МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Гидротехническое и энергетическое строительство,
водный транспорт и гидравлика»

Электронный
учебно-методический комплекс по учебной дисциплине

Теория корабля

для специальности
1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация водного транспорта»

Минск ◊ БНТУ ◊ 2020

Составители: И.В. Качанов; В.В. Власов

Перечень материалов

Электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) содержит теоретические сведения в области теории корабля.

Теоретический раздел УМК содержит материалы для теоретического изучения учебной дисциплины в объеме, установленном учебным планом по специальности, и будет представлен конспектом лекций.

В данном разделе приводится краткое изложение содержания учебного материала для всех тем дисциплины.

Пояснительная записка

Целью ЭУМК по дисциплине «Теория корабля» является подготовка студентов к проектно-конструкторской деятельности путем освоения ими реальных методов проектирования судов и кораблей.

Дисциплина ТК является одной из основных профилирующих учебных дисциплин, обеспечивающих подготовку инженеров для воднотранспортного комплекса Республики Беларусь. Изучение этой дисциплины позволяет сформировать знания, умения, навыки, необходимые для выполнения работ по проектированию, ремонту и модернизации судов, кораблей, функционального оборудования, общесудовых устройств и систем.

В качестве рекомендации по организации работы с ЭУМК следует отметить следующее.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, полученных при освоении дисциплин гуманитарного, социально-экономического, математического, естественнонаучного и общетехнического циклов, а также таких специальных дисциплин, как «Проектирование судов», «Конструкция корпуса судна», «Технология судостроения», «Строительная механика и прочность корабля», «Судовые энергоустановки» и др. Поэтому перед изучением дисциплины ПС следует ещё раз повторить материал вышеуказанных специальных дисциплин, что позволит более осознанно усвоить материал УМК по ПС.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ... 3
ГЛАВА 1 ФОРМА КОРПУСА И ПЛАВУЧЕСТЬ СУДНА ... 6
1.1 Теоретический чертеж судна (ТЧС) ... 6
1.2 Система координат ... 7
1.3 Главные размерения (ГР) ... 8
1.4 Соотношения главных размерений ... 11
1.5 Коэффициенты полноты ... 12
1.6 Посадка судна и её параметры ... 15
1.7 Силы, действующие на плавающее судно. Условия и уравнения равновесия судна ... 18
1.8 Масса и координаты центра масс (тяжести) судна. Дедвейт судна ... 25
1.9 Объемное водоизмещение и координаты ЦВ при посадке судна прямо и на ровный киль ... 27
1.10 Вычисление элементов плавучести по теоретическому чертежу судна ... 32
1.11 Приближенное вычисление определенных интегралов по формулам квадратур ... 32
1.12 Вычисление определенного интеграла по правилу трапеции ... 33
1.13 Правило Симпсона (ПС) ... 36
1.14 Правило Чебышева (ПЧ) ... 38
1.15 Оценка применяемых в теории корабля формул квадратур и повышение точности правила трапеций ... 42
1.16 Вычисление площадей и объемов по ординатам теоретического чертежа ... 46
1.17 Диаграмма Фирсова ... 52
1.18 Запас плавучести. Грузовая марка ... 53
1.19 Изменение посадки корабля. Добавочный слой и клинья водоизмещения при изменении углубления ... 55
1.20 Равнообъемные накопления ... 57
1.21 Условие изменения посадки без наклонения судна ... 58
1.22 Изменение средней осадки судна при приеме или расходовании малого груза ... 61
1.23 Прием и расходование большого груза ... 63
1.24 Изменение посадки при изменении плотности воды ... 64
1.25 Моменты инерции площади ватерлинии ... 66
1.26 Кривые элементы теоретического чертежа (КЭТЧ) ... 70
ПРИЛОЖЕНИЕ ... 72
ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ... 72
Примеры задач по разделу статика корабля ... 72
Примерные тематики рефератов ... 74
Литература ... 75

Введение

Теория корабля (ТК) – наука о его мореходных качествах (МК) – плавучести, остойчивости, непотопляемости, ходкости, умеренности качки и управляемости.

Изучение ТК производится в зависимости от главных размерений корабля, формы обводов корпуса, распределения грузов и внешних нагрузок.

Корабль в ТК рассматривается как твердое недеформируемое тело, поэтому изучение законов его движения опирается на законы теоретической механики. Но, поскольку, движение корабля происходит в жидкости и воздушной среде, то наряду с законами теоретической механики в ТК широко используются законы движения жидкостей и газов.

Рассмотрим основные определения мореходных качеств.

Плавучесть – способность судна плавать в заданном положении относительно поверхности воды.

Остойчивость – способность судна (корабля), выведенного из равновесия, возвращаться в исходное положение после прекращения действия внешних сил.

Непотопляемость – способность судна оставаться на плаву и в ограниченной степени сохранять МК после затопления одного или группы отсеков. Непотопляемость определяется плавучестью и остойчивостью поврежденного судна.

Ходкость – способность судна двигаться с заданной скоростью при наименьшей возможной мощности главной механической установки.

Качка – это колебательное движение корабля при перемещении его или стоянке на поверхности или над поверхностью воды. Качка исключительно вредное явление. В понятие умеренность качки входят малость и плавность наклонений.

Управляемость – способность корабля удерживать заданное направление движения или изменять его в соответствии действиями судоводителя.

Плавучесть, остойчивость и непотопляемость входят в раздел, называемый статикой корабля; *ходкость, качка и управляемость* – в раздел, именуемый динамикой корабля.

Учение о плавучести, остойчивости и непотопляемости основано на законе Архимеда: «На всякое тело, погруженное в жидкость, действует со стороны этой жидкости выталкивающая (поддерживающая) сила, равная весу (силе тяжести) вытесненной телом жидкости, направленная вверх и проходящая через центр тяжести вытесненного объема». Поддерживающую (выталкивающую) силу, действующую на погруженную часть корабля называют Архимедовой силой.

Закон Архимеда был открыт в III в. до н.э., но практическое применение его началось с XVII в., когда в 1666 г. английский инженер А. Дин предсказал осадку военного корабля «Рупперт», что дало возможность до его спуска прорезать в бортах отверстия для установки пушек. С тех пор расчеты по статике корабля стали предшествовать его постройке.

В 18 в. относится начало развития ТК, как самостоятельной науки. В 1746 г. французский ученый Бугер издал первые труды по теории корабля. В 1749 г. Л. Эйлер издал фундаментальный труд «Корабельная наука», основанный на использовании методов математического анализа для решения задач по теории корабля.

В первой половине 19 в. были разработаны методы вычисления элементов плавучести и остойчивости корабля и установлен практический способ определения его центра тяжести.

Основоположником современной теории корабля является А.Н. Крылов (1863-1945), который расширил и углубил знания по всем разделам этой науки. Российские ученые А.Н. Крылов и С.О. Макаров являются авторами методов расчета остойчивости и инициаторами её нормирования. Им же принадлежит авторство в разработке теории непотопляемости. Важные работы этой области выполнили И.Г. Бубнов, В.Г. Власов, В.В. Семенов-Тяньшанский. Большое значение для развития теории ходкости имели труды Д.И. Менделеева, В.И. Жуковского, В.Л. Поздюнина, Г.Е. Павленко и др.

Перед теорией корабля стоят следующие основные проблемы:

– дальнейшее развитие теории плавучести, остойчивости и непотопляемости и на этой базе разработка практических мероприятий, направленных на обеспечение безопасности плавания;

– увеличение скоростей хода судов за счет улучшения их обводов, управления пограничным слоем и создания более современных типов судовых движителей;

– дальнейшее развитие теории качки и создание эффективных способов её успокоения;

– дальнейшее развитие теории поворотливости и устойчивости судна на курсе и разработка мероприятий по улучшению управляемости судов.

ГЛАВА 1 ФОРМА КОРПУСА И ПЛАВУЧЕСТЬ СУДНА

1.1 Теоретический чертеж судна (ТЧС)

Теоретический чертеж является основным проектным документом. Он служит основой не только для расчета мореходных качеств, но и для разработки чертежей общего расположения, для плазовой разметки, для контроля за правильностью сборки корпуса судна во время постройки и т.д. На теоретическом чертеже поверхность корпуса изображается без учета наружной обшивки (кроме деревянных судов) в виде трех проекций: «Бок», «Корпус», «Полуширота».

В качестве главных плоскостей на ТЧС используют диаметральную плоскость (ДП), рассекающую судно вдоль и являющуюся продольной плоскостью симметрии, плоскость мидель-шпангоута (МШ), разрезающую судно поперек перпендикулярно ДП на середине расчетной длины судна, и основную плоскость (ОП), перпендикулярную плоскости ДП и МШ и проходящую через нижнюю точку теоретической поверхности судна в днищевой части (рис. 1.1)

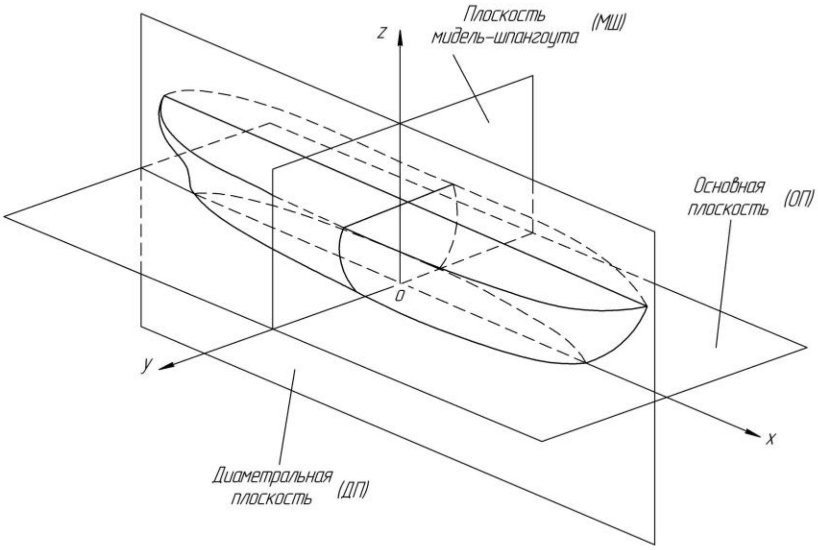

Рис. 1.1. Координатные плоскости теоретического чертежа

Сечения поверхности судна плоскостями параллельными ДП, называются ***батоксами,*** сечения поверхности судна плоскостями, параллельными плоскости МШ, называются ***шпангоутами***, а сечения поверхности судна плоскостями, параллельными ОП – ***ватерлиниями***.

Проекции всех сечений на плоскость ДП образуют вид «Бок» на котором батоксы I и II изображают в виде кривых линий, а шпангоуты и ватерлинии – в виде прямых линий, создавая так называемую сетку (рис. 1.2).

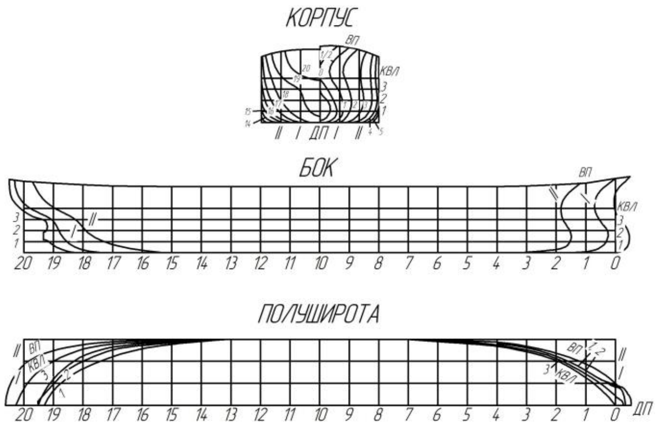

Рис. 1.2. Теоретический чертеж судна

Проекции всех сечений на плоскость МШ образуют «Корпус». Шпангоуты на этой проекции имеют вид кривых линий, а батоксы и ватерлинии – прямых. Обычно на корпусе изображают половины шпангоутов: носовые ветви шпангоутов – справа от следа ДП, кормовые – слева. МШ вычерчивают на оба борта.

Проекции всех сечений на ОП образуют «Полушироту» (для судна, симметричного относительно ДП, вычерчивают только половины ватерлиний). На полуширote ватерлинии изображаются в виде кривых, а шпангоуты и батоксы в виде прямых.

На ТЧС изображают, как правило, равноотстоящие батоксы, ватерлинии и шпангоуты. Число батоксов обычно равняется 4÷6; ватерлиний – 10÷15; шпангоутов – 21, но в особых случаях количество тех или иных сечений может быть другим. Нумерацию батоксов производят влево и вправо от ДП римскими цифрами (I, II и т.д.); нумерацию ватерлиний (ВЛ) от ОП – вверх от 0 до 10÷15; нумерацию шпангоутов с носа в корму от 0 до 20.

При этом МШ будет иметь номер 10 и его обозначают значком . Точки пересечения батоксов, шпангоутов и ВЛ должны быть согласованы на всех трех проекциях в соответствии с правилами начертательной геометрии.

Кроме указанных сечений на ТЧС изображают линии верхней палубы, надстроек, форштевня, ахтерштевня, киля.

Одна из теоретических ВЛ, по которую судно может плавать во время эксплуатации (обычно в полном грузу) принимается за главную (грузовую) (ГВЛ). Для судов, не связанных с перевозкой грузов, эта ВЛ называется конструктивной (КВЛ).

1.2 Система координат

В расчетах статики корабля используют две прямоугольные системы координат с началом в точке О – точке пересечения трех главных плоскостей: одна – система OXYZ – жестко связана с корпусом судна и другая – полусвязанная система (рис. 1.3).

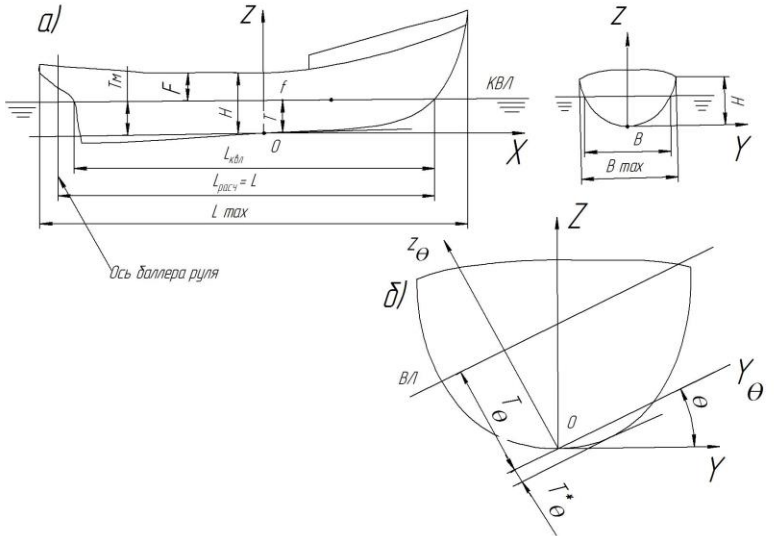

Рис. 1.3. Системы координат и главные измерения судна:
а – связанная; б – полусвязанная система

В связанной системе координат плоскость XOZ – диаметральная; плоскость XOY – основная; плоскость YOZ – плоскость МШ.

Ось OX – линия пересечения ДП и ОП направлена в нос, ось OY – линия пересечения ОП и плоскости МШ – на правый борт, ось OZ – линия пересечения МШ и ДП – вертикально вверх.

В полусвязанной системе координат ось OZ_θ направлена вверх перпендикулярно к следу действующей наклонной ватерлинии ВЛ, а ось OY_θ ей параллельна и направлена на правый борт. Эта система повернута относительно связанной системы около оси OX на угол крена θ.

Формулы перехода от связанной системы к полусвязанной имеют вид (см. рис. 1.3)

$$\left.\begin{aligned} Y_\theta &= Y\cos\theta + Z\sin\theta \\ Z_\theta &= Z\cos\theta - Y\sin\theta \end{aligned}\right\}. \qquad (1.1)$$

1.3 Главные размерения (ГР)

К ГР судна (рис. 1.4) относят его длину, ширину, высоту борта, осадку.

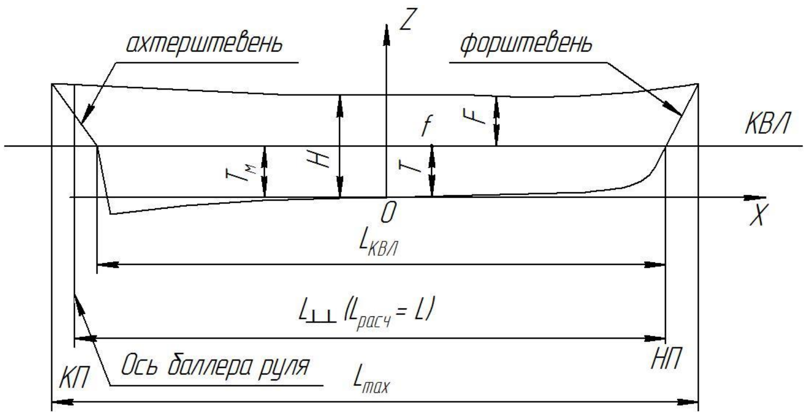

Рис. 1.4. Главные размерения судна

Рассмотрим определение некоторых основных величин:

Длина наибольшая $L_{\max}$ – расстояние по горизонтали между крайними точками штевней (форштевня и ахтерштевня).

Вертикальные линии, проведенные через точки пересечения КВЛ с линиями штевней, называются носовым (НП) и кормовым (КП) перпендикулярами. Для одновинтовых судов кормовой перпендикуляр (КП) совпадает с осью руля.

Длина между перпендикулярами $L_{\perp\perp}$ $\left(L, L_{\text{расч}}\right)$ – расстояние между точками пересечения КВЛ (ГВЛ) с теоретической линией форштевня и осью баллера руля для одновинтовых судов или с теоретической линией ахтерштевня для двухвинтовых судов.

Эта длина является расчетной и делится на 20 равных частей – теоретических шпаций с расстояниями между ними $\Delta L = L_{\perp\perp}/20$. Шпангоуты, установленные на теоретическом чертеже, на расстоянии $\Delta L = L_{\perp\perp}/20$ называется теоретическими в отличие от конструктивных, которые изображаются на практических (конструкторских) чертежах.

Длина по КВЛ $L_{\text{КВЛ}}$ – расстояние между точками пересечения ГВЛ (КВЛ) с форштевнем и ахтерштевнем; для двухвинтовых судов совпадает с длиной между носовым и кормовым перпендикулярами $-L_{\text{КВЛ}} = L_{\perp\perp}\left(L_{\text{расч}}\right)$.

Ширина наибольшая судна $B_{\max}$ – расстояние по ширине между плоскостями, параллельными ДП и касательными к корпусу судна в крайних его точках; но иногда наиболее широкий шпангоут смещен в корму (рис. 1.5).

Ширина наибольшая ватерлинии B – измеряется на КВЛ в месте максимальной ширины судна; эта ширина является расчетной.

Высота борта H – измеряется в плоскости МШ по вертикали от ОП до линии палубы у борта (рис. 1.4, 1.5).

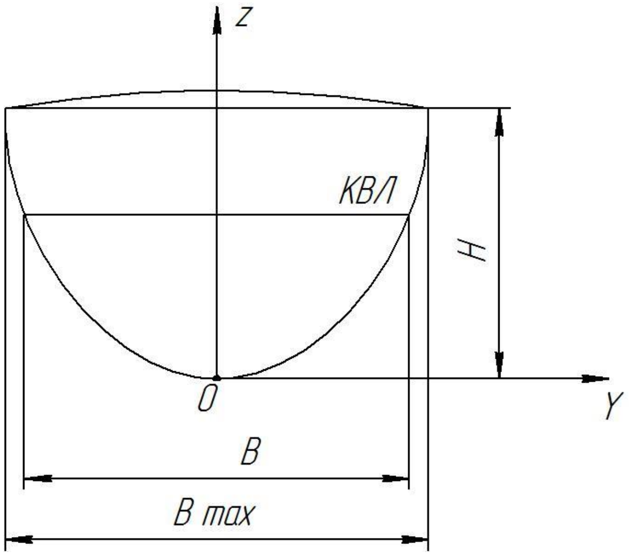

Рис. 1.5. Схема сечения корпуса в плоскости МШ

Осадка средняя T – углубление судна, измеряемое в сечении, проходящем через ц.т. (т.f) площади ватерлинии; эта величина также является расчетной.

Осадка на МШ $T_м$ – углубление судна, измеряемое на МШ (рис. 1.4). При посадке судна на ровный киль $T = T_м$ (рис. 1.6). При наличии угла крена осадка судна T равна $T_\theta + T_\theta^*$ (см. рис. 1.3, б), где T_θ – осадка судна в полусвязанной системе координат; T_θ^* – углубление точки А касания корпуса с плоскостью, параллельной ВЛ, относительно начала координат 0.

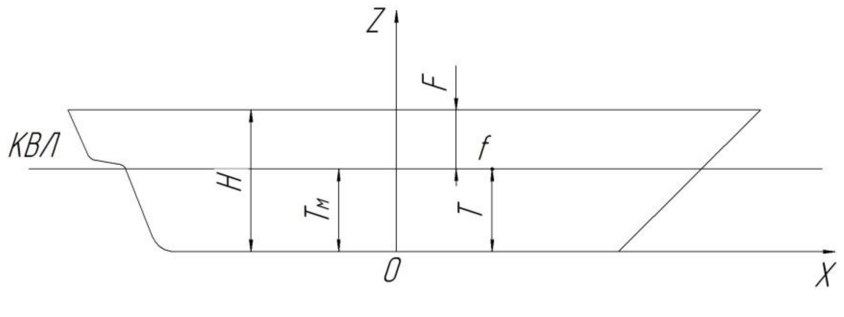

Рис. 1.6

Высота надводного борта F – разность между размерениями H и $T_м$, т.е.

$$F = H - T_м.$$

Расчетные значения L, B, T служат для разбивки сетки ТЧ.

1.4 Соотношения главных размерений

Для характеристики формы корпуса служат соотношения главных размерений и безразмерные коэффициенты полноты. Соотношения главных размерений следующие:

$$\frac{L}{B}; \frac{B}{T}; \frac{L}{T}; \frac{H}{T}; \frac{L}{H};$$

$$\begin{cases} \dfrac{L}{B} = 3 \div 10 \\ \dfrac{B}{T} = 2 \div 13{,}5 \\ \dfrac{H}{T} = 1{,}5 \div 4{,}5 \\ \dfrac{L}{H} = 14 \div 32 \end{cases}$$

Отношение $\frac{L}{B}$ – относительная длина, в значительной мере определяет ходовые качества: чем оно больше, тем относительно быстроходнее судно. У современных водоизмещающих судов эта величина колеблется в диапазоне $\frac{L}{B} = 3 \div 10$. Нижний предел характерен для некоторых буксирных судов, верхний – присущ высокоскоростным военным кораблям. В порядке исключения некоторые спортивные лодки для академической гребли имеют $\frac{L}{B} > 25$.

