

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И. И. Введение в акустическую динамику машин / И. И. Артоболевский, Ю. И. Бобровницкий, М. Д. Генкин. — М.: Наука, 1979. — 295 с.
2. Петрухин, В. В. Основы вибродиагностики и средства изучения вибрации / В. В. Петрухин, С. В. Петрухин. — М.: Инфра, Инженерия – Петербург, 2010. — 176 с.
3. Приборы и системы для изучения вибрации, шума и удара. Книга 1 / Под ред. В. В. Клюева. — М.: Машиностроение, 1978. — 439 с.
4. Гулай, А. В. Архитектура интеллектуальных систем / А. В. Гулай, В. М. Зайцев. — Минск: ИВЦ Минфина, 2018. — 367 с. — (Библиотека инженера по интеллектуальным системам).
5. Тропченко, А. Ю. Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки / А. Ю. Тропченко, А. А. Тропченко. — СПб.: ГУИТМО, 2009. — 100 с.

УДК 629.113.073

Гурвич Ю.А.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ ВЫХОДНОГО ВАЛА КАРДАННЫХ ПЕРЕДАЧ В ФУНКЦИИ ДВУХ УГЛОВ

УО «Белорусская государственная академия авиации»

Минск, Беларусь

В данной статье выполнено исследование углового ускорения одно- и двух шарнирной карданной передачи в функции двух углов при переменном угле излома. С угловым ускорением связано возникновение дополнительного крутящего момента на колесах машин в виде периодической и почти гармонической функции. Установлено, по всей видимости, впервые, что этот дополнительный крутящий момент придает вращающемуся колесу ещё и осциллирующее движение относительно его оси вращения. Это негативно отразится на работе многих деталей транспортного средства.

Из теоретической механики [1–2] известно, что основными показателями вращения любого тела, в том числе выходного вала карданной передачи являются его кинематические характеристики: угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение. Как известно из литературы [3–7] основным критерием неравномерности вращения любого тела является его угловая скорость, которая оказывает негативное влияние на выходные характеристики трансмиссии и механизмы машин.

При подготовке технических специалистов, занимающихся разработкой и эксплуатацией автомобильной техники, недостаточное внимание в технической литературе и в учебном процессе технических вузов уделяется изучению вопроса, связанного с угловым ускорением выходного вала одно- и двухшарнирной карданной передачи в функции двух углов [1–7].

В данной работе с помощью математического пакета Mathcad выполнено исследование кинематических характеристик одно- и двухшарнирной карданной передачи с переменным углом излома. Основное внимание посвящено изучению углового ускорения, с которым связано возникновение дополнительного крутящего момента на колесах машин. Установлено, по всей видимости, впервые, что этот дополнительный крутящий момент придает вращающемуся колесу ещё и осциллирующее движение относительно его оси вращения. Это негативно отразится на работе многих деталей транспортного средства.

Рассмотрим трансмиссию транспортного средства (рис. 1), где мощность от коробки передач к ведущему мосту передается посредством одношарнирной карданной передачи, которая в процессе движения машины может изменять свое первоначальное положение.

Для одношарнирной карданной передачи (рис. 2) из [1-3] известна зависимость

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)}, \quad (1)$$

где λ – угол поворота ведущего вала; α – угол излома карданного шарнира.

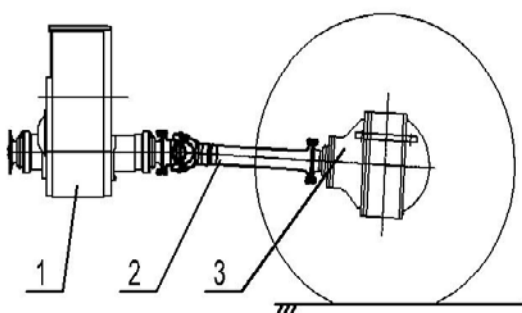


Рис. 1. Схема установки одношарнирной карданной передачи на транспортном средстве:
1 – коробка переключения передач;
2 – карданный вал;
3 – задний мост с колесами

