

## КОНСТРУИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ ТИПА «ДЕЛЬТА»

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

### Введение

Альтернативой многоцелевым металлорежущим станкам являются технологические машины на основе параллельных кинематических структур [1]. Такие структуры отличаются тем, что выходное звено связано с основанием несколькими кинематическими цепями, каждая из которых содержит привод, либо налагает некоторое число связей на движение выходного звена [1,2]. Для ориентации выходного звена необходима одновременная (параллельная) работа всех кинематических цепей. Каждая цепь содержит стойку (штангу) переменной длины.

Типичным представителем оборудования с параллельной кинематической структурой является станок на основе механизма, выполненного по схеме «Дельта» [2]. Схема такого механизма показана на рис. 1.

Выходное звено 1 с установленным на нем мотор-шпинделем 2 соединено с основанием 3 тремя кинематическими цепями. Каждая кинематическая цепь состоит из 2-х штанг 4 постоянной длины, которые одним концом при помощи шарниров 5 крепятся к выходному звену. Другой конец штанг закреплен при помощи аналогичных шарниров к линейному приводу 6. Выходное звено имеет три степени свободы (степени подвижности).

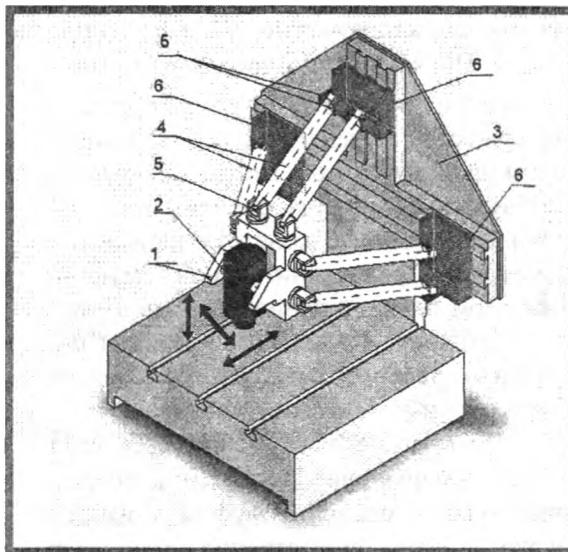


Рисунок 1 - Схема механизма на основе параллельной структуры типа «Дельта»

Данная схема обладает повышенной жесткостью выходного звена за счет дублирования штанг, а также обеспечивает достаточно высокие кинематические характеристики выходного звена. Концепция оборудования на основе схемы «Дельта» направлена на увеличение рабочей зоны со свободным доступом к ней.

Станки с параллельной кинематикой состоят из унифицированных узлов (шарниров, штанг, мотор-шпинделей, линейных приводов и др.), что значительно упрощает их производство. Но поскольку геометрические параметры механизма «Дельта» определяются требуемыми параметрами рабочей зоны станка, конструирование такого оборудования требует специальных расчетов. В данной работе рассматривается графоаналитический метод определения геометрических параметров механизма типа «Дельта».

### Определение геометрических параметров механизма типа «Дельта»

Исходными данными для определения геометрических параметров механизма являются:

- размеры рабочей зоны проектируемого станка;
- расстояние от рабочей зоны до основания механизма;
- предельные углы поворота в шарнирах (ограничения).

Ниже представлена рабочая зона станка в виде параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , причем  $AB=CD=A_1 B_1=C_1 D_1$ ;  $AD=BC=A_1 D_1=B_1 C_1$ ;  $AA_1=BB_1=DD_1=CC_1$ . Расстояние от рабочей зоны до основания параллельного механизма равно  $S$ . Предельные углы поворотов в шарнирах:

- - в вертикальной плоскости -  $\pm\gamma$ ;
- - в горизонтальной плоскости -  $\pm\alpha$ .

