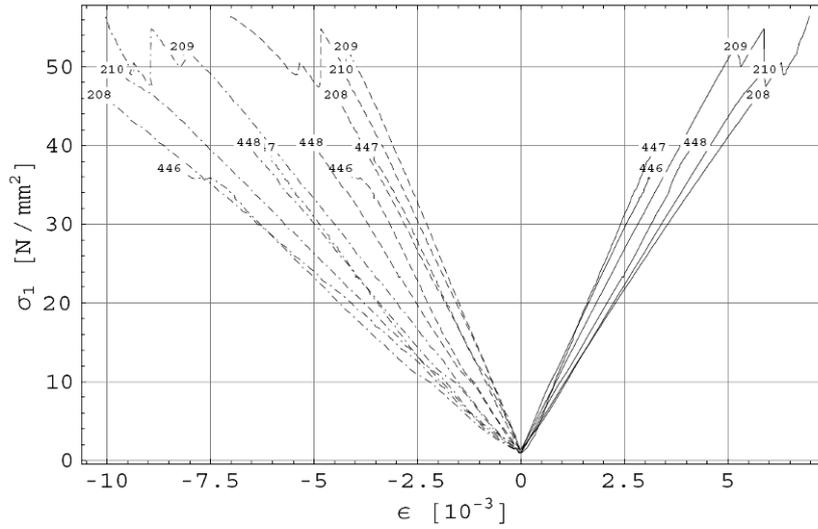


Рисунок Б.32: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +5:-2$

$\varphi = 7.5^\circ, \kappa = 5 : 2$

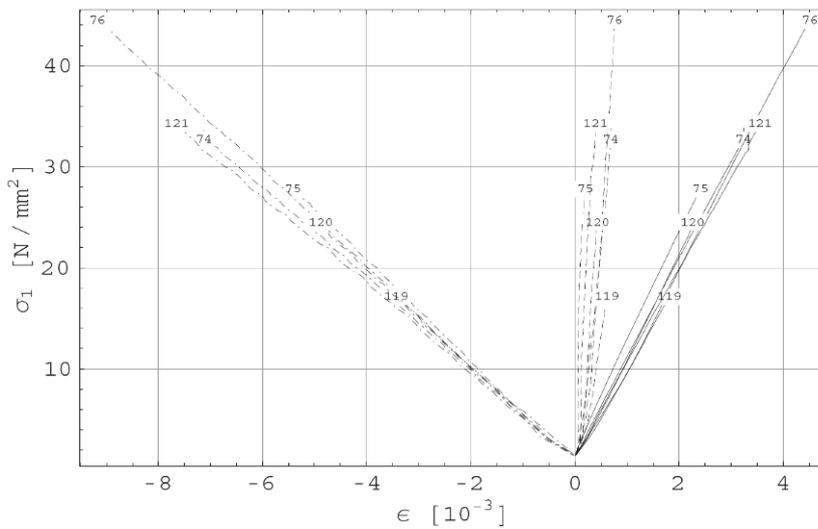


Рисунок Б.33: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 7.5^\circ, \kappa = +5:+2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

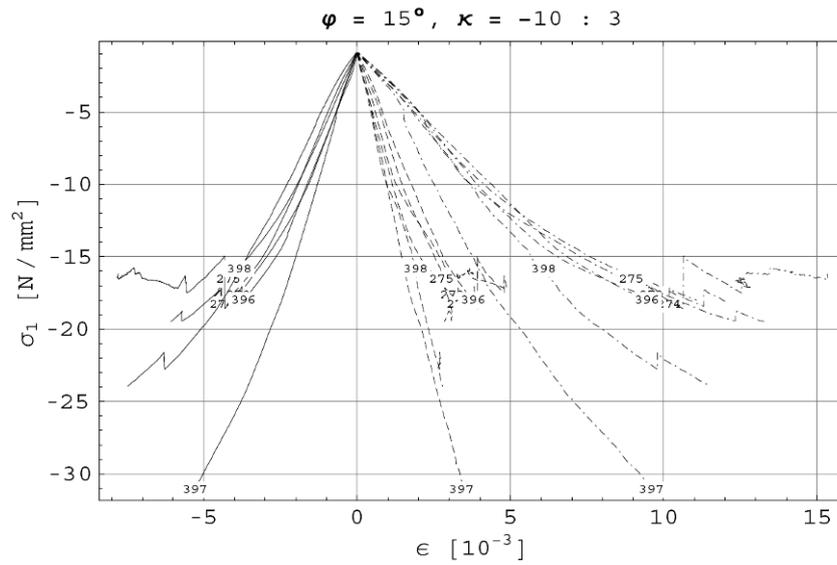


Рисунок Б.34: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -10:+3$

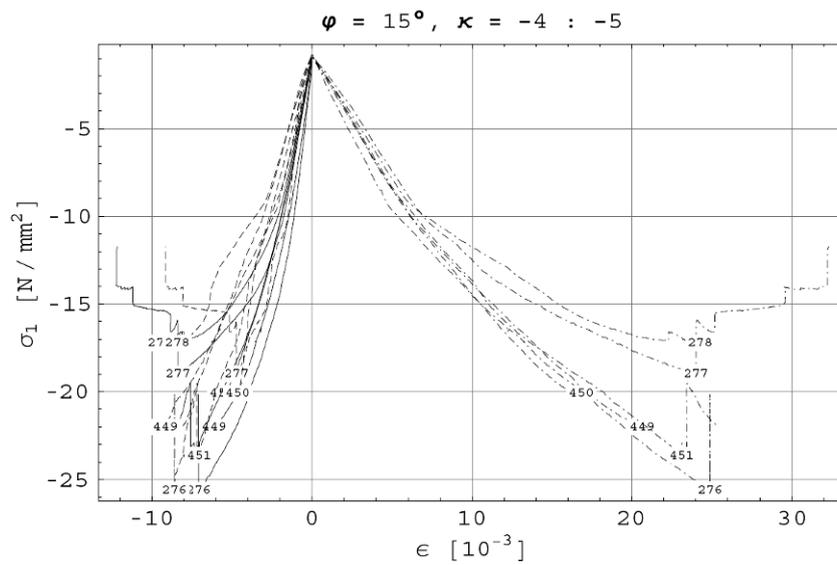


Рисунок Б.35: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -4:-5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 15^\circ, \kappa = -3 : -5$