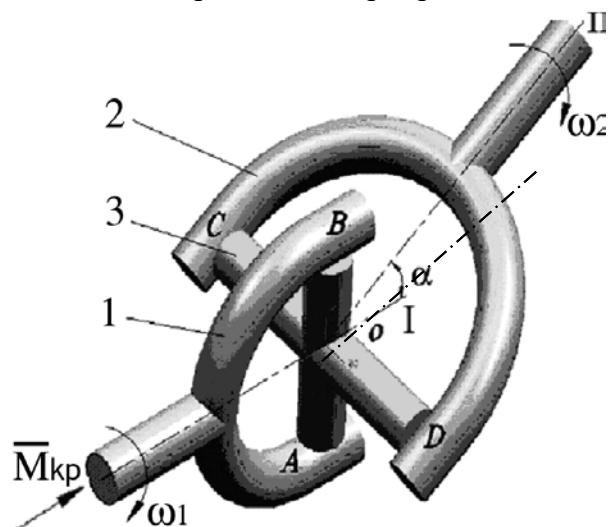


Рис. 2. Кинематическая схема карданного шарнира:
1, 2 – вилки; 3 – крестовина; I – ось вращения вилки 1
II – ось вращения вилки 2; α – угол излома между осями I, II, III – новое положение оси вращения вилки 2 при переменном угле α ; ω_1 и ω_2 – угловые скорости ведущего и ведомого валов

В выражении (1) введем замену:

$$K(\alpha, \lambda) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\lambda)} \quad (2)$$

Тогда

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot K(\lambda, \alpha) \quad (3)$$

Определим угловое ускорение ведомого вала ε_2 , взяв полную производную по времени от левой и правой частей выражения (3):

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (4)$$

Представим выражение (4) в другом виде:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_1 \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \omega_1 + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha \right), \quad (5)$$

где $\omega_1 = \frac{d\lambda}{dt}$; ε_1 – угловое ускорение входного вала; $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt}$ – угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III (см. рис. 2).

Для анализа выражения (5) рассмотрим четыре случая.

Первый случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ (входной вал вращается равномерно), угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$ (угол излома $\alpha = const$, ось II – неподвижна).

Выражение (5) упростится:

$$\varepsilon_2^{(1)} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \quad (6)$$

В выражении (6) введем замены: $k\lambda(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda}$, $\omega_1 = \omega_1$ и $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) = \varepsilon_2^{(1)}$.

Тогда $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$ примет вид:

$$\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) = k\lambda(\alpha, \lambda)\omega_1^2$$

Найдем частную производную $k\lambda(\alpha, \lambda)$:

$$k\lambda(\alpha, \lambda) = \frac{(-1 + \cos(\alpha))^2 (2 \cos(\alpha) \cos(\lambda) \sin(\lambda))}{1 - 2 \cos(\lambda)^2 + 2 \cos(\lambda)^2 \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2 \cos(\lambda)^4 \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cos(\alpha)^4}$$

Построим графики зависимости углового ускорения $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1)$ функции угла поворота ведущего вала λ при различных значениях угла излома α ($\omega_1 = 30\pi \text{ рад/с}$)

Второй случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$, угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$ (при переменном угле α ось II – подвижна).

$$\varepsilon_2^{(2)} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \right) = \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \omega_1 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \omega_\alpha. \quad (7)$$

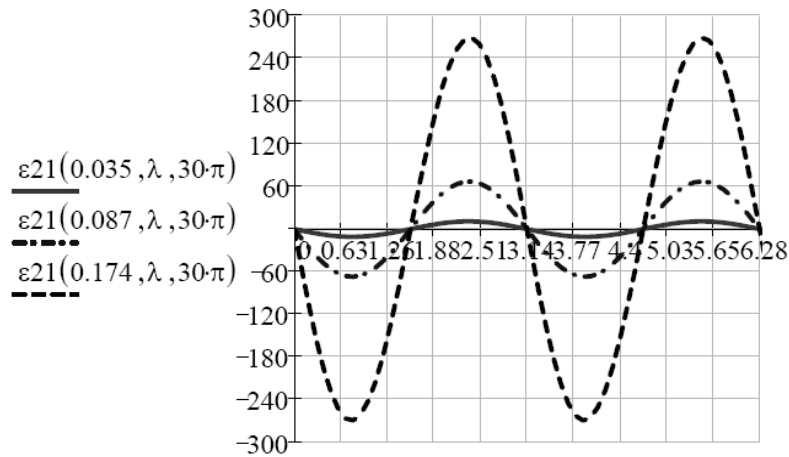


Рис. 3. График зависимости углового ускорения ε_{21} в функции угла поворота ведущего вала λ при различных значениях угла излома: $\alpha=0,035; 0,087; 0,174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$)