Изобразим рабочую зону механизма в некотором масштабе (рис. 2). Длину стороны параллелепипеда АВ представим отрезком длиной  $l_{AB}$ . Тогда масштабный коэффициент  $\mu_L$  будет определяться по формуле

$$\mu_L = \frac{l_{AB}}{AB}$$

Масштабный коэффициент - это отношение длины отрезка, обозначающего на чертеже размер какого-то элемента конструкции, к действительному размеру этого элемента. Тогда остальные размеры рабочей зоны будут определяться по формулам (2) - (4)

$$\begin{aligned} |A1B1| &= |AB| = |CD| = |C1D1| = \mu_L * AB; \\ |A1D1| &= |AD| = |BC| = |B1C1| = \mu_L * AD; \\ |AA1| &= |BB1| = |CC1| = |DD1| = \mu_L * AA1; \\ |S| &= \mu_L * S. \end{aligned}$$

Основание параллельного механизма располагается симметрично относительно рабочей зоны станка, в данном случае симметрично оси Y. Точку пересечения линии основания и оси Y обозначим R.

Максимальная длина штанг механизма соответствует расположению выходного звена в наиболее

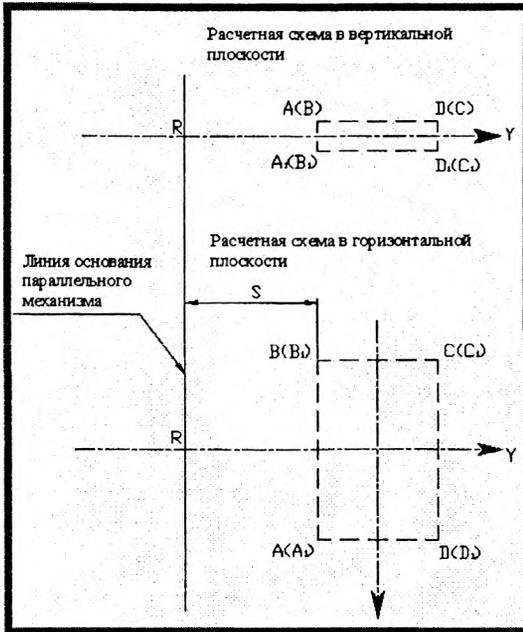


Рисунок 2 – Схема рабочей зоны механизма типа «Дельта» в масштабе  $\mu_L$

удаленной точке рабочей зоны, т.е. в точке D1.

#### Построение плана механизма

Для определения геометрических параметров механизма построим его план, совмещенный с рабочей зоной. Так как дублирование штанг в механизме служит для увеличения жесткости, то при определении геометрических параметров достаточно рассмотреть механизм с одинарными штангами. С целью упрощения схемы на рис. 3 и рис. 4 план механизма представлен отдельно для штанг, перемещающих выходное звено (платформу) в горизонтальной и в вертикальной плоскостях. Выходное звено представлено в виде пирамиды, вершина которой совпадает с осью шпинделя. Шарниры на выходном звене, к которым крепятся горизонтальные штанги, обозначены буквами K и M, а вертикальная - буквой L.

Для горизонтальных штанг в горизонтальной плоскости (рис. 3) из точки R по линии основания механизма отложим отрезок  $RK^H$  длиной  $|RK^H|$  в направлении расположения шарнира приводной горизонтальной штанги. Длина отрезка определяется конструктивно размерами приводного механизма горизонтальной штанги и рассчитывается по формуле:

$$l_{RK^H} = \mu_L \left( \frac{L_M^H}{2} + L_3^H + L_{дон} \right),$$

где  $L_M^H$  - длина приводного механизма горизонтальной штанги, определяемая конструктивно;

$L_3^H$  - длина защитного устройства направляющих;  $L_{дон}$  - дополнительная длина.

Соединим точки K и  $K^H$  прямой линией. Отрезок  $KK^H$  представляет собой проекцию горизонтальной штанги на горизонтальную плоскость.

В вертикальной плоскости соединим точки K и R (через точку R проходит линия перемещения привода горизонтальной штанги). Отрезок KR представляет собой проекцию горизонтальной штанги вертикальную плоскость.

