

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.В. Журавкевич

**ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ФИЗИЧЕСКОМ
ПРАКТИКУМЕ**

Методические указания к лабораторным работам по физике
для студентов строительных специальностей

Учебное электронное издание

Минск БНТУ 2009

УДК. 530(075.8)

Автор:

Е.В. Журавкевич

Рецензенты:

В.И. Кудин, доцент кафедры «Техническая физика» БНТУ,
кандидат физико-математических наук, доцент;

Д.А. Русакевич, доцент кафедры «Техническая физика»
БНТУ, кандидат технических наук, доцент

В методических указаниях рассмотрены основные элементы теории погрешностей: прямые и косвенные измерения, методы оценок погрешностей в физическом практикуме

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел (017) 292-77-52 факс (017) 292-91-37
Регистрационный № БНТУ/ФЭС57 – 7. 2009

© БНТУ, 2009

© Журавкевич Е.В., 2009

© Журавкевич Е.В., компьютерный дизайн, 2009

Оглавление

1.	Введение.....	4
2.	Абсолютная и относительная погрешности измерений.....	4
3.	Классификация погрешностей.....	6
4.	Обработка результатов измерений.....	8
4.1	Обработка результатов прямых измерений.....	9
4.2	Обработка результатов косвенных измерений.....	10
5.	Приборная погрешность.....	11
6.	Погрешность единичного измерения.....	12
7.	Погрешность табличной величины.....	12
8.	Запись результатов измерений.....	12
9.	Контрольные вопросы.....	12
	<i>Л и т е р а т у р а</i>	13

Цель работы: изучить элементы теории погрешностей и основные методы их оценки. Ознакомиться с правилами обработки получаемых экспериментальных данных.

1. Введение

Лабораторный практикум по физике должен способствовать прочному усвоению студентами основных разделов курса. Кроме того, в процессе прохождения практикума студенты совершенствуют навыки пользования аппаратурой и приборами, обработки результатов физического эксперимента с помощью аналитических и графических методов, оформление экспериментальных данных и результатов в виде наглядных цифровых и графических материалов.

При выполнении конкретной лабораторной работы студентам необходимо иметь представление о погрешностях (ошибках) с неизбежностью присутствующих в любом эксперименте и методах оценок погрешностей.

2. Абсолютная и относительная погрешности измерений

Все измерения могут быть разделены на две группы: прямые и косвенные.

Прямыми называются такие измерения, которые могут быть получены непосредственно из опыта. Например: измерение длины масштабной линейкой, определение массы тела на весах, измерение времени секундомером и т.д.

Однако, определяемая в физической работе величина не всегда может быть получена непосредственно в результате измерений. Так, при определении термического коэффициента линейного расширения тела

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta t}$$

измеряют его первоначальную длину L_0 при температуре 0°C , приращение длины ΔL при нагревании на Δt градусов, а сам коэффициент находят путем вычисления. Вычисления такого рода называют *косвенными* измерениями.

Осуществить на практике абсолютно точное измерение нельзя. Рассмотрим такой пример: измеряя длину некоторого объекта масштабной линейкой, получаем $L = 15$ мм. Повторяя измерения микрометром, найдем $L = 14,97$ мм.

Если взять еще более точный прибор, например, компаратор, то получим уже пять значащих цифр, скажем, $L = 14,966$ мм и т.д. Полученное в результате измерений значение физической величины всегда отличается от истинного. Поэтому все измерения проводятся с определенной степенью точности, и в результате получают не истинное значение измеряемой величины, а лишь ее приближенное значение.

Очевидно, достоверность результата проведенных измерений будет тем больше, чем меньше погрешность измерений. Вследствие этого, наряду со значением измеренной величины, необходимо указать погрешность ее определения. Например, результат измерения некоторой длины с учетом погрешности следует записать в виде:

$$L = (24,27 \pm 0,01)\text{мм} \quad \text{или}$$

$$L = L_0 \pm \Delta L$$

Знак (\pm) показывает, что истинное значение физической величины может быть большим или меньшим полученного в результате измерения на величину погрешности ΔL ($\Delta L = 0,01$ мм), а сама величина ΔL называется **абсолютной погрешностью измерений**.

Однако. Абсолютная погрешность не полностью характеризует качество измерения. Рассмотрим это на примере:

1. Измерили длину стола масштабной линейкой, она оказалась равной $L = (1000 \pm 1)\text{мм}$.
2. Измерили диаметр тонкой проволочки и нашли $d = (5 \pm 1)$ мкм.