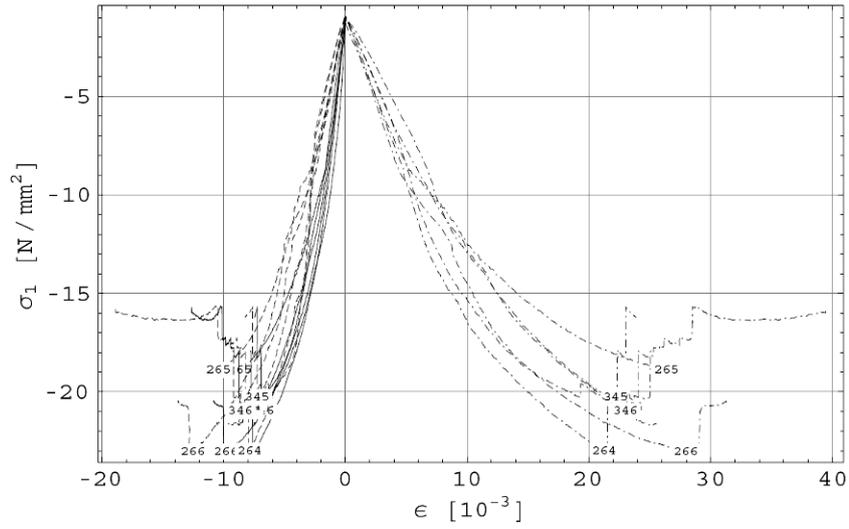


Рисунок Б.36: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -3 : -5$

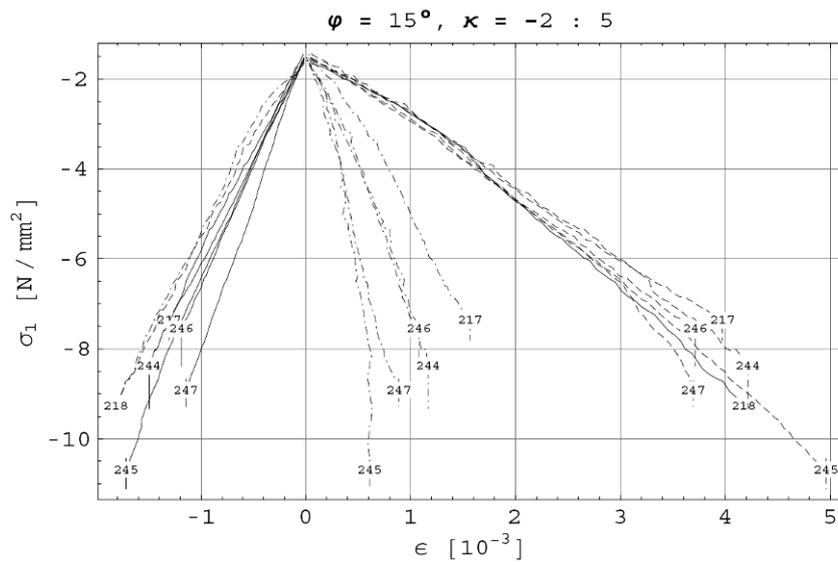


Рисунок Б.37: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -2 : +5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

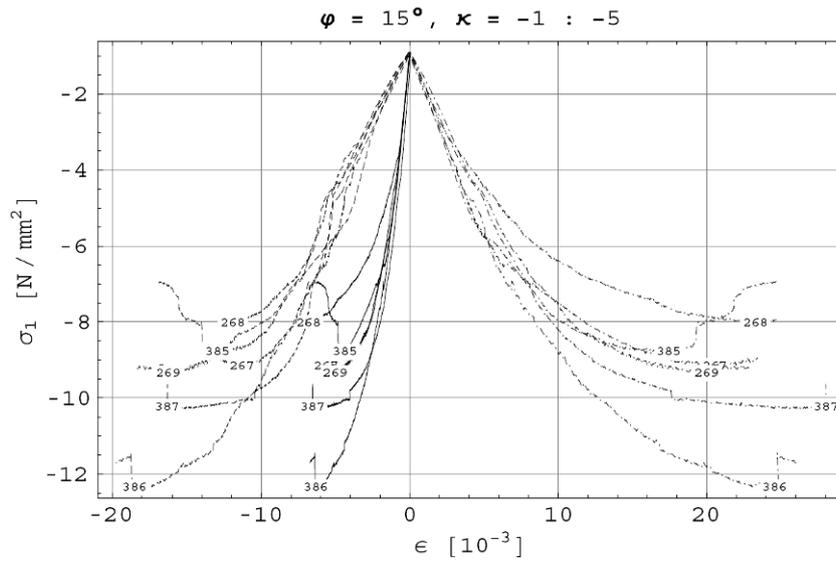


Рисунок Б.38: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -1 : -5$

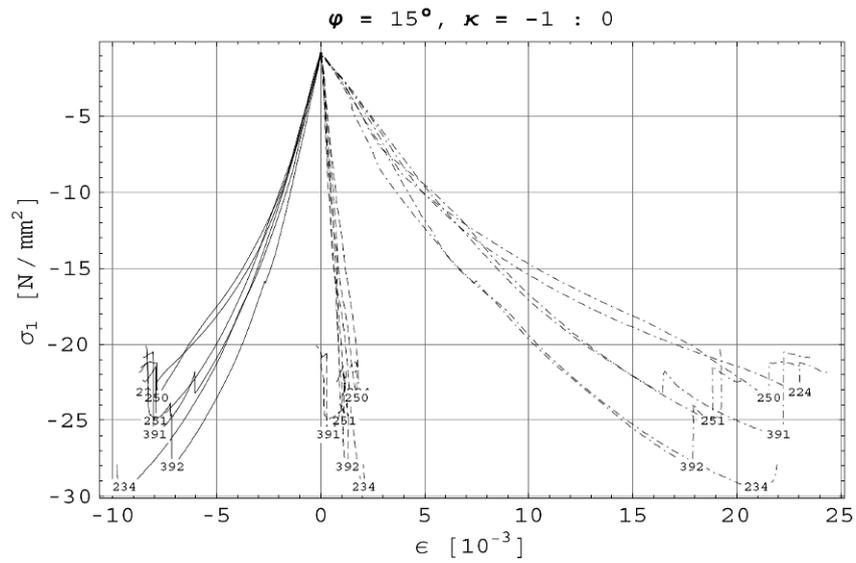


Рисунок Б.39: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -1 : 0$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 15^\circ, \kappa = -1 : 1$

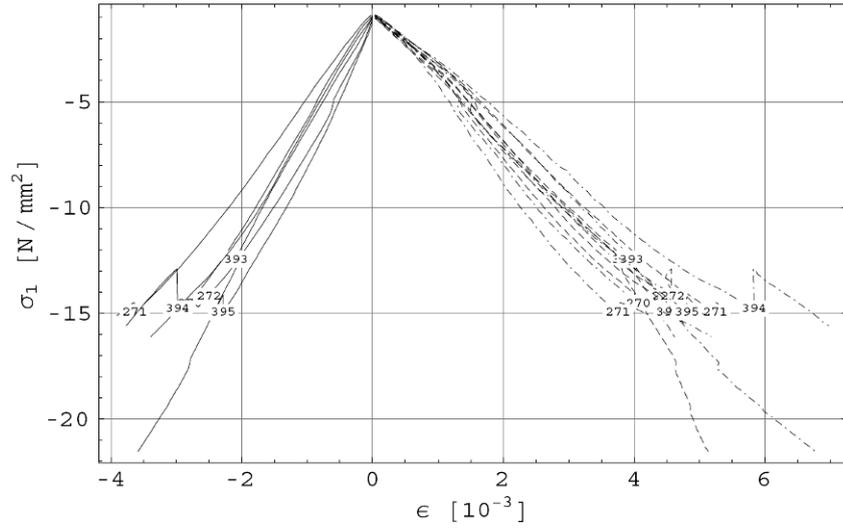


Рисунок Б.40: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = -1: +1$

$\varphi = 15^\circ, \kappa = 0 : -1$

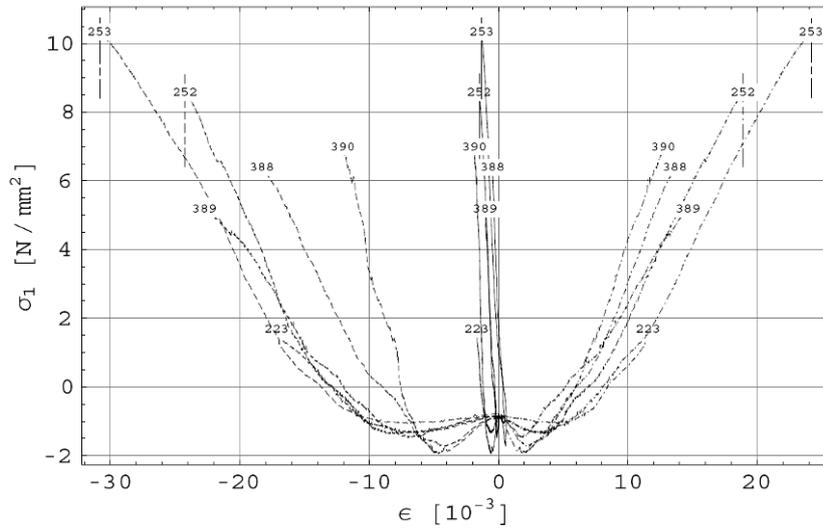


Рисунок Б.41: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = 0: -1$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