Для вертикальной штанги в вертикальной плоскости (рис. 4) от точки R по линии основания в направлении вертикального перемещения платформы (положительное направление оси Z) отложим отрезок  $RL^V$  длиной  $l_{RL^V}$ . Длина отрезка  $RL^V$  определяется конструктивно размерами приводного механизма вертикальной штанги и рассчитывается по формуле:

$$l_{RL^V} = \mu_L \left( \frac{L_M^V}{2} + L_H^V + L_{доо} \right),$$

где  $L_M^V$  - длина приводного механизма вертикальной штанги;  $L_3^V$  - длина защитного устройства направляющих;  $L_{дон}$  - дополнительная длина.

Соединим точки  $L^V$  и  $L$  прямой линией. Отрезок  $L^V L$  представляет собой проекцию вертикальной штанги на вертикальную плоскость.

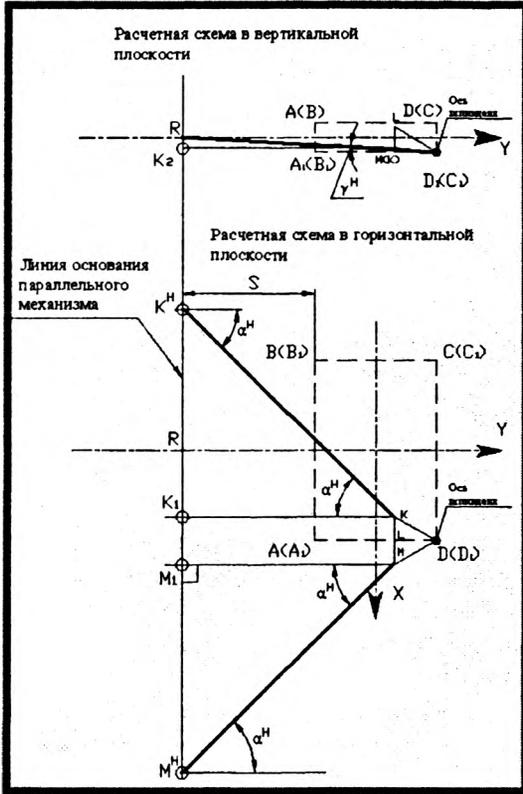


Рисунок 3 - План механизма для определения длины горизонтальных штанг

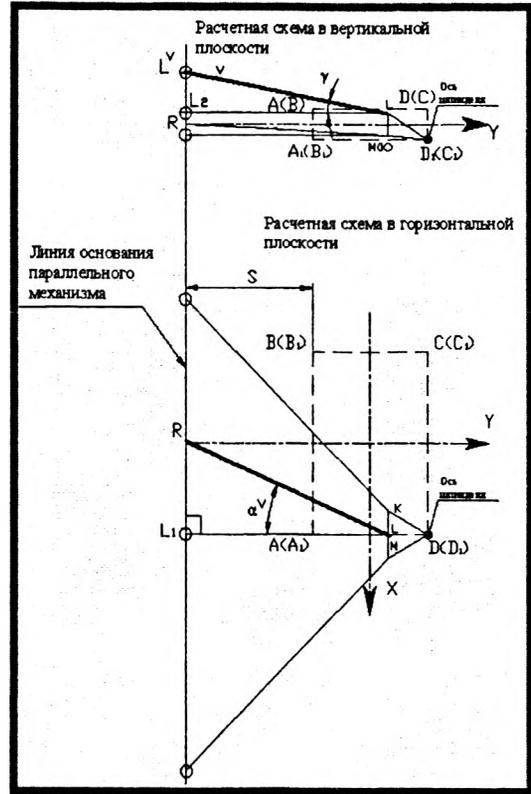


Рисунок 4- План механизма для определения длины вертикальной штанги

В горизонтальной плоскости соединим точки  $L$  и  $R$  (с точкой  $R$  в горизонтальной плоскости совпадает линия перемещения приводного механизма вертикальной штанги). Отрезок  $LR$  представляет собой проекцию вертикальной штанги на горизонтальную плоскость.