Какое из измерений выполнено более качественно? По всей видимости, в первом случае ошибка составляет меньшую долю от измеряемой величины, чем во втором, хотя абсолютная погрешность для второго случая в тысячу раз меньше, чем для первого.

Поэтому для полной характеристики измерений наряду с абсолютной погрешностью вводится **относительная погрешность** $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ определяющая качество измерения, которая показывает, какую часть измеряемой величины составляет абсолютная погрешность, и является безразмерной величиной. Обычно она выражается в процентах

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \cdot 100\%.$$

В приведенном выше примере, при измерении длины стола, относительная погрешность составила

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{1000} \cdot 100\% = 0,1\%,$$

а при измерении диаметра проволоочки

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%.$$

Ответы на вопросы: как оценить погрешность, как следует вести измерения и проводить обработку результатов измерений дает теория погрешностей, некоторые элементы которой, необходимые для грамотной обработки результатов измерений, мы рассмотрим ниже.

3. Классификация погрешностей

Никакие измерения не могут быть абсолютно точными. Измеряя какую-либо величину, мы всегда получаем результат с некоторой погрешностью (ошибкой). Другими словами, измеренное значение величины всегда отличается от ее истинного значения. Задачей экспериментатора является не только нахождение самой величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности. В зависимости от свойств и причин возникновения различают систематические и случайные погрешности и промахи.

Систематическими называются погрешности, которые при многократных измерениях, проводимыми одним и тем же методом с помощью одних и тех же приборов, остаются постоянными.

Систематические погрешности вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Они соответствуют отклонению измеренного значения от истинного всегда в одну сторону – либо в большую, либо в меньшую.

Систематические погрешности могут быть обусловлены, во-первых, неисправностью или неправильной работой на используемых приборах. (Например, неправильной установкой «нуля»). Во – вторых, их причиной может быть несовершенство используемой методики измерения или неучет постоянных факторов, влияющих на исследуемое явление. Например, можно по-

лучать завышенные значения температуры плавления кристалла, если проводить измерения при повышенном внешнем давлении.

Помимо погрешностей, возникающих в процессе измерений, систематическими являются погрешности, связанные с применением приближенных («упрощенных») формул, и ошибки, обусловленные отличием реального объекта от принятой модели. Так, например, при определении плотности может возникнуть большая систематическая ошибка, если исследуемый образец не является однородным и содержит внутри пустоты.

После выявления причин систематическую ошибку можно устранить, вводя соответствующую поправку. Обнаружить же систематическую ошибку и установить ее причину бывает не всегда просто, и экспериментатору часто приходится проводить дополнительные исследования. Предполагается, что в задачах физического практикума систематические погрешности сведены к минимуму при постановке задачи, и их можно не учитывать.

Случайными называются погрешности, которые при многократных измерениях в одинаковых условиях изменяются непредсказуемым образом.

Случайные ошибки обусловлены множеством неконтролируемых причин, действия которых неодинаково в каждом опыте. В результате этого при измерении одной и той же величины несколько раз подряд в одинаковых условиях получается целый ряд значений этой величины, отличающихся от истинного значения случайным образом, как в сторону увеличения, так и уменьшения.

Природа случайных погрешностей может быть различной: флуктуация нулевого положения указателя измерительного прибора; несовершенство органов чувств экспериментатора (например, невозможность включить секундомер точно в нужный момент); случайные неконтролируемые изменения внешних воздействий – температуры, влажности, давления; наводки в электрической цепи и т.д., которые практически невозможно учесть.

Случайные ошибки всегда присутствуют в эксперименте.

Рассмотрим действие случайных причин на таком примере. Измеряется малый ток чувствительным гальванометром. Если наблюдать за показаниями, то можно обнаружить их «дрожание» около среднего положения. Оно связано с изменяющимися магнитными и электрическими полями, возникающими в силовой сети, шумами прибора и его элементов – флуктуациями (случайными отклонениями от «истинного» значения). Таким образом, мы можем указать причины разброса показаний, но не можем сказать заранее в какую сторону и на сколько произойдет отклонение. Если отметить ряд измеренных

значений некоторой величины X на оси, то получим картину, близкую к показанной на рисунке 1.

