

температуры материала в окрестности излома и последующее его охлаждение. Интенсивный нагрев происходил в областях расположения дефектов (надрезов) на образцах, а другие участки этих образцов имеют значительно более низкие температуры. В моменты разрушения и обнажения поверхностей разрушения температура на таких поверхностях скачкообразно возрастает.

Термофильмы процесса деформирования образцов позволяют проследить кинетику деформирования образца в целом и его отдельных участков, выявить очаги зарождения разрушения, динамику развития разрушения.

При дальнейших экспериментальных исследованиях деформируемых образцов необходимо для увеличения информативности измерений повысить коэффициент излучения поверхности образца, например, ее зачернением, теплоизолировать поверхность образца, а измерение температур в наиболее нагретых зонах параллельно с ИК-термографированием проводить с помощью пленочных и др. термопар.

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Белл Ф. Дж. В 2-х частях. Часть I. Малые деформации: Пер. с англ./ Под ред. А.П.Филина.- М.: Наука, 1984.-600с.
2. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Белл Ф. Дж. В 2-х частях. Часть II. Конечные деформации: Пер. с англ./ Под ред. А.П.Филина.- М.: Наука, 1984.-432с.
3. Пластичность и разрушение твердых тел. Надаи А. Том.2.-М.:Мир,1969.-863с.
4. Теория сопротивления материалов. Дружинин С.И.-Л.:Кубуч, 1930.-478с.
5. Госсорг Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение: Пер.с франц.-М.Мир, 1988.-416с.
6. Экспериментальная механика: В 2-х книгах.: Кн.2. Пер. с англ./ Под ред. А.Кобаяси.-М.:Мир,1990.-552с.
7. Maugin. G.A. The thermomechanics of plasticity and fracture.-Cambridge: Cambridge University press.-1992.-350p.
8. Лукин Е.С. Исследование предельного состояния конструкционных сталей по термопластическому эффекту. Автореферат дисс. на соискание уч. степени канд.техн.наук.-Якутск:ИФТПС РАН,2005г.-23с.
9. Максимкин О.П., Гусев М.Н., Тиванова О.В. и др. Стадийность пластической деформации и разрушения облученных нейтронами металлических материалов// *Материаловедение*.-2002.-№3.-С.23-30.
10. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. Пер.с англ. Под ред.М.Э.Эглит.-М.:Мир,1974.-319с.
11. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Изд.2-е.-М.-Л.: Машгиз,1962.-456с.
12. Мойсейчик Е.А., Балыкин М.К. Энергетическая характеристика разрушения металлических конструкционных материалов// *Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: теория и практика*.-Мн.: Технопринт,2002.-112-117с.
13. Мойсейчик Е.А., Филатов С.А. и др. Термомеханические эффекты при деформировании конструкционных материалов. Отчет по НИР. № гос.рег. 2001315.-Мн.:БНТУ, 2002.-162с.

УДК 621.94.084

Ширвель П.И.

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ЭРИ В ПРОЧНОСТНОМ РАСЧЕТЕ ТВЭЛОВ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Одним из главных факторов, определяющих работоспособность реактора АЭС, являются температурные условия работы его ТВЭЛов. Жёсткость условий работы ТВЭЛов (большие тепловые и радиационные нагрузки, высокое внешнее давление теплоносителя) предполагает повышенные требования к ним. В связи с этим возрастает роль теплофизических методов расчета тепловыделяющих элементов реактора.

Как известно, одной из причин появления напряжений в сплошном теле является именно неравномерный нагрев. ТВЭЛы активной зоны реактора работают при высоких температурах. Поэтому расчетно-теоретическое обоснование напряженно-деформированного состояния (НДС) ТВЭЛов и включает, в первую очередь, определение температурных полей и возникающих термонапряжений. При этом предполагаем, что теплофизические и механические характеристики материала остаются неизменными (или меняются в соответствии с полем температуры). Это относится и к прочностным свойствам материала.

Рассмотрим длинный стержневой ТВЭЛ с технологическим газовым зазором между топливом и оболочкой. В качестве топлива берется керметная композиция ($80\%UO_2+20\%Cr$). Распределение температуры в сердечнике и оболочке считается осесимметричным, плотность делений – равномерной по сечению ТВЭЛа. Предполагается, что реактор вышел на полную мощность и начальное распределение температуры в сердечнике к моменту выхода реактора на заданную мощность известно. Исследуем цилиндрическую модель топливного стержневого керметного сердечника ТВЭЛа ядерного реактора, изготовленного из диоксида урана в матрице из хрома.