Отношение $\frac{B}{T}$ в основном влияет на остойчивость и качку. Чем оно больше, тем выше остойчивость, хотя качка при этом делается более порывистой. Для современных морских судов $\frac{B}{T}$=2÷5, для катеров – 3,5÷4,1, сухогрузов – 1,9÷2,9, пассажирских – 2÷2,8, грузопассажирских – 2÷3,8. Для пассажирских и грузопассажирских (П и ГП) судов внутреннего водного транспорта (ВВТ) $\frac{B}{T}$ = 4÷13,3; танкеров – 4÷8,2; сухогрузов – 3,4÷9,9; буксиров – 3,7÷4,7.

Отношение $\frac{L}{T}$ влияет на управляемость: его увеличение повышает устойчивость на курсе и ухудшает поворотливость.

Отношение $\frac{H}{T}$ определяет остойчивость на больших углах крена и дифферента и непотопляемость судна. Рост $\frac{H}{T}$ благоприятно влияет на оба эти качества. Для судов ВВТ $\frac{H}{T}$ = 1,6÷4,3 (П и ГП); 1,6÷1,9 (буксиры); 1,5÷2,3 (сухогрузы).

Отношение $\frac{L}{H}$ – влияет на прочность корпуса; чем выше это отношение, тем сложнее обеспечить общую прочность судна. Для судов ВВТ $\frac{L}{H}$ = 16÷22,0 (П и ГП); 19÷34 (танкеры); 11,0÷16,2 (буксиры); 14÷31,8 (сухогрузы).

1.5 Коэффициенты полноты

Среди применяемых в ТК пяти безразмерных коэффициентов полноты три коэффициента являются независимыми.

Коэффициент полноты площади ватерлинии α_i – отношение площади ВЛ S_i к площади описанного прямоугольника со сторонами L_i и B_i.

$$\alpha_i = \frac{S_i}{L_i \cdot B_i}, \qquad (1.2)$$

где i – номер ватерлинии; L_i и B_i – длина и ширина ватерлинии. Для КВЛ индекс i опускается (рис. 1.7) и выражение для расчета α имеет вид

$$\alpha = \frac{S_{\text{КВЛ}}}{LB}. \qquad (1.2')$$

Полнота конструктивной ВЛ оказывает влияние на остойчивость судна, а также связана с кубатурой отсеков, с определением непотопляемости. Полнота КВЛ влияет на форму шпангоутов теоретического чертежа. При большой полноте ватерлинии шпангоуты в оконечностях, как правило, V-образные, а при малой – U-образные (рис. 1.7).

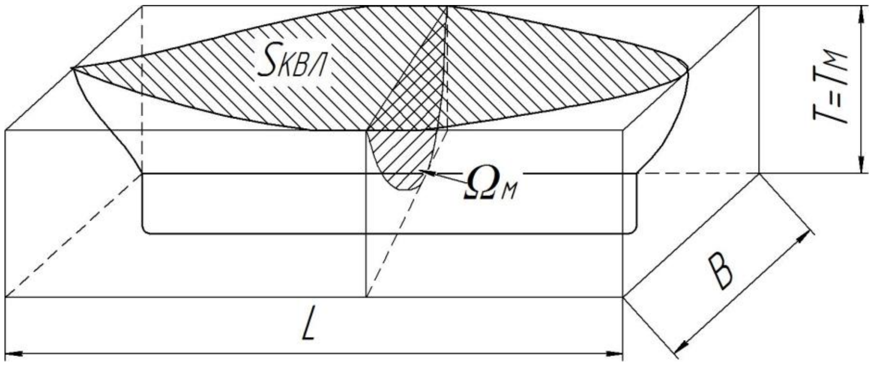

Рис. 1.7. Схема расчета коэффициентов α, β, φ и δ для судна, сидящего по КВЛ

Коэффициент полноты площади шпангоута β_i – отношение площади погруженной части шпангоута $\Omega_К$ к площади прямоугольника со сторонами $B_К$ и $T_К$

$$\beta_К = \frac{\Omega_К}{B_К T_К}, \tag{1.3}$$

где K – номер шпангоута.

Для МШ индекс K опускается и выражение (1.3) принимает вид

$$\beta = \frac{\Omega}{B T_м}, \tag{1.3′}$$

В (1.3′) для судна, сидящего на ровный киль $T_м = T$ (см. рис. 1.7).

Коэффициент общей полноты δ_i – отношение объема погруженной части судна V, сидящего по i-ю ватерлинию, к объему параллелепипеда со сторонами L_i, B_i, T_i

$$\delta_i = V / \left(L_i \cdot B_i \cdot T_i\right). \tag{1.4}$$

Для КВЛ индекс i опускается (рис. 1.7) и $\delta = V / \left(L \cdot B \cdot T\right)$.

Кроме отмеченных трех основных коэффициентов полноты применяют ещё два вспомогательных коэффициента.

Коэффициент продольной полноты φ – отношение объема погруженной части V к объему горизонтального цилиндра с площадью основания $\Omega_м$ и высотой L (рис. 1.8)

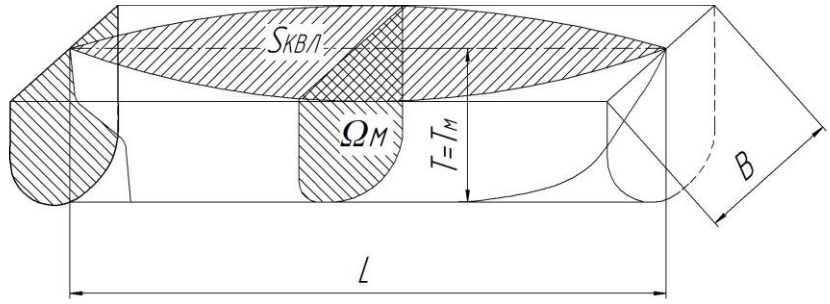

Рис. 1.8. Схема для расчета коэффициентов продольной и вертикальной полноты φ и χ

$$\varphi = V / \Omega_{\text{м}} L. \tag{1.5}$$

Коэффициент вертикальной полноты – отношение объема погруженной части судна V к объему вертикального цилиндра с площадью основания $S_{\text{КВЛ}}$ и высотой T (см. рис. 1.8)

$$\chi = V / \left(S_{\text{КВЛ}} T\right), \tag{1.6}$$

χ – коэффициент вертикальной полноты.

$$\chi = V / ST .$$

Для судов ВВТ

ПиГП $\delta = 0{,}46 \div 0{,}8$; $\beta = 0{,}78 \div 0{,}995$; $\alpha = 0{,}73 \div 0{,}86$;

СГ $\delta = 0{,}76 \div 0{,}85$; $\beta = 0{,}9 \div 0{,}99$; $\alpha = 0{,}82 \div 0{,}93$;

Танкеры $\delta = 0{,}81 \div 0{,}87$; $\beta > 0{,}92$; $\alpha = 0{,}86 \div 0{,}93$;

Буксиры $\delta = 0{,}51 \div 0{,}67$; $\beta = 0{,}82 \div 0{,}99$; $\alpha = 0{,}76 \div 0{,}91$.

Средние значения коэффициентов продольной и вертикальной полноты φ и χ для судов ВВТ будут равны соответственно 0,88÷0,93.

При этом

$$\chi > \delta; \psi > \delta, \text{т.к. } \alpha \text{ и } \beta < 1{,}0 .$$

Коэффициенты продольной полноты φ и вертикальной полноты χ являются производными от основных (α, β, δ).

Коэффициент продольной полноты φ характеризует распределение водоизмещения в продольном направлении. Его величина в большой мере влияет на сопротивление воды движению судна и выбирается в зависимости от отношения между скоростью судна и его длиной. Как правило, снижение коэффициента продольной полноты ведет при прочих равных условиях к повышению скорости судна.

Проводя аналогичные преобразования для коэффициента χ (в некоторых изданиях он обозначается через ψ), получим

$$\chi = \frac{\delta LBT}{\alpha LBT} = \frac{\delta}{\alpha} \Rightarrow \delta = \chi\alpha, \tag{1.8}$$

Т.к. $\alpha < 1$, то $\delta < \chi$.

Значения коэффициентов полноты и соотношений главных размерений для судов внутреннего плавания приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Тип судна	α	β	δ	$x_1 = -x_7 = 0,8839\frac{l}{2}$; $x_2 = -x_6 = 0,5297\frac{l}{2}$;	B/T
Пассажирские	0,70-0,81	0,85-0,96	0,45-0,71	7,9-10,0	2,0-2,8
Грузопассажирские	0,70-0,87	0,84-0,98	0,50-0,76	6,0-9,0	2,0-3,8
Грузовые	0,75-0,87	0,85-0,98	0,60-0,85	4,7-7,5	1,9-2,9
буксиры	0,68-0,83	0,75-0,84	0,40-0,60	3,5-6,5	2,0-5,0
Катера	0,70-0,75	0,80-0,90	0,50-0,55	6,5-7,2	3,5-4,1

1.6 Посадка судна и её параметры

Посадкой судна называется положение его по отношению к поверхности спокойной невозмущенной воды. В общем случае посадка характеризуется системой параметров $T_м$, ψ и θ (рис. 1.10), предложенной проф. В.Г. Власовым, в которой $T_м$ – расстояние OA от основной плоскости до точки пересечения произвольной ватерлинии с осью OZ; θ – угол крена, составленный следом AB ватерлинии на плоскости МШ с осью OY (положительный при наклонении на правый борт); ψ – угол дифферента, составляемый следом AЛ ватерлинии с осью OX (положительный при дифференте корпуса на нос).

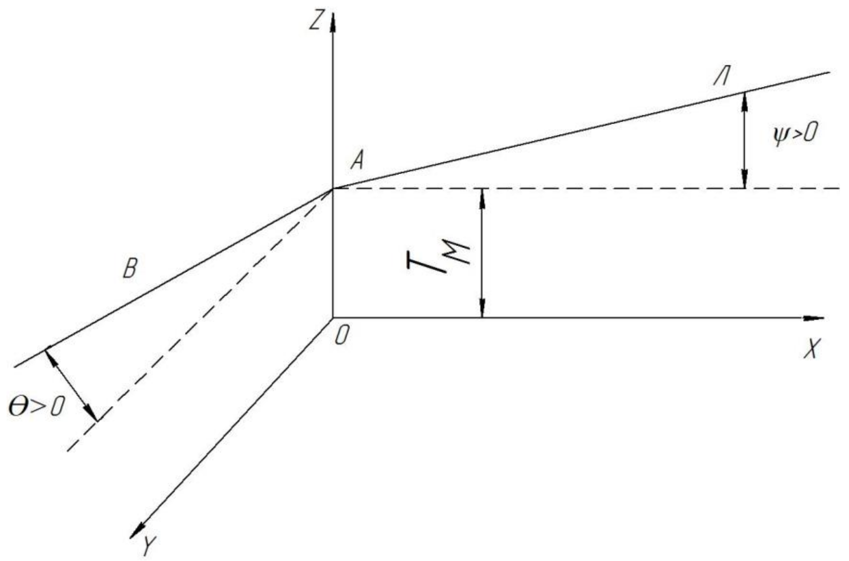

Рис. 1.9. Параметры посадки судна

Рассмотрим некоторые частные случаи посадки судна.

1. Плоскость ОП (XOY) горизонтальна, плоскости МШ (YOZ) и ДП (XOZ) вертикальны. При этом угол крена $\theta = 0$ и угол дифферента $\psi = 0$. В этом случае посадка судна характеризуется лишь одним параметром – осадкой $T = T_{\text{м}}$. Для оценки посадки в этом случае (рис. 1.10)

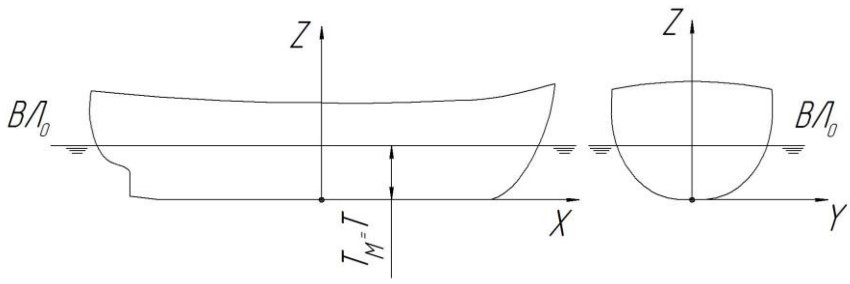

Рис. 1.10. Посадка судна прямо и на ровный киль:
1 – посадка прямо $\theta = 0$; 2 – на ровный киль $\psi = 0$

и используется специфическая терминология, в соответствии с которой говорят, что:

– судно сидит (не плавает) прямо ($\theta = 0$);
– судно сидит на ровный киль ($\psi = 0$).

Как правило, нормальной в эксплуатации, а, следовательно, и расчетной является посадка, при которой $\theta = 0$ и $\psi = 0$. т.е. когда судно «сидит прямо и на ровный киль».

2. Плоскость МШ (YOZ) вертикальна, ДП (XOZ) наклонена на угол θ, основная линия, проходящая через горизонтальный участок киля, горизонтальна (рис. 1.11).

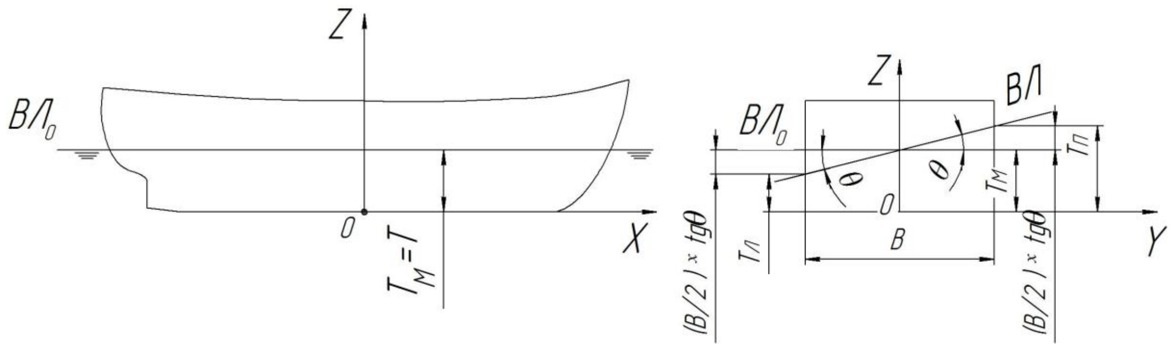

Рис. 1.11. Посадка судна на ровный киль с креном

Посадка характеризуется осадками на миделе $T = T_{\text{м}}$; на правом $T_{\text{п}}$ и на левом $T_{\text{л}}$ бортах, а также углом крена θ. Судно считается сидящим на ровный киль ($\psi = 0$), но с креном θ. При этом в полусвязанной системе координаты точек правого борта равны $x, y_{\theta,\text{ï}}, z_{\theta,\text{ï}}$, а с левого – $x, y_{\theta,\text{Ё}}, z_{\theta,\text{Ё}}$.

Осадки $T_{\text{п}}$ и $T_{\text{л}}$ соответственно равны:

$$
\begin{aligned}
T_{\text{Ï}} &= T_{\text{ì}} + \frac{B}{2} tg\theta \\
T_{\text{Ë}} &= T - \frac{B}{2} tg\theta
\end{aligned}
\quad . \tag{1.9}
$$

3. Плоскость ДП (XOZ) вертикальна, а плоскость МШ (YOZ) наклонена. Основная линия, а также первоначальная ватерлиния ВЛ$_0$ образуют с горизонтальной плоскостью угол дифферента ψ. Судно считается сидящем прямо (θ = 0), но с дифферентом (ψ ≠ 0) (рис. 1.12).

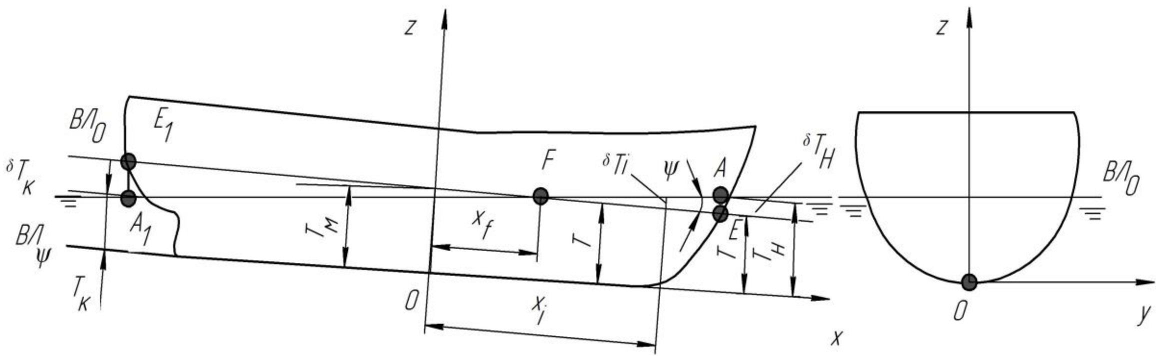

Рис. 1.12. Посадка судна прямо с дифферентом

При малых дифферентах судно вращается так, что центр тяжести площади ВЛ$_0$ (точка F), лежащий на расстоянии x_f от плоскости МШ, остается неподвижным. Т.к. осадка в этом сечении равна T, то в соответствии с рис. 1.12 для осадок на носовом ($T_{\text{н}}$) и кормовом ($T_{\text{к}}$) перпендикулярах можно записать

$$
\begin{aligned}
T_{\text{н}} &= T + \delta T_{\text{н}} \\
T_{\kappa} &= T - \delta T_{\kappa}
\end{aligned}
\quad . \tag{1.10}
$$

Из ΔFE_1A_1 следует, что

$$\delta T_{\text{к}} = \left(\frac{L}{2} + x_f\right) tg\psi \, . \tag{1.11}$$

Тогда

$$T_{\text{к}} = T - \left(\frac{L}{2} + x_f\right) tg\psi \, , \tag{1.12}$$

$$T_{н} = T + \left(\frac{L}{2} - x_f\right) tg\psi \, . \tag{1.13}$$

В выражениях (1.12), (1.13) величины x_f и ψ подставляются со своими знаками.

1.7 Силы, действующие на плавающее судно. Условия и уравнения равновесия судна

Плавающее судно может находиться в полупогруженном или полностью погруженном состоянии. Считается, что оно не совершает никаких движений, поэтому силами гидродинамической природы (сопротивлением окружающей воды и ее инерцией) можно пренебречь.

Плавающее судно обычно находится под действием сил тяжести (силы собственного веса) и сил гидростатического давления воды на смоченную поверхность судна.

Поскольку в ТК судно рассматривается как абсолютно твердое тело, все эти распределенные силы можно заменить равнодействующими, приложенными в соответствующих точках.

Судно будет в равновесии в том случае, когда сумма всех равнодействующих сил и их моментов равняется нулю.

Силы тяжести всех частей корпуса и грузов приводятся к одной равнодействующей, называемой силой тяжести судна D, направленной вертикально вниз и приложенной в точке G, называемой центром тяжести (ЦТ) судна. Положение ЦТ судна (точки G) в системе координат, связанной с судном, определяется координатами x_g, y_g, z_g.

Сила тяжести судна D связана с массой судна M формулой

$$D = Mg \,, \tag{1.14}$$

где g – ускорение силы тяжести.

При свободном плавании судна на поверхности воды силы ее давления на непроницаемую смоченную поверхность корпуса, можно свести к одной силе, действующей вертикально вверх. Эта сила называется силой плавучести (поддержания). В дисциплине «Механика жидкости и газа» (МЖГ) она обозначалась $F_{\text{Ар}}$. В соответствии с выводами МЖГ эта сила равна весу воды, вытесненной судном

$$F_{\text{Ар}} = \rho g V \text{, кН} \tag{1.15}$$

где ρ – плотность воды, кг/м^3, т/м^3; V – объемное водоизмещение, м^3; $\rho g V$ – весовое водоизмещение, кН.

Масса вытесненной судном воды ρV, равная массе судна M, называется водоизмещением судна. Т.е.

$$M = \rho V \,, \tag{1.16}$$

где M и ρV в кг, т.

С другой стороны водоизмещением называется масса судна M, измеряемая в тоннах и равная массе воды ρV, вытесненной судном. Сила плавучести $F_{\text{Ар}}$, проходит через центр тяжести C погруженного объема с координатами x_c, y_c, z_c.

$$D = \rho g V = \gamma V; \;\; D = F_{\text{Ар}}.$$

Центр тяжести погруженного объема судна называется центром величины (ЦВ).

Первое условие равновесия плавающего судна заключается в равенстве силы веса судна D и силы поддержания $F_{\text{Ар}}$.

$$D = \rho g V \Rightarrow \; M = \varphi V, \tag{1.17}$$

или

$$D = F_{\text{Ар}} = F_{\text{пл}}; \; D = \gamma V, \tag{1.17, а}$$

или

$$D = \gamma\delta LBT, \tag{1.17,б}$$

где $\gamma = \rho g$ – удельный вес воды, кН/м^3.

Уравнения (1.17), (1.17, а) называются основными уравнениями плавучести, и они отражают первое условие плавучести (равновесия судна).

Второе условие равновесия судна заключается в действии силы веса и силы поддержания по одной прямой. Это условие сводится к тому, что центр тяжести судна (т. G) и ЦВ (т. C) располагаются на одной вертикали $\left(x_g = x_c; y_g = y_c = 0\right)$(рис. 1.13). Это условие следует из теоремы механики: «для равновесия двух сил необходимо, чтобы они были равны по абсолютному значению и направлены противоположно друг другу по прямой, соединяющей точки приложения этих сил». Т.о. для плавающего судна необходимо обеспечить расположение точек приложения сил D и $F_{\text{Ар}}$ – центра тяжести G и центра величины C на одной прямой (вертикали), направленной перпендикулярно к плоскости ватерлинии при этом $z_g \neq z_c$.

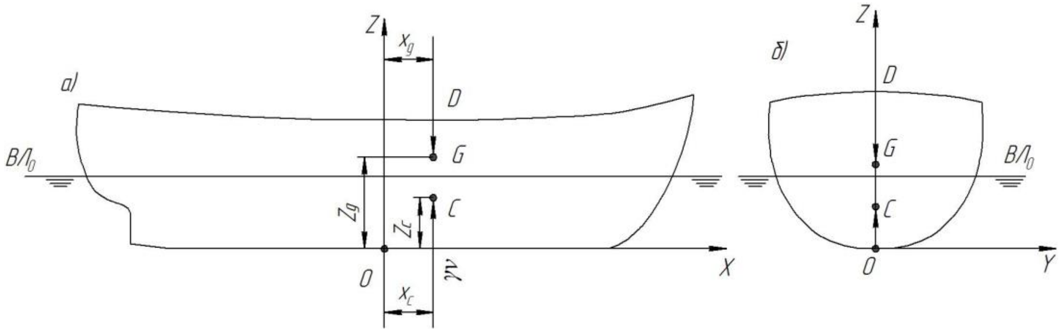

Рис. 1.13. Схема сил, действующих на судно при посадке прямо и на ровный киль

Для различных случаев посадки в ТК используют соответствующие уравнения равновесия действующих сил.

