

НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ТРАССЫ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Лащенко А. П.

*Белорусский государственный технологический университет Минск, РБ,
lap830@mail.ru*

В настоящее время практика трассирования автомобильных дорог на заболоченных территориях основывается на интуитивном и в лучшем случае двух-, трехвариантном решении переходов через отдельные или наиболее сложные участки болот [1].

Многообразие факторов, влияющих на положение автомобильных дорог в плане, создает условия многовариантности, следовательно, получение оптимального варианта трассы автомобильной дороги связано с необходимостью переработки большого объема информации, возможной только с использованием современной вычислительной техники.

В этом случае одним из основных вопросов в рассматриваемой задаче является решение математической аппроксимации местности или разработка цифровой модели территории. Изображение территории в виде, удобном для ввода в память персональных компьютеров для дальнейшей обработки информации и выбора оптимального решения, находит свое отражение в США, Канаде, Бельгии, ФРГ и т.д. [2,3].

В условиях рассматриваемой территории формализация только рельефа территории оказывается явно недостаточной. В этом случае в какой-то мере можно говорить о "зеркальном" варианте рассматриваемого метода, когда пара чисел (x, y) характеризует положение точки на территории, а z – глубину болота. Поскольку вычислительные средства обрабатывают только цифровую информацию, условия строительства в каждой точке территории можно с требуемой степенью точности описать рядом чисел $x, y, n_1, n_2, \dots, n_k$, где x и y координаты данной точки в декартовой системе координат; n_1, n_2, \dots, n_k , конечный ряд чисел, характеризующий условия дорожного строительства в данной точке. Так как критерием оценки условий строительства служат приведенные затраты, то конечный ряд чисел представляет в общем виде экономическую функцию:

$$w = f(n_1, n_2, \dots, n_k), \quad (1)$$

где w – приведенные затраты на строительство единицы длины дороги в любой точке рассматриваемой системы координат; n_1, n_2, \dots, n_k – аргументы-характеристики природно-стоимостных факторов применяемой конструкции земляного полотна и дорожной одежды.

В общем виде все аргументы можно сгруппировать по следующим четырем группам:

$$v = f(n_1, n_2, \dots, n_k) \quad (2)$$

$$c = f(n_{k+1}, n_2, \dots, n_i) \quad (3)$$

$$d = f(n_{i+1}, n_2, \dots, n_m) \quad (4)$$

$$k = f(n_{m+1}, n_2, \dots, n_n), \quad (5)$$

где v – функция оплачиваемых земляных работ; c – функция стоимости выполнения единицы земляных работ; d – некоторая функция, учитывающая достоверность информации об условиях строительства и надежности принятого проектного решения в любой точке системы координат; k – функция стоимости строительства дорожной одежды. Тогда исходную функцию (1) можно представить в виде:

$$w = f(v, c, d, k) \quad (6)$$

Стоимость выполнения единицы оплачиваемых земляных работ – функция (3) складывается из затрат на выторфовывание и затрат, связанных с отсыпкой земляного полотна.

В результате изменения стоимости единицы земляных работ при отсыпке насыпи выражается следующей зависимостью:

$$c_1 = \alpha + \operatorname{tg}(\beta) \cdot (l - m), \quad (7)$$

где c_1 – стоимость земляных работ при отсыпке насыпи; α – коэффициент, учитывающий стоимость разработки, погрузки грунта в карьере, транспортировки его на один км и стоимость всех сопутствующих работ; $\text{tg}(\beta)$ – коэффициент, учитывающий изменение стоимости грунта в зависимости от его объемного веса и дальности транспортировки; l – дальность возки грунта; m – коэффициент, зависящий от дальности возки грунта.

Поскольку цифровая модель представляет собой координатную сетку, то дальность транспортирования грунта от карьера до любой точки территории можно определять из уравнения расстояний между двумя точками на координатной плоскости:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (8)$$

где x_1, y_1 – координаты любой точки на цифровой модели; x_2, y_2 – координаты любого карьера на цифровой модели. Учитывая, что выторфовывание, его стоимость с частичной отвозкой на один км является величиной постоянной (в пределах сложившегося ценообразования) в общем виде можно представить следующим образом:

$$c = \alpha + \text{tg}(\beta) \cdot (l - m) + d_2, \quad (9)$$

где d_2 – стоимость выторфовывание.

Функцию (4) можно выразить через функцию (2) путем ввода понижающего или повышающего коэффициента к объемам земляных работ:

$$d = \eta \cdot v, \quad (10)$$

где η – коэффициент, учитывающий надежность работы земляного полотна и достоверность исходной информации.