Выражение (5) примет вид:

В выражении (7) введем замены:

$$k\alpha(\alpha, \lambda) = \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha}, \varepsilon_{22\alpha} = k\alpha(\alpha, \lambda) \cdot \omega_1 \cdot \omega_\alpha, \varepsilon_{22\lambda} = k\lambda(\alpha, \lambda) \cdot (\omega_1)^2, \varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) = \varepsilon_2^{(2)}$$

Тогда $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$ равно:

$$\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_{22\alpha}(\alpha, \lambda) + \varepsilon_{22\lambda}(\alpha, \lambda)$$

Найдем частную производную $\varepsilon_{21}(\alpha, \lambda, \omega_1) = k\lambda(\alpha, \lambda)\omega_1^2$

$$k\lambda(\alpha, \lambda) = \frac{(-1 + \cos(\lambda))^2 + \cos(\lambda)^2 \cos(\alpha)^2 \sin(\alpha)}{1 - 2\cos(\lambda)^2 + 2\cos(\lambda)^2 \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 - 2\cos(\lambda)^4 \cos(\alpha)^2 + \cos(\lambda)^4 \cos(\alpha)^4}$$

Построим графики функций $\varepsilon_{22\alpha}(\alpha, \lambda)$ и $\varepsilon_{22}(\alpha, \lambda)$ при $\omega_1 \cdot \omega_\alpha \cong \pi^2$

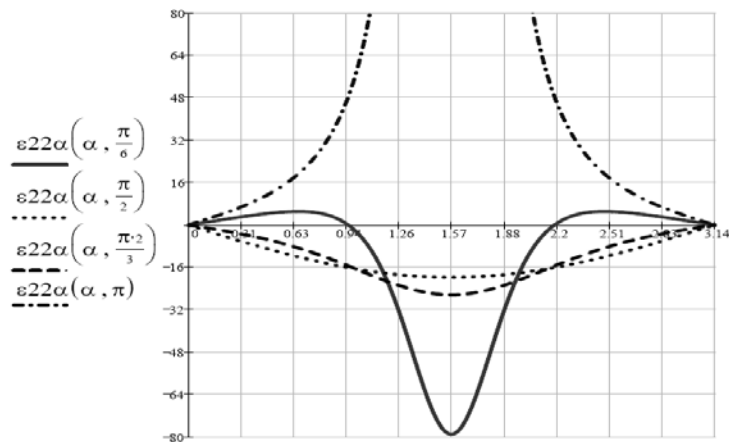


Рис. 4. График зависимости углового ускорения $\varepsilon_{22\alpha}$ в функции угла излома α при различных значениях угла λ : $\lambda = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \pi$ рад

Третий случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$, угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = 0$ (угол излома $\alpha = const$, ось II – неподвижна).

Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(3)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} \quad (8)$$