**Определение длины горизонтальных штанг**

Общая длина горизонтальной штанги  $H$  может быть определена по формуле:

$$H = \frac{l_H}{\mu_1} = \frac{\sqrt{(l_{KK^H})^2 + (l_{KR})^2}}{\mu_1},$$

где  $l_H$  - длина горизонтальной штанги на плане механизма;  $l_{KK^H}$  - длина проекции горизонтальной штанги на горизонтальную плоскость (замеряется на плане механизма);  $l_{KR}$  - длина проекции горизонтальной штанги на вертикальную плоскость (замеряется на плане механизма).

Так как параллельный механизм симметричен, то вторую горизонтальную штангу изобразим симметрично первой из точки  $M$  платформы. Шарнир на линии основания параллельного механизма обозначим точкой  $M^H$ .

После определения длины горизонтальной штанги необходимо найти угол между проекцией штанги на горизонтальную и вертикальную плоскости и нормалью к основанию шарниров. Обозначим данный угол в горизонтальной плоскости  $\alpha^H$ . Для его расчета выполним некоторые построения. Проведем из точки  $K$  перпендикуляр к линии основания. Точку пересечения обозначим  $K_1$ . Аналогичным образом получим точку  $M_1$ . Обозначим углы  $\alpha^H$  как показано на схеме. Угол  $\alpha^H$  в горизонтальной плоскости равен:

$$\alpha^H = \arccos\left(\frac{M_1M}{MM^H}\right) = \arccos\left(\frac{S + A_1D_1 - D_1L}{MM^H}\right).$$

Ограничение по углу поворота шарнира в горизонтальной плоскости:

$$-\alpha_{пр} < \alpha^H < +\alpha_{пр},$$

(1)

где  $\alpha_{\text{пр}}$  - предельный угол поворота в шарнире. Знаки «+» и «-» показывают направление отсчета угла относительно оси симметрии в горизонтальной плоскости.

Аналогично определяется угол  $\gamma^H$  между нормалью к основанию шарнира и проекцией горизонтальной штанги на вертикальную плоскость. Для этого проведем перпендикуляр из точки М(К) на линию основания механизма. Точку пересечения обозначим  $K_2$ . Получим:

$$\gamma^H = \arccos\left(\frac{K_2K}{RK}\right) = \arccos\left(\frac{S + A_1D_1 - D_1L}{RK}\right).$$

Ограничение по углу поворота шарнира в вертикальной плоскости:

$$-\gamma_{\text{пр}} < \gamma^H < +\gamma_{\text{пр}} \quad (2)$$

где  $\gamma_{\text{пр}}$  - предельный угол поворота в шарнире. Знаки «+» и «-» показывают направление отсчета угла относительно оси симметрии в вертикальной плоскости.

Если условия (1) и (2) не выполняются, то необходимо изменить конструкцию механизма (вместо сферического шарнира применить карданный, либо изменить расстояние S между рабочей зоной станка и основанием механизма) и повторить расчет длины горизонтальной штанги.

#### **Определение длины вертикальной штанги**

Длина вертикальной штанги определяется по формуле:

$$V = \frac{l_V}{\mu_1} = \frac{\sqrt{(l_{RL^V})^2 + (l_{LR})^2}}{\mu_1},$$

где  $l_V$  - длина вертикальной штанги на плане механизма;  $l_{RL^V}$  - длина проекции вертикальной штанги на вертикальную плоскость (замеряется на плане механизма);  $l_{LR}$  - длина проекции вертикальной штанги на горизонтальную плоскость (замеряется на плане механизма).