Для посадки прямо и с дифферентом на нос (рис. 1.14) уравнения равновесия сил имеют вид

$$\theta = 0; \psi \neq 0.$$

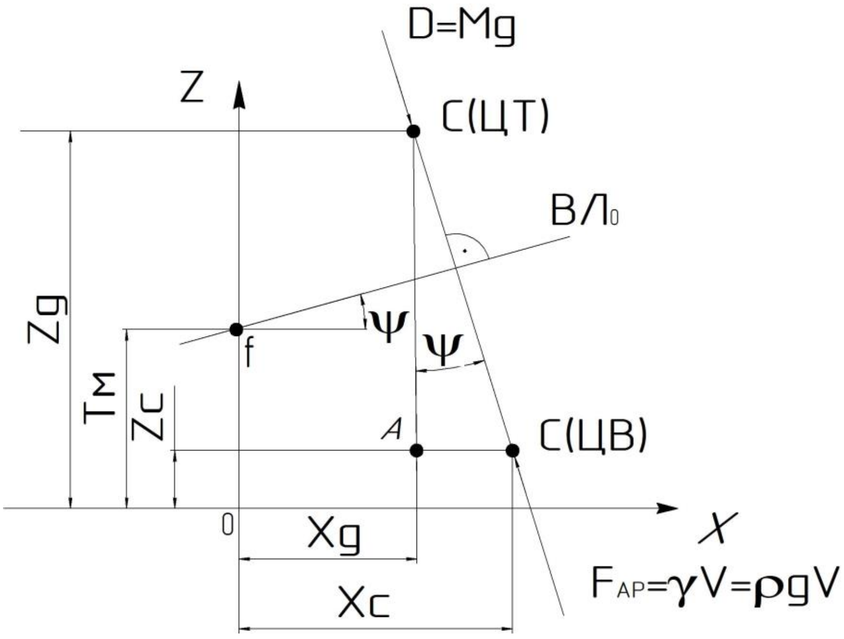

Рис.1.14. Положение ватерлинии ВЛо при посадке судна прямо и с деферентом на нос

$$\begin{cases} D = \gamma V; D = \rho g V; \\ y_c - y_g = 0; \\ x_c - x_g = \left(z_g - z_c\right) tg\psi. \end{cases} \qquad (1.17, в)$$

где x_c и y_c – координаты ЦВ погруженного объема V; x_g и y_g – координаты ЦТ судна.

Для случая, когда имеет место посадка судна на ровный киль ($\psi = 0$) и с креном, например, на правый борт ($\theta \neq 0$) (рис. 1.15), уравнения равновесия имеет вид

$$\left.\begin{aligned} & D = \gamma V \\ & x_c - x_g = 0 \\ & y_c - y_g = \left(z_g - z_c\right) tg\theta \end{aligned}\right\}. \qquad (1.17, в)$$

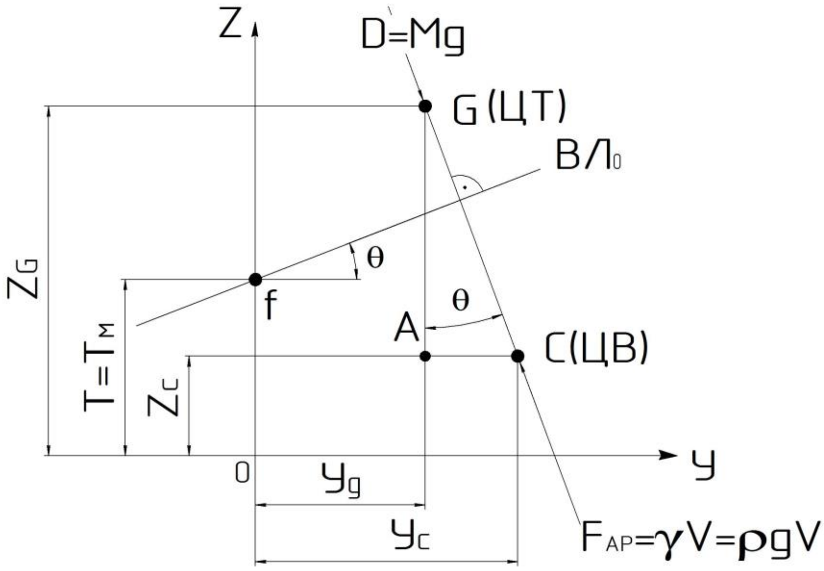

Рис. 1.15. Положение ватерлинии ВЛо при посадке судна на ровный киль и с креном на правый борт

Произвольную посадку судна, когда одновременно имеют место крен ($\theta \neq 0$) и дифферент ($\psi \neq 0$) корпуса, иллюстрирует схема на рис. 1.16.

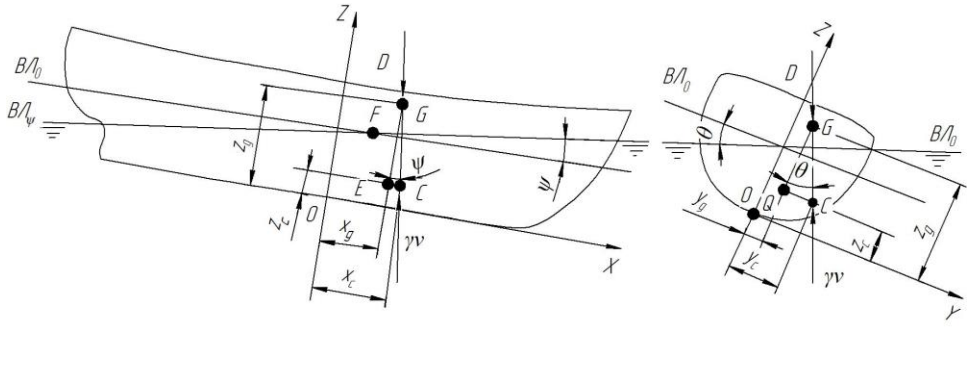

Рис. 1.16 Равновесие судна при произвольной посадке

В этом случае ψ ≠ 0; θ ≠ 0. Из схемы на рисунке 1.14, следует, что, при наклонении корпуса на угол ψ

$$EC = GE tg\psi .$$

Но $\left.\begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 \\ y_2 &= a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \end{aligned}\right\}.$

Из ΔGCE следует, что

$$\left(x_c - x_g\right) = \left(z_c - z_g\right) tg\psi . \qquad (1.18)$$

При крене судна на угол θ из ΔGQC следует, что $QC = GQtg\theta$, но $QC = y_c - y_g$. $GQ = z_g - z_c$.

Тогда

$$\left(y_c - y_g\right) = \left(z_g - z_c\right) tg\theta . \qquad (1.19)$$

Таким образом, при плавании по произвольную ватерлинию уравнения равновесия имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &D = \rho g V \\ &tg\psi = \frac{x_c - x_g}{z_g - z_c} \\ &tg\theta = \frac{y_c - y_g}{z_g - z_c} \end{aligned}\right\}. \qquad (1.20)$$

Из системы (1.20) следует, что при посадке прямо (θ = 0), по с дифферентом ψ, уравнения равновесия принимают вид

$$\left.\begin{aligned} &D = \rho g V \\ &y_c - y_g = 0 \\ &\left(x_c - x_g\right) = \left(z_g - z_c\right) tg\psi \end{aligned}\right\}. \qquad (1.21)$$

Для большинства судов корпус симметричен относительно ДП, поэтому y_c = 0. Отсюда следует, что y_g = 0. Т.е. при проектировании масса судна должна быть распределена симметрично относительно ДП.

При посадке судна на ровный киль (ψ = 0), но с углом крена θ (θ ≠ 0) уравнения равновесия запишут так

$$\left.\begin{aligned} &D = \rho g V \\ &x_c = x_g \\ &\left(y_c - y_g\right) = \left(z_g - z_c\right) tg\theta \end{aligned}\right\}. \tag{1.22}$$

Случай посадки судна прямо (θ = 0) и на ровный киль (ψ = 0) иллюстрирует рис. 1.17 .

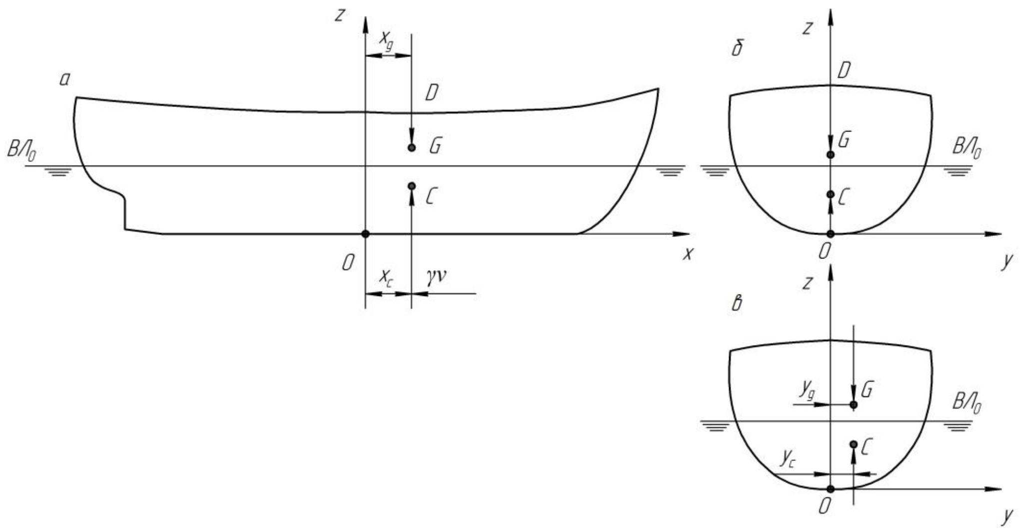

Рис. 1.17. Равновесие судна при посадке прямо и на ровный киль: а – проекция «Бок»; б – проекция «Корпус» судна, симметричного относительно ДП; в – проекция «Корпус» судна, несимметричного относительно ДП

Для этого случая уравнение равновесия имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &D = \rho g V \\ &x_c = x_g \\ &y_c = y_g \end{aligned}\right\}. \tag{1.23}$$

Для судна, симметричного относительно ДП (см. рис. 1.17, б).
Следует, что

$$y_c = y_g = 0\,.$$

И тогда

$$\left.\begin{aligned} D &= \rho g V \\ x_c &= x_g \end{aligned}\right\}. \tag{1.23 а}$$

С помощью уравнений равновесия можно определить, будет ли корабль при данной посадке плавать в состоянии статического равновесия или он погрузится по другую ватерлинию. Для этого необходимо вычислить массу (вес) судна, координаты центра тяжести судна (указанные параметры определяются из таблицы нагрузки судна) (табл. 1.2), а также объемное водоизмещение и координаты центра величины, вычисляемые по теоретическому чертежу.

Таблица 1.2

Нагрузка судна

Код раздела	Наименование разделов погрузки	Масса тела, m_i	Плечи масс, м			Статические моменты масс, тм		
			x_i	y_i	z_i	$m_i\,x_i$	$m_i\,y_i$	$m_i\,z_i$
01	Корпус	m_{01}				Отн	Отн	Отн
0101*	Металлический корпус					МШ	ДП	ОП
010101	Обшивка наружная, настил второго дна, примыкающей части							
01010102	Настил второго дна							
02	Устройства судовые							
03	Системы							
04	Установка энергетическая							
05 и т.д.	Электроэнергетическая система, внутрисудовые связь и управление Водоизмещение порожнего судна							
13	Снабжение, имущество							

Окончание таблицы 1.2

14	Экипаж, провизия, расходные материалы, расходные жидкие среды					MYOZ	MXOZ	MXOY
15 и т.д.	Груз перевозимый Водоизмещение полное	$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$	x_g	y_g	z_g	MYOZ $= \sum_{i=1}^{n} m_i x_i$	MXOZ $= \sum_{i=1}^{n} m_i y_i$	MXOY $= \sum_{i=1}^{n} m_i z_i$

* Для судов с деревянным корпусом код – 010, с пластмассовым – 0103, с железобетонным – 0104 и т.д. до 0107.

Подставляя найденные значения указанных величин в соответствующие уравнения равновесия, можно установить, будут ли они удовлетворяться.

Таким образом, задачи по определению веса (массы) корабля, объемного водоизмещения V, а также координат центра тяжести (x_g, y_g, z_g), центра величины (x_c, y_c, z_c), являются основными в разделе «Плавучесть», поскольку без знания этих величин нельзя решать вопрос о равновесии корабля при свободном плавании.

1.8 Масса и координаты центра масс (тяжести) судна. Дедвейт судна

Для расчета массы M, а учитывая (1.14) и силы тяжести судна D, необходимо произвести суммирование масс m_i отдельных частей корпуса, механизмов, устройств, оборудования и грузов, перевозимых на судне.

Тогда

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i; \quad D = Mg, \tag{1.24}$$

где n – число слагаемых; i – индекс слагаемого; m_i – масса отдельных частей корабля; D – сила тяжести судна; M – масса (водоизмещение судна).

Центр масс совпадает с ЦТ судна, поэтому координаты ЦТ могут быть определены на основании теоремы статических моментов масс, используемой для расчета координат точки приложения равнодействующих параллельных сил:

$$x_g = \frac{\sum m_i x_i}{M}; \; y_g = \frac{1}{M}\sum m_i y_i; \; z_g = \frac{1}{M}\sum m_i z_i . \tag{1.25}$$

Здесь x_i, y_i, z_i – координаты центра масс (тяжести) i-го груза, входящего в состав массовой (весовой) нагрузки судна.

На практике масса судна M и координаты ЦТ x_g, y_g, z_g определяются расчетным путем в табличной форме, которая называется таблицей нагрузки масс судна (см. табл. 1.2).

Все грузы на судне делятся на постоянные и переменные.

Постоянные грузы – это конструкции, механизмы электрооборудование, системы, устройства и т.д., т.е. все грузы, которые остаются на судне во время эксплуатации (но могут быть изменены при ремонте судна).

Переменные грузы – это грузы, которые принимаются или снимаются с судна в процессе эксплуатации. Таблица 1.2 для вычисления водоизмещения *M*, координат ЦМ.

Примечание: в табл. 1.2 приняты сокращенные обозначения для статических моментов водоизмещения относительно координатных плоскостей YOZ, XOZ, XOY.

Т.е.

$$\sum m_i x_i = M_{YOZ};\ \sum m_i y_i = M_{XOZ};\ \sum m_i z_i = M_{XOY}.$$

С учетом сказанного координаты ЦТ судна можно записать в таком общем виде

$$x_g = \frac{M_{YOZ}}{M};\ y_g = \frac{M_{XOZ}}{M};\ z_g = \frac{M_{XOY}}{M}, \tag{1.26}$$

где $M_{YOZ}, M_{XOZ}, M_{XOY}$ – статические моменты водоизмещения относительно соответственно плоскости МШ, диаметральной плоскости и основной плоскости киля, т.е.

$$\left.\begin{aligned} M_{YOZ} &= \sum_{i=1}^{n} m_i x_i \\ M_{XOZ} &= \sum_{i=1}^{n} m_i y_i \\ M_{XOY} &= \sum_{i=1}^{n} m_i z_i \end{aligned}\right\}. \tag{1.27}$$

В соответствии с количеством принятых переменных грузов различают несколько водоизмещений:

– водоизмещение порожнего судна $D_{\text{пор}}$ – масса судна, готового для выхода в море, со всем судовым снабжением, с водой в котлах на рабочий уровень, в трубопроводах и механизмах, но без груза, перевозка которого является прямым назначением судна, а также без экипажа, топлива и всех расходных запасов;

– водоизмещение судна с полным грузом *D* – масса судна при наибольшей допустимой осадке, установленной для данного судна при выходе его в рейс;

– водоизмещение судна с полным грузом, но с 10 % запасов топлива, масла, провизии и т.д., это водоизмещение соответствует нагрузке судна при возвращении его из рейса.

Разность между массой судна с полным грузом D и массой порожнего судна $D_{\text{пор}}$ составляет предельную грузоподъемность транспортного судна, называемую дедвейтом D_w, а массы всех грузов и пассажиров с багажом, перевозка которых является назначением судна, составляет полезную или чистую грузоподъемность судна.

$$D_w = D - D_{\text{пор}}.$$

Координата ЦТ x_g называется абсциссой ЦТ. Если ЦТ расположен в нос от МШ, то x_g берется со знаком «+», а если в корму, то со знаком «–». Согласование положений ЦТ и ЦВ на основе обеспечения равенства $x_g = x_c$ называется удифферентовкой корабля.

Координата ЦТ – x_g определяющая возвышение ЦТ над ОП называется ординатой ЦТ корабля. Величину z_g можно вычислять приближено $z_g = a_g H$, где H – высота борта у МШ, a_g – коэффициент возвышения ЦТ над ОП.

1.9 Объемное водоизмещение и координаты ЦВ при посадке судна прямо и на ровный киль

Вычисление объемного водоизмещения (ОВ) для заданного в той или иной форме теоретического корпуса сводится к определению объема V погруженной части корабля по заданную ватерлинию. Предположим, что требуется вычислить ОВ по ГВЛ при заданной осадке T (рис. 1.18).

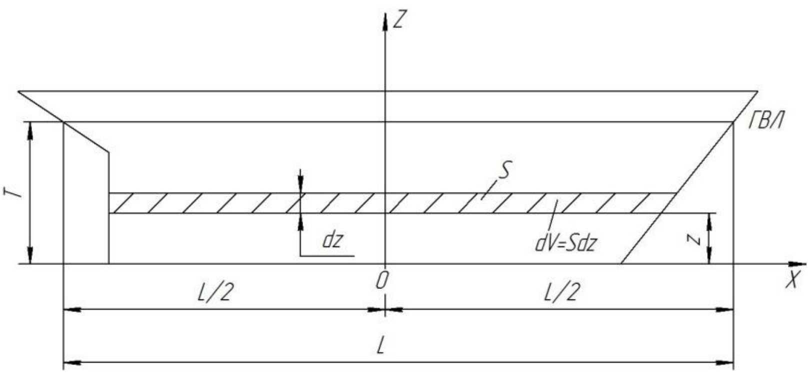

Рис. 1.18. Разбивка теоретического корпуса на горизонтальные элементарные объемы

Для этого на расстоянии z от ОП (XOY) выделяется элементарный слой толщиной dz с площадью основания S, раной площади соответствующей ВЛ. Элементарный объем данного слоя будет равен

$$dV = S \cdot dz. \tag{1.28}$$

Интегрируя это выражение в пределах осадки T получим формулу для расчета ОВ корабля

$$V = \int_{o}^{T} Sdz\,, \tag{1.29}$$

где $S = f(z)$ – площадь ВЛ при различных углублениях z; T – осадка, соответствующая действующей ГВЛ корабля.

Выделив из половины площади ВЛ при произвольном значении x (рис. 1.19)

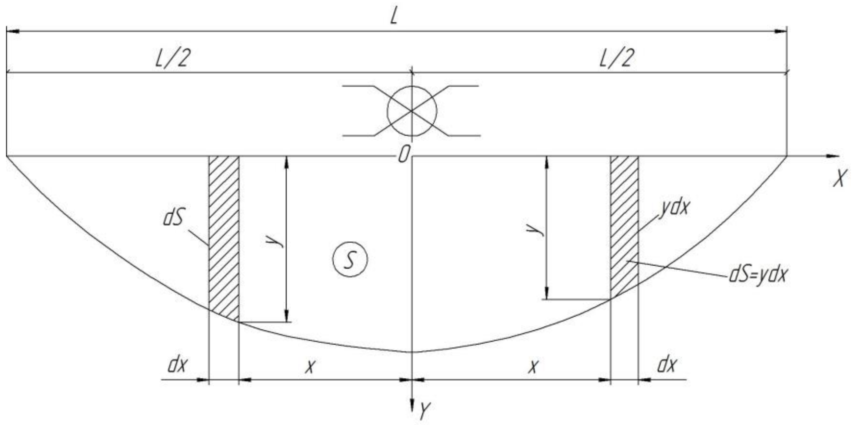

Рис. 1.19. Разбивка площади ватерлинии на поперечные элементарные площади *dS*

площадку $dS = ydx$, в результате интегрирования по длине судна для обеих частей площади получаем полную площадь ВЛ

$$S = 2\int_{-L/2}^{+L/2} ydx\,, \tag{1.30}$$

где y – ординаты одной половины ВЛ, являющиеся при каждом углублении z функциями только x; L – длина теоретического корпуса по расчетной ВЛ.

Если подставить в выражение (1.29) выражение для площади S по формуле (1.30), то ОВ выразится двойным интегралом

$$V = 2\int_{0}^{T}\int_{-L/2}^{+L/2} ydxdz\,. \tag{1.31}$$

Выражение (1.31) является расчетным при вычислении ОВ по заданным ординатам поверхности теоретического корпуса. Если теоретический корпус разбить на элементарные объемы по длине корабля, то для вычисления *V* можно получить аналогичную формулу.

Выделяя из подводного объема (рис. 1.20) двумя плоскостями, параллельными плоскости МШ, элементарный слой длиной *dx* и с площадью основания ω, получим

$$dV = \omega dx\,. \tag{1.31}$$

Интегрируя уравнение (1.32) в пределах от –*L*/2 до +*L*/2 получим

$$V = \int_{-L/2}^{+L/2} \omega dx\,, \tag{1.33}$$

где $\omega = \varphi(x)$ – площади шпангоутов при различных значениях *x*.