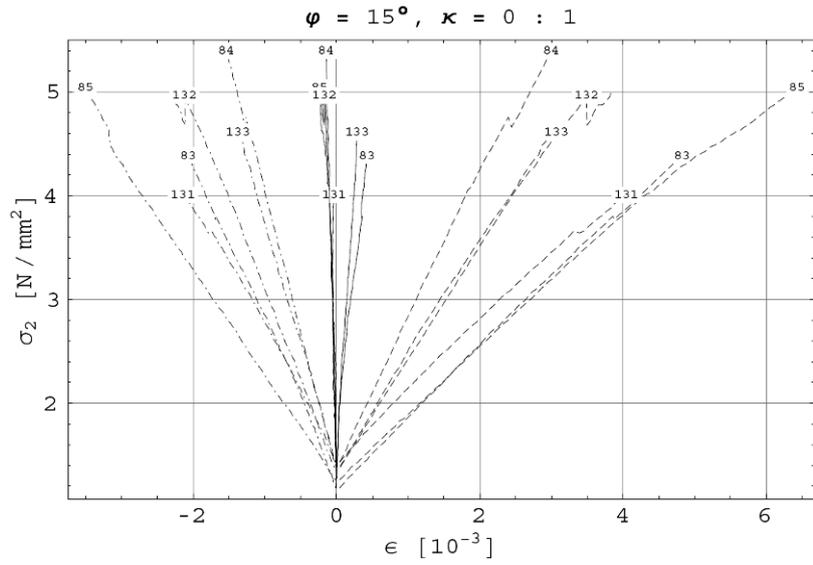


Рисунок Б.42: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = 0 : +1$

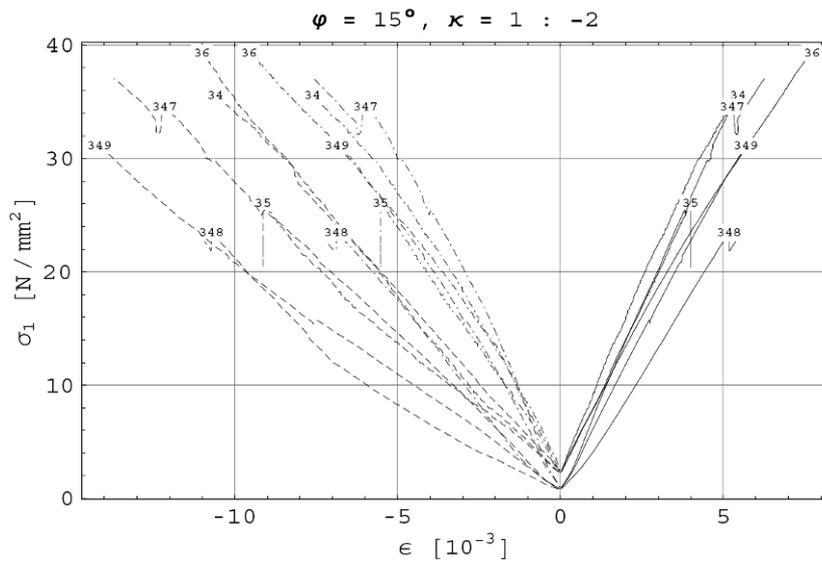


Рисунок Б.43: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +1 : -2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 15^\circ, \kappa = 1 : 0$

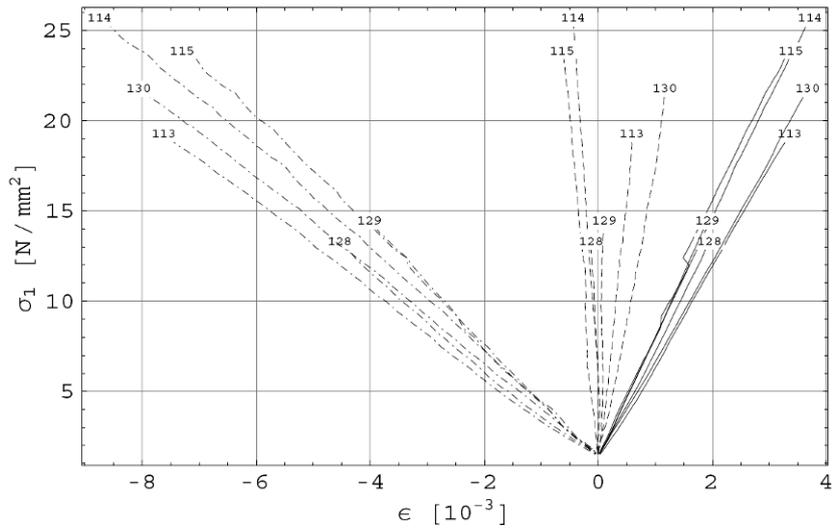


Рисунок Б.44: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +1:0$

$\varphi = 15^\circ, \kappa = 2 : 5$

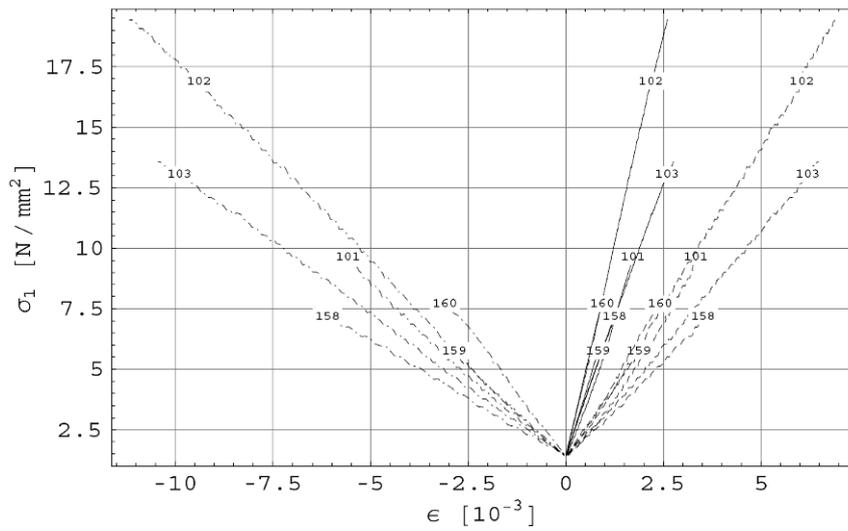


Рисунок Б.45: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +2:5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

