

## КИНЕМАТИКА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ВХОДНЫМ ПОРШНЕМ

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

В механизмах гидронасосов ротационного типа с вращающимися лопастями, а также в различных гидро- и пневмоприводах используются механизмы с входным поршнем на шатуне, скользящим в качающемся или вращающемся цилиндре. Рассмотрим задачу определения кинематических характеристик такого механизма (рис. 1).

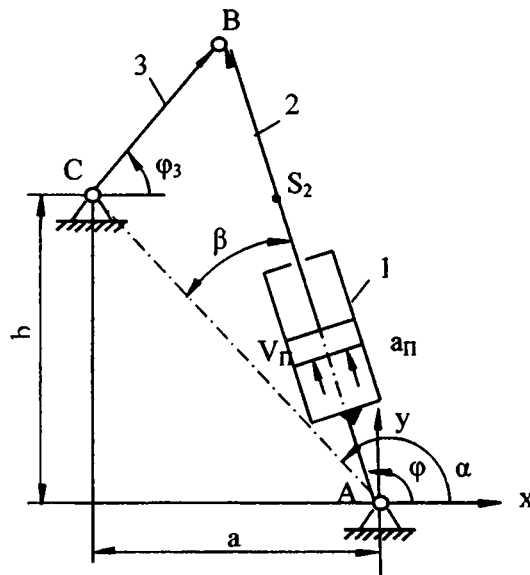


Рис. 1. Кинематические характеристики

В этом механизме заданным является относительное движение поршня 2 по отношению к цилиндру 1 (скорость  $V_{\text{п}}$  и ускорение  $a_{\text{п}}$ ), а в качестве обобщенной координаты можно принять переменное расстояние  $l_{\text{AB}} = S$ .

Векторное уравнение замкнутости контура ACBA имеет вид

$$\vec{l}_{\text{AC}} + \vec{l}_{\text{CB}} - \vec{l}_{\text{AB}} = 0$$

Проецируем это уравнение на оси координат:

$$x_C + l_3 \cos \varphi_3 - S \cos \varphi_1 = 0, \quad (1)$$

$$y_C + l_3 \sin \varphi_3 - S \sin \varphi_1 = 0, \quad (2)$$

где  $x_C = -a$ ,  $y_C = b$ . Угол  $\varphi_1$  находим следующим образом:

$$\varphi_1 = \alpha \pm \beta,$$

где знак «плюс» следует брать, если обход контура ACBA происходит против часовой стрелки, а знак «минус», если обход этого контура происходит по часовой стрелке. Тем самым учитываем два возможных варианта сборки механизма.

Угол  $\alpha$  наклона вектора  $\bar{l}_{AC}$  находится из соотношений

$$\cos \alpha = \frac{x_C}{l_{AC}}, \quad \sin \alpha = \frac{y_C}{l_{AC}}, \quad l_{AC} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}.$$

Угол  $\beta$  в треугольнике ACB по теореме косинусов равен:

$$\beta = \arccos \frac{l_{AC}^2 + S^2 - l_3^2}{2l_{AC} S}.$$

После подстановки углов  $\alpha, \beta, \varphi_1$  в уравнения (1) и (2), последние решаются относительно  $\cos \varphi_3$  и  $\sin \varphi_3$ , по которым получают угол  $\varphi_3$ .

Для определения аналогов скоростей  $\varphi_1' = \frac{d\varphi_1}{dS}$  и  $\varphi_3' = \frac{d\varphi_3}{dS}$  дифференцируем выражение (1) по обобщенной координате S:

$$-l_3 \varphi_3' \sin \varphi_3 - \cos \varphi_1 + S \varphi_1' \sin \varphi_1 = 0. \quad (3)$$

Из всех углов в выражении (3) вычитаем угол  $\varphi_3$ , что равносильно повороту осей координат на этот угол. В результате получим аналог угловой скорости звена 1

$$\varphi_1' = \frac{1}{S \operatorname{tg}(\varphi_1 - \varphi_3)}.$$

Аналогично, вычитая угол  $\varphi_1$ , получим аналог угловой скорости звена 3

$$\varphi_3' = \frac{1}{l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}.$$