Представив, в свою очередь, площади шпангоутов (рис. 1.21) в виде определенных интегралов

$$\omega = 2\int_0^T y dz\,. \tag{1.34}$$

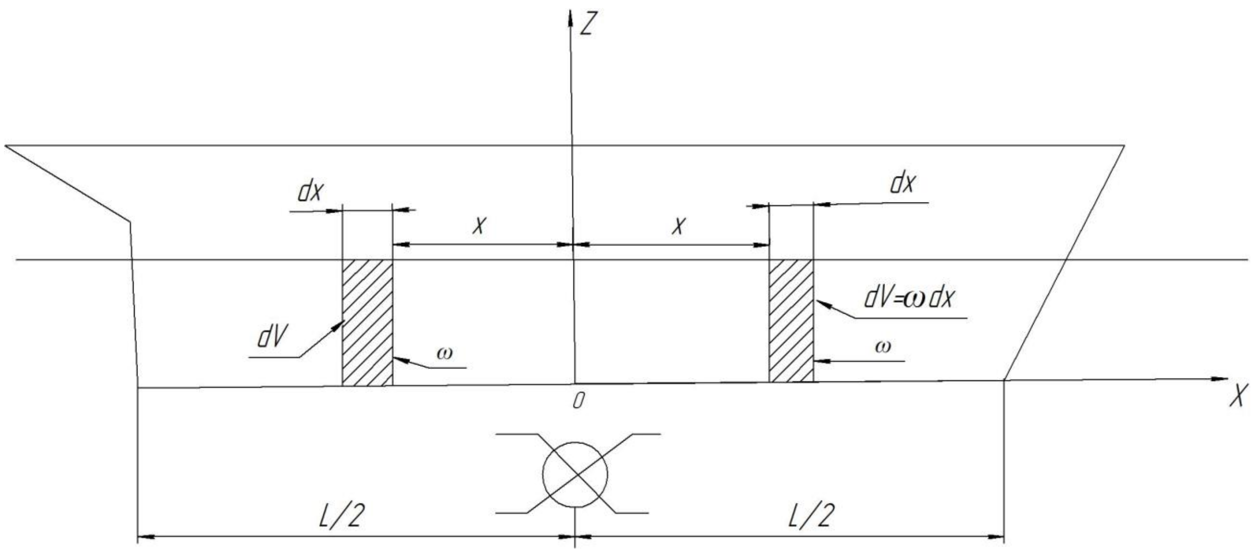

Рис. 1.20. Разбивка теоретического корпуса на поперечно-вертикальные элементарные объемы

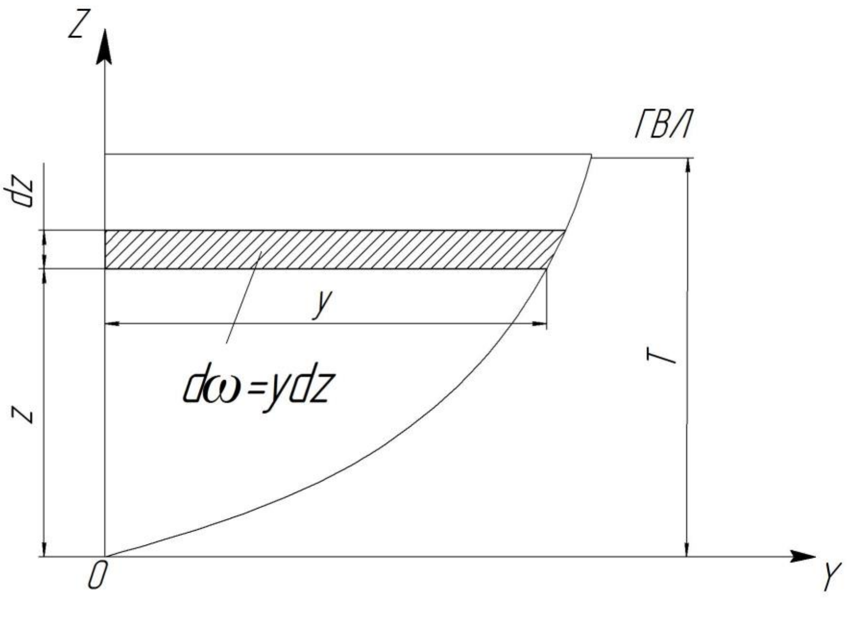

Рис. 1.21. Разбивка площади шпангоута на поперечные элементарные площадки

Принципиальное отличие формул (1.31) и (1.35) заключается в порядке интегрирования по переменным x и z, т.е. по длине и осадке корпуса. При интегрировании приближенными способами различие между ними обусловлено порядком снятия и суммирования ординат по ватерлиниям или по шпангоутам. Вычисление ОВ по формулам (1.31), (1.35) служит взаимной проверкой результата.

Координаты ЦВ находим из формул

$$x_c = M_{yz}/V; \quad y_c = M_{xz}/V; \quad z_c = M_{xy}/V, \tag{1.36}$$

где M_{yz}, M_{xz}, M_{xy} – статические моменты погруженного объема относительно координатных плоскостей YOZ, XOZ, XOY соответственно.

Так как при посадке прямо погруженная часть корпуса судна симметрична относительно ДП (плоскости XOZ), то момент $M_{xoz} = 0$ и $y_c = 0$.

Для определения абсциссы x_c и ординаты z_c центра величины рассчитаем статические моменты объемного водоизмещения относительно плоскостей YOZ и XOY.

Статический момент dM_{xy} элементарного объема dV $\left(dV = Sdz\right)$, находящегося на расстоянии z (см. рис. 1.18) от ОП (от плоскости XOY) будет равен

$$dM_{xy} = Sdz \cdot z. \tag{1.37}$$

Интегрируя (1.37) в пределах от 0 до T, получим статический момент ОВ относительно плоскости XOY

$$M_{xy} = \int_0^T SZdz\,. \qquad (1.38)$$

Статический момент M_{yz} элементарного объема dV $\left(dV = \omega dx\right)$, который находится на расстоянии x от плоскости МШ (см. рис. 1.20) относительно плоскости YOZ будет равен

$$dM_x = \omega dx \cdot x\,. \qquad (1.39)$$

Интегрируя (1.39) в пределах от $-L/2$ до $+L/2$ найдем статический момент всего объема

$$M_{yz} = \int_{-L/2}^{+L/2} \omega dx \cdot x\,. \qquad (1.40)$$

Подставляя (1.38), (1.40) в формулы (1.36), получим следующие выражения:

$$x_c = \frac{1}{V}\int_{-L/2}^{+L/2} \omega x dx\,; \qquad z_c = \frac{1}{V}\int_0^T Szdz\,. \qquad (1.41)$$

Если величина V при вычислении координат ЦВ является заданной, то выражения (1.41) могут быть приняты в качестве расчетных.

Если координаты ЦВ вычисляются одновременно с объемным водоизмещением, то в этом случае для повышения точности расчетов необходимо воспользоваться формулами для расчета ОВ (1.29) и (1.33). Тогда расчетные формулы для координат ЦВ примут вид

$$x_c = \frac{1}{\int_{-L/2}^{+L/2} \omega dx}\int_{-L/2}^{+L/2} \omega x dx\,; \qquad z_c = \frac{1}{\int_0^T Sdz}\int_0^T Szdz\,. \qquad (1.42)$$

Вычисленное по формуле (1.42) значение абсциссы x_c следует оценить в отношении возможности получения равного ей значения абсциссы центра тяжести x_g в соответствии с распределением весовой нагрузки по длине корабля.

Для различных форм теоретического корпуса значение ординаты ЦВ z_c в зависимости от осадки корабля изменяется в границах

$$0{,}5T < z_c < \frac{2}{3}T\,. \qquad (1.43)$$

При этом нижняя граница соответствует прямоугольным, а верхняя – тэтраэдровидным обводам корпуса.

1.10 Вычисление элементов плавучести по теоретическому чертежу судна

Элементы плавучести определяются по теоретическому чертежу (ТЧ). К ним относятся объемное водоизмещение V, абсцисса x_c и ордината z_c центра величины. В ТК указанные элементы V, x_c и z_c **называются основными элементами плавучести**. И они входят в уравнения равновесия, используемые для расчета плавучести. Под плавучестью в дальнейшем будем понимать мореходное качество корабля плавать по заданную ватерлинию, неся при этом положенные грузы с сохранением достаточной величины надводного борта.

Для вычисления основных элементов плавучести в качестве исходных данных, определяемых по ТЧ, принимаются площади ватерлинии S и шпангоутов ω, которые находятся по известным формулам

$$S = 2\int_{-L/2}^{+L/2} y dx ; \quad \omega = 2\int_{0}^{T} y dz . \qquad (1.44)$$

Кроме этого для расчета водоизмещения V можно использовать следующие зависимости на основе использования главных размерений и коэффициентов полноты δ, φ и ω

$$V = \delta LBT ;\ V = \varphi L\omega \ ;\ V = \chi ST . \qquad (1.45)$$

Все указанные элементы (S, ω, δ, φ, χ) называются элементами теоретического чертежа.

Графики изменения указанных элементов в функции x, z называются кривыми элементов плавучести. Причем $V = f(z)$, $x_c = f(z)$, $z_c = f(z)$ называются основные кривые плавучести.

Зависимости $S = f(z); \omega = f(z); \delta = f(z); \varphi = f(z); \chi = f(z)$ – кривые элементов теоретического чертежа.

1.11 Приближенное вычисление определенных интегралов по формулам квадратур

Из высшей математики известно, что численная величина определенного интеграла равна площади криволинейной трапеции, ограниченной подынтегральной кривой $Y = f(x)$. Расчет определенного интеграла производится по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b ydx = S, \quad (1.46)$$

где S – площадь, ограниченная подынтегральной кривой АВ (рис. 1.22), осью ОХ, ординатами y_A и y_B точек А и В на кривой $y = f(x)$, соответствующих абсциссам a и b на оси ОХ.

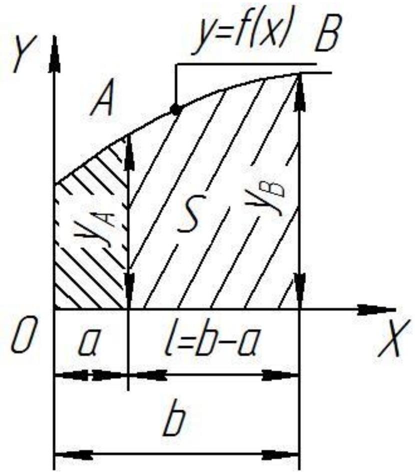

Рис. 1.22. Схема для расчета площади S, ограниченной кривой подынтегральной функции $y = f(x)$

Точное вычисление определенного интеграла с пределами a и b от функции $y = f(x)$, можно произвести при аналитическом задании последней. Вычисление площади, под какой угодно замкнутой кривой сводится к суммированию составляющих её простых площадей.

Для случаев, когда функция неинтегрируемая или она задана только графически, то определенный интеграл вычисляется по приближенным формулам.

Формулы для приближенного вычисления определенных интегралов называются формулами квадратур. В ТК формула квадратуры называется правилом. В ТК наибольшее распространение получили:

1. Правило трапеции;
2. Правило Симпсона;
3. Правило Чебышева.

1.12 Вычисление определенного интеграла по правилу трапеции

По правилу трапеции основание площади S (рис. 1.23), представляющей собой численное значение определенного интеграла, делится на равные части Δl, ограниченные ординатами $y_0, y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$.

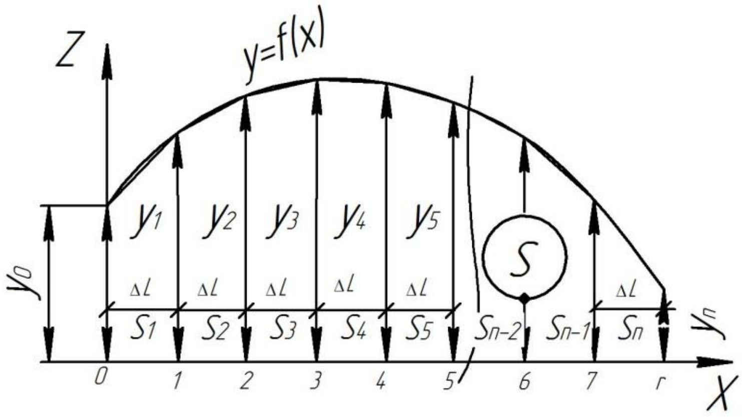

Рис. 1.23. Схема для расчета определенного интеграла по правилу трапеции

Действительная подынтегральная кривая $y = f\left(x\right)$ заменяется ломаной линией, проходящей через вершины ее ординат. Таким образом, действительная площадь S вычисляется как сумма площадей трапеций S_1, S_2, S_3, ... , S_n определяемых в зависимости от ограничивающих ординат и длин оснований по формулам

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \frac{\Delta L}{2}\left(y_0 + y_1\right); \\ S_2 &= \frac{\Delta L}{2}\left(y_1 + y_2\right); \\ &\text{.........................}; \\ S_n &= \frac{\Delta L}{2}\left(y_{n-1} + y_n\right); \end{aligned}\right\}. \tag{1.47}$$

Тогда площадь S

$$S = S_1 + S_2 + ... + S_n$$

или

$$S = \Delta L\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + ... + \frac{y_n}{2}\right), \tag{1.48}$$

где ΔL – интервал между смежными ординатами; n – число площадок с одинаковыми основаниями или номер последней ординаты, если первая крайняя принимается за нулевую (Y_0). Между L, ΔL и n существует зависимость:

$$n = \frac{L}{\Delta L} \text{ или } \Delta L = \frac{L}{n}. \tag{1.49}$$

При этом число ординат по правилу трапеции будет n+1.

На завершающей стадии расчетов зависимость для определения площади S по правилу трапеции принимает вид

$$S = \Delta L\left(\sum_{i=0}^{n} y_i - \frac{y_0 - y_n}{2}\right) = \Delta L \cdot \sum y\,, \qquad (1.50)$$

где $\sum y$ – исправленная сумма ординат.

$$\sum y = \sum{}' - \Delta\sum\;; \qquad (1.51)$$

где $\sum{}' = \sum_{i=0}^{n} y_i$ – сумма всех ординат от y_0 до y_n; $\Delta\sum = \frac{y_0 + y_n}{2}$ – полусумма крайних ординат y_0 и y_n, называемая поправкой правила трапеции.

Таким образом, для определения площади S по правилу трапеции необходимо просуммировать все равноотстоящие ординаты y_i, вычислить из полученной суммы поправку $\Delta\sum$ и умножить полученное выражение на ΔL.

На практике расчет площади S выполняется по следующей схеме, приведенной в табл. 1.3.

Таблица 1.3

№ ординат	Значение ординат
i	y_i
0	y_0
1	y_1
2	y_2
3	y_3
....	....
n	y_n
Сумма ординат	$\sum_{i=0}^{n} y_i = \sum{}'\;;$
Поправка	$\Delta\sum = \frac{y_0 + y_n}{2}\;;$
Исправленная сумма	$\sum = \sum_{i=0}^{n}{}' y_i - \Delta\sum;$ $\sum = \sum{}' - \Delta\sum;$
Площадь S	$S = \Delta L \sum\;.$

1.13 Правило Симпсона (ПС)

По ПС действительная кривая подынтегральной функции заменяется параболой второй степени, проходящей через вершины равноотстоящих ординат. По ПС основание площади под кривой ABC делится на четное число частей с одинаковыми основаниями ΔL (рис. 1.24)

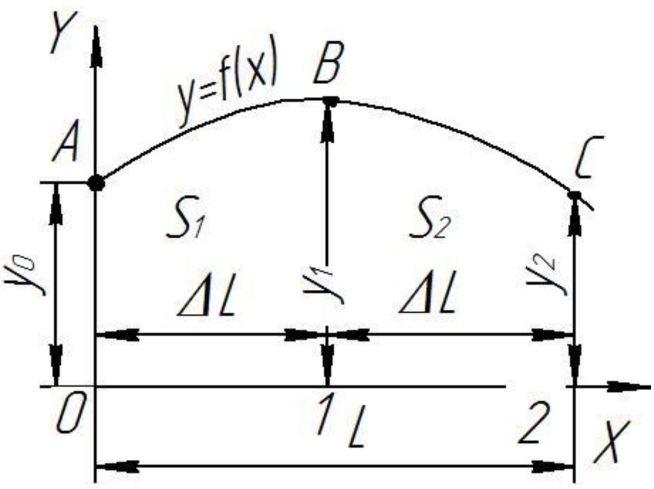

Рис. 1.24. Схема для расчета площади S подынтегральной кривой по правилу Симпсона

Для каждой пары площадок действительная кривая ABC, соответствующая зависимости $y = f(x)$, заменяется параболой, проходящей через вершины ординат y_0, y_1, y_2.

Ординаты этой кривой, аппроксимирующей заданную кривую ABC, будут определяться уравнением

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 . \qquad (1.52)$$

Площадь S, ограниченная этой кривой будет равна

$$\begin{aligned} S = S_1 + S_2 &= \int_0^{2\Delta L} \left(a_0 + a_1 x + a_2 x^2\right) dx = \\ &= a_0 2\Delta L + a_1 \frac{4\Delta L^2}{2} + a_2 \frac{8\Delta L^3}{3} = \\ &= -a_0 2\Delta L + a_1 \frac{\left(2\Delta L\right)^2}{2} + a_2 \frac{\left(2\Delta L\right)^3}{3} = \\ &= \frac{\Delta L}{3}\left(6a_0 + 6a_1\Delta L + 8a_2\Delta L^2\right). \end{aligned} \qquad (1.53)$$

Для определения коэффициентов a_0, a_1 и a_2 в (1.53) используем следующие граничные условия:

1). $x_0 = 0;\ \ a_0 = y_0$;

2). $x_1 = \Delta L;\ \ y_1 = a_0 + a_1\Delta L + a_2\Delta L^2$;

3). $x_2 = 2\Delta L;\ \ y_2 = a_0 + a_1 2\Delta L + a_2 4\Delta L^2$.

После преобразования, выполненных относительно коэффициентов a_0, a_1 и a_2 , получим (для n = 2)

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\Delta L}{3}\left(y_0 + 4y_1 + y_2\right). \qquad (1.54)$$

Проводя аналогичные преобразования для последующих двух смежных площадок получим выражение расчета всей площади S

$$S = \frac{\Delta L}{3}\left(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \right. \\ \left. + 4y_5 + \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n\right). \qquad (1.55)$$

$$S = \frac{\Delta L}{3}\sum_{i=0}^{n} K_i y_i\,, \qquad (1.56)$$

где y_i – равностоящие ординаты подынтегральной кривой; K_i – множитель правила Симпсона; n_i – число площадок с основанием ΔL.

По ПС считаются суммы произведений $K_i y_i$ и умножается на $\frac{\Delta L}{3}$.

В табличном виде расчеты по ПС можно проиллюстрировать с помощью табл. 1.4.

Таблица 1.4

Схема табличного расчета определенного интеграла по ПС

№ ординаты	Ордината	Множитель K_i	Произведение $K_i y_i$
0	y_0	1	$1 \cdot y_0$
1	y_1	4	$4 \cdot y_1$
2	y_2	2	$2 \cdot y_2$
3	y_3	4	$4 \cdot y_3$
4	y_4	2	$2 \cdot y_4$
5	y_5	1	$1 \cdot y_5$
Сумма	–	–	$\sum_{i=0}^{n} K_i y_i$
Численное значение определенного интеграла i = 0			$S = \frac{\Delta L}{3}\sum_{i=0}^{n} K_i y_i$

1.14 Правило Чебышева (ПЧ)

По ПЧ при расчете определенного интеграла используются абсциссы неравноотстоящих ординат кривой подынтегральной функции. По ПЧ площадь S для любой формы кривой $y = f(x)$ можно вычислить вполне точно с помощью одной ординаты $y_с$, абсцисса которой x_c (рис. 1.25)

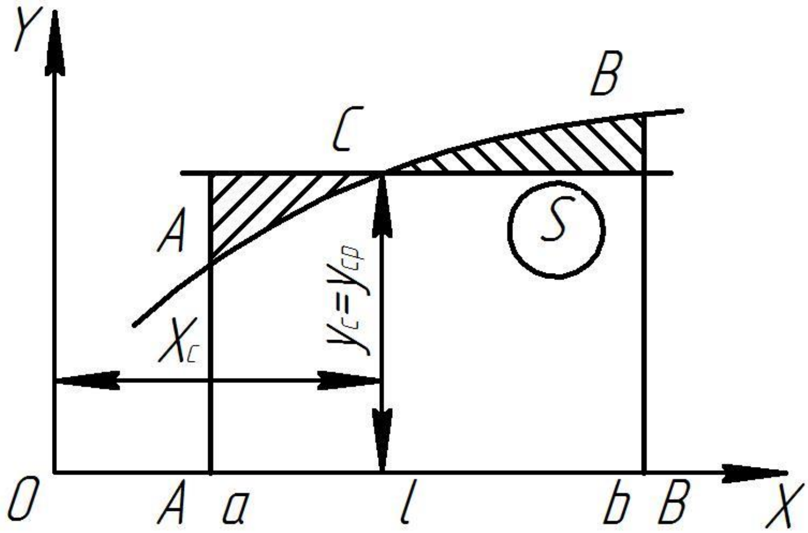

Рис. 1.25. Схема расчета площади S на основе использования средней ординаты $y_с$

Представив площадь с основанием АВ в виде прямоугольника со сторонами l и $y_{ср}$, получим в точке С координаты x_c и $y_с$, отвечающие требованию

$$S = l y_{ср}. \tag{1.57}$$

Таким образом, вычисление определенного интеграла сводится к определению абсцисс относительно малого количества неравноотстоящих координат $y_{i,ср}$, обеспечивающих надлежащую точность результатов. Эта задача впервые была решена П.Л. Чебышевым, который использовал интерполяционную формулу Лагранжа, позволяющую составлять целую функцию n-ой степени относительно переменной x, принимающей заданные частные значения y_0, y_1, y_2,... y_n.

Пример.

Рассмотрим решение поставленной задачи для простейшего случая (n = 2).

Пусть требуется определить площадь S с основанием АВ, равным l, ограниченную кривой СД, по двум Чебышевским ординатам y_1, y_2, соответствующим абсциссам x_1 и x_2 (рис. 1.26)

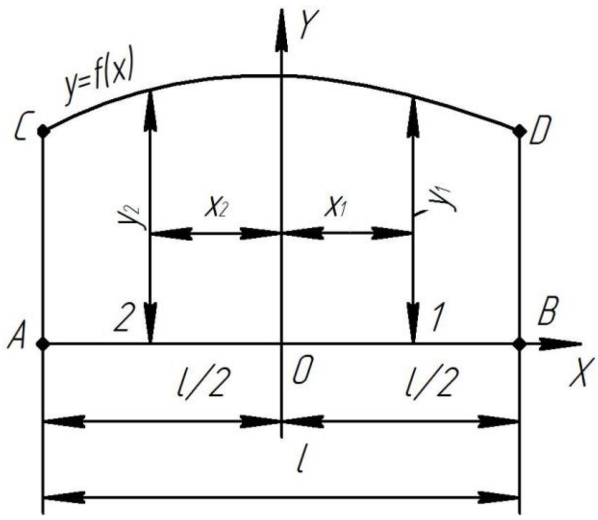

Рис. 1.26. Схема к выводу формулы правила Чебышева при $n = 2$

Для вычисления определенного интеграла воспользуемся следующей формулой

$$\int_{-l/2}^{+l/2} f(x)dx = \frac{l}{m}(y_1 + y_2). \tag{1.58}$$

Заменив кривую $y = f(x)$ параболой по уравнению

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2, \tag{1.59}$$

получим два условия прохождения ее через вершины координат

$$\left. \begin{aligned} y_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 \\ y_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \end{aligned} \right\}. \tag{1.60}$$

Площадь, ограниченную параболой, найдем путем вычисления определенного интеграла

$$S = \int_{-L/2}^{+L/2} (a_0 + a_1 x + a_2 x^2) dx = a_0 l + \frac{a_2 l^3}{12}. \tag{1.61}$$

Данная площадь должна быть равна площади, получаемой из уравнения (1.58)

$$\frac{l}{m}(y_1 + y_2) = a_0 l + \frac{a_2 l^3}{12}. \tag{1.62}$$

Подставляя в это уравнение значения ординат y_1 и y_2 из системы (1.60), получим

$$\frac{l}{m}\left[2a_0 + a_1\left(x_1 + x_2\right) + a_2\left(x_1^2 + x_2^2\right)\right] = a_0 l + \frac{a_2 l^3}{12}. \quad (1.63)$$

Приравняв множители при коэффициентах в левой и правой частях, получим

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2L}{m} = L \\ &\frac{l}{m}\left(x_1 + x_2\right) = 0 \\ &\frac{l}{m}\left(x_1^2 + x_2^2\right) = \frac{l^3}{12} \end{aligned}\right\}. \quad (1.64)$$

Из первого уравнения системы (1.64) следует, что $m = 2$. Тогда из второго и третьего уравнений (1.64) получаем, что $x_1 = -x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{l}{2} = 0,5773\frac{l}{2}$.