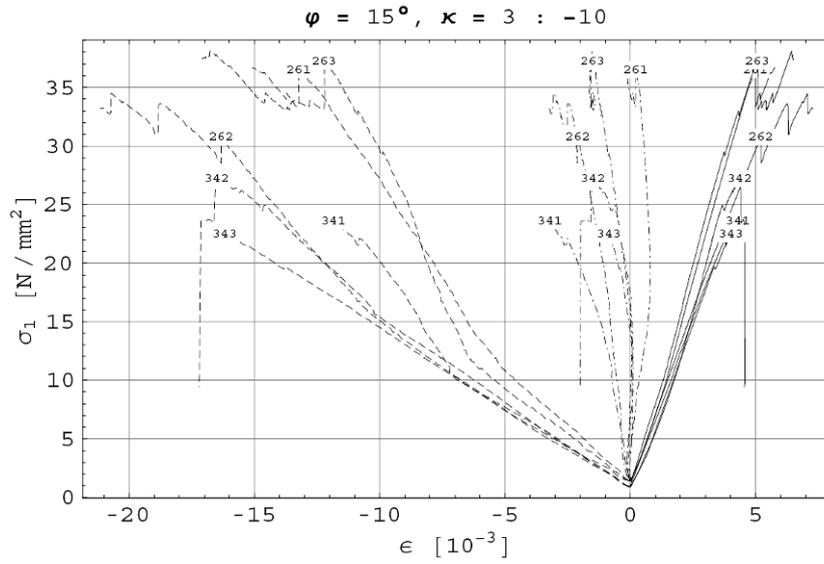


Рисунок Б.46: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +3:-10$

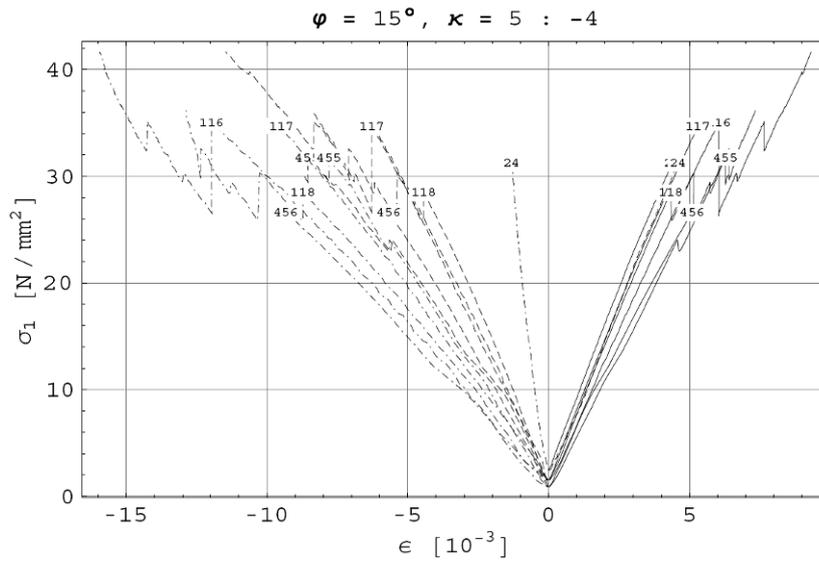


Рисунок Б.47: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +5:-4$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 15^\circ, \kappa = 5 : -2$

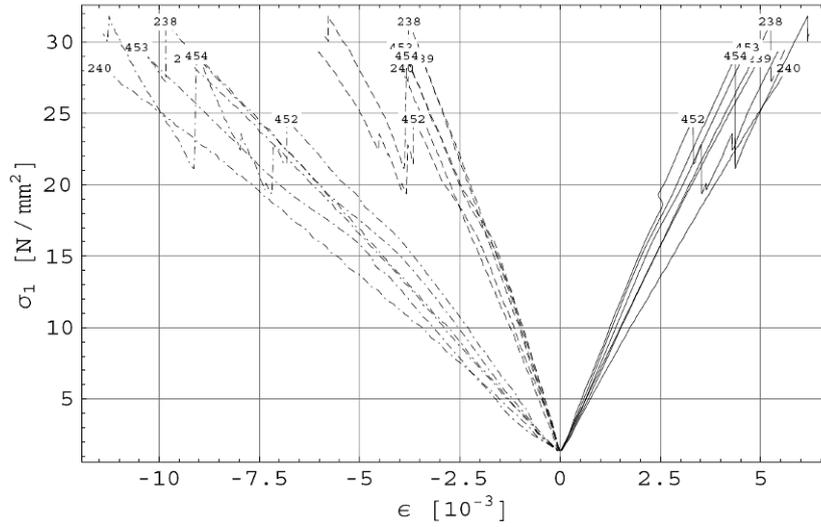


Рисунок Б.48: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +5:-2$

$\varphi = 15^\circ, \kappa = 5 : 2$

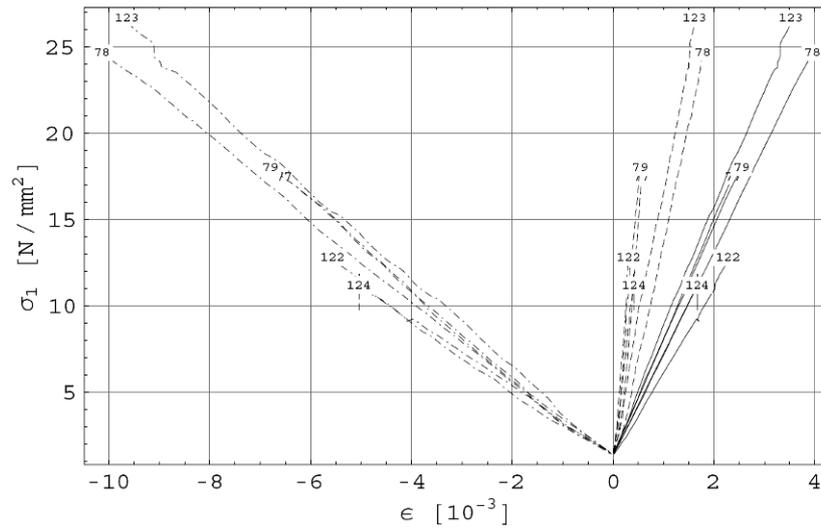


Рисунок Б.49: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +5:+2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

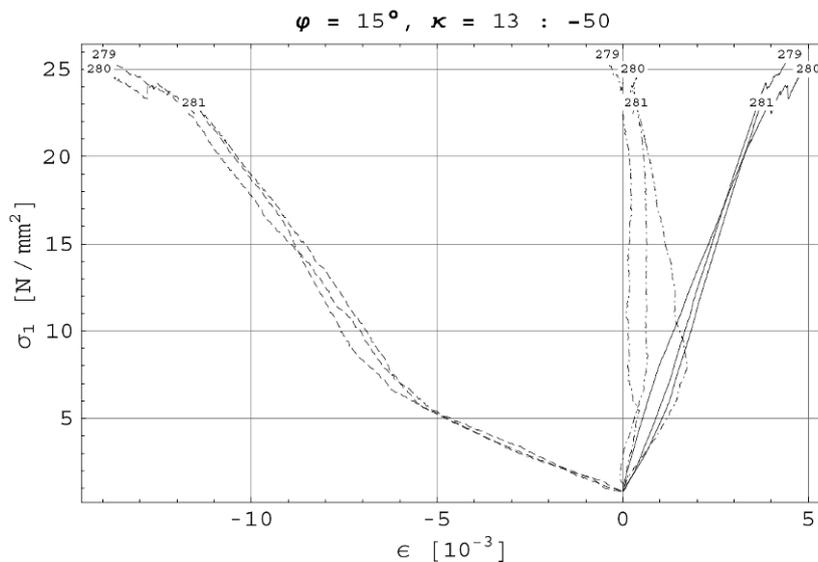


Рисунок Б.50: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 15^\circ, \kappa = +13 : -50$

