

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ MS EXCEL

*УО «Гродненский государственный университет
имени Янки Купалы»*

г. Гродно, Республика Беларусь

Для выполнения лабораторных работ в курсах, связанных с численными методами, можно предложить нетрудоемкий при нынешних возможностях вычислительной техники алгоритм нахождения коэффициентов характеристического многочлена [1]. Пусть A — заданная матрица, а

$$D(\lambda) = \lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \dots + p_n$$

— вековой определитель матрицы A , т.е.

$$D(\lambda) = \det(\lambda E - A),$$

где E — единичная матрица порядка n . Тогда расчетные формулы для определения коэффициентов характеристического многочлена имеют вид (1) – (4).

$$D(k) = \det(kE - A) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n - 1); \quad (1)$$

$$C_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2^{n-1} & 2^{n-2} & \dots & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (n-1)^{n-1} & (n-1)^{n-2} & \dots & n-1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$D = \begin{bmatrix} D(1) - D(0) - 1^n \\ D(2) - D(0) - 2^n \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ D(n-1) - D(0) - (n-1)^n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ p_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$p_n = D(0) = \det(-A).$$

$$P = C_n^{-1}D.$$

На рисунке 1 в диапазоне С4:J11 расположена исходная квадратная матрица. В ячейке В3 находится порядок матрицы $2 \leq n \leq 8$.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3	8	1	2	3	4	5	6	7	8
4	1	1	2	3	4	1	2	3	4
5	2	2	1	2	3	2	1	2	3
6	3	3	2	1	2	3	2	1	2
7	4	4	3	2	1	4	3	2	1
8	5	4	1	2	4	1	4	1	2
9	6	4	4	2	1	2	2	4	1
10	7	1	2	1	2	1	1	1	3
11	8	2	4	2	2	4	4	3	4

	B	C	D
20			
21		k	D(k)
22		0	480
23		1	1714
24		2	-26740
25		3	-237012
26		4	-1100744
27		5	-3713410
28		6	-10164876
29		7	-23895560
30			

Рисунок 1 – Исходные данные и вычисление массива D(k)

Нумерация строк массива осуществляется в диапазоне В4:В11 с использованием формулы (5).

$$=ЕСЛИ(ЕОШИБКА(В4+1);"";ЕСЛИ(В4+1<= B3; \quad (5)$$

V4+1;"")

Аналогичная формула использована для нумерации столбцов (формула (6)).

$$=ЕСЛИ(ЕОШИБКА(С3+1);"");ЕСЛИ(С3+1<= \$B\$3; С3+1;"") \quad (6)$$

На рисунке 2 приведен вспомогательный массив С. Он сформирован с использованием формулы (7), введенной в ячейку J32 и затем распространенной на диапазон I32:С32.

$$=ЕСЛИ(И(\$B32<>"";J$31<>"");1;"") \quad (7)$$

Диапазон I33:С38 получен с использованием формул (8) и (9), а J33:J38 — с помощью формулы (10).

#	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И	Ж	К	Л
31	7	7	6	5	4	3	2	1	8		
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1233	-12
33	2	128	64	32	16	8	4	2	256	-27476	-106
34	3	2187	729	243	81	27	9	3	6561	-244053	-316
35	4	16384	4096	1024	256	64	16	4	65536	-1166760	-764
36	5	78125	15625	3125	625	125	25	5	390625	-4104515	-685
37	6	279936	46656	7776	1296	216	36	6	1679616	-11844972	1214
38	7	823543	117649	16807	2401	343	49	7	5764801	-29660841	1902
39									-125411328000		480

Рисунок 2 – Вспомогательный массив С, массивы D(k) и Р

$$=ЕСЛИ(И(\$B33<>"";I$31<>"");$I32+1;"") \quad (8)$$

$$=ЕСЛИ(И(\$B33<>"";H$31<>"");$I33*$I33;"") \quad (9)$$

$$=ЕСЛИ(И(\$B33<>"";J$31<>"");$I33^$B$3;"") \quad (10)$$

Элементы массива D(k) (формула (1)) вычисляются с использованием соотношения (11) (рисунок 1). Элементы массива D (формула (3)) определяются с использованием формулы (12) в столбце К (рисунок 2)..

$$\{=ЕСЛИ(С22<>"";МОПРЕД(ЕСЛИ(СМЕЩ(C3;0;0;1;B3)=СМЕЩ(B4;0;0;B3;1);С22-СМЕЩ(C4;0;0;B3;B3); \quad (11)$$

$$-СМЕЩ(C4;0;0;B3;B3)));"");} \\ =ЕСЛИ(В32<>"";D23-D22-J32;"") \quad (12)$$

Для вычисления матрицы переменного размера C^{-1} применена пользовательская функция Mydet2 (определение минора). Формулой (13) получены соответствующие элементы обратной матрицы (рисунок 3, диапазон C41:I47). Транспонирование диапазона C41:I47 осуществляется в диапазоне C49:I55 (формула (14)). Определитель динамической матрицы C вычисляется в ячейке J39 (формула (15), рисунок 2).