После вычисления x_1 и x_2 и определения ординат по кривой $y = f\left(x\right)$ найдем численное значение определенного интеграла

$$S = \int\limits_{-L/2}^{+L/2} f\left(x\right)dx = \frac{l}{m}\left(y_1 + y_2\right) = \frac{l}{2}\left(y_1 + y_2\right). \quad (1.65)$$

Полученное выражение является формулой правила Чебышева для двух ординат. При n ординатах формула принимает вид

$$S = \frac{l}{n}\left(y_1 + y_2 + y_3 + ... + y_{n-1} + y_n\right). \quad (1.66)$$

Значения оптимальных Чебышевских абсцисс для нескольких частных значений n приведены в табл. 1.5.

Из анализа данных видно, что Чебышевские ординаты располагаются симметрично относительно середины основания вычисляемой площади. При нечетном числе ординат одно из них проходит через середину основания.

Таблица 1.5

Схема расчета площади подынтегральной кривой по правилу Чебышева

Число ординат n	Отстояние чебышевских ординат от середины основания площади в долях половины длины
2	±0,5733
3	x; ±0,7071
4	±0,1876; ±0,7947
5	x; ±0,3745; ±0,8325
6	±0,2666; ±0,4225; ±0,8622
7	x; ±0,3239; ±0,5297; ±0,8839
8	±0,1026; ±0,4062; ±0,5938; ±0,8974
9	x; ±0,1679; ±0,5288; ±0,6010; ±0,9116

В ТК чаще всего применяют правило Чебышева с нечетным числом координат, т.к. в этом случае начало координат лежит в плоскости мидель-шпангоута. Нулевая ордината, как наибольшая, при этом включается в расчет.

По ПЧ основание L кривой $y = f\left(x\right)$ делится на 2 равные части и от середины откладываются абсциссы x_i в соответствии с принятым числом ординат. Абсолютные значения абсцисс вычисляются по их относительным значениям путем умножения на половину длины $L/2$. Так, при n = 7 (рис. 1.27) абсолютные значения абсцисс вычисляются по выражениям

$$x_1 = -x_7 = 0{,}8839\frac{l}{2}; x_2 = -x_6 = 0{,}5297\frac{l}{2}; x_3 = -x_5 = 0{,}3239\frac{l}{2}; x_4 = 0.$$

При этих значениях абсцисс с кривой $y = f\left(x\right)$ снимаются значения Чебышевских ординат y_1, y_2, y_3, ..., y_7 (рис. 1.27) и по формуле (1.67) определяется искомая площадь S под кривой $y = f\left(x\right)$.

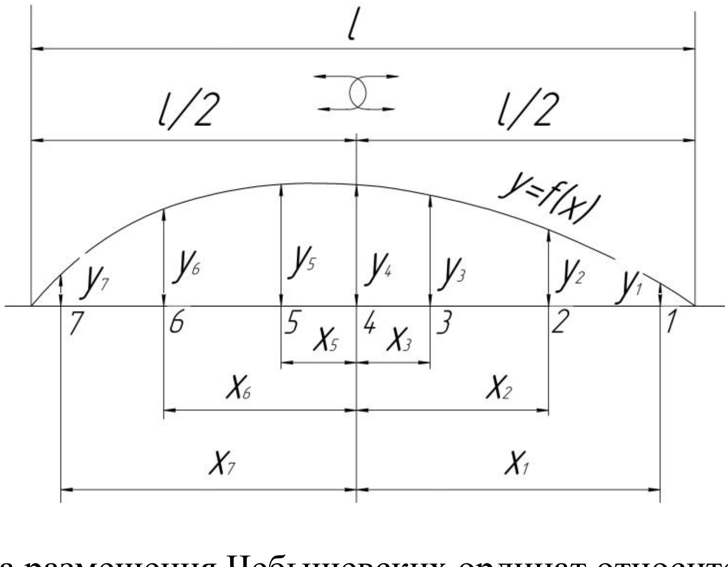

Рис. 1.27. Схема размещения Чебышевских ординат относительно середины основания площади при n = 7

1.15 Оценка применяемых в теории корабля формул квадратур и повышение точности правила трапеций

При выполнении расчета по теории корабля, связанного с вычислением определенных интегралов по геометрически заданным ординатам, надо, прежде всего, выбрать наиболее подходящую формулу квадратур. Для этого необходимо дать общую оценку расчетным правилам трапеций, Симпсона и Чебышева в отношении эффективности и точности.

В отношении точности вычислений по формулам квадратур следует заметить, что в соответствии с их структурой она повышается с увеличением числа расчетных ординат. Точность каждого из правил может быть сколь угодно высокой, если при вычислении не ограничиваться каким-либо заданным числом ординат.

Однако при чрезмерном увеличении числа ординат растет непроизводительная затрата труда на вычисления и понижается эффективность проведения самого расчета. Вместе с тем в инженерных расчетах и нет надобности в абсолютной точности вычислений, поскольку исходные данные для их выполнения могут быть получены не абсолютно точно, а лишь приближенно. Поэтому требуемая точность вычислений по приближенной формуле должна соответствовать возможной точности исходных данных и необходимой точности результат расчета. В расчетах плавучести погрешность вычислений допустима до 0,5 %.

Оценка точности формул квадратур производится применительно к минимально необходимому числу ординат для данного расчета, которое бы удовлетворяло требуемой точности при использовании того или иного приближенного правила.

Чтобы повысить точность вычислений по правилу трапеций, как и по любой другой формуле квадратур, нужно увеличить число расчетных ординат. для этого теоретические шпации по длине корпуса делят пополам и расчеты выполняют по правилу трапеций с увеличенным числом ординат. Точность вычислений возрастает, но затрата дополнительного времени на них не всегда может быть признана целесообразной. В первую очередь это относится к судам с полными обводами, имеющими значительную цилиндрическую вставку в районе мидель-шпангоута.

В отдельных случаях точность вычислений по правилу трапеций может быть повышена без общего увеличения числа ординат путем введения добавочных исправленных и приведенных ординат.

Добавочными или промежуточными, называются ординаты, вводимые в пределах теоретической шпации на тех участках, где кривая наиболее резко изменяет свой характер. Предположим, что плавная в целом кривая имеет резкое искривление всего лишь на одном первом участке (рис. 1.28), где ошибка будет δS.

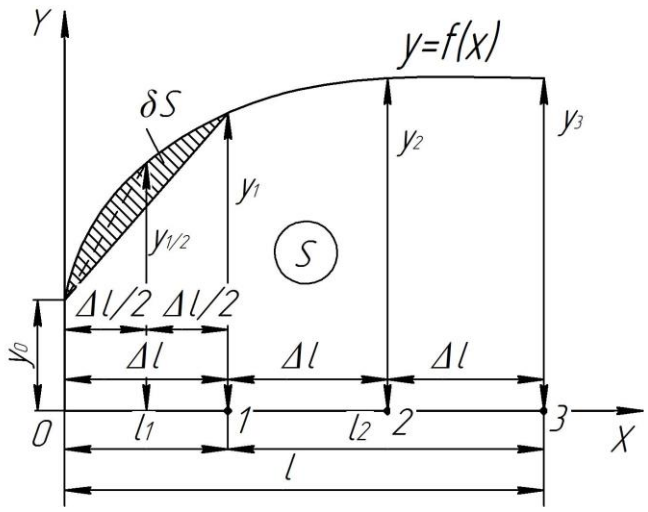

Рис. 1.28. Схема к выводу формулы правила трапеций
с добавочными ординатами

Если уменьшить промежуток Δl вдвое, то точность вычисления повысится, но в основном за счет уменьшения ошибки на первом участке. Поэтому можно ограничиться введением дополнительной половинной ординаты на первом участке, сохранив на всех остальных длину теоретической шпации Δl.

С введением добавочных ординат несколько изменится вид формулы правила трапеции. Чтобы вывести новую формулу, общую площадь S, ограниченную кривой $y = f\left(x\right)$, представим в виде двух площадей S_1 и S_2, для чего основание l разделим на два участка, из которых l_1 с половинными промежутками и l_2 с целыми промежутками Δl. Применяя для вычисления соответствующих площадей на двух участках основания формулу, получим

$$S_1 + S_2 = \frac{\Delta L}{2}\left(\frac{y_0}{2} + y_{1/2} + \frac{y_1}{2}\right) + \Delta l\left(\frac{y_1}{2} + y_2 + \frac{y_3}{2}\right),$$

откуда

$$S_1 = \Delta l\left(\frac{1}{4}y_0 + \frac{1}{2}y_{1/2} + \frac{3}{4}y_1 + y_2 + \frac{1}{2}y_3\right).$$

Если распространить это выражение на любое число ординат в каждом из двух участков кривой, то получим формулу правила трапеций с добавочными половинными ординатами в следующем общем виде:

$$S_1 = \Delta l\left(\frac{y_0}{4} + \frac{y_{1/2}}{2} + \frac{y_1}{2} + \frac{y_{1 1/2}}{2} + \ldots + \frac{3y_k}{4} + y_{k+1} + \ldots + \frac{y_n}{2}\right). \qquad (1.67)$$

Таким образом, в обычную формулу правила трапеций при наличии промежуточных половинных ординат вводятся множители: $\frac{3}{4}$ – для ординаты y_k на границе участков с половинными и с целыми промежутками, $\frac{1}{4}$ – для ординаты y_0 на второй границе участка с половинными промежутками, $\frac{1}{2}$ – для всех промежуточных ординат участка с половинными промежутками и для ординаты y_n на второй границе участка с целыми промежутками. Все остальные ординаты, начиная с y_{k+1}, суммируются непосредственно, как в обычном правиле трапеций.

Аналогичные формулы можно вывести для правила трапеций с четвертными и с более мелкими промежуточными ординатами, а также с добавочными ординатами не на крайних участках кривой. Геометрический принцип исправления формулы в данном случае сохраняется и при любом способе введения добавочных ординат, общая формула правила трапеций остается постоянной. Лишь только на участках с измененными промежутками к ординатам вводятся соответствующие множители, значения которых определяют подобно коэффициентам ординат в формуле (1.67).

Приведенными и исправленными, *называются* условные ординаты, используемые вместо крайних нулевых или несуществующих, которые с предпоследними образуют трапеции, равновеликие площади, ограничиваемой подынтегральной кривой на крайних промежутках основания.

Исправленная ордината y_0 (рис. 1.29) вводится для уменьшения погрешности правила трапеций взамен равной нулю концевой ординаты, когда площадь треугольника OA1 меньше площади S_1, ограничиваемой кривой OCA на первом промежутке основания. Трапеция OBA1 строится из условия, чтобы отрезаемая от площади S_1 площадка δS_1 была равна добавляемой площадке δS_2.

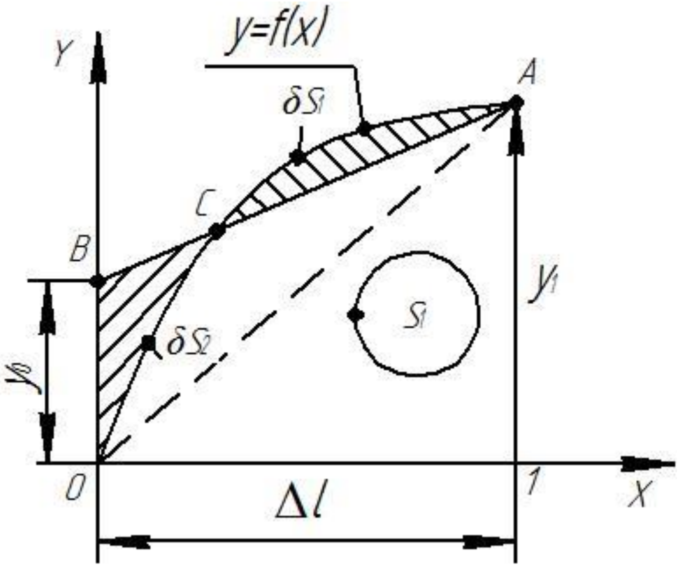

Рис. 1.29. Исправленная нулевая ордината y_0 для правила трапеций

Приведенные ординаты необходимо применять также в тех случаях, когда ограничивающая кривая вычисляемой площади S не доходит до конца ее основания (рис. 1.30).

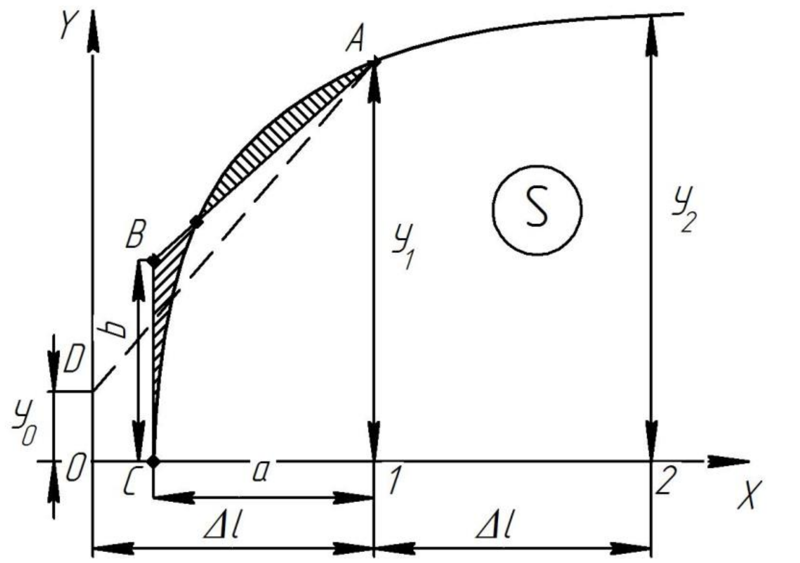

Рис. 1.30. Приведенная концевая ордината y_0 для повышения точности правила трапеции

Очевидно, в данном случае приведенная ордината y_0 будет определяться из равенства трапеции СВА1, равновеликой площади криволинейной трапеции СА1 с основанием a и трапеции ODA1 с основанием Δl. При этом приведенная ордината будет равна

$$y_0 = (b + y_1)\frac{a}{\Delta l} - y_1. \qquad (1.68)$$

Исправленная нулевая ордината в первом случае и приведенная к другому основанию крайняя ордината во втором случае могут быть положительными и отрицательными. В самом деле, если на рис. 1.25 кривая ОСА была бы не выпуклая, а вогнутая, то площадь, ограничиваемая ею, была бы меньше площади треугольника О1А. При этом исправленную ординату y_0 откладывали бы вниз от оси ОХ с тем, чтобы отрицательная площадь компенсировала избыток положительной площади треугольника.

При введении отрицательных ординат следует обращать внимание на характер кривой не только первого, но и второго участков. Так, если на границе участков ограничивающая кривая имеет точку перегиба, то приведенная ордината не только не повышает, а может даже понизить точность правила трапеций. Это объясняется том, что для вогнутой части кривой первого участка правило трапеций дает завышенное значение площади, тогда как для выпуклой части кривой второго участка – заниженное, в результате чего получается взаимная компенсация ошибок, и исправление площади одного первого участка не приводит к положительному результату.

1.16 Вычисление площадей и объемов по ординатам теоретического чертежа

Определение элементов плавучести связана с вычислением площадей сечений теоретического корпуса и его объема, как в подводной, так и в надводной части для заданного или проектируемого теоретического чертежа.

В ТК особое значение имеют расчеты поперечно-вертикальных и продольно-горизонтальных сечений корпуса, что обуславливает необходимость вычисления площадей шпангоутов и ватерлиний по ординатам теоретического чертежа. Эти расчеты, наряду с самостоятельным значением, могут быть использованы для определения объемного водоизмещения V.

Площади шпангоутов и ватерлиний вычисляют по уравнениям

$$\omega = 2\int_0^T y dz , \tag{1.69}$$

$$S = 2\int_{-L/2}^{+L/2} y dx , \tag{1.70}$$

где $y = F(x,z)$ – ординаты поверхности теоретического корпуса корабля.

Так как ординаты обычно задаются по теоретическому чертежу, то для определения площадей ω, S в основном применяется ПТ.

Хотя для расчета площади ω ПТ, можно записать

$$\omega = 2\Delta T\left(\sum{}' y - \frac{y_0 + y_n}{2} \right), \tag{1.71}$$

где $\Delta T = \dfrac{T}{n}$, n – число промежутков между равностоящими ординатами; ΔT – осадка по расчетную n-ю ватерлинию; $\sum{}' y$ – сумму ординат, которую вычисляют путем простого суммирования ординат y_i. При этом нулевую ординату y_0 записывают в исправленном виде. Обозначив поправку правила трапеции $\Delta\sum = \frac{1}{2}(y_0 + y_n)$, запишем уравнение (1.69) в виде

$$\omega = 2\Delta T\left(\sum{}' y - \Delta\sum \right). \tag{1.72}$$

Обозначив в уравнении (1.72) выражение в скобках через ∑ (∑ – исправленная сумма ординат), получим окончательное выражение для площади шпангоута

$$\omega = 2\Delta T \sum \quad . \tag{1.73}$$

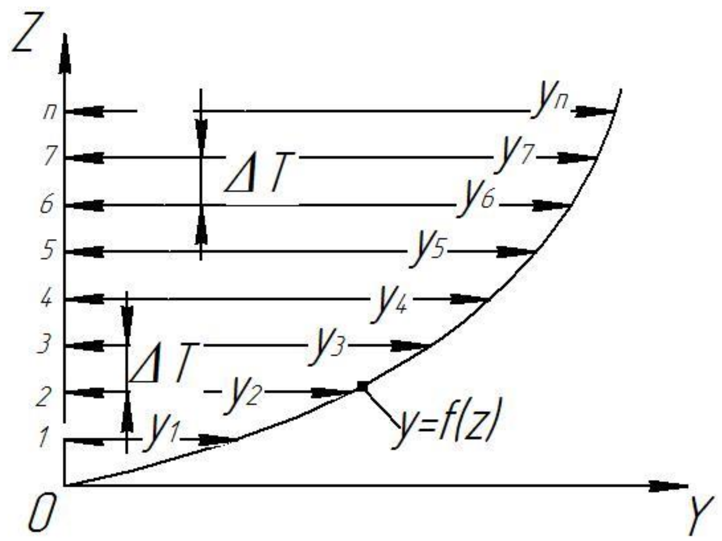

Рис. 1.31. Нумерация ординат при вычислении площади шпангоутов

Для вычисления по ПТ площади ватерлинии S используется формула

$$S = 2\Delta L\left(\sum{}' y - \frac{y_m - y_{m'}}{2}\right), \tag{1.74}$$

где $\Delta L = \dfrac{L}{2m}$ – расстояние между шпангоутами (рис. 1.30); L – расчетная длина ватерлинии; m – число промежутков по длине между равноотстоящими шпангоутами в нос или корму от мидель-шпангоута; $\sum{}' y$ – сумма всех ординат ватерлинии ($\sum{}' y = \sum y_{н} + y_0 + \sum y_{к}$, где $\sum y_{í}$ – сумма носовых ординат ватерлинии; y_0 – ордината ватерлинии на мидель-шпангоуте; $\sum y_{к}$ – сумма кормовых ординат ватерлинии.

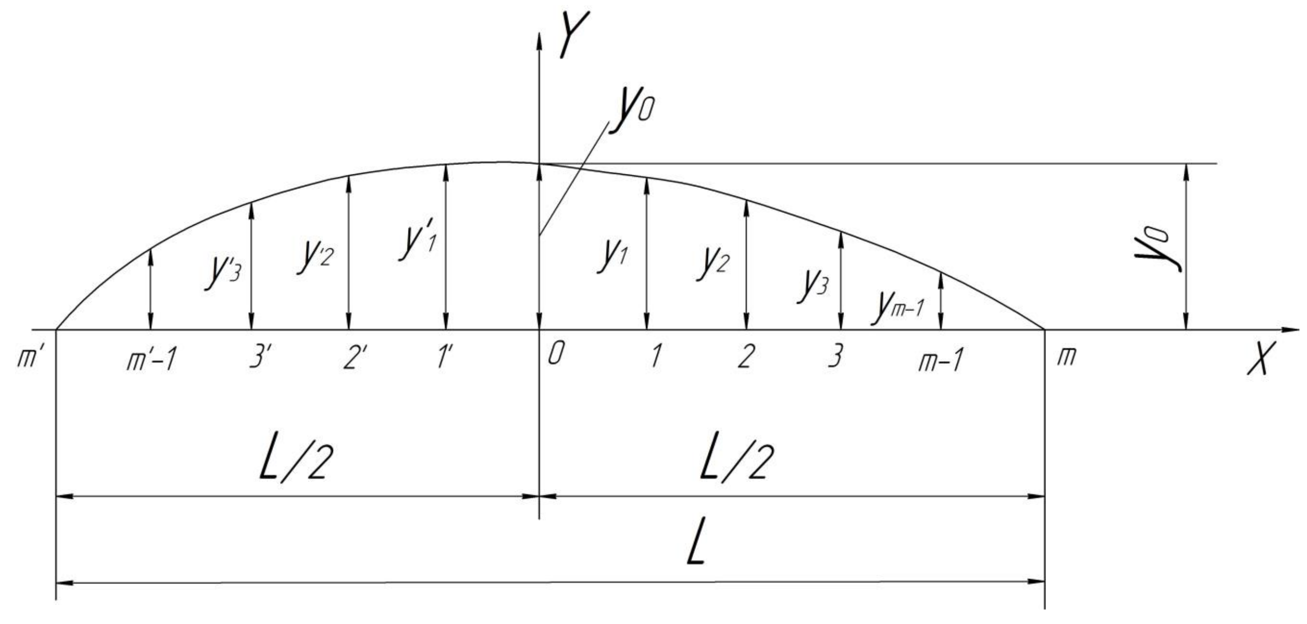

Рис. 1.32. Нумерация ординат для расчета площади ватерлиний

Обозначив в (1.74) поправку ПТ $\Delta\sum = \dfrac{y_m - y_{m'}}{2}$ и приняв, что исправленная сумма ординат $\sum = \sum' y - \Delta\sum$, получим выражение для расчета площади ватерлинии в виде

$$S = 2\Delta L \sum \quad . \qquad (1.75)$$

Вычисление площадей шпангоутов и ватерлиний можно производить в табличном виде.

При этом площадь шпангоута ω вычисляют по схеме таблица 1.7, в которую нулевую ординаты y_0 записывают в исправленном виде.