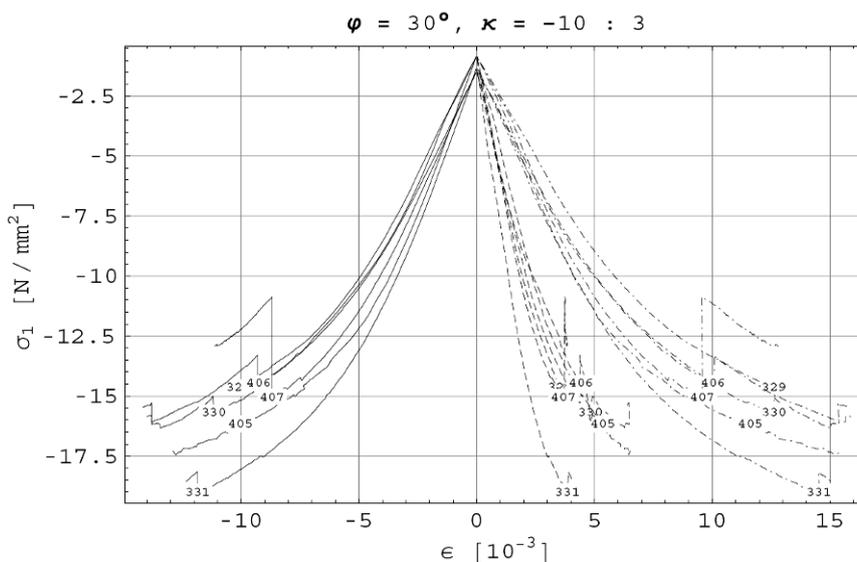


Рисунок Б.51: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = -10 : +3$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 30^\circ, \kappa = -4 : 5$

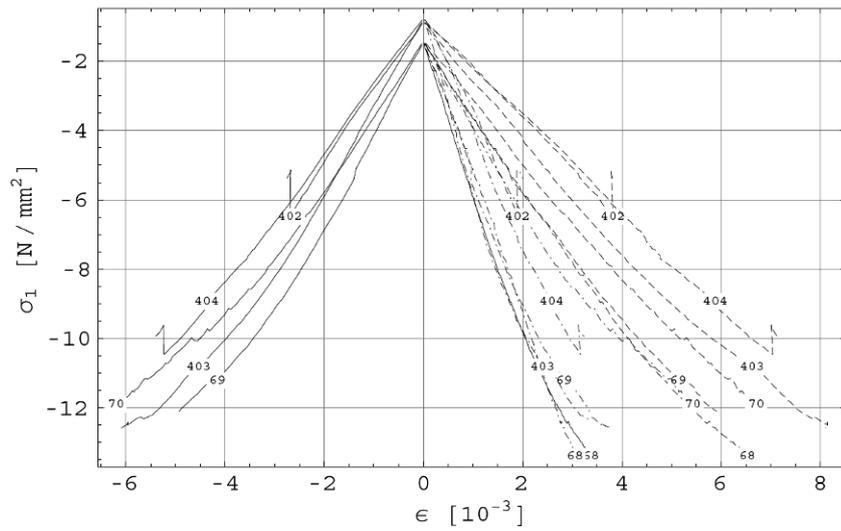


Рисунок Б.52: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  
 $\varphi = 30^\circ, \kappa = -4 : +5$

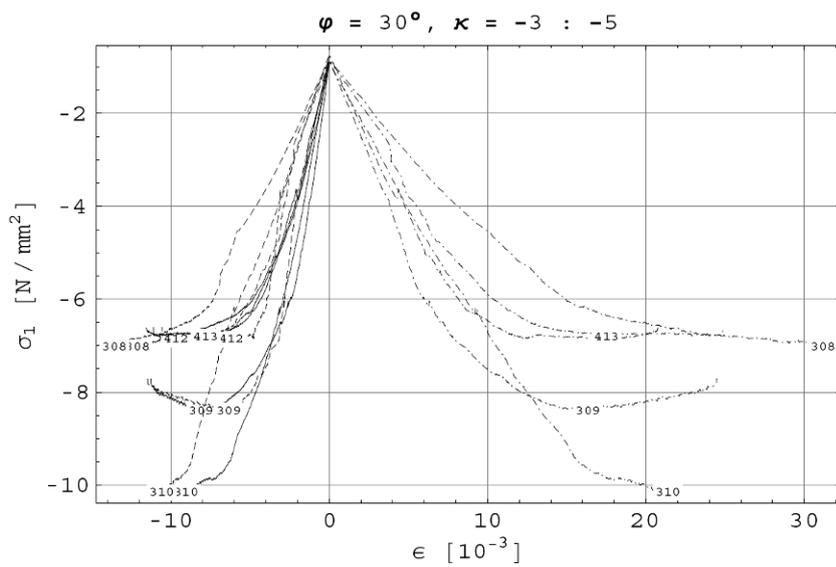


Рисунок Б.53: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  
 $\varphi = 30^\circ, \kappa = -3 : -5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

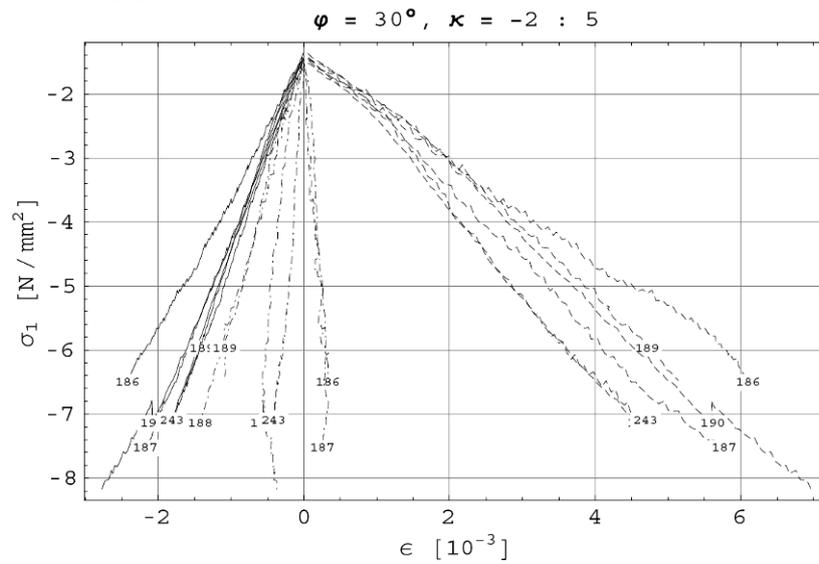


Рисунок Б.54: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = -2: +5$

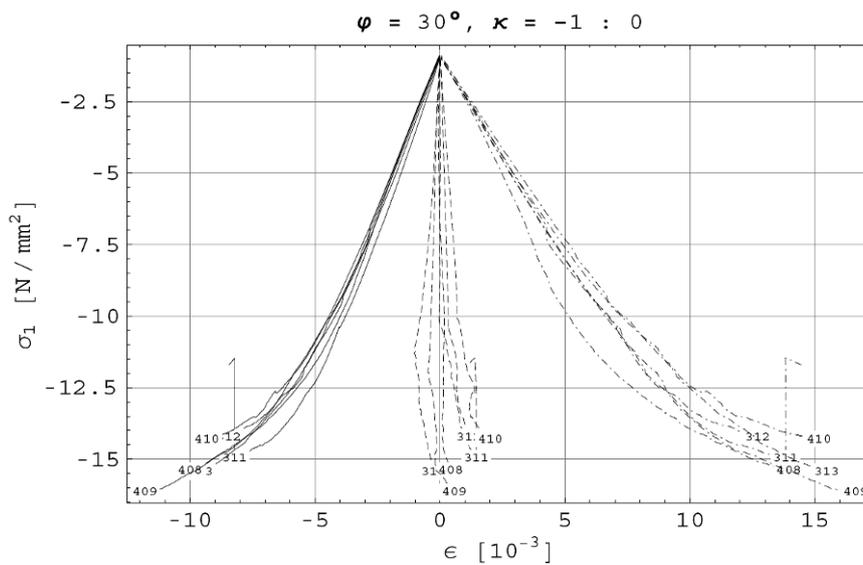


Рисунок Б.55: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = -1: 0$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 30^\circ, \kappa = 0 : -1$