После определения длины вертикальной штанги необходимо найти угол  $\alpha^V$  между проекцией вертикальной штанги на горизонтальную плоскость и нормалью к основанию шарнира. Для этого в горизонтальной плоскости проведем из точки L перпендикуляр к основанию шарнира (линии платформы). Точку пересечения обозначим  $L_1$ . Получим:

$$\alpha^V = \arccos\left(\frac{LL_1}{LR}\right) = \arccos\left(\frac{S + A_1D_1 - D_1L}{LR}\right).$$

Ограничение по углу поворота шарнира в горизонтальной плоскости:

$$-\alpha_{\text{пр}} < \alpha^V < +\alpha_{\text{пр}},$$

где  $\alpha_{\text{пр}}$  - предельный угол поворота в шарнире. Знаки «+» и «-» показывают направление отсчета угла относительно оси симметрии в горизонтальной плоскости.

Аналогично определяется угол между осью штанги и нормалью к основанию шарнира в вертикальной плоскости  $\gamma^V$ . Для этого проведем перпендикуляр из точки L к линии основания механизма. Точку пересечения обозначим  $L_2$ . Тогда:

$$\gamma^V = \arccos\left(\frac{RL}{LL^V}\right) = \arccos\left(\frac{S + A_1D_1 - D_1L}{LL^V}\right).$$

Ограничение по углу поворота шарнира в вертикальной плоскости:

$$-\gamma_{\text{пр}} < \gamma^H < +\gamma_{\text{пр}},$$

где  $\gamma_{\text{пр}}$  - предельный угол поворота в шарнире. Знаки «+» и «-» показывают направление отсчета угла относительно оси симметрии в вертикальной плоскости.

#### **Проверочный расчет**

Целью расчета является проверка выполнения ограничений по углам поворота шарниров в различных точках рабочего пространства. Расчетная схема показана на рис. 5 и рис. 6.

Выполним проверку работоспособности механизма в точке E рабочей зоны.

На плане механизма для горизонтальных штанг в вертикальной плоскости (рис.5) отрезком прямой соединим точку М(К) с точкой R. Отрезок RM(К) представляет собой проекцию горизонтальной штанги на вертикальную плоскость. Длину проекции горизонтальной штанги на горизонтальную плоскость рассчитаем по формуле:

$$l_{KK_1} = \sqrt{(l_H)^2 - (l_{RM(K)})^2},$$

где  $l_H$  - длина горизонтальной штанги на плане механизма;  $l_{RM(K)}$  - длина проекции горизонтальной штанги на вертикальную плоскость (замеряется на плане механизма). Затем в горизонтальной плоскости из точки К проведем дугу окружности радиусом  $l_{KK_1}$  до пересечения с линией основания механизма и получим точку  $K_1$ . Соединим точки К и  $K_1$  отрезком прямой, который представляет

собой проекцию горизонтальной штанги на горизонтальную плоскость. Аналогичные построения выполним для точки М и получим точку М<sub>1</sub>. Затем из точки К проведем перпендикуляр к основанию механизма. Точку пересечения обозначим К<sub>2</sub>. Угол между проекцией горизонтальной штанги на горизонтальную плоскость и перпендикуляром к основанию механизма  $\alpha^{H1}$  равен:

$$\alpha^{H1} = \arccos\left(\frac{K_2K}{K_1K}\right) = \arccos\left(\frac{S - EL}{K_1K}\right).$$