Таблица 1.7

Схема расположения ординат для расчета площади шпангоута

	№ ординаты шпангоута	Ордината
	0 1 ... n-1 n	y_0 y_1 ... y_{n-1} y_n
Сумма всех ординат	$\sum'$	$\sum_{i=0}^{n} y_i$
Поправка правила трапеции	$\Delta\sum$	$\frac{1}{2}(y_0 + y_n)$

Окончание таблицы 1.7

Исправленная сумма ординат	$\sum$	$\sum{}' - \Delta\sum$
Площадь шпангоута	ω	$2\Delta T\sum$

Площадь ватерлинии S вычисляют по схеме таблица 1.7, в которую концевые ординаты y_m и y'_m записывают в исправленном виде.

Таблица 1.8

Схема распределения ординат для расчета площади ватерлинии

	№ ординаты ватерлинии	Ордината	
		носовая	кормовая
	0 $1(1')$ ... $(m-1)m'-1$ $m(m')$	 y_1 ... y_{m-1} y_m	 y'_1 ... y'_{m-1} y'_m
Сумма всех ординат	$\sum{}'$		
Поправка правила трапеции	$\Delta\sum$	$\frac{1}{2}(y_m + y'_m)$	
Исправленная сумма ординат	$\sum$	$\sum{}' - \Delta\sum$	
Площадь ватерлинии	S	$2\Delta L\sum$	

Для обеспечения достаточной точности число ординат для вычисления площади ω следует принимать не менее семи-восьми, а для площади ватерлинии S – не менее двадцати одной.

Вычисление объемного водоизмещения по ординатам теоретического чертежа производится по правилу трапеций с помощью следующих расчетных формул

$$\left.\begin{aligned} V &= 2\int_0^T \int_{-L/2}^{+L/2} y\,dx\,dz = 2\Delta T \Delta L\left(\sum\sum{}'_S - \frac{\sum_0 y_s + \sum_n y_s}{2}\right) \\ V &= 2\int_{-L/2}^{+L/2} \int_0^T y\,dz\,dx = 2\Delta L \Delta T\left(\sum\sum{}'_\omega - \frac{\sum_0 y_\omega + \sum_n y'_\omega}{2}\right) \end{aligned}\right\}, \qquad (1.77)$$

где ΔT и ΔL – промежутки между равноотстоящими соответственно ватерлиниями по высоте и шпангоутами по длине, которые определяются по формулам (1.69) и (1.75); y_s и y_ω – ординаты соответственно ватерлиний и шпангоутов, нумерация которых принимается такой же, как на рис. ; $\sum\sum'_s$ и $\sum\sum'_\omega$ - сокращенное обозначение суммы сумм ординат, измеряемых соответственно по ватерлиниям и по шпангоутам.

Эти двойные суммы ординат по ватерлиниям и по шпангоутам следует вычислять по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum\sum{}'_s = \sum_0 y_s + \sum_1 y_s + \sum_2 y_s + \ldots + \sum_{n-1} y_s + \sum_n y_s \\
&\sum\sum{}'_\omega = \sum_m y_\omega + \sum_{m-1} y_\omega + \ldots + \sum_1 y_\omega + \sum_0 y_\omega + \\
&+\sum_{1'} y_\omega + \ldots + \sum_{(m-1)'} y_\omega + \sum_{m'} y_\omega
\end{aligned}\right\}, \qquad (1.78)$$

где $\sum y_s$ и $\sum y_\omega$ – сумма ординат соответственно ватерлинии и шпангоута, номера которых отмечаются индексом у знака суммы.

Если в формулах (1.77) выражения в скобках, представляющих суммы сумм ординат с поправкой правила трапеций, обозначить двойным знаком суммы $\sum\sum$, то получим общую формулу для вычисления объемного водоизмещения

$$V = 2\Delta T \Delta L \sum\sum \ . \qquad (1.79)$$

Вычисление двойной суммы ординат с учетом формул (1.77) и (1.78) производится по схеме таблицы 1.9, в которой суммирование ординат выполняется в два этапа по шпангоутам и по ватерлиниям.

Таблица 1.9

Схема расположения ординат для расчета объемного водоизмещения

№ ватерлинии	Кормовые шпангоуты						χ	Носовые шпангоуты						$\sum'$	$\Delta\sum$	$\sum$	S
	m'	m'-1	...	$3'$	$2'$	$1'$	0	1	2	3	...	*m-1*	m				
0																$\sum_0 y_s$	S_0
1																$\sum_{(1)} y_s$	S_1
2																$\sum_{(2)} y_s$	S_2
3 . . .																$\sum_{(3)} y_s$ . . .	S_3 . . .
n-1																$\sum_{n-1} y_s$	S_{n-1}
n																$\sum_n y_s$	S_n
$\sum'$														$\sum\sum'$		$\sum\sum'_s$	
$\Delta\sum$																$\Delta\sum$	
$\sum$				$\sum_{3'} y_\omega$	$\sum_{2'} y_\omega$	$\sum_{1'} y_\omega$	$\sum_0 y_\omega$	$\sum_1 y_\omega$	$\sum_2 y_\omega$	$\sum_3 y_\omega$				$\sum\sum'_\omega$	$\Delta\sum$	$\sum\sum$	
ω	ω'_m	ω'_{m-1}		ω'_3	ω'_2	ω'_1	ω_0	ω_1	ω_2	ω_3		ω_{m-1}	ω_m				V

В начале табл. 1.9 записывают исходные ординаты, замеряемые по теоретическому чертежу. Независимо от его масштаба ординаты следует указывать в натуральную величину с помощью масштабной линейки. Порядок занесения ординат в столбики или в строки целиком зависит от того, какой проекцией теоретического чертежа используются для их замера. Если ординаты замеряются по корпусу, то запись ведется по строкам, а если по полушироте, – то по столбикам, чтобы не передвигать масштабную линейку при замере ординат одного и того же сечения.

Суммирование ординат производится по столбикам для всех $2m+1$ шпангоутов и по строкам для всех $n+1$ ватерлиний, после чего выполняется суммирование сумм ординат, как по шпангоутам, так и по ватерлиниям. Значение двойной суммы $\sum\sum'$ должно быть одинаковым как при вычислении по вертикали, так и по горизонтали, поскольку в обоих случаях находится сумма всех $2m+1$ и $n+1$ ординат, занесенных в таблицу.

Исправленная сумма сумм ординат $\sum\sum$, определяемая по вертикали и по горизонтали, может быть неодинаковой за счет исправленных ординат. Однако различие их может быть незначительным (не свыше половины процента). В данном случае в таблице указывают среднеарифметическое из двух значений этой величины. Если различие будет больше 0,5 %, то следует проверить приведенные ординаты, так как ошибка обычно, получается, из-за них.

Водоизмещение корабля V определяется по формуле (1.79) с учетом значения двойной исправленной суммы ординат $\sum\sum$, вычисленной в табл. 1.9.

Последний столбик и последняя строка таблицы содержат соответственно значения площади ватерлиний и площади шпангоутов, которые находятся по формулам:

$$S = 2\Delta L \sum y_s ; \quad \omega = 2\Delta T \sum y_\omega . \tag{1.80}$$

Эти величины непосредственного отношения к вычислению двойной суммы ординат не имеют и могут быть использованы при определении координат центра величины.

1.17 Диаграмма Фирсова

В условиях эксплуатации затруднительно проводить каждый раз расчёты ω, V, x_c. Поэтому ещё в процессе проектирования строят диаграмму Фирсова (рис. 1.31 из старой «Статики корабля»), позволяющую без каких-либо дополнительных вычислений по осадкам $T_н$ и $T_к$ определить соответствующие V и x_c.

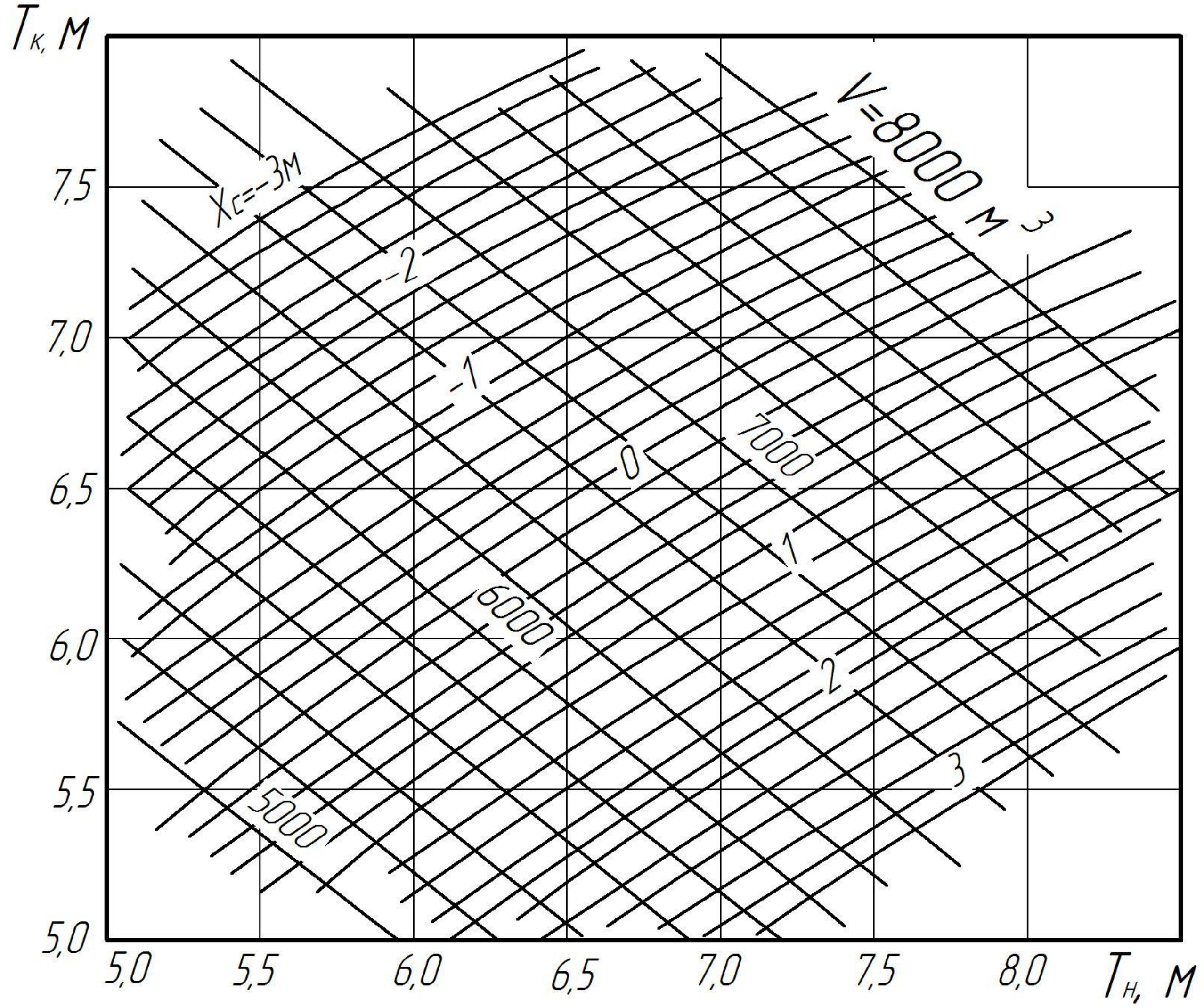

Рис. 1.28. Диаграмма Фирсова

Диаграмму Фирсова строят в прямоугольной системе координат, в которой по оси абсцисс откладывают $T_н$, а по оси ординат $T_к$. Масштаб осадок по обеим осям одинаков, число и цена делений соответствуют градуировке на форштевне и ахтерштевне. На диаграмме изображены два семейства кривых: постоянного водоизмещения V и постоянной абсциссы ЦВ x_c.

Построение диаграмм Фирсова осуществляют с помощью масштаба Бонжана, а также с помощью специальных дополнительных диаграмм.

1.18 Запас плавучести. Грузовая марка

Запасом плавучести (ЗП) называется количество груза, которое судно может принять до полного затопления. Обеспечивается ЗП расположенным выше ватерлинии непроницаемым объемом корпуса, в который входят объемы всех помещений, ограниченные снизу ватерлинией, а сверху верхней водопроницаемой палубой, а также объемы всех водонепроницаемых рубок и надстроек.

ЗП выражается в % от водоизмещения по ГВЛ и составляет 15÷30 % для речных судов; 25÷50 % для сухогрузов; 80÷100 % для пассажирских теплоходов.

Регистром РБ для гарантий запаса плавучести устанавливают минимальный надводный борт и на каждом борту судна у миделя наносят грузовую марку (ГМ).

ГМ состоит из палубной линии, диска и гребенки. Палубную линию наносят таким образом, чтобы её верхняя кромка проходила через точку, в которой продолженная наружу верхняя поверхность палубы пересекает наружную обшивку борта. Для судов с деревянным настилом – это точка пересечения продолженной наружу линии деревянного настила с наружной обшивкой борта.

Буквы на гребенке определяют осадку при различных условиях плавания. Так, для морских судов могут наноситься следующие обозначения: ТП – тропики, пресная вода; П – летнее время, пресная вода; Т – тропики морская вода; Л – летнее время, морская вода; З – зимнее время, морская вода; ЗСА – зимнее время в Северной Атлантике.

Транспортное судно, сидящее ниже соответствующей линии, не получит разрешение на выход из порта. Например, при плавании в тропиках ватерлиния не должна быть выше верхней кромки линии Т и т.д.

Рис. 1.29. Знак грузовой марки для судов неограниченного района плавания

Центр диска помещается на ватерлинии, соответствующей летнему надводному борту. Правила о грузовой марке для морских судов определяет Морской регистр РФ.

Морские суда выполняют рейсы в зарубежные порты.

Для судов внутреннего плавания Речной Регистр РБ устанавливает несколько видов грузовой марки, в зависимости от района плавания. Если судно предназначено для плавания в районе одного разряда, то ГМ имеет простейший вид. Грузовая марка судов, которым разрешено плавать в районах с более легкими и более тяжелыми погодными условиями, имеют, наряду с основной, дополнительные линии предельной осадки.

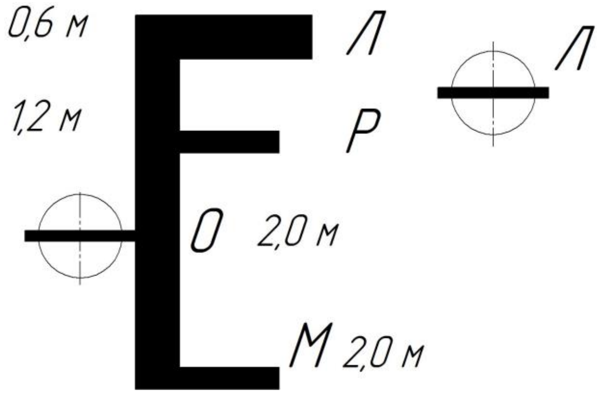

Рис. 1.30. Знак грузовой марки для судов внутреннего плавания

1.19 Изменение посадки корабля. Добавочный слой и клинья водоизмещения при изменении углубления

Корабль изменяет свое положение относительно уровня воды в зависимости от весовой нагрузки или плавучести (из-за уменьшения непроницаемого объема корпуса).

Изменение нагрузки и изменение плавучести приводят к новой посадке судна, соответствующей новому положению ВЛ относительно его корпуса.

Посадка зависит от трех параметров T, θ, ψ, в связи, с чем переход к другой посадке связан с изменением этих величин, которые являются независимыми между собой.

Геометрическое изменение посадки можно рассматривать как переход от одной ватерлинии к другой.

Предположим, что начальная посадка корабля определяется ватерлинией ВЛо, отсекающей погруженный в воду объем V_0. В соответствии с уравнением плавучести поддерживающая сила Архимеда

$$F_{\text{Ар}} = \rho g V_0 = D_0,$$

где D_0 – начальный вес корабля.

Вследствие принятия груза P на корабле изменяются все 3 параметра посадки. Посадка при этом определяется положением ватерлинии ВЛ, которой соответствует новый погруженный в воду объем корабля V:

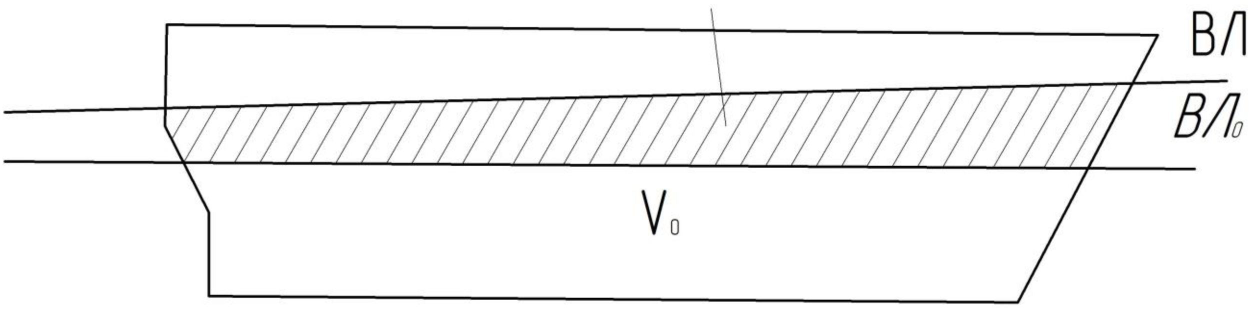

Рис. 1.31. Схема для определения добавочного слоя ΔV

$$V = V_0 + \Delta V\,. \qquad (1.81)$$

Объем ΔV, заключенный между ватерлиниями ВЛ$_0$ и ВЛ называется добавочным слоем водоизмещения.

$$\Delta V = V - V_0\,.$$

При новой посадке корабля его вес

$$D = D_0 + P = \gamma V\,.$$

Умножив всё уравнение (1.81) на γ получим

$$\gamma V = \gamma V_0 + \gamma \Delta V \text{ , или } D = D_0 + P \text{, или}$$

$$P = \gamma \Delta V \text{, или } m = \rho \Delta V \qquad (1.82)$$

Из (1.82) видно, что всякий принятый дополнительно груз на корабле обеспечивается дополнительным погруженным объемом.

Добавочный слой водоизмещения ΔV является эквивалентным объемом принятого груза $P(m)$. Он будет положительным при приеме груза и отрицательным при его снятии.

Если ватерлинии ВЛ$_0$ и ВЛ пересекаются в пределах корпуса, то добавочный слой будет равен

$$\Delta V = V - V\,, \qquad (1.83)$$

где $V = V_0 + \delta V_1 - \delta V_2$. (1.84)

Здесь $\delta V_1 = akb$ – входящий клин водоизмещения; $\delta V_2 = ckd$ – выходящий клин водоизмещения.

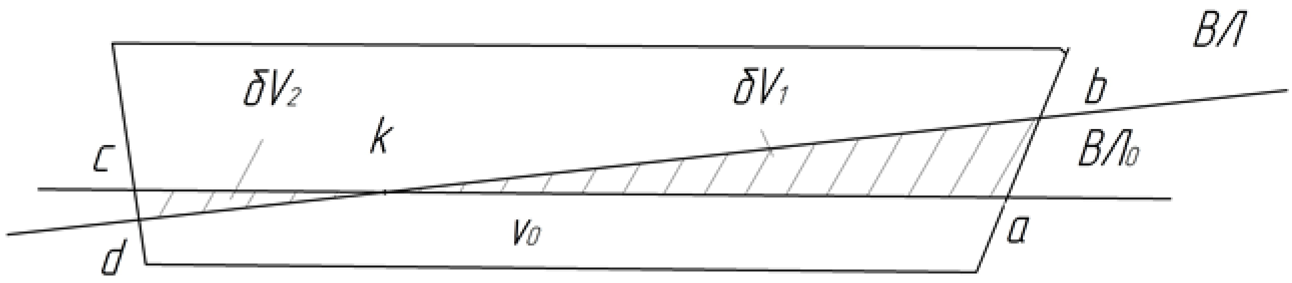

Рис. 1.32. Схема для определения добавочного слоя ΔV при ватерлиниях, пересекающихся внутри корпуса

Подставляя (1.83) в (1.84), получим

$$\Delta V = \delta V_1 - \delta V_2. \tag{1.85}$$

При пересекающихся внутри корпуса ВЛ добавочный слой водоизмещения равен разности объемов входящего и выходящего клиньев водоизмещения.

1.20 Равнообъемные накопления

При пересекающихся ватерлиниях возможен случай, когда $\delta V_1 = \delta V_2$. Это соответствует изменению только θ или ψ при V = const.

Наклонение, при котором водоизмещение V = const называется равнообъемным. Для него характерно

$$\delta V_1 = \delta V_2 \text{ и } \Delta V = 0.$$

Ватерлинии, пересекающиеся в пределах корпуса и отсекающие одинаковые объемы, называются равнообъемными.

Изменение посадки корабля всегда можно представить в виде двух процессов:

1. Изменение погружения без наклонения;
2. Равнообъемное наклонение.

В самом деле при принятии груза весом R, независимо от положения начальной ВЛо и конечной ВЛ всегда можно провести промежуточную ВЛ′, которая будет // начальной ВЛо и равнообъемной к конечной ВЛ. Т.е. посадку корабля всегда можно условно разбить на 2 этапа:

1 – переход от ВЛо к ВЛ′, когда изменяется водоизмещение на величину ΔV;

2 – переход от ВЛ′ к ВЛ, когда происходит наклонения корабля при V = const.

Эти этапы проиллюстрируем на примере.

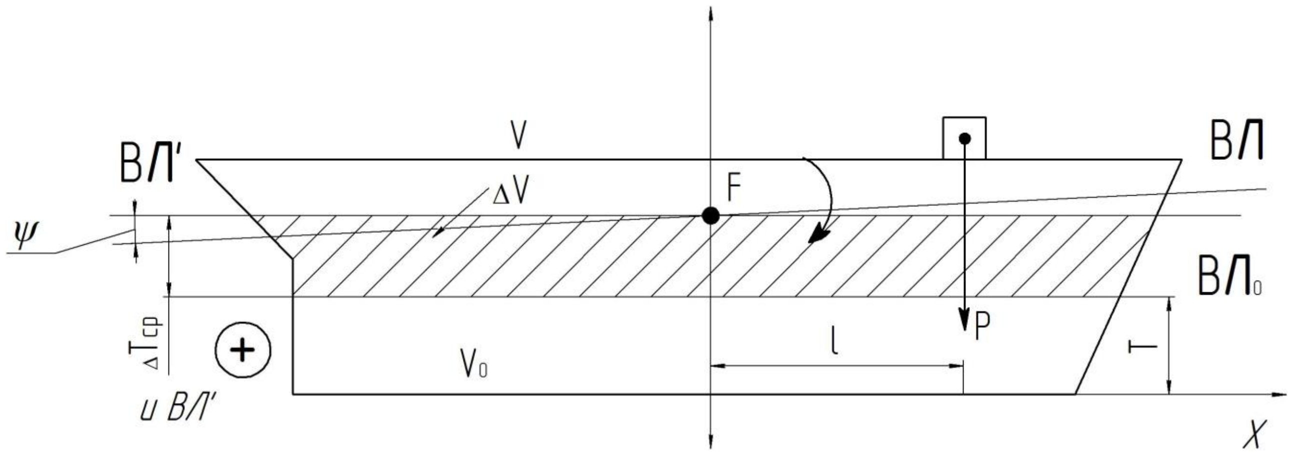

Рис. 1.33. Схема для расчета наклонения при приеме груза

Допустим по судну принят груз P. Приложим в $(\cdot)$ F пересечения ВЛ и ВЛ′ две силы $\pm P$, равные по величине силе тяжести груза P и противоположно направленные. Такое приложение сил не оказывает влияния на весовое водоизмещение корабля. В тоже время приведенная схема сил показывает, что на корпус действует:

1. Пара сил на плече l, что приводит к возникновению момента M

$$M = Pl\,,$$

под действием, которого корпус наклоняется на угол ψ относительно точки, где пересекаются равнообъемные ватерлинии.