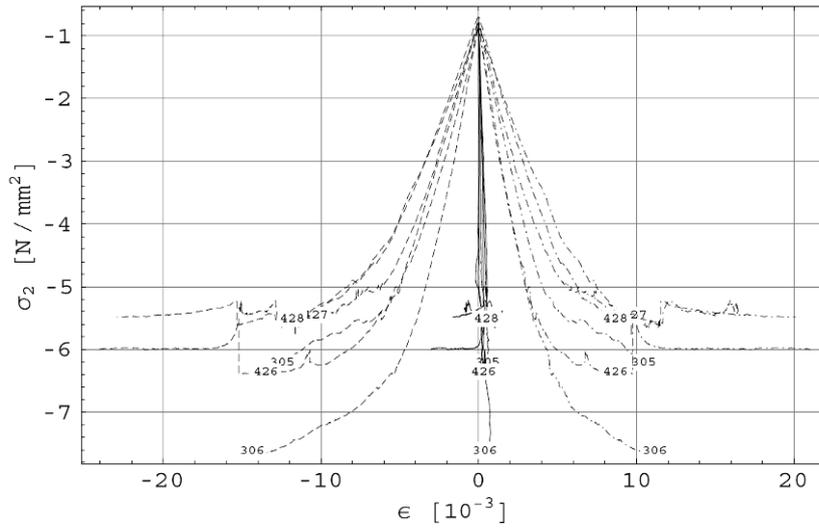


Рисунок Б.56: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = 0 : -1$

$\varphi = 30^\circ, \kappa = 0 : 1$

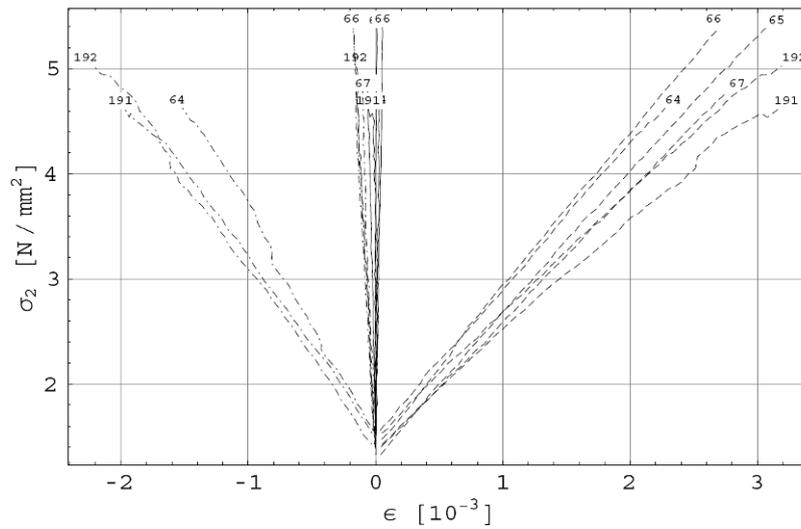


Рисунок Б.57: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = 0 : +1$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

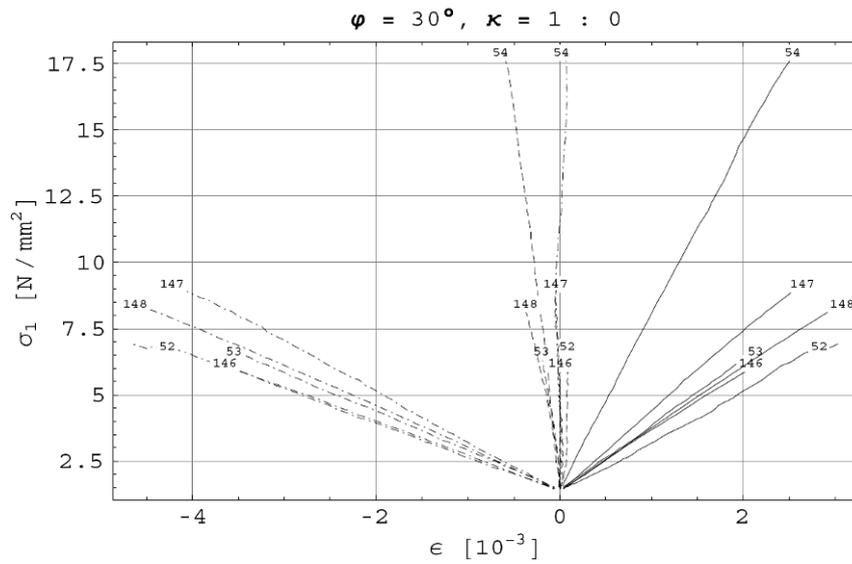


Рисунок Б.58: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = +1:0$

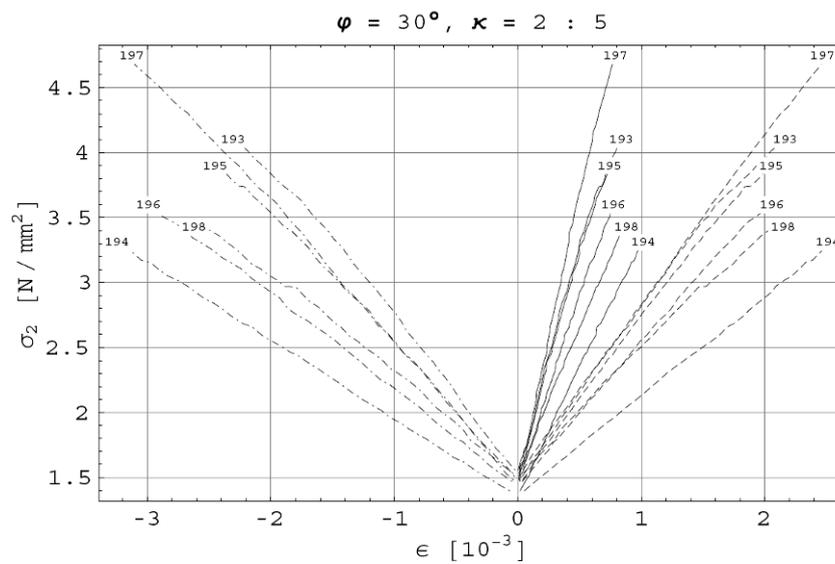


Рисунок Б.59: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = +2:5$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 30^\circ, \kappa = 5 : -4$