Для определения аналогов ускорений  $\varphi_1'' = \frac{d^2\varphi_1}{dS^2}$  и  $\varphi_3'' = \frac{d^2\varphi_3}{dS^2}$  дифференцируем выражение (3) по S:

$$-l_3 \varphi_3'' \sin \varphi_3 - l_3 (\varphi_3')^2 \cos \varphi_3 + \varphi_1' \sin \varphi_1 + \varphi_1' \sin \varphi_1 + S \varphi_1'' \sin \varphi_1 + S (\varphi_1')^2 \cos \varphi_1 = 0. \quad (4)$$

Используя тот же прием вычитания углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_1$ , из выражения (4) находим аналоги угловых ускорений звеньев 1 и 3:

$$\varphi_1'' = \frac{l_3 (\varphi_3')^2 - 2\varphi_1' \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - S (\varphi_1')^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3)}{S \sin(\varphi_1 - \varphi_3)},$$

$$\varphi_3'' = \frac{S (\varphi_1')^2 - l_3 (\varphi_3')^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_1)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}.$$

Для точки  $S_2$  (центра масс звена 2)  $\bar{l}_{AS_2} = \bar{l}_{AB} - \bar{l}_{S_2B}$ .

Тогда

$$x_{S_2} = (S - l_{BS_2}) \cos \varphi_1,$$

$$\begin{aligned}
y_{S_2} &= (S - l_{BS_2}) \sin \varphi_1, \\
x'_{S_2} &= \cos \varphi_1 - (S - l_{BS_2}) \varphi'_1 \sin \varphi_1, \\
y'_{S_2} &= \sin \varphi_1 + (S - l_{BS_2}) \varphi'_1 \cos \varphi_1, \\
x''_{S_2} &= -2\varphi'_1 \sin \varphi_1 - (S - l_{BS_2}) \left[ \varphi''_1 \sin \varphi_1 + (\varphi'_1)^2 \cos \varphi_1 \right], \\
y''_{S_2} &= 2\varphi'_1 \cos \varphi_1 + (S - l_{BS_2}) \left[ \varphi''_1 \cos \varphi_1 - (\varphi'_1)^2 \sin \varphi_1 \right].
\end{aligned}$$

По известным  $V_n$  и  $a_n$  можно найти все остальные скорости и ускорения:

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= \varphi'_1 V_n, & \omega_3 &= \varphi'_3 V_n, \\
V_{S_2}^x &= x'_{S_2} V_n, & V_{S_2}^y &= y'_{S_2} V_n, \\
\varepsilon_1 &= \varphi''_1 V_n^2 + \varphi'_1 a_n, & \varepsilon_3 &= \varphi''_3 V_n^2 + \varphi'_3 a_n, \\
a_{S_2}^x &= x''_{S_2} V_n^2 + x'_{S_2} a_n, & a_{S_2}^y &= y''_{S_2} V_n^2 + y'_{S_2} a_n.
\end{aligned}$$

Чтобы решить рассмотренную задачу графоаналитическим методом планов скоростей и ускорений, следует воспользоваться кинематически эквивалентной схемой механизма (рис. 2 а). Движение звена 2 является сложным, которое складывается из переносного (вращательного) движения вместе со звеном 1 и относительного (поступательного) движения по отношению к этому звену. На основании этого

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_A + \bar{V}_{A_2A}, \quad (5)$$

где  $\bar{V}_{A_2}$  - скорость точки  $A_2$ , принадлежащей звену 2 и в данный момент совпадающей с точкой А. В выражении (5)  $\bar{V}_A = 0$ ,  $\bar{V}_{A_2A} = \bar{V}_n$  - заданная относительная скорость.

Для точки В

$$\bar{V}_B = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{BA_2}, \quad (6)$$

$$\bar{V}_B = \bar{V}_C + \bar{V}_{BC}, \quad (7)$$

где  $\bar{V}_C = 0$ .

На основании уравнений (5) – (7) строится план скоростей (рис. 2 б).