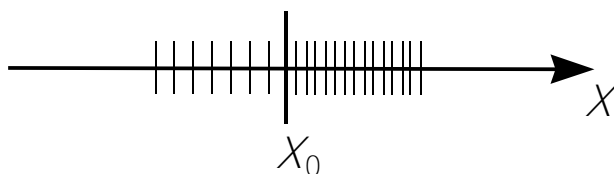


Рис. 1. Отклонение случайной погрешности от истинного значения X_0 .

Здесь X_0 является истинным значением измеряемой величины. Большим числом специально поставленных опытов установлено, что случайные погрешности подчиняются определенным закономерностям:

1. Отклонение измеренной величины от истинного значения как в большую, так и в меньшую сторону равновероятно.
2. Чем больше величина погрешности, тем реже она встречается.

Произведя измерения несколько раз и вычислив среднее значение измеряемой величины, можно существенно улучшить точность, т.к. преувеличенные и преуменьшенные значения будут встречаться одинаково часто и почти скомпенсируют друг друга. Таким образом, существует принципиальная разница между систематическими и случайными погрешностями. Влияние последних на результат измерений может быть существенно уменьшено при многократном повторении опытов.

3. Промахи – это очевидно ошибочные измерения или наблюдения, возникающие в результате небрежности наблюдателя, неправильного включения прибора, неверной записи показаний. Обнаружить промах легко, поскольку его значение резко отличается от соседних. При обработке результатов такие ошибочные данные следует отбросить и, если это возможно, произвести повторное (контрольное) измерение.

4. **Обработка результатов измерений**

Точность измерения некоторой величины можно определить, произведя расчет случайной погрешности на основе теории вероятности. Однако в силу своей громоздкости данный расчет неудобен для применения в практических целях. Ниже даны наиболее простые способы ориентировочной оценки точности измерений. Предположим, что измерительные приборы не вносят заметных систематических ошибок в результаты измерений. И все ошибки можно считать случайными.

4.1 Обработка результатов прямых измерений

При прямом измерении некоторой физической величины A выполняются следующие действия:

1. Производят измерения данной физической величины n раз.
2. В качестве результата измерения физической величины принимают среднее арифметическое значение из n измерений.

$$A_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum A_i.$$

Физический смысл этой формулы очевиден. При вычислении среднего арифметического, ошибки в сторону преувеличения и преуменьшения результата наилучшим образом компенсируют друг друга.

3. Находят среднюю абсолютную погрешность серии измерений.

$$\Delta A_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum |A_{\text{ср}} - A_i| = \frac{1}{n} \sum \Delta A_i.$$

4. Результат измерения физической величины представляют в виде:

$$A = A_{\text{ср}} \pm \Delta A,$$

причем в качестве ΔA принимают обычно наибольшую из средней абсолютной и приборной погрешностей (приборную погрешность при этом принимают равной не менее, чем половине цены наименьшего деления шкалы прибора). Абсолютная погрешность результата округляется до двух значащих цифр, если первая из них 1 и 2, и до значащей цифры во всех остальных случаях. Среднее значение измеряемой величины округляется до разряда, оставшегося в абсолютной погрешности после округления.

5. Подсчитывают относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A_{\text{ср}}} \cdot 100\%.$$

4.2 Обработка результатов косвенных измерений

Часто значение физической величины A не измеряется непосредственно, а рассчитывается как функция других приближенных величин (экспериментально измеренных), каждая из которых имеет свою абсолютную погрешность

$$A = F(A_1, A_2, \dots, A_i).$$

Определение величины A в таком случае называют косвенным измерением. Результат для косвенно измеряемой величины A получают по следующей схеме:

1. Среднее значение $A_{\text{ср}}$ подсчитывают по средним значениям величин от которых зависит величина A

$$A_{\text{ср}} = F(A_{\text{ср}1}, A_{\text{ср}2}, \dots, A_{\text{ср}i}).$$

Если для расчета величины A наряду с экспериментально измеренными используются табличные значения физических величин, то последние берут с такой точностью, чтобы их относительные погрешности были меньше относительных погрешностей остальных величин.

2. По виду функциональной зависимости величины A от непосредственно измеренных величин рассчитывают относительную ΔA и абсолютную ε погрешности косвенно определяемой величины. При этом погрешность результата определяется погрешностями исходных данных. Формулы для расчета погрешностей косвенно измеряемой величины A из величин погрешностей результатов непосредственных измерений для наиболее простых и часто встречающихся функциональных зависимостей приведены в таблице 1.