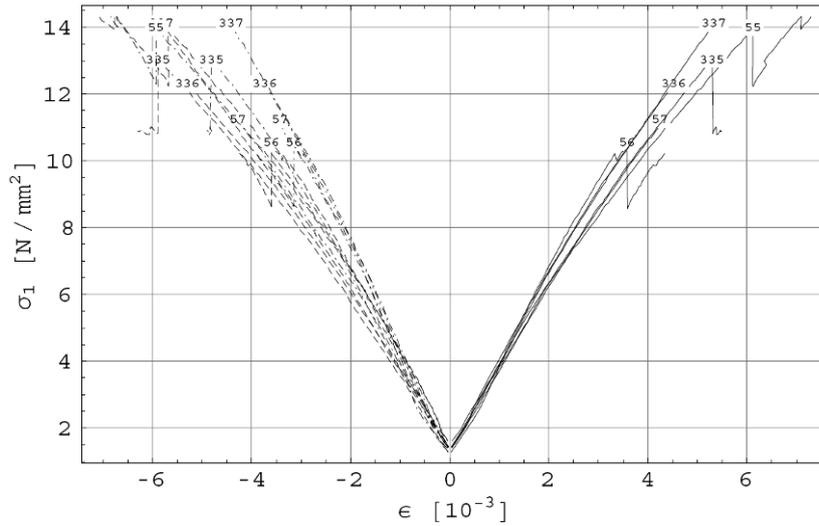


Рисунок Б.60: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = +5:-4$

$\varphi = 30^\circ, \kappa = 5 : -2$

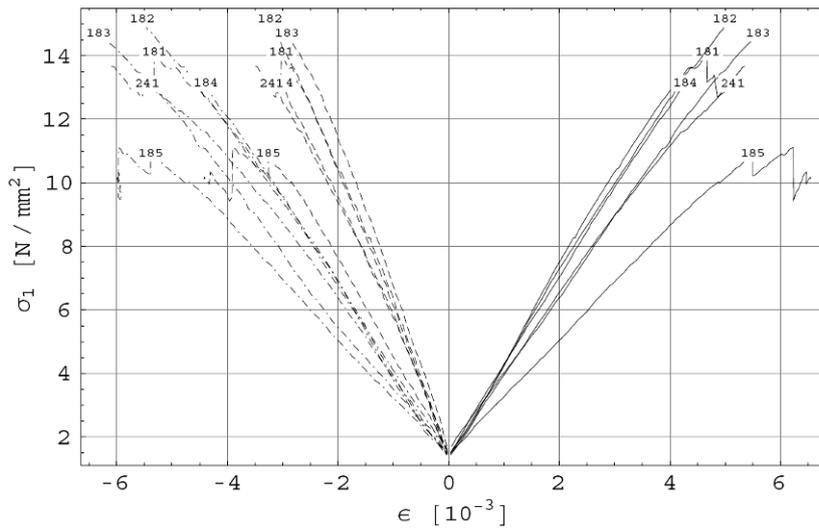


Рисунок Б.61: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = +5:-2$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

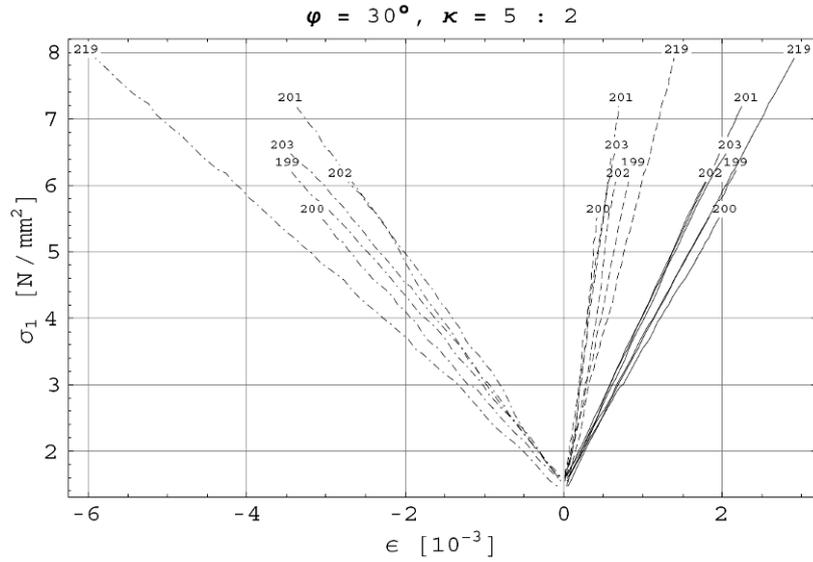


Рисунок Б.62: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 30^\circ, \kappa = +5:2$

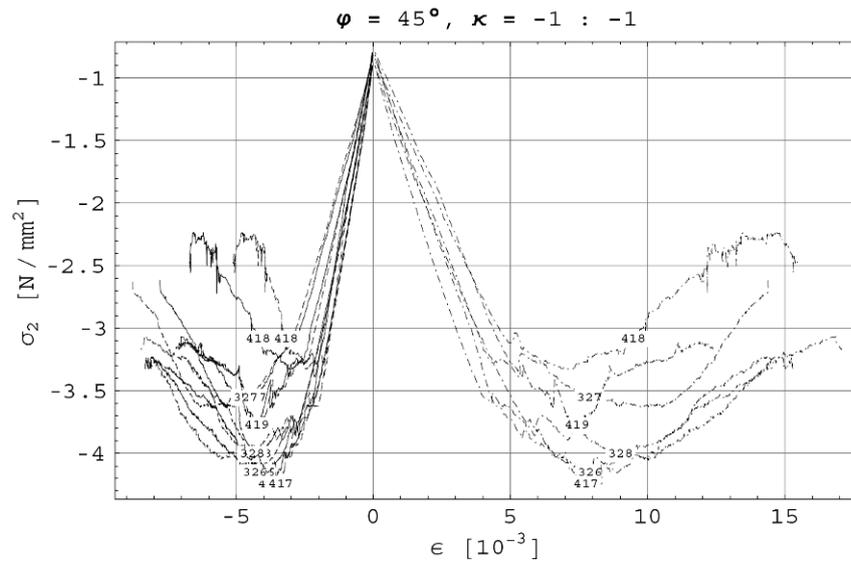


Рисунок Б.63: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = -1:-1$



Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

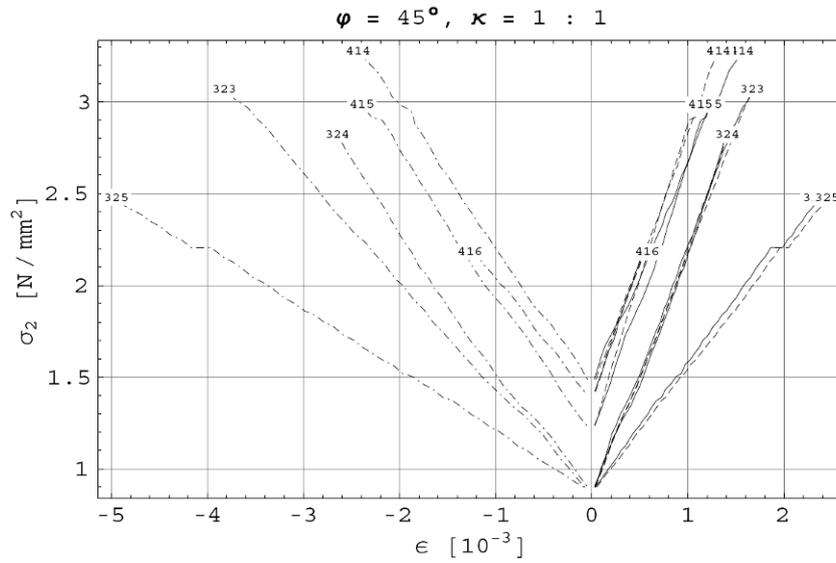


Рисунок Б.66: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +1:+1$

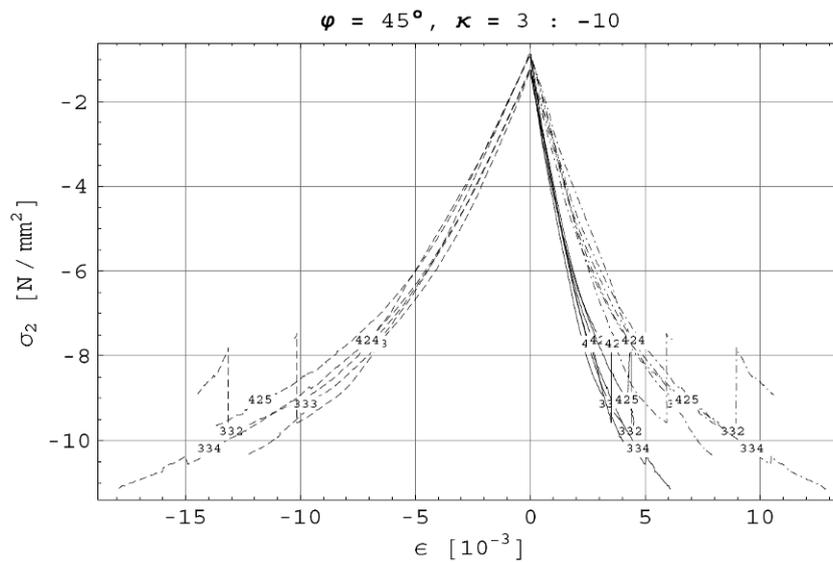


Рисунок Б.67: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +3:-10$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