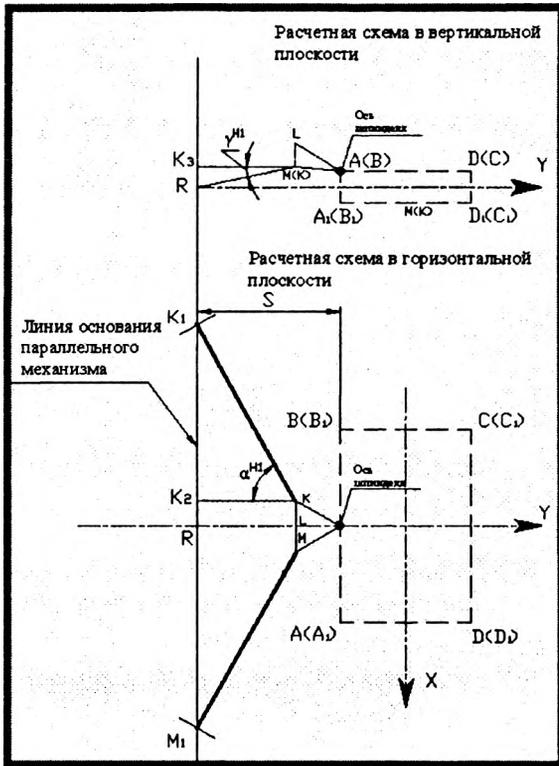


Рисунок 5 - План механизма для выполнения проверочного расчета горизонтальных штанг

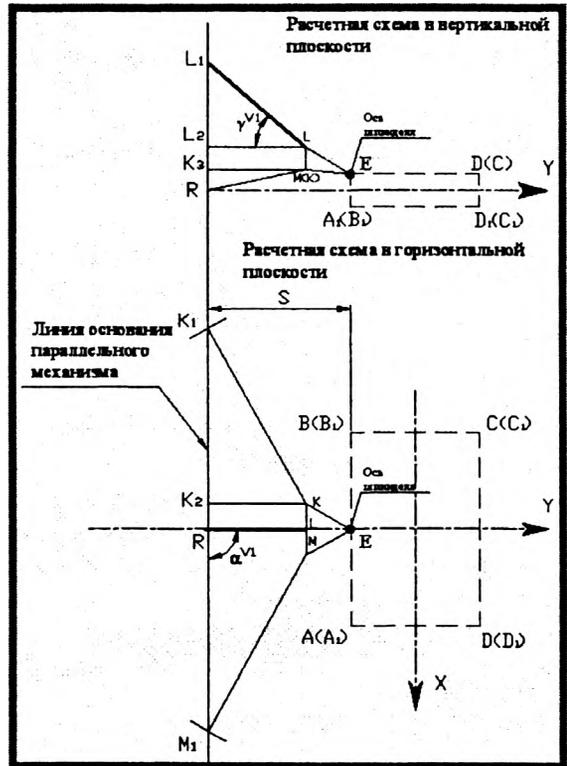


Рисунок 6 - План механизма для выполнения проверочного расчета вертикальной штанги

В вертикальной плоскости из точки К(М) проведем перпендикуляр к основанию шарнира. Точку пересечения обозначим К<sub>3</sub>. Угол между проекцией горизонтальной штанги на вертикальную плоскость и перпендикуляром к основанию шарнира  $\gamma^{H1}$  равен:

$$\gamma^{H1} = \arccos\left(\frac{K_3K}{RK}\right) = \arccos\left(\frac{S - EL}{RK}\right).$$

Определив углы  $\alpha^{H1}$  и  $\gamma^{H1}$ , необходимо проверить их по ограничениям (1) и (2).

На плане механизма для вертикальной штанги (рис. 6) в горизонтальной плоскости соединим отрезком прямой точки L и R. При нахождении выходного звена механизма в точке E проекция вертикальной штанги на горизонтальную плоскость и перпендикуляр к основанию механизма совпадают, следовательно, угол между ними  $\alpha^{V1} = 0^\circ$ .

Определим угол  $\gamma^{V1}$  между проекцией вертикальной штанги на вертикальную плоскость и нормалью к основанию механизма. Предварительно найдем длину проекции вертикальной штанги на вертикальную плоскость по формуле:

$$l_{L_1} = \sqrt{(l_V)^2 - (l_{RL})^2},$$

где  $l_V$  - длина вертикальной штанги на плане механизма;  $l_{RL}$  - длина проекции вертикальной штанги на горизонтальную плоскость.