Тогда

$$\varepsilon_{23}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda)$$

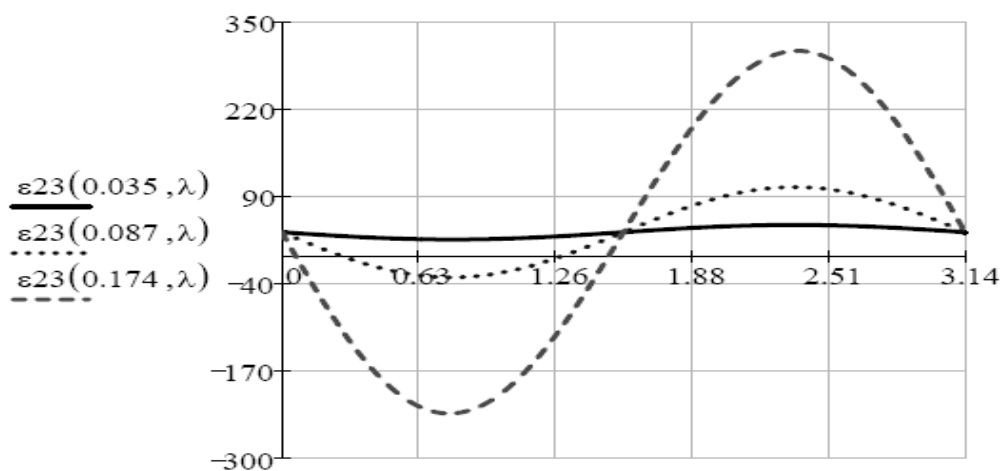


Рис. 5. График зависимости углового ускорения ε_{23} в функции угла поворота ведущего вала при различных значениях угла излома: 0,035; 0,087; 0,174 рад (2°; 5°; 10°)

Четвертый случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$, угловая скорость ведомого вала при перемещении оси II в положение III $\omega_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \neq 0$ (при переменном угле α ось II – подвижна). Выражение (5) примет вид:

$$\varepsilon_2^{(4)} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot K(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{\partial K(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \omega_1 \quad (9)$$

Тогда:

$$\varepsilon_{24}(\alpha, \lambda) := \varepsilon_1 \cdot k(\alpha, \lambda) + \omega_1^2 \cdot k\lambda(\alpha, \lambda) + \omega_\alpha \cdot \omega_1 \cdot k\alpha(\alpha, \lambda)$$

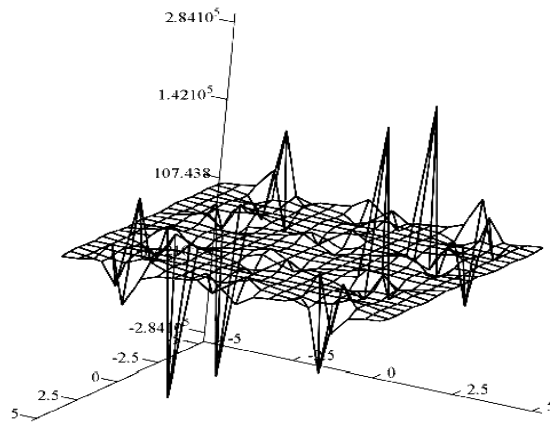


Рис. 6. График зависимости углового ускорения ε_{24} в функции двух углов: α и λ

Знание углового ускорения ε_2 позволит впервые учесть влияние дополнительного момента $M_1 = M_1(\alpha)$ в функции угла излома α , действующего на колеса машины и равно-го произведению осевого момента инерции колес с карданом относительно оси вращения колес I_X на угловое ускорение ε_2 - $M_1(\alpha) = I_X \varepsilon_2$

В результате суммарный момент M_1 на колесе примет вид (10):

$$M_1 = M_{кр} + M_1(\alpha), \quad (10)$$

где $M_{кр}$ – крутящий момент на входном валу вилки кардана (см. рис. 2).

Дополнительный момент M_1 придает вращающемуся колесу ещё и осциллирующее движение относительно его оси вращения, что негативно отразится на работе многих деталей колесного транспортного средства.

Оценим влияние дополнительного момента $M_1(\alpha)$ на суммарный момент M_1 по величине относительного изменения η в четырех случаях (формулы (6)–(9)) автомобиля БелАЗ-75800, принимая угол излома $\alpha = \frac{\pi}{90}$ рад, что соответствует 2° :

$$\eta = \frac{M_1(\alpha)}{M_{кр}} \cdot 100\% \quad (11)$$

БелАЗ-75800: число оборотов ведущего вала для 2-ой передачи – $N = 500$ об/мин; крутящий момент на ведущем валу – $M_{кр} = 6600$ Н.м²; момент инерции заднего моста – $I_X = 100$ кг.м²; время поворота тележки сочлененной конструкции на угол $\alpha = 45^\circ$ при скорости движения автомобиля $v = 10$ км/ч равно $t = 10$ с. Тогда $\omega_1 = 52$ рад/с, $\omega_\alpha = \pi/40$ рад/с, $\varepsilon_1 = 1,1$ рад/с². Результаты расчетов η для четырех значений углового ускорения $\varepsilon_2^{(i)}$ ($i=1, \dots, 4$) сведены в таблицу.