Стоимость строительства дорожной одежды практически не зависит от положения дороги на территории. В связи с этим она может быть принята постоянной. Таким образом, стоимостный функционал (целевая функция) (1) в каждом узле цифровой модели будет иметь вид:

$$c = \eta \cdot \{v_1 \cdot [\alpha + \text{tg}(\beta) (l - m)] + v_2 \cdot d_2\} + k, \quad (11)$$

где v_1 – объем грунта насыпи для строительства земляного полотна; v_2 – объем выторфовывания; k – стоимость строительства дорожной одежды. Проведенная стоимостная оценка дорожного строительства применительно к любой точке рассматриваемой территории позволяет перейти к созданию цифровой модели местности. Построение цифровой модели основано на фиксировании точек, характеризующихся стоимостным функционалом (11), по всей рассматриваемой территории. Фиксирование точек состоит в создании совокупности точек, распределенные по территории в декартовой системе координат. Таким образом, для случая равномерной плотности точек по территории цифровая модель представляет координатную сетку, где каждый узел ее (точка, вершины графа) несет всю полноту информации об условиях строительства дорог.

Работа по созданию цифровой модели проводится в два этапа.

Первый этап заключается в построении инженерно-геологической карты. Работа выполняется по материалам аэрофотосъемки с использованием материалов инженерно-геологической съемки территории. Кроме того, производится накладка на исследуемую территорию изысканных и построенных трасс автомобильных дорог. Результатом первого этапа является карта категорий местности по условиям дорожного строительства.

Второй этап основан на построении цифровой модели по уже имеющейся карте категорий местности.

Для упрощения ввода в память компьютера цифровой модели, карьеров и корреспондирующих пунктов вместо двух координат каждой узловой точке координатной сетки присваивают порядковый номер. Порядковый номер или адрес точки обуславливается путем заданной системы обхода координатной сетки и находится из выражения:

$$q = (n + 1) \cdot x + y, \quad (12)$$

где q – порядковый номер любого узла координатной сетки (номер вершины графа); n – число делений на оси ординат; x, y – координаты любой точки координатной сетки.

Математическая постановка для разработки алгоритма рассматриваемой задачи сводится к следующим инструкциям:

1. Территория представляется в форме координатной сетки размерностью $m \times n$. Каждому узлу сетки соотносится стоимостный функционал (11), характеризующий стоимость строительства одного километра дороги в данном узле сетки. Из данной сетки можно получить нумерованный граф, соединив ребрами вершины, расположенные на сторонах и диагоналях квадратов сетки.

2. Каждому ребру полученного графа можно соотнести стоимость z_{ij} строительства дороги между i и j узлами координатной сетки, равную среднему арифметическому от стоимости единицы длины дороги в этих узлах, умноженному на расстояние между ними:

$$z_{ij} = \frac{z_i + z_j}{2} \cdot l_{ij}, \quad (13)$$

где z_{ij} – стоимость строительства дороги вдоль ребра графа между i и j узлами сетки; z_i, z_j – стоимость строительства одного километра дороги в i и j узлах сетки; l_{ij} – расстояние между i и j узлами сетки.

3. Решение задачи заключается в нахождении на заданной координатной сетке пути с минимальной стоимостью приведенных затрат на строительство дороги между корреспондирующими пунктами A и B .

Процесс работы алгоритма основан на определении стоимости строительства трассы от каждого из узлов сетки до начала дороги (корреспондирующего пункта A). В качестве вспомогательных узлов величин используются две функции, заданные на множестве всех узлов цифровой модели:

- $a(x)$ – нижняя граница стоимости строительства дороги из A в x ;
- $b(x)$ – узел, предшествующий x и лежащий на кратчайшем пути из A в x .

В настоящее время для реализации представленного алгоритма разработана программа на современном языке программирования Pascal [4], что позволяет увеличить объем информации (количество вершин), используя структурные переменные.

Список литература:

1. Бабков В. Ф., Андреев О. В. Проектирование автомобильных дорог: учебник для вузов / В. Ф. Бабков, О. В. Андреев. – М.: Транспорт, 1979. – 367 с.
2. Харари Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М.: Мир, 1973. – 262 с.
3. Черняк, А.А. Математика для экономистов на базе Mathcad / А.А. Черняк [и др.]. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 496 с.
4. Лашенко, А.П. Инженерно-экономические задачи на базе Mathcad / А.П. Лашенко – Минск.: БГТУ, 2006. – 119 с.