$\varphi = 45^\circ, \kappa = 4 : -7$

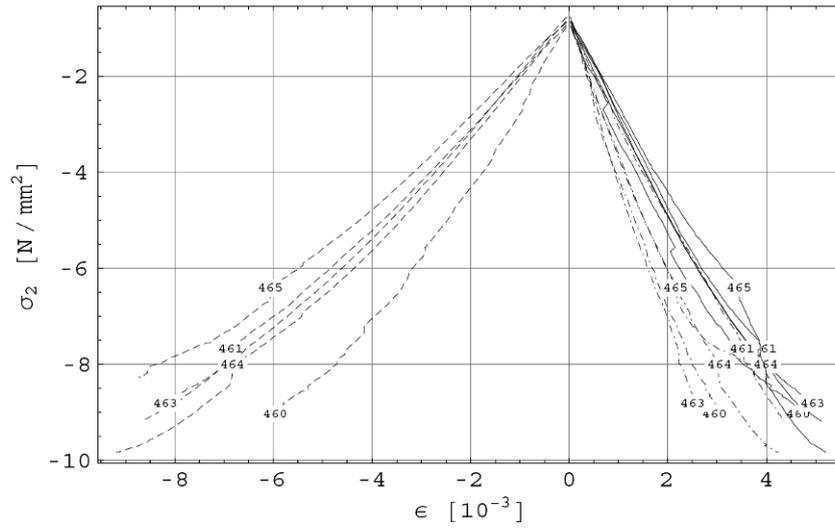


Рисунок Б.68: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +4:-7$

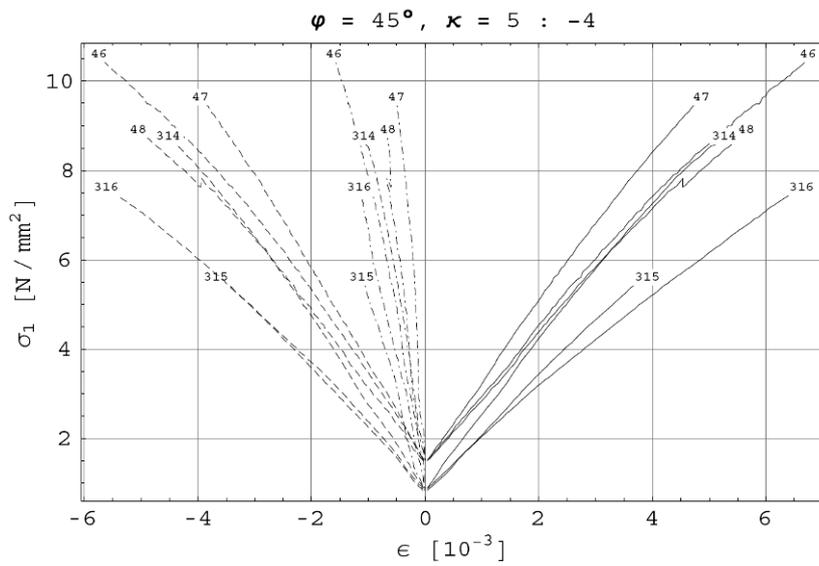


Рисунок Б.69: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +5:-4$

Б. Диаграммы зависимости  
«напряжение–продольная деформация»

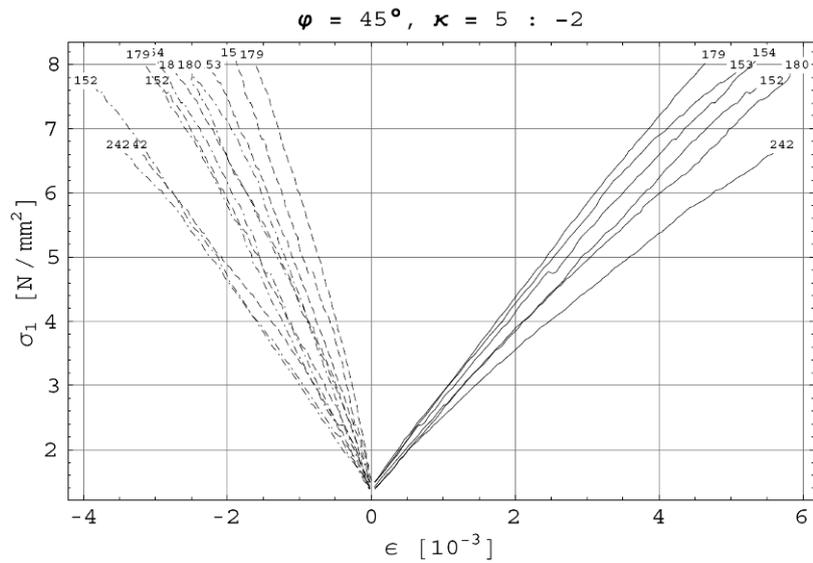


Рисунок Б.70: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +5:-2$

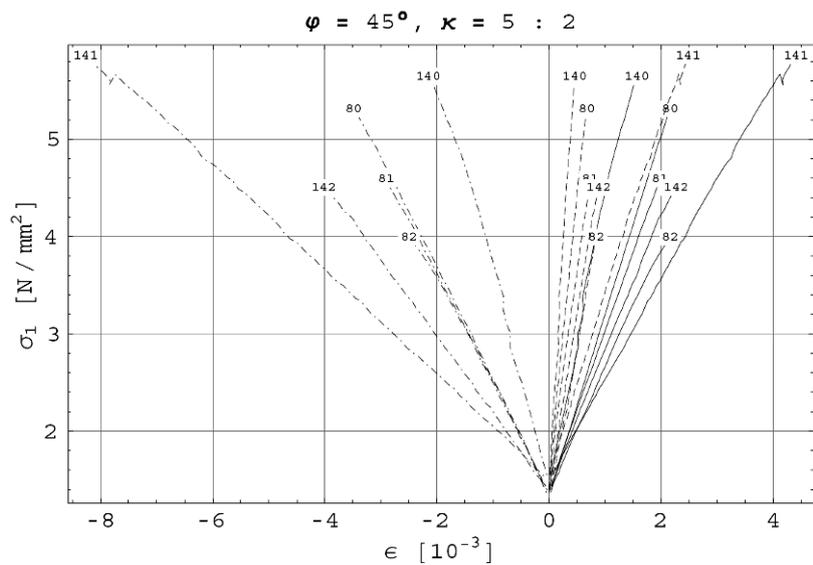


Рисунок Б.71: График зависимости «напряжение–продольная деформация» для  $\varphi = 45^\circ, \kappa = +5:+2$

Научное издание

ЭБЕРХАРДШТАЙНЕР Йозеф

Механические свойства  
еловой древесины

Экспериментальное определение прочности  
при двухосном напряжении

---

Компьютерная верстка Д.А. Исаева

Подписано в печать 19.11.2010.

Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 20,23. Уч.-изд. л. 7,91. Тираж 100. Заказ 1307.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.