№ i	ε_2 рад/с ²	ε_2 град	$M_{кр}$ Н.м ²	I_X кг.м ²	ω_1 рад/с	$M_1(\alpha)$ Н.м ²	η %
1	3,26	2	6600	100	52	326	4,93
2	3,27	2	6600	100	52	327	4,95
3	4,36	2	6600	100	52	436	6,60
4	4,37	2	6600	100	52	437	6,62

Для скоростных карданных передач величины $M_1(\alpha)$ и n будут намного больше тех результатов, которые приведены в таблице.

Рассмотрим карданную передачу с двумя шарнирами на рис. 7–9.

В [3] приведено соотношение (12) для определения угла поворота ведомого вала в двухшарнирной карданной передаче:

$$\beta' = \arctag \left(\frac{\cos \gamma_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \psi)}{\cos \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \psi + \cos^2 \gamma_2 \cdot \operatorname{tg} \psi (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \psi \cdot \cos \gamma_1)} \right), \quad (12)$$

где α – угол поворота вала I; β – угол поворота вала III; γ_1 – угол излома вала I; γ_2 – угол излома вала III; ψ – угол между вилками 2 и 1, расположенными на валу II (см. рис. 9).

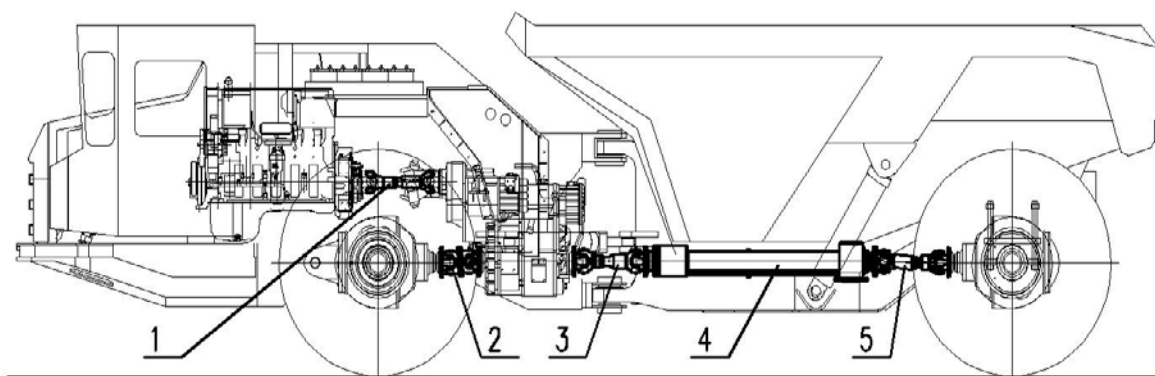


Рис. 7. Подземный самосвал БелАЗ-75800:

- 1 – карданный вал коробки передач, $J=11,75 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$;
- 2 – карданный вал переднего моста, $J=27,34 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$;
- 3 – карданный вал без промежуточной опоры (промопоры), $J=23,36 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$;
- 4 – промопора; 5 – карданный вал заднего моста, $J=23,36 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$