Закон Гука при тепловых расширениях рассматриваемого тела имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right) + \alpha T; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \left(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \right) + \alpha T; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \right) + \alpha T; \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}; \\ \gamma_{xz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xz}; \\ \gamma_{yz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Отметим, что ТВЭЛы, как правило, представляют собой длинные стержни с произвольным поперечным сечением. Это позволяет принять методы плоской задачи термоупругости для анализа термонапряженного состояния. Все поперечные сечения длинного ТВЭЛа эквивалентны за исключением тех, которые расположены вблизи концов. Такая идентичность сечений вытекает из принципа Сен-Венана: напряженное состояние в удаленных от мест приложения внешних нагрузок точках мало зависит от способа приложения этих нагрузок. Это удаление составляет 3-4 характерных размера рассматриваемой системы [1]. Например, для длинного стержневого ТВЭЛа поперечные сечения эквивалентны уже на расстояниях 3-4 диаметра от края стержня. Напряжения от локальных нагрузок убывают с расстоянием по закону геометрической прогрессии. Если поперечное сечение стержневого ТВЭЛа существенно меньше его длины, то данная система находится в состоянии плоской деформации. Это означает, что все сечения деформируются одинаково и только в своей плоскости, то есть все сечения находятся в одних и тех же условиях. Далее рассматривается состояние плоской деформации, поскольку длина стержневых ТВЭЛов явно превышает характерный размер поперечного сечения.

Рассмотрим упругое, изотропное неравномерно нагретое тело (сплошной однородный длинный цилиндр). Температурное поле предполагается известным и независимым от напряженного состояния. Влияние изменений объема, вызванных напряжениями, на тепловое поле крайне незначительно и в задаче не учитывается. Таким образом, в длинном цилиндрическом теле (с осью z), имеет место плоская деформация, при условии, что составляющая смещения вдоль продольной оси $w = 0$, а распределение внешней тепловой нагрузки не зависит от координаты z , т.е. $T = T(x, y)$. Считается, что все поперечные сечения находятся в одних и тех же условиях. Принимаем, что торцы тела не свободны (концевые сечения ТВЭЛа закреплены). Тогда из (1) следует:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0; \\ \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \\ \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) - E\alpha T. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

С учетом (2) закон Гука при тепловых нагрузках для плоской задачи примет вид выражений (3):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left(\sigma_x (1 - \nu^2) - \sigma_y \nu (1 + \nu) + \nu E \alpha T \right) + \alpha T; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \left(\sigma_y (1 - \nu^2) - \sigma_x \nu (1 + \nu) + \nu E \alpha T \right) + \alpha T; \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Компоненты деформации ε_x , ε_y и γ_{xy} должны удовлетворять условиям сплошности (неразрывности) Сен-Венана:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

Дважды дифференцируя выражения (3), получим:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} (1 - \nu^2) - \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \nu (1 + \nu) + \nu E \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} (1 - \nu^2) - \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} \nu (1 + \nu) + \nu E \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (7)$$

Компонента касательного напряжения τ_{xy} в (7) должна удовлетворять уравнениям равновесия. Уравнения равновесия (дифференциальные уравнения равновесия) для плоской задачи в общем виде имеют вид (8):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau_{xy}}{\partial y} + X - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} + Y - \rho \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где X, Y – составляющие объемной силы; ρ – плотность тела; u, ϑ – проекции перемещения частицы тела по координатным осям. В данной статической задаче нет движения, следовательно, инерционные силы будут равны нулю. При отсутствии объемных сил уравнения статики (8) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau_{xy}}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Продифференцируем первое из уравнений (9) по x , второе по y , складывая эти выражения, получим:

$$2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = - \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \right). \quad (10)$$

С помощью (10) выражение (7) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = - \frac{(1+\nu)}{E} \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \right). \quad (11)$$

Подставляя (5), (6), (11) в (4), и упрощая полученное выражение, получаем условие сплошности Сен-Венана для термоупругой задачи в виде (12):

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} + \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (12)$$

Запишем (12) в виде (13):

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{E\alpha}{1-\nu} \Delta T = 0, \quad (13)$$

где Δ - оператор для Лапласа для функции двух переменных $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Дифференциальные уравнения равновесия (9) при отсутствии объемных сил удовлетворяются при подстановке равенств (14):

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad (14)$$

где F — функцию напряжений (функция Эри)[2].