3. Окончательный результат определения величины A представляют в следующем виде

$$A = A_{\text{ср}} \pm \Delta A.$$

Таблица 1. Формулы расчета погрешностей
часто встречающихся функциональных зависимостей

Функциональная зависимость	Относительная Погрешность ε	Абсолютная погрешность ΔA
$A = A_1 + A_2$	$\frac{\Delta A_1 + \Delta A_2}{A_1 + A_2}$	$\Delta A_1 + \Delta A_2$
$A = A_1 - A_2$	$\frac{\Delta A_1 + \Delta A_2}{A_1 + A_2}$	$\Delta A_1 + \Delta A_2$
$A = A_1 \cdot A_2$	$\frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{\Delta A_2}{A_2}$	$A_2 \Delta A_1 + A_1 \Delta A_2$
$A = \frac{A_1}{A_2}$	$\frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{\Delta A_2}{A_2}$	$\frac{\Delta A_1}{A_2} + \frac{A_1 \Delta A_2}{A_2^2}$
A_1^n	$n \frac{\Delta A_1}{A_1}$	$n A_1^{n-1} \cdot \Delta A_1$
$A = \ln A_1$	$\left \frac{1}{\ln A_1} \right \cdot \frac{\Delta A_1}{A_1}$	$\frac{\Delta A_1}{A_1}$
$\sqrt[n]{A}$	$\left \frac{1}{n} A^{1/n-1} \cdot \Delta A \right $	$\frac{1}{n} \left \frac{\Delta A}{A} \right $

5. Приборная погрешность

Может случиться так, что многократные измерения дают одно и то же значение измеряемой величины. Скажем, при измерении диаметра цилиндра миллиметровой линейкой мы все время получаем значение $d = 45,0$ мм. Означает ли это, что погрешность отсутствует? Конечно, нет. Любой измерительный прибор обладает собственной, или приборной погрешностью, которая определяется точностью изготовления и градуировки прибора, условиями его работы. Приборная погрешность обычно заносится в паспорт прибора. Если специальных указаний нет, то, как правило, в качестве приборной погрешности берется половина наименьшего деления шкалы. В нашем примере величину диаметра следует записать $d = (45,0 \pm 0,5)$ мм.

Всегда следует сравнить рассчитанную среднюю абсолютную погрешность с приборной. Если приборная погрешность больше расчетной, то в качестве погрешности измерения следует взять приборную.

6. Погрешность единичного измерения

В случае, когда производится только одно измерение, то в качестве его погрешности следует брать приборную погрешность. Например, при измерении давления ртутным барометром с миллиметровой шкалой погрешность будет равна $\pm 0,5$ мм рт. столба; при определении температуры термометром с ценой деления шкалы 2°C погрешность составит $\pm 1^\circ\text{C}$ и т.д.

7. Погрешность табличной величины

Иногда в работе приходится пользоваться табличными величинами. Например, табличное значение плотности ацетона при 20°C составляет $D = 0,792$ кг/дм³. За погрешность табличной величины будем принимать единицу в цифре последнего ряда этой величины:

$$D = (0,792 \pm 0,001) \text{ кг/дм}^3.$$

8. Запись результатов измерений

Наличие погрешности ΔA определяет точность, с которой имеет смысл вычислять результат измерений. Например, такая запись $A = 2,542875 \pm 0,03$ является некорректной, грамотно будет записать $A = 2,54 \pm 0,03$, т.е. результат должен быть округлен таким образом, чтобы его последняя значащая цифра заканчивалась в том же разряде, что и последняя значащая цифра погрешности.

9. Контрольные вопросы

1. Что такое прямые и косвенные измерения?
2. Какие погрешности встречаются при прямых и косвенных измерениях?
3. Какие правила применяются при расчете погрешностей прямых измерений?
4. Какие правила применяются при расчете погрешностей косвенных измерений?

Л и т е р а т у р а

1. Зайдель, А.Н. Погрешности измерений физических величин. / А.Н. Зайдель – Ленинград: Наука, 1985 – 263с.
2. Иверонова, В.И. Физический практикум. Механика и молекулярная физика / В.И. Иверонова В.И. – М.: Наука, 1967 – 373с.
3. Гладун, А.Д. Лабораторный практикум по общей физике. В 3 т. Т. 3 / А.Д. Гладун – М.: МФТИ, 2004 – 292с.
4. Савчук, Г.К. Методические указания к лабораторной работе «Электричество и магнетизм» / Г.К. Савчук, Н.П. Юркевич, Е.В. Журавкевич. – Мн.: БНТУ, 2008 – 27.