2. Сила $+P$, под действием которой происходит только изменение углубления (осадка), без наклонения относительно уровня воды.

Для изучения этапа 1, связанного с расчетом равнообъемного наклонения, необходимо предварительно установить условие, необходимое для реализации противоположного процесса, при котором происходит изменение только одного параметра посадки – углубление T на толщину добавочного слоя водоизмещения $\Delta T_{\text{ср}}$.

1.21 Условие изменения посадки без наклонения судна

Рассмотрим случай, когда посадка изменяется в результате приема груза P. Найдем положении е ЦТ последнего, при котором корабль не получит наклонения относительно уровня воды, т.е. у него не будет ни крена, ни дифферента, а изменится только осадка (углубление).

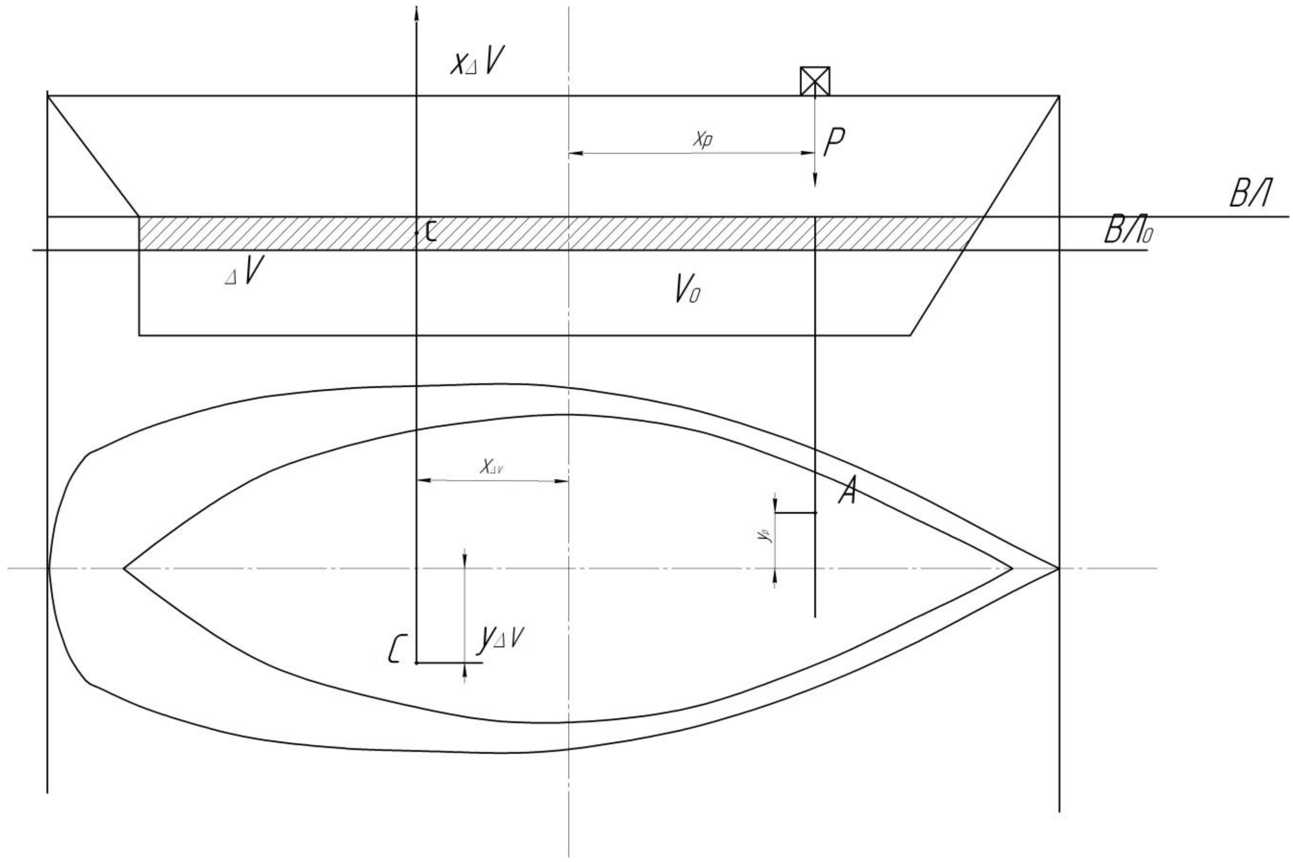

Рис. 1.34. Схема расчета посадки судна после приема груза

Положим, что принят груз P с координатами x_p и y_p. Вследствие приема груза погруженный объем изменяется на ΔV.

ΔV характеризуется слоем с координатами ЦТ (·)С $x_{\Delta V}$ и $y_{\Delta V}$.

При плавании по начальную ВЛ$_0$ водоизмещение корабля V_0 с координатами ЦВ $\left(x_{c_0}; y_{c_0}\right)$, а весовое водоизмещение равнялось D_0 с координатами ЦТ $\left(x_{g_0}; y_{g_0}\right)$.

После приема груза вес корабля стал

$$D = D_0 + P,$$

а объемное водоизмещение

$$V = V_0 + \Delta V.$$

Координаты ЦТ и ЦВ после приема груза найдем по теореме ТМ о моментах, согласно которой момент равнодействующей равняется сумме моментов составляющих.

Сначала запишем уравнения моментов сил относительно МШ (YOZ) и ДП (XOZ). Тогда

$$\left.\begin{aligned}\sum M_{YOZ} &\Rightarrow (D_0+P)x_g = D_0x_{g_0} + Px_p\\ \sum M_{XOZ} &\Rightarrow (D_0+P)y_p = D_0y_{p_0} + Py_p\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned}x_g &= \frac{D_0x_{g_0}+Px_p}{D_0+P}\\ y_g &= \frac{D_0y_{p_0}+Py_p}{D_0+P}\end{aligned}\right\}. \tag{1.86}$$

По условиям равновесия при плавании как по начальную, так и по конечную ВЛ координаты ЦТ и ЦВ должны быть равны. Найдем координаты ЦВ. Для чего найдем моменты объемов водоизмещения относительно ПМШ и ДП. Тогда

$$\left.\begin{aligned}(V_0+\Delta V)x_c &= V_0x_{c_0} + \Delta Vx_{\Delta V}\\ (V_0+\Delta V)y_c &= V_0y_{c_0} + \Delta Vy_{\Delta V}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned}x_c &= \frac{V_0x_{c_0}+\Delta Vx_{\Delta V}}{V_0+\Delta V}\\ y_c &= \frac{V_0y_{c_0}+\Delta Vy_{\Delta V}}{V_0+\Delta V}\end{aligned}\right\}. \tag{1.87}$$

Для того, чтобы корабль не получил наклонения после приема груза, надо обеспечить равенство координат при переходе от начальной к конечной ВЛ. Тогда, приравняв $x_g = x_c$ и $y_g = y_c$, на основании (1.86) и (1.87), получим

$$\left.\begin{aligned}\frac{D_0x_{g_0}+Px_p}{D_0+P} &= \frac{V_0x_{c_0}+\Delta Vx_{\Delta V}}{V_0+\Delta V}\\ \frac{D_0y_{g_0}+Py_p}{D_0+P} &= \frac{V_0y_{c_0}+\Delta Vy_{\Delta V}}{V_0+\Delta V}\end{aligned}\right\}. \tag{1.88}$$

Перемножив правые части (1.88) на γ и приняв во внимание, что $D_0 = \gamma V_0; P = \gamma\Delta V; x_{g_0} = x_{c_0}; y_{g_0} = y_{c_0}$, получим условие изменения посадки без наклонения

$$\left.\begin{aligned}x_p &= x_{\Delta V}\\ y_p &= y_{\Delta V}\end{aligned}\right\}. \tag{1.89}$$

Вывод: *Чтобы принятый груз не вызвал наклонения корабля необходимо, чтобы центр тяжести груза лежал на одной вертикали с центром тяжести добавочного слоя водоизмещения.*

У прямостенного судна ЦТ добавочного слоя водоизмещения находится против ЦТ площади ватерлинии. Поэтому для исключения наклонения, необходимо принимать либо снимать груз по центру тяжести действующей ватерлинии.

1.22 Изменение средней осадки судна при приеме или расходовании малого груза

Малым *называется груз, при приеме либо расходовании которого в пределах осадки обводы корпуса можно считать прямостенными*.

Из этого следует, что площади ватерлиний до и после принятия малого груза будут одинаковые. Обычно малым считается груз, не превышающий 10 % водоизмещения.

Как следует из предыдущего материала в дальнейших выводах будем исходить, что ЦТ принимаемого (расходуемого) груза находится на одной вертикали с центром тяжести площади ватерлинии.

При принятии малого груза массы m осадка судна должна увеличиться таким образом, чтобы дополнительная сила поддержания $\rho g \Delta V$ компенсировало силу тяжести груза mg. Т.е. должно выполняться равенство

$$mg = \rho g \Delta V \text{ или } m = \rho \Delta V .$$

Т.к. груз мал, то можно в пределах осадки считать борта вертикальными и выразить ΔV через приращение осадка ΔT и площадь ватерлинии S

$$\Delta V = S \Delta T . \tag{1.90}$$

Тогда

$$m = S \Delta T . \tag{1.91}$$

Откуда

$$\Delta T = \frac{m}{\rho S} . \tag{1.92}$$

При снятии груза с судна осадка уменьшается и ΔT будет со знаком минус (-).

Из формулы (1.92) видно, что при приеме или расходовании малого груза изменения осадки прямо пропорционально площади ватерлинии и плотности забортной воды.

Практическая ценность формулы (1.92) заключается в том, что она позволяет определить массу груза (число тонн) $m_{1\text{ см}}$, прием или расходование которых вызывает изменение осадки на 1 см. Полагая для этого в (1.92), что ΔT = 1 см = 0,01 м, получим, получим

$$\frac{1}{100} = \frac{m_{1\text{ см}}}{\rho S} \tag{1.93}$$

или

$$m_{1\text{ см}} = \frac{\rho S}{100}. \tag{1.94}$$

Полученная формула показывает, что величина $m_{1\text{ см}}$ пропорциональна площади ватерлинии S и плотности ρ.

Для того, чтобы определить число тонн, вызывающих изменение осадки на 1 см строят т.н. «кривую числа тонн на 1 см осадки», абсциссы которой в определенном масштабе указывают на число тонн, вызывающих изменение осадки на 1 см.

Эта кривая строится аналогично строевой по ватерлиниям с тем отличием, что на соответствующих ватерлиниях откладывают не площади ватерлиний S, а массу $m_{1\text{ см}} = \dfrac{\rho S}{100}$. Пользуются кривой следующим образом.

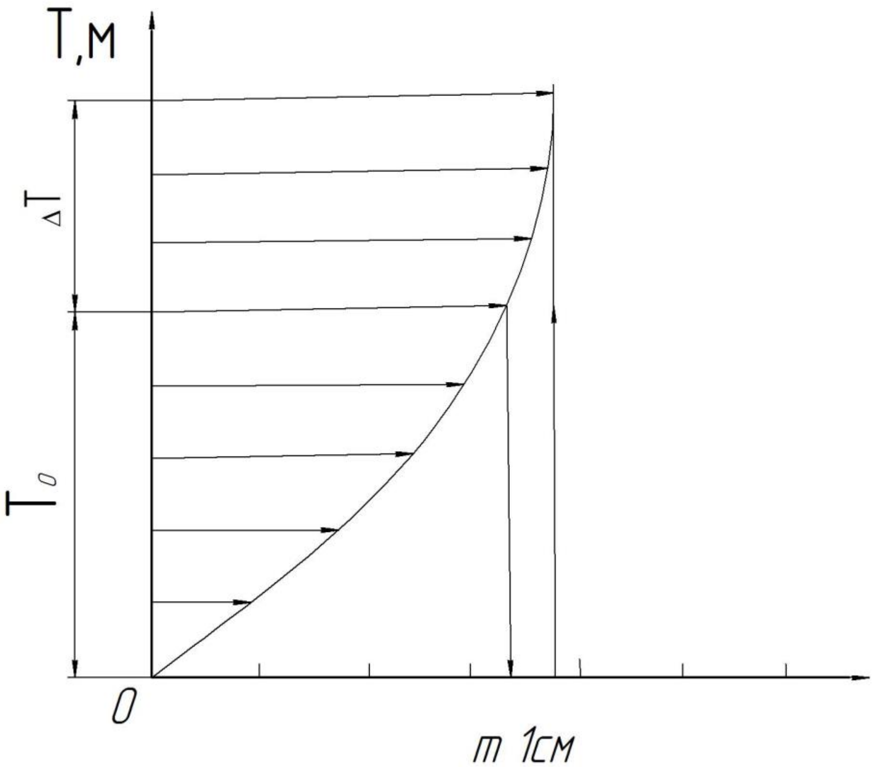

Рис. 1.35. Схема по использованию кривой числа тонн на 1 см осадки

Если известна осадка T_0, m_0, определив по кривой соответствующее значение $m_{1\text{ см}}$, затем находят изменение осадка ΔT, соответствующее приему или расходованию малого груза m

$$\Delta T = \frac{m}{m_{1\text{ см}}} : \text{см}. \tag{1.95}$$

При приеме или расходовании большого груза без крена и дифферента изменение осадка ΔT определяют по грузовому размеру (грузовой шкале), считая, что водоизмещение судна изменилось по сравнению с первоначальным на величину принятого или снятого груза.

1.23 Прием и расходование большого груза

При приеме большого груза (m > 0,2M) судно нельзя считать прямобортным в пределах изменения осадки, поэтому для определения величины δT надо использовать грузовой размер $M(z)$.

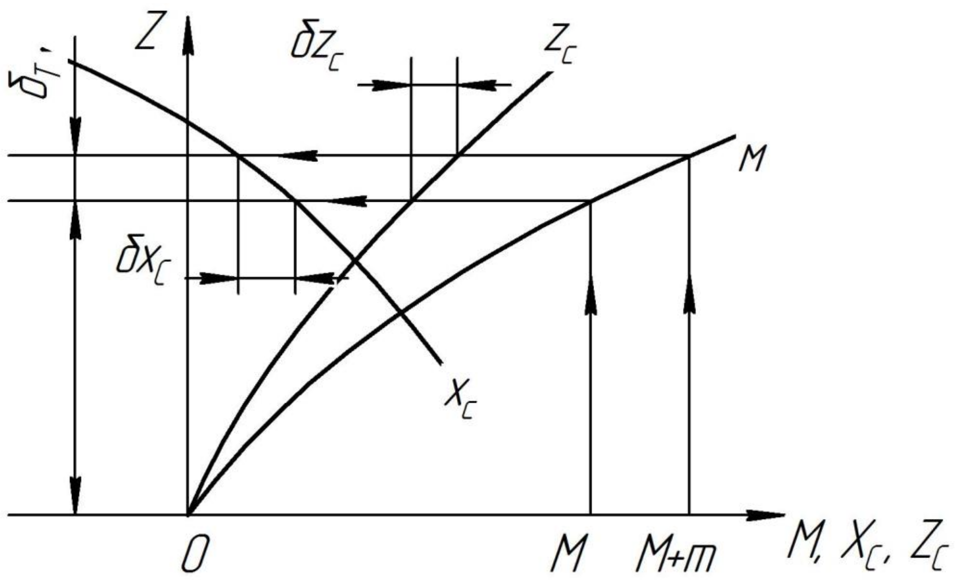

Рис. 1.36. Определение изменения осадки δT при приёме большого груза

Отложив на оси абсцисс от M величину груза m по оси осадок с помощью кривой $M(z)$ определяются $T + \delta T$, а затем δT.

Для определения изменения координат ЦВ судна при приеме большого груза используются кривые $z_c(z)$ и $x_c(x)$, которые входят в состав кривых элементов теоретического чертежа, а изменение координат ЦТ необходимо рассчитать по формулам (1.87).

Чтобы не было ни крена, ни дифферента, ЦТ груза должны лежать не одной ватерлинии с ЦТ F_0 дополнительного объема, т.е.

$$x_p = x_{F_0}; y_p = 0.$$

Абсцисса x_{F_0} ЦТ дополнительного объема ΔV в первом приближении считается как среднее значение между x_{f_0} и x_{f_1} по формуле

$$x_{cp} = \frac{S_0 x_{F_0} + S_1 x_{F_1}}{S_0 + S_1}. \qquad (1.96)$$

Здесь x_{f_0} и S_0 относятся к исходной ВЛ$_0$, а x_{f_1} и S_1 – к конечной ВЛ$_1$.

1.24 Изменение посадки при изменении плотности воды

Изменение плотности воды связано с изменением солености или температуры. При изменении $\rho g V$, т.е. изменяется осадка. Водоизмещение судна (его масса *M*) при этом не изменяется и поэтому можно записать

$$M = \rho V \text{ и } M = \rho_1 V_1,$$

где ρ, V – исходные плотность и объемное водоизмещение; ρ_1, V_1 – новые плотность и водоизмещение $(V_1 = V + \delta V)$.

Из сравнения приведенных выражений

$$\rho V = \rho_1 V_1 \Rightarrow \rho V = \rho_1 (V + \delta V). \qquad (1.97)$$

Из (1.97) следует $\delta V = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} V$. Т.к. изменение водоизмещения мало, поэтому в пределах изменения осадки судно можно считать прямобортным, т.е.

$$\delta V = S \delta T.$$

С учетом этого соотношения выражение (1.97) принимает вид

$$\delta T = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \frac{V}{S} = \left(\frac{\rho}{\rho_1} - 1 \right) \frac{V}{S}. \qquad (1.98)$$

Если учесть, что $V = \delta LBT$, $S = \alpha LB$, то окончательно можно записать

$$\delta T = \frac{\delta}{\alpha} \left(\frac{\rho}{\rho_1} - 1 \right) T. \qquad (1.99)$$

Из формул (1.98) и (1.99) видно, что при переходе из менее плотной в более плотную воду $(\rho_1 > \rho)$ (например, из пресной в морскую) значение $\delta T < 0$

– становится отрицательным, и, наоборот, при переходе из более плотной в менее плотную среду осадка судна увеличивается $\delta T > 0$ при $(\rho_1 > \rho)$.

Значения плотности воды для некоторых морей и океанов следующие:

Балтийское море – ρ	= 1,01 ÷ 1,015	т/м^3;
Баренцово море – ρ	= 1,027 ÷ 1,025	т/м^3;
Средиземное море – ρ	= 1,027 ÷ 1,031	т/м^3;
Океаны – ρ	= 1,025 ÷ 1,027	т/м^3;
Черное море – ρ	= 1,01 ÷ 1,016	т/м^3;

Для обычных судов $\dfrac{\delta}{\alpha} \approx 0{,}85$.

Поэтому $\delta T/T = 0{,}85(1{,}025 - 10)\cdot 100 = 2{,}5\%$, т.е. максимальное изменение осадки будет составлять ≈ 2,5 %.

На первый взгляд незначительное изменение осадки необходимо учитывать при расчетах запаса плавучести, т.к. соответствующее изменение объемного водоизмещения судна даже для средних сухогрузов и танкеров $(100 \div 200)$тонн будет составлять тысячи тонн и будет оказывать влияние на величину надводного борта F $(F = H - T)$.

На основании вышеизложенного материала можно записать

$$\frac{\delta x_c}{\delta T} = \frac{S}{V}\left(x_f - x_c\right);$$

$$\frac{\delta z_c}{\delta T} = \frac{S}{V}\left(T - z_c\right).$$

Подставляя в эти формулы из (1.98) значение отношения

$$\frac{S}{V} = \frac{1}{\delta T}\left(\frac{\rho}{\rho_1} - 1\right), \tag{1.100}$$

получим

$$\delta x_c = \left(\frac{\rho}{\rho_1} - 1\right)\left(x_f - x_c\right), \tag{1.101}$$

$$\delta z_c = \left(\frac{\rho}{\rho_1} - 1\right)\left(T - z_c\right). \tag{1.102}$$

Т.е. при изменении плотности воды судно получает дифферент и у него изменяется положение ЦВ по высоте. При переходе, например, из пресной в морскую воду значение δx_c и δz_c становятся отрицательными. При этом за счет смещения координат ЦВ судно получит дифферент на нос при $x_f > x_c$, либо на корму при $x_f < x_c$. Эти особенности необходимо учитывать в расчетах осадки судна при различных режимах эксплуатации.

1.25 Моменты инерции площади ватерлинии

Вычисление моментов инерции площади ВЛ необходимо для определения остойчивости корабля относительно тех или иных взаимно перпендикулярных осей, лежащих в плоскости действующей ватерлинии и проходящих через центр тяжести её площади.

Сумма произведений элементарных площадок на квадрат расстояния от их центра до данной оси называется моментом инерции площади относительно этой оси. Если ось проходит через ЦТ площади, то она называется центральной, а момент инерции площади относительно этой оси называется собственным моментом инерции.

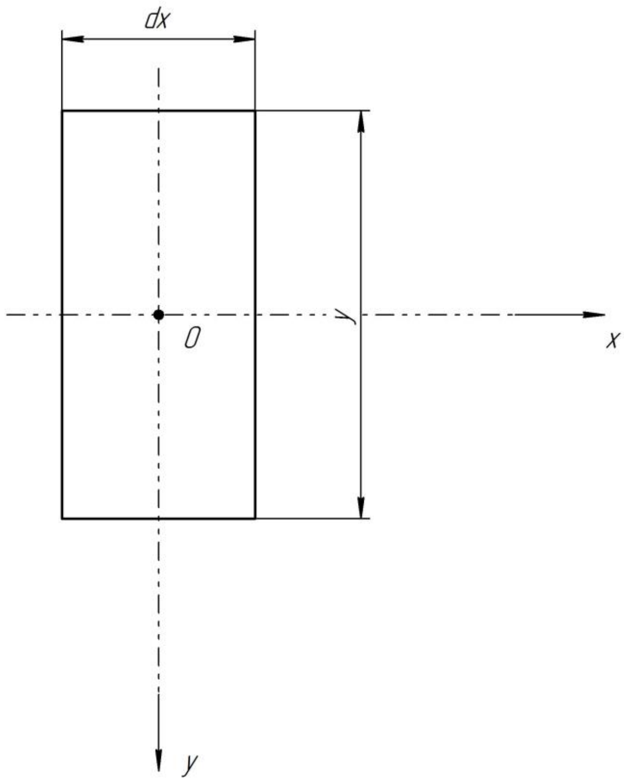

Рис. 1.37. Схема элементарной площадки для определения момента dJ_x

Собственный момент инерции называется так же момент инерции площади относительно центральной оси.