Подставляем (14) в (13) и получаем условия сплошности Сен-Венана записанные через функцию напряжений. Из полученных условий сплошности (12), вытекает, что функция напряжений F удовлетворяет неоднородному бигармоническому уравнению сплошности:

$$\Delta \Delta F + \frac{E\alpha}{1-\nu} \Delta T = 0. \quad (15)$$

Таким образом, термоупругие напряжения можно вычислить путем интегрирования функции напряжения F .

Перейдем к полярным координатам. Оператор Лапласа в полярных координатах имеет вид (16):

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}. \quad (16)$$

А напряжения в полярных координатах через функцию Эри записываются как равенства (17):

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}; \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}; \quad \tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \theta}. \quad (17)$$

Тогда с учетом (16) и (17) выражение (15) в полярных координатах примет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) + \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) T = 0. \quad (18)$$

Далее будем рассматривать осесимметричный случай термонапряженного состояния. Примем, что теплофизические характеристики материала постоянны, также как и плотность энерговыделения по объему. Для рассматриваемого стационарного случая распределение температурных полей известно [3] и определяется по формуле (19):

$$T(r) = T_s + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2), \quad (19)$$

где T_s - температура поверхности цилиндра; q_v - тепловыделение в единице объема цилиндра; λ - коэффициент теплопроводности цилиндра; R - радиус цилиндрического сердечника. Как видно, абсолютное значение и характер распределения поля температуры в топливном сердечнике ТВЭЛа, для рассматриваемого случая, определяются мощностью внутреннего тепловыделения, теплофизическими свойствами материала и условиями теплосъема с поверхности.

Выражение (18) для осесимметричной плоской задачи термоупругости будет иметь вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) F = - \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) T(r). \quad (20)$$

Правая часть (20) с учетом (19) примет вид

$$- \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(T_s + \frac{q_v}{4 \cdot \lambda} (R^2 - r^2) \right) = - \frac{E\alpha}{1-\nu} \left(\frac{-q_v}{\lambda} \right). \quad (21)$$

Операторное перемножение в левой части (20) представим в виде (22):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) = \frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \frac{\partial}{\partial r} \left(- \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \left(- \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right), \quad (22)$$

которое, после преобразования равно

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}\right) = \frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial F}{\partial r}. \quad (23)$$

После подстановки (21) и (23) в (20) получим выражение (24), определяющее термонапряженное состояние модели топливного сердечника:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{E\alpha q_v}{(1-\nu)\lambda}. \quad (24)$$

Теперь для нахождения главных напряжений необходимо подобрать функцию напряжений Эри $F(r)$, удовлетворяющую условию (24). Предполагаем, что функция напряжений может быть задана в общем виде как

$$F = C(R^2 - r^2)^2, \quad (25)$$

где C – некоторая постоянная, не зависящая в общем виде от r , а E, ν принимаем постоянными величинами ($E = \text{const}, \nu = \text{const}$) и считаем, что свойства материала не изменяются. Т.е. результаты будут получены в предположении, что в рассматриваемом интервале температур упругие постоянные и коэффициент линейного расширения постоянны.

Запишем функцию Эри в виде (25) и подставим в (24). После ряда упрощений и преобразований в (24), в конечном итоге получаем:

$$C = \frac{E\alpha q_v}{64(1-\nu)\lambda}. \quad (26)$$

Откуда очевидно, что подобранная функция напряжений $F = C(R^2 - r^2)^2$, удовлетворяющая неоднородному бигармоническому уравнению (15), равна (27):

$$F = \frac{E\alpha q_v}{64\lambda(1-\nu)}(R^2 - r^2)^2. \quad (27)$$

Напряжения для плоской осесимметричной задачи в полярной системе координат через функцию Эри запишутся в виде:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}; \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}; \quad \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r} = 0. \quad (28)$$

По выражениям (26) определение термоупругих напряжений в сердечнике сводится к дифференцированию найденной функции напряжений Эри (25), что не составляет большого труда и приводит к следующему результату

$$\sigma_r = \frac{E\alpha q_v}{16\lambda(\nu-1)}(R^2 - r^2); \quad (29)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\alpha q_v}{16\lambda(\nu-1)}(R^2 - 3r^2). \quad (30)$$

Выражения (29) и (30) определяют радиальные и окружные термоупругие напряжения, возникающие в цилиндрическом топливном сердечнике. Подставляя (29) и (30) в (2), находим осевое напряжение в топливном элементе условиях плоской деформации:

$$\sigma_z = \frac{E\alpha q_v}{4\lambda(1-\nu)}(R^2(1-\frac{\nu}{2})-r^2). \quad (31)$$

Выражения (29), (30) и (31) описывают напряженное состояние в цилиндрическом топливном сердечнике ТВЭЛа. Задавая свойства материала топливного стержня (таблица 1), по (29)-(31) получаем область распределения термонапряжений в сечении топливного элемента (рис.1).