Ускорение точки  $A_2$  находим согласно теореме Кориолиса:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_A + \bar{a}_{A_2A}^r + \bar{a}_{A_2A}^k, \quad (8)$$

где  $\bar{a}_A = 0$ ,  $\bar{a}_{A_2A}^r = \bar{a}_n$  - заданное относительное ускорение,  $\bar{a}_{A_2A}^k$  - кориолисово ускорение, причем

$$a_{A_2A}^k = 2\omega_2 V_{A_2A}.$$

Для точки В

$$\bar{a}_B = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{BA_2}^n + \bar{a}_{BA_2}^t, \quad (9)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^t, \quad (10)$$

где  $\bar{a}_C = 0$ ,  $a_{BA_2}^n = \omega_2^2 l_{AB}$ ,  $a_{BC}^n = \omega_3^2 l_{BC}$ .

Уравнения (8) – (10) решаются графически путем построения плана ускорений (рис. 2, в).

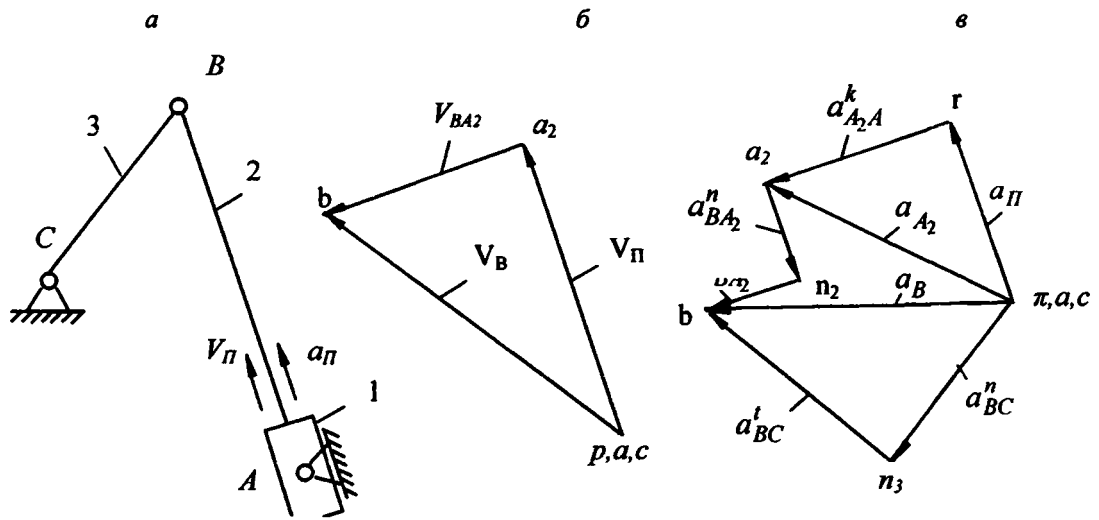


Рис. 2

### ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 640 с.

УДК 621.01:531.3:681.3+621.876

Гарах В.А., Астахов Э.И.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ И АНАЛИЗ НАГРУЖЕННОСТИ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА НОЖНИЧНОГО ПОДЪЕМНИКА

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

Схема шарнирно-рычажного механизма ножничного подъемника для подъема и опускания крупногабаритных грузов показана на рис. 1 в работе [1] данного сборника. В связи с отсутствием в существующей технической литературе методик расчета шарнирно-рычажных механизмов привода ножничных подъемников в работах [2] и [3] авторами разработана методика динамического анализа движения грузовой площадки на подъеме.

В работе [1] показаны особенности структуры и кинематики такого шарнирно-рычажного механизма ножничного подъемника. Задачей данной работы является разработка методики динамического силового расчета этого механизма и анализ нагруженности его звеньев и шарниров на стадии разгона при подъеме.

Схема внешних сил рассматриваемого механизма показана на рис. 1.

Основными внешними статическими нагрузками являются сила полезного сопротивления  $Q$  поднимаемого груза и силы веса  $G_i$ , приложенные в центрах масс  $S_i$  рычагов, массой  $m_i$ :  $G_i = m_i \cdot g$ , где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ . В точке  $B_1$ , движущейся поступательно, приложена движущая уравновешивающая сила  $F_d$ .