Момент инерции площади прямоугольника со сторонами *y* и *dx* относительно центральной оси, параллельной стороне *dx*, равен

$$dJ_x = \frac{dxy^3}{12}.$$

Момент инерции относительно оси, параллельной центральной, равен её собственному моменту инерции плюс переносимый момент инерции, который равен произведению площади на квадрат расстояния между осями.

Учитывая эти исходные данные рассмотрим схему на рисунке 1.38.

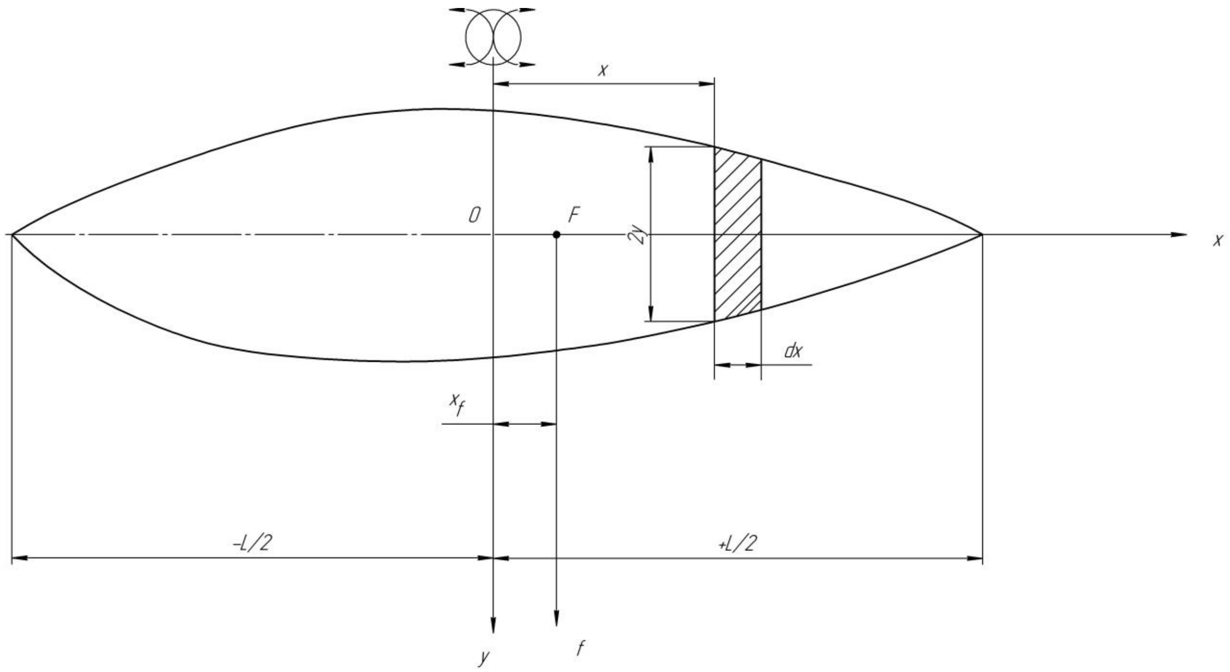

Рис. 1.38. Схема площади ватерлинии для расчета моментов инерции J_x и J_y

Элементарный собственный момент инерции dJ_x площади $dx \cdot 2y$ относительно оси X будет равен

$$dJ_x = dx\frac{(2y)^3}{12} = \frac{2}{3}dxy^3.$$

Интегрируя это выражение от $-L/2$ до $+L/2$ получаем момент инерции площади ВЛ относительно центральной оси OX

$$J_x = \frac{2}{3}\int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx. \qquad (1.103)$$

Ось OY, расположенная в пересечении МШ с ВЛ является главной , но не центральной.

Момент инерции dJ_y о.м. элемента площади dS и dJ_y относительно оси OY будет равен

$$dJ_y = 2ydx \cdot x^2. \qquad (1.104)$$

Если проинтегрировать (1.104) в пределах от $-L/2$ до $+L/2$, найдем момент инерции J_y площади ВЛ относительно её середины.

$$J_y = 2\int_{-L/2}^{+L/2} yx^2 dx. \qquad (1.105)$$

Чтобы перейти от момента инерции J_y к моменту инерции J_f , относительно главной центральной оси ff, параллельной оси OY и расположенной от неё на расстоянии x_f, необходимо воспользоваться соотношениями между моментами инерции относительно параллельных осей, из которых одна центральная. Согласно этому соотношению момент инерции площади ватерлинии относительно оси OY будет равен собственному моменту инерции площади относительно оси ff сложенному с переносным моментом инерции площади ВЛ, равным $x_f^2 S$. Т.е.

$$J_y = J_{fy} + x_f^2 S. \qquad (1.106)$$

Из (1.106) следует, что второй главный центральный момент инерции площади ватерлинии S относительно оси ff

$$J_{f,y} = J_y - x_f^2 S, \qquad (1.107)$$

где S – площадь действующей ватерлинии; x_f – абсцисса ЦТ площади ВЛ.

Наряду с главными центральными моментами инерции J_x и J_f, характеристиками ватерлинии являются также её площадь S и абсцисса ЦТ последней x_f.

Моменты инерции по заданному теоретическому чертежу вычисляются по ПТ.

Для вычисления главного момента инерции J_x по правилу трапеции формулу (1.103) представим в следующем виде:

$$J_x = \frac{2}{3}\Delta L\left[\frac{y_m^3}{2} + \ldots + y_1^3 + y_0^3 + y_1'^3 + \ldots + \frac{y_m'^3}{2}\right], \qquad (1.108)$$

где ΔL – расстояние между шпангоутами; y – ординаты ватерлинии; m – число равноотстоящих ординат в нос и в корму от МШ $\Rightarrow J_x = \frac{2}{3}\Delta L \sum y^3$.

Формулу для расчета главного момента инерции J_y площади ватерлинии по правилу трапеции представим в таком виде

$$J_y = 2\Delta L\left[\frac{x_m^2 y_m}{2} + \ldots + x_1^2 y_1 + x_1'^2 y_1^2 + \ldots + \frac{x_m'^2 y_m'}{2}\right]. \qquad (1.109)$$

Квадраты расстояний шпангоутов от ПМШ x_i^2 представим в долях промежутка ΔL, а именно

$$x_i^2 = i^2 \left(\Delta L\right)^2, \qquad (1.109,\ \text{а})$$

где i – номер шпангоута, если считать от миделя в нос и в корму ($i = 0 + 5(10)$ – в нос; $i = 0 - 5(-10)$ – в корму).

С учетом изложенного формулу (1.109) представим в виде

$$J_y = 2\Delta L^3\left[\frac{m^2}{2}\left(y_m + y_m'\right) + \ldots + 2^2\left(y_2 + y_2'\right) + 1^2\left(y_2 + y_2'\right)\right] \qquad (1.110)$$

$\Rightarrow\ J_y = 2\Delta L^3 \sum i^2 y$.

Вычисление моментов J_x и J_y по (1.108) и (1.110), а также площади ВЛ S и абсциссы её ЦТ x_f следует производить по схеме таблицы 3.1. Если определить в этой таблице значения сумм $\sum y, \sum y^3, \sum i^2 y$.

Таблица 3.1

№ шпангоута i	Ордината ватерлинии		Куб ординаты		Произведение	
	нос	корма	нос	корма	$i^2\left(y_{í} + y_{ê}\right)$	$i^2\left(y_{í} - y_{ê}\right)$
1	y_1	y_1'	y_1^3	$y_1'^3$	$y_1 + y_1'$	$y_1 - y_1'$
2	y_2	y_2'	y_2^3	$y_2'^3$	$4\left(y_2 + y_2'\right)$	$2\left(y_2 - y_2'\right)$
3	y_3	y_3'	y_3^3	$y_3'^3$	$9\left(y_3 + y_3'\right)$	$3\left(y_3 - y_3'\right)$
...	…	...	…	…	...	…
m	y_m	y_m'	y_m^3	$y_m'^3$	$m^2\left(y_m + y_m'\right)$	$m\left(y_m - y_m'\right)$
$\sum'$	$\sum y_{í} + y_0 + \sum y_{ê}$		$\sum y^3{}_{í} + y^3{}_0 + \sum y^3{}_{ê}$		$\sum i^2\left(y_{í} + y_{ê}\right)$	$\sum i^2\left(y_{í} - y_{ê}\right)$
$\Delta\sum$	$0{,}5\left(y_m + y_m'\right)$		$0{,}5\left(y^3{}_m + y_m'^3\right)$		$0{,}5m^2\left(y_m + y_m'\right)$	$0{,}5m^2\left(y_m - y_m'\right)$
$\sum$	$\sum y = \sum' - \Delta\sum$		$\sum y^3 = \sum' - \Delta\sum$		$\sum i^2 y = \sum' - \Delta\sum$	$\sum iy = \sum' - \Delta\sum$
	S		J_x		J_y	M_y

По ним с помощью правила трапеции можно вычислить искомые элементы ватерлинии:

$$
\left.
\begin{aligned}
&J_x = \frac{2}{3}\int_{-y}^{+y} y^3 dx \Rightarrow J_x = \frac{2}{3}\Delta L \sum y^3 \\
&J_y = 2\int_{-f}^{+f} yx^2 dx \Rightarrow J_y = 2\Delta L^3 \sum i^2 y \\
&S = 2\int_{-}^{+} y dx \Rightarrow S = 2\Delta L \sum y \\
&x_f = \frac{M_y}{S} \Rightarrow x_f = \Delta L \frac{\sum iy}{\sum y} \\
&M_y = 2\Delta L^2 \sum iy \Rightarrow J_f = J_y - x_f^2 S
\end{aligned}
\right\} \Rightarrow My = 2\int_{-L/2}^{+L/2} yx dx = 2\Delta L^2 \sum iy = 2\Delta L^2 \sum i(y_{\text{í}} - y_{\text{ê}}) \qquad (1.111)
$$

По таблице 3.1 вычисляют элементы ВЛ для одной посадки корабля. Если их требуется посчитать для нескольких параллельных ВЛ, то количество таблиц принимают равным числу углублений.

1.26 Кривые элементы теоретического чертежа (КЭТЧ)

Кривыми элементов ТЧ называются графические изображения элементов площадей ватерлиний и погруженного объема в зависимости от осадки при отсутствии крена и дифферента. Они также называются гидростатическими кривыми.

В состав КЭТЧ входят:

$V(z)$ – кривая объемного водоизмещения;

$x_c(z)$ – кривая абсцисс ЦВ судна;

$z_c(z)$ – кривая аппликат ЦВ судна;

$S(z)$ – строевая по ВЛ;

$x_f(z)$ – кривая абсцисс ЦТ площадей ВЛ;

$J_x(z)$ – кривая моментов инерции площадей ВЛ относительно оси OX;

$J_{fy}(z)$ – кривая моментов инерции площадей ВЛ относительно оси ff.

$z_m(z)$ – кривая аппликат поперечного метацентра.

Кроме указанных на графике КЭТЧ строят дополнительно кривые:

$r(z)$ – кривая поперечного метацентрического радиуса;

$R(z)$ – кривая продольного метацентрического радиуса.

Часто в состав КЭТЧ включаются также зависимости $\alpha(z), \beta(z), \delta(z)$.

Построение кривых ТЧ начинается с вычерчивания сетки на листе миллиметровой бумаги формата А3. Масштаб по осадке должен быть стандартным (1 см, -0,5, 1,2 и т.д.). Расчетные ВЛ необходимо провести пунктиром и затем пронумеровать. Масштаб кривой $V(z)$ выбрать таким образом, чтобы изображение было по возможности крупным.

Масштабы других кривых выбрать так, чтобы они расположились по всему полю диаграммы. Масштабы кривых рекомендуется приводить на самих кривых. Для кривых x_f и x_c масштаб должен быть одинаковым, тоже самое относится и к величинам r, z_c, z_m.

Для вычисления коэффициентов полноты можно использовать следующие формулы:

$$\delta = \frac{V}{LBT}; \alpha = \frac{S_{\text{КВЛ}}}{LB}; \beta = \frac{\Omega_{\text{м}}}{BT}.$$

Характер изменения КЭТЧ виден на рисунке 1.39.

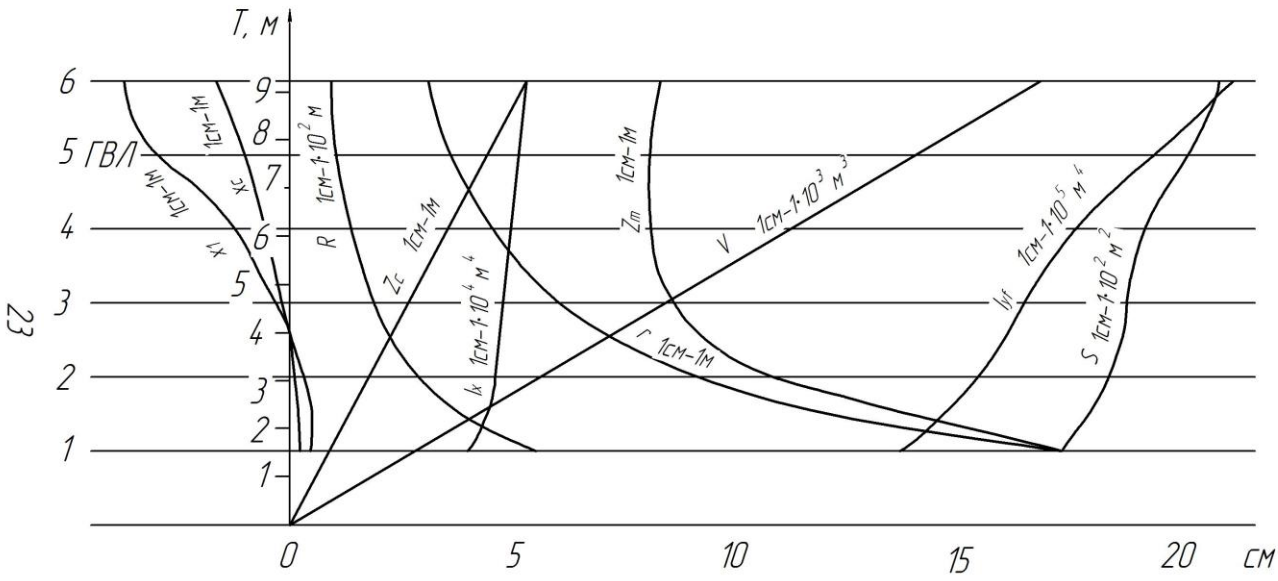

Рис. 1.39. Кривые теоретического чертежа

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примеры задач по разделу статика корабля

1. Вычислите площадь ватерлинии морского буксира длинной L=34м, если ординаты ватерлинии на один борт (в метрах) равны: 0; 0,85; 1,60; 2,30; 2,90; 3,36; 3,75; 3,80; 3,80; 3,80; 3,80; 3,80; 3,80; 3,80; 3,65; 3,40; 3,00; 2,50; 1,80; 0,85; 0.

2. Вычислите площадь шпангоута при следующих ординатах на один борт: 0,14; 3,18; 4,26; 4,58; 4,72; 4,74 м. Осадка судна Т=4м.

3. 3. Вычислите площадь шпангоута судна, имеющего осадку Т=5м при ординатах, снятых с теоретического чертежа, начиная с нулевой ватерлинии (в метрах):- 0,35; 0,54; 1,60; 2,20; 2,66.

4. Вычертите вервь шпангоута по следующим ординатам на один борт: 0; 2,60; 2,85; 2,87; 2,90; 2,90 м при $\Delta Т = 0{,}7$м. Вычислите площадь этого шпангоута.

5. Вычертите ветвь шпангоута по пяти ватерлиниям и $\Delta Т = 2{,}5$м при следующих значениях ординат: 3,65 (2-я ВЛ); 5,20 (3-я ВЛ); 6,25 (4-я ВЛ); и 6,95 (5-я ВЛ). Кривая примыкает к ДП между первой и второй ватерлиниями. Вычислите площадь шпангоута.

6. Длина судна L=120м. Вычислите абсциссы чебышевских шпангоутов при n=7.

7. Длина основнания площади L=60м. Абсциссы одной из пар чебышевских ординат x=±18,03 м. Сколько чебышевских ординат в данном случае используется для вычисления величины площади? Абсциссы каких ординат известны?

8. Длина судна L=140м. Определите расстояние между 3 и 4-й ординатами, если число чебышевских ординат n=9.

9. Длина основания площади L=45м. Чебышевские ординаты равны: 1,8; 2,7; 4,6; 4,2; 3,6; 2,5; 2,3; 1,4 м. Вычислите величину площади.

10. Вычертите в масштабе ватерлинию при главных ее размерениях L=62 м; B=8,2 м; расставьте девять чебышевских ординат и вычислите величину площади ватерлинии.

11. Ординаты основной кривой (шпангоута): 0,44; 1,70; 2,96; 3,74; 4,16; 4,40 м. Площади, ограниченные этой кривой и соответствующими ординатами (ватерлиниями), равны: 4,28; 13,6; 27,0; 42,8; 59,9 $м^2$. Вычертите основную и интегральную кривые, если $\Delta Т = 2$м.

12. Известны ординаты шпангоута китобойного судна, измеренные по ватерлиниям (начиная с нулевой): 0,54; 2,38; 3,58; 4,14; 4,42; 4,56 м. Вычислите в табличной форме площади шпангоута по каждую ватерлинию, если $\Delta Т = 0{,}8$м.

13. Вычислите объем подводной части буксирного катера, если площади шпангоутов равны: 0; 0,113; 0,467; 1,04; 1,58; 2,06; 2,40; 2,69; 2,80; 2,90; 2,96; 2,95; 2,94; 2,88; 2,74; 2,48; 2,03; 1,56; 1,03; 0,368; 0 $м^2$. Расстояние между шпангоутами $\Delta L = 0{,}8$м.

14. Какова емкость цистерны, если площади ее сечений по шпангоутам равны: 2,40; 2,90; 3,40; 4,00; 4,70 $м^2$. Расстояние между шпангоутами $\Delta l = 0,7м$.

15. Вычислите объем подводной части судна при осадке по каждую теоретическую ватерлинию, если площади ватерлиний (начиная с нулевой) равны: 34,0; 314,0 522,0 636,0; 735,0; 826,0 $м^2$. Осадка судна T=6 м.

16. Вычислите площадь ватерлинии судна, если ее элементы L=25,4м; B=7,12м; α=0,620.

17. Вычислите коэффициент полноты ватерлинии, если L=41,1м; B=8,2м; S=265 $м^2$.

18. Какова длина судна по ватерлинии, если ширина судна по этой ватерлинии B=8,2м; площадь S=224 $м^2$; α=0,790?

19. Вычислить площадь подводной части мидель-шпангоута при B=16,0 м; T=4 м; β=0,820.

20. Вычислить объём подводной части судна с главными размещениями L=150м; B=21м T=10,2м, σ=0,752.

21. Туристическое судно для Дуная имеет главные размещения: L=83,2 м, B=9м; T=1,6 м; Водоизмещение судна V=885м3. Вычислить коэффициент полноты водоизмещения.

22. Определить L,B и T рыбоконсервного плавучего завода при B/T=2,85; L/B=7,5; α=0,786; S=2360 $м^2$.

23. Постройте кривую коэффициента полноты мидель-шпангоута, если для осадок по соответствующие ватерлинии дано $\beta_I = 0,772$; $\beta_{II} = 0,843$; $\beta_{III} = 0,904$; $\beta_{IV} = 0,928$; $\beta_V = 0,941$; T=4,1м.

24. Площадь ватерлинии S=32 м2, статический момент ее Mу= - 4,9 м3, Вычислите абсциссу центра тяжести площади ватерлинии.

25. Кривая, длина основания которой L==16 м, задана равноотстоящими ординатами: 0,90; 1,80; 2,70; 3,60; 3,60; 2,50; 1,90; 0 м. Вычислите величину площади, статические моменты площади относительно ее основания (оси x) левой ординаты (оси y), а также координаты центра тяжести площади.

26. Ординаты ватерлинии, снятые с теоретического чертежа, равны 0; 0,30; 0,62; 0,91; 1,27; 1,53; 1,72; 1,79; 1,81; 1,82; 1,83; 1,83; 1,83; 1,82; 1,81; 1,75; 1,65; 1,53; 1,32; 0,92; 0 м. Длина судна по ватерлинии L=16 м. Вычислите площадь, статический момент ватерлинии относительно миделя и абсциссу ее центра тяжести.

27. Площади ватерлинии судна, начиная от нулевой, равны: 53,6; 148,0; 192,0; 224,0; 265,0 м2. Статические моменты площадей ватерлиний относительно миделя соответственно равны: 60; 115; 127; 116; 200 м3. Известно, что ΔT=1 м. Вычислите объем подводной части и координаты центра величины при осадках по все теоретические ватерлинии.

28. Известны площади шпангоутов судна в подводной его части: 0; 0,87; 3,4; 6,85; 10,8; 14,0; 16,4; 18,0; 19,1; 19,6; 19,8; 19,8; 19,4; 18,6; 16,9; 14,3; 11,0; 7,8; 4,4; 1,9; 0,43 м2. Длина судна L=30 м. Вычислите объем подводной части судна и абсциссу центра величины.

29. Постройте кривые координат центра величины, если абсциссы его при осадке по ватерлинии (начиная с первой): 0,06; 0,04; 0,14; 0,12; 0,1 м, а аппликаты: 0,45; 1,0; 1,50; 1,97; 2,45 м. Осадка судна Т=4 м. Определите xc и zc при Т=3 м.

30. Постройте кривую абсцисс центров тяжести площадей ватерлиний судна при его осадке Т=4 м. Абсциссы xf ватерлиний (начиная с первой) равны: 0,07; 0; -0,14; - 0,30; -0,48 м. Кривую постройте на том графике и в том же масштабе, что и для Xc в предыдущей задаче. Проследите связь между этими кривыми.

Примерные тематики рефератов

1. Форма судового корпуса.
2. Элементы теоретического чертежа.
3. Плавучесть судна.
4. Изменение посадки и остойчивости при проведении грузовых операций.
5. Влияние на остойчивость перемещающихся грузов.
6. Остойчивость на больших углах крена.
7. Динамическая остойчивость.
8. Нормирование остойчивости судна.
9. Непотопляемость.

Литература

1. Статика корабля: учебное пособие / Р.В. Борисов, В.В. Луговский, Б.В. Мирохин, В.В. Рожденственский. – 2-е изд., перераб. и доп. СПб: Судостроение, 2005. – 256 с.

2. Расчеты по статике корабля: методические пособия / Р.В. Борисов, И.В. Качанов, Н.Н. Юрков. Мн.: БНТУ, 2007. – 87 с.

3. Ходкость судна: методическое пособие / В.Б. Жинкин, И.В. Качанов. Мн.: БНТУ, 2010. – 56 с.