Таблица 1

| Величина | Значение |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| r - радиус топливного сердечника | 0.003м |
| E - модуль упругости топливной композиции | 1.85x10 ⁵ МПа |
| ν - коэффициент Пуассона топлива | 0.29 |
| λ - коэффициент теплопроводности топливной композиции | 18 Вт/(м·К) |
| q _v - тепловыделение в единице объёма топливного сердечника | 2.234x10 ⁹ Вт/м ³ |
| α - коэффициент линейного расширения топливного материала | 11.3x10 ⁻⁶ град ⁻¹ |
| T _s - температура поверхности топливного сердечника | 600(873) ⁰ С(К) |

Как видно из рис. 1, неоднородное температурное поле обуславливает появление значительных термонапряжений в топливном сердечнике ТВЭЛа.

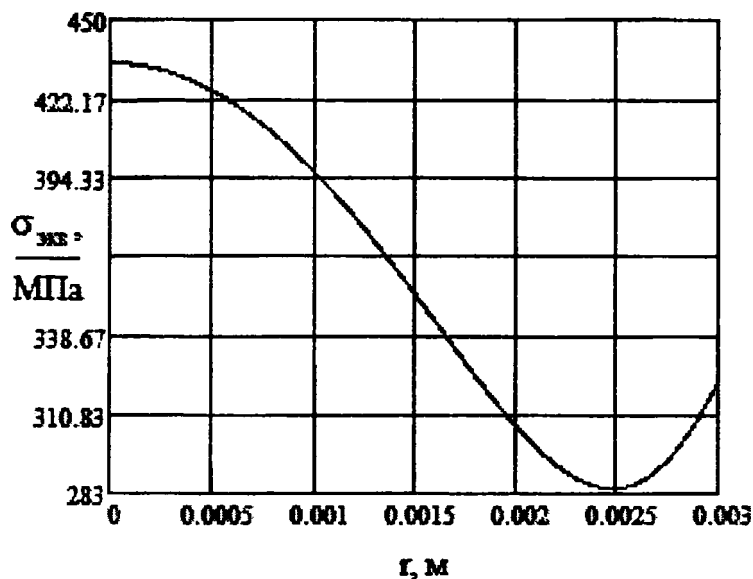


Рис. 1. Интенсивность напряжений по сечению сердечника

Их физическая сущность связана с неоднородной температурной деформацией различных участков топливного сердечника. В условиях неоднородного температурного поля горячие участки стремятся расширяться, а соседние холодные участки не допускают этого. Так как в сердечнике ТВЭЛа цилиндрической формы температура от центра к поверхности спадает по параболическому закону(19), то центральные участки цилиндра находятся при более высокой температуре по сравнению с поверхностью. То есть приповерхностные области цилиндрического ТВЭЛа подвержены растягивающим напряжениям, а центральные области - сжимающим.

Отметим, что известно аналитическое решение температурной задачи для длинного круглого осесимметричного цилиндра [4]. Компоненты тензора напряжений этого решения имеют вид (30).

$$\sigma_r = \frac{\alpha E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T \cdot r dr \right); \sigma_\theta = \frac{\alpha E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T \cdot r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T \cdot r dr - T \right). \quad (30)$$

Сопоставим результаты расчета термонапряжений через подобранную функцию Эри с аналитическими результатами(30). Как видно из рис. 2-4 решение, полученное с помощью функции напряжений Эри достаточно корректно отображает картину распределения термонапряжений для модели цилиндрического сердечника.