В вертикальной плоскости из точки L проведем дугу радиусом  $l_{RL}$  до пересечения с линии основания механизма и получим точку L<sub>1</sub>. Отрезок L<sub>1</sub>L представляет собой проекцию вертикальной штанги на вертикальную плоскость. Затем из точки L проведем перпендикуляр к основанию шарнира. Точку пересечения обозначим L<sub>2</sub>. Угол  $\gamma^{V1}$  равен:

$$\gamma^{VI} = \arccos\left(\frac{L_2 \vec{L}}{LL_1}\right) = \arccos\left(\frac{S - EK}{LL_1}\right).$$

Расчитанный угол  $\gamma^{VI}$ , необходимо проверить по ограничению (2).

Аналогично по данному алгоритму производится проверочный расчет по другим крайним точкам рабочей зоны механизма.

#### Определение длины направляющих

Длина направляющих равна расстоянию между крайними положениями линейных приводов штанг, которые определяются при полном исследовании параллельного механизма для всех крайних точек траектории движения выходного звена. Необходимо также учитывать габаритные размеры линейного привода, защитных устройств, а также дополнительное расстояние, обусловленное работой приводного механизма в крайних точках траектории движения приводного механизма. Длину направляющих можно определить по формуле:

$$L_{напр} = \frac{l_{км}}{\mu_i} + h_m + h_{защ} + h_{доп},$$

где  $l_{км}$  - расстояние между крайними точками линейного привода на плане параллельного механизма;  $h_m$  - габаритный размер привода в направлении его движения;  $h_{защ}$  - габаритный размер защитного устройства направляющих;  $h_{доп}$  - дополнительная длина направляющих.

#### Выбор конструкции шарниров

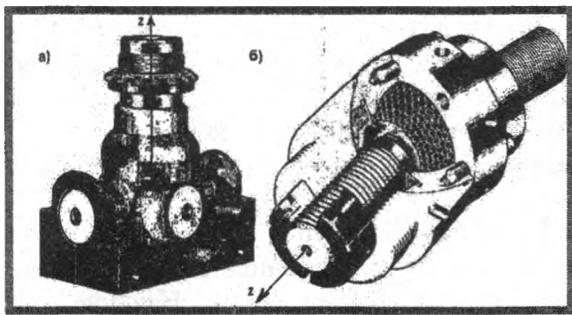


Рисунок 7 - Общий вид шарниров:  
а) карданного; б) сферического

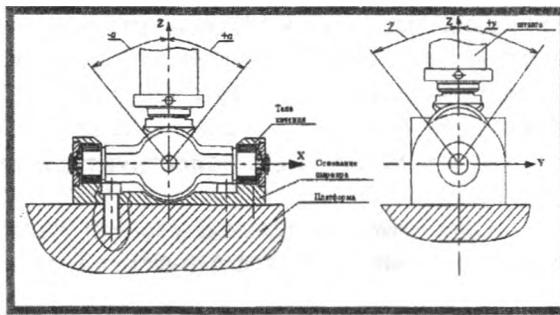


Рисунок 8-Предельные углы поворота карданного шарнира

В механизмах с параллельной кинематикой используются карданный и сферический шарниры: [2,3]. Общий вид шарниров показан на рис. 7, а предельные углы поворота на рис. 8. Краткая характеристика шарниров приведена в таблице 1. Критерием выбора конструкции шарнира является выполнение ограничений (1) и (2).

Таблица 1- Характеристика карданного и сферического шарниров

Тип шарнира	Число степеней подвижности	Предельный угол поворота в горизонтальной плоскости, град	Предельный угол поворота в вертикальной плоскости, град	Угол поворота относительно продольной оси Z, град.
Карданный	3	90	90	0
Сферический	2	90	45	360

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Потапов. Оборудование с параллельной кинематикой // СТИН. – 2003. – №3. – С. 35–40.
2. В.В. Бушуев, И.Г. Хольшев. Механизмы параллельной структуры в машиностроении // СТИН. – 2001. – №1. – С. 3–8.
3. www.ina.com