$$\{=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\$B41 < > ""; C\$40 < > "")); \text{Mydet2}(\$B\$31; \text{СМЕЩ}(\$I\$32; 0; 0; \$B\$31; -\$B\$31); \$B41; C\$40) / \text{СМЕЩ}(\$I\$32; 0; 0; \$B\$31; -\$B\$31)\} \quad (13)$$

$$\{=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\$B44 < > ""; D\$40 < > "")); \text{ВПР}(D\$40; \text{СМЕЩ}(\$B\$41; 0; 0; \$B\$31+1; \$B\$31+1); \$B44+1; \text{ЛОЖЬ}); ""\} \quad (14)$$

$$=\text{МОПРЕД}(\text{СМЕЩ}(\$I\$32; 0; 0; \$B\$31; -\$B\$31)) \quad (15)$$

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	Т
40		1	2	3	4	5	6	7
41	1	0,00138889	-0,0375	0,40972	-2,3125	7,08889	-11,15	7
42	2	-0,0041667	0,1083333	-1,125	5,91667	-16,3708	21,975	-10,5
43	3	0,00694444	-0,173611	1,71528	-8,46528	21,6111	-26,36111	11,66667
44	4	-0,0069444	0,1666667	-1,5694	7,33333	-17,6736	20,5	-8,75
45	5	0,00416667	-0,095833	0,8625	-3,85417	8,93333	-10,05	4,2
46	6	-0,0013889	0,0305556	-0,2639	1,13889	-2,56806	2,830556	-1,166667
47	7	0,00019841	-0,004167	0,03472	-0,14583	0,32222	-0,35	0,142857
48								
49		0,00138889	-0,004167	0,00694	-0,00694	0,00417	-0,001389	0,000198
50		-0,0375	0,1083333	-0,1736	0,16667	-0,09583	0,030556	-0,004167
51		0,40972222	-1,125	1,71528	-1,56944	0,8625	-0,263889	0,034722
52		-2,3125	5,9166667	-8,4653	7,33333	-3,85417	1,138889	-0,145833
53		7,08888889	-16,37083	21,6111	-17,6736	8,93333	-2,568056	0,322222
54		-11,15	21,975	-26,361	20,5	-10,05	2,830556	-0,35
55		7	-10,5	11,6667	-8,75	4,2	-1,166667	0,142857
56		1233	-27476	-244053	-1166760	-4104515	-11844972	-29660841

Рисунок 3 – Получение динамической обратной матрицы

Массив Р (4) получен с использованием формулы (16). Здесь потребовалась формула (17) для транспонирования массива D рисунки 2 и 3.

$$=\text{ЕСЛИ}(\text{К32} < > ""; \text{СУММПРОИЗВ}(\text{СМЕЩ}(\$C\$49; 0; 0; 1; \$B\$31); \text{СМЕЩ}(\$C\$56; 0; 0; 1; \$B\$31)); ""\} \quad (16)$$

$$\{=\text{ЕСЛИ}(\text{С40} < > ""; \text{ВПР}(\text{С40}; \text{СМЕЩ}(\$B\$32; 0; 0; \$B\$31; 10); 10; \text{ЛОЖЬ}); ""\} \quad (17)$$

На рисунке 4 приведено решение примера из [1].

Заметим, что при работе со статическими массивами формулы существенно упрощаются за счет использования обычных встроенных функций MS EXCEL МУМНОЖ и МОБР.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3		4	1	2	3	4				
4		1	1	2	3	4				
5		2	2	1	2	3				
6		3	3	2	1	2				
7		4	4	3	2	1				
8										
9										
10										
11										
20										
21		k								
22			0	-20						
23			1	-119						
24			2	-308						
25			3	-575						
31		3	1	2	3			8		-20
32		1	1	1	1			1		-100
33		2	2	4	8			16		-304
34		3	3	9	27			81		-636
35										
36										
37										
38										
40			1	2	3					
41		1	3	-2,5	0,5					
42		2	-1,5	2	-0,5					
43		3	0,33333333	-0,5	0,16667					
44										
45										
46										
47										
48										
49			3	-1,5	0,33333					
50			-2,5	2	-0,5					
51			0,5	-0,5	0,16667					
52										
53										
54										
55										
56			-100	-304	-636					

Рисунок 4 – Решение примера для n=4

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон – М.: Наука, 1966. – 664 с.