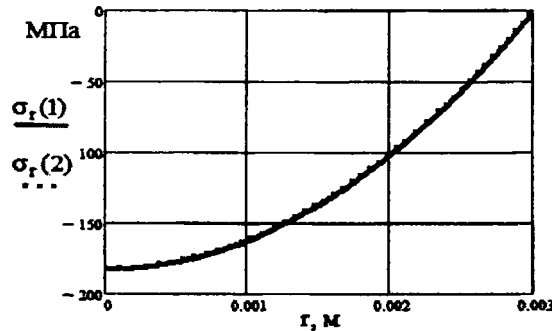


Рис.2. Радиальные напряжения: 1- расчет через функцию Эри; 2- аналитическое решение

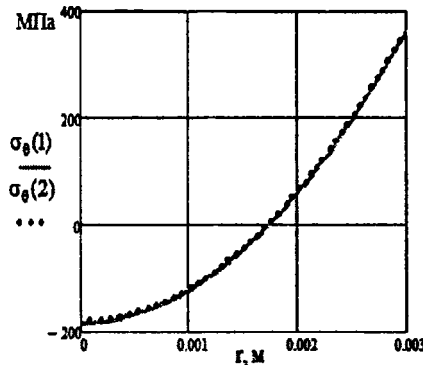


Рис.3. Окружные напряжения: 1- расчет через функцию Эри; 2- аналитическое решение

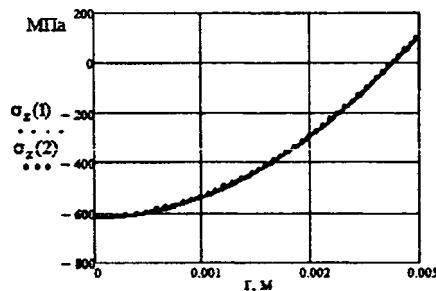


Рис.4. Осевые напряжения: 1- расчет через функцию Эри; 2- аналитическое решение

Максимальное расхождение результатов проводимого расчета с точным аналитическим решением составило для радиальных напряжений 1,9МПа; для окружных 1,36МПа; для осевых 1МПа, что менее 1%. Кроме того, полученные с помощью функции Эри значения основных характеристик напряженного состояния, сопоставимы с экспериментальными результатами для топливных стержней ТВЭЛов [6].

В заключении отмечу, что частные случаи решения уравнения теплопроводности для различных тел как с источниками тепла, так и без них рассмотрены во многих работах и, конечно, могут быть использованы в практических задачах. Однако решения в аналитическом виде могут быть получены лишь в том случае, если функция распределения источников тепла допускает интегрирование уравнения. С помощью таких аналитических решений (30) в работе проводилась проверка результатов прочностного расчета. Однако эти аналитические решения могут быть получены лишь в том случае, если функция распределения источников тепла допускает интегрирование уравнения. Примером может служить вывод формул для термических напряжений в полом цилиндре, приведенный в [5]. Недостаток таких решений температурных задач еще и в том, что эти формулы получены из интегральных соотношений, выведенных применительно к телам, не испытывающим внешних нагрузок. В действительности же, топливный сердечник испытывает напряжение не только вследствие нагрева, но и из-за действия внешнего давления со стороны газового зазора и облучения нейтронным потоком. Поэтому аналитические интегральные формулы решения нельзя принимать для полного прочностного расчета топливного элемента. Привлекательность же полученных, с помощью функции напряжения Эри, соотношений (29), (30), (31) для определения термонапряжений в топливном элементе несомненна: они позволяют определить стационарные термонапряжения в топливном стержне без решения задачи теплопроводности. По этим выражениям легко построить тензоры деформаций и напряжений с дальнейшей оценкой прочности элемента. Таким образом, полный прочностной расчет сердечника сводится к подбору функции напряжений, удовлетворяющей неоднородному бигармоническому уравнению состояния топливного элемента. Также, очевидна определенная перспектива в использовании функции напряжений Эри для определения неосесимметричного НДС[7] топливных сердечников ТВЭЛов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фрост, Б. Твэлы ядерных реакторов: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 248с.
2. Лурье, А.И. Теория упругости/ А.И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 940с.
3. Займовский А.С. Тепловыделяющие элементы атомного реактора/ А.С. Займовский, В.В. Калашников, И.С. Головин. – М.: Атомиздат, 1979. – 517с.
4. Ширвель П.И. Решение радиационно-термоупругой задачи для сплошного цилиндра.-Теоретическая и прикладная механика, Минск, 2008, вып.23, с.55-63.
5. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. - М. Наука, 1979. - 551с.
6. Куликов, И.С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / И.С.Куликов, Б.Е. Тверковкин.- Мн.: Наука и техника, 1984. -104с.
7. Ширвель, П.И. Неосесимметричном НДС неравномерно нагретого длинного сплошного цилиндра, подверженного нейтронному облучению/П.И. Ширвель, И.С. Куликов// Республиканский межведомственный сборник «Машиностроение», Мн., 2008, вып.24, том 1, С.185-191.