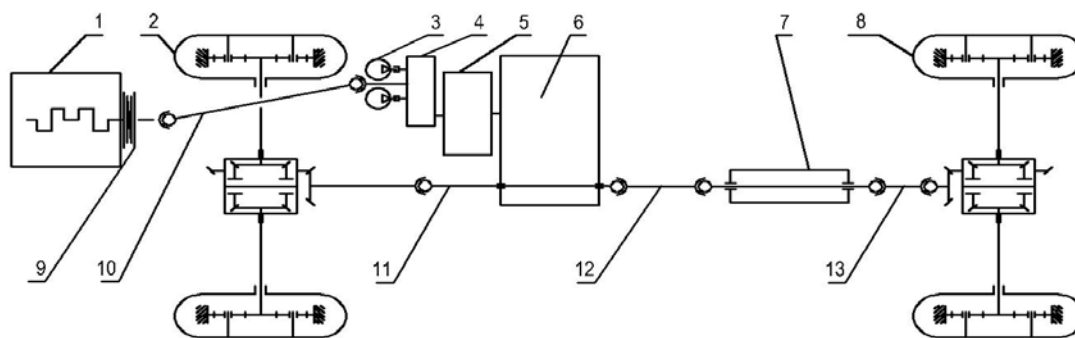


Рис. 8. Кинематическая схема трансмиссии подземного самосвала БелАЗ-75800:

- 1 – ДВС; 2 – мост передний; 3 – насосы рулевого управления; 4 – передача согласующая;
- 5 – гидротрансформатор; 6 – коробка передач; 7 – промопора; 8 – мост задний;
- 9 – муфта демпферная; 10 – карданный вал коробки передач, $J=11,75 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$;
- 11 – карданный вал переднего моста, $J=27,34 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$; 12 – карданный вал, $J=23,36 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$;
- 13 – карданный вал заднего моста, $J=23,36 \text{ кГ}\cdot\text{мм}^2$

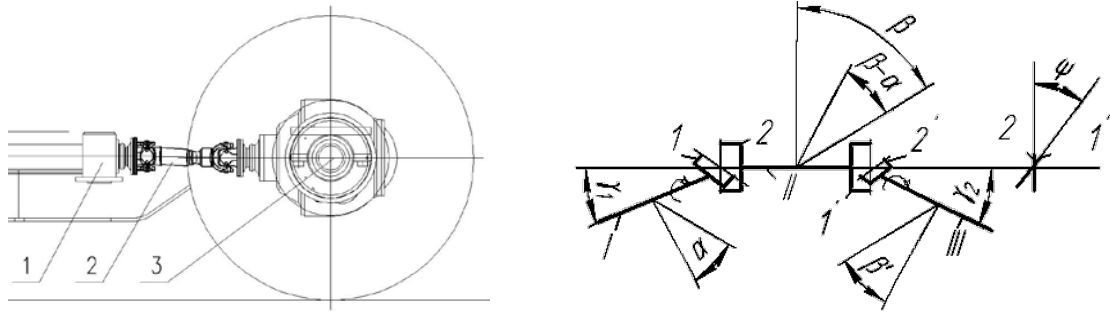


Рис. 9. Схема двухшарнирной карданной передачи с обозначением углов:
1 – опора; 2 – карданный вал; 3 – задний мост с колесами; углы – α , β , β' , γ_1 , γ_2 , ψ

Угол β' является функцией двух переменных α , γ_2 . Поэтому, полная производная по времени от (12) представляет собой сумму двух слагаемых

$$\frac{d\beta'}{dt} = \frac{\partial\beta'}{\partial\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial\beta'}{\partial\gamma_2} \cdot \frac{d\gamma_2}{dt}. \quad (13)$$

Найдем частные производные $\frac{\partial\beta'}{\partial\alpha}$, $\frac{\partial\beta'}{\partial\gamma_2}$ в (13):

$$\begin{aligned} \frac{\partial\beta'}{\partial\alpha} &= \frac{\cos\gamma_2 \cdot (1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\psi}{\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)}}{1 + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2}} + \\ &+ \frac{-\cos\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\psi}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2} \cdot \left[-(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (1 + \operatorname{tg}^2\alpha)\right]}{1 + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2}}; \\ \frac{\partial\beta'}{\partial\gamma_2} &= \frac{-\sin\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\psi}{\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)}}{1 + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2}} + \\ &+ \frac{2 \cdot \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\psi}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2} \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1) \cdot \sin\gamma_2}{1 + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{\left[\cos\gamma_1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\psi + \cos^2\gamma_2 \cdot \operatorname{tg}\psi \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\psi \cdot \cos\gamma_1)\right]^2}}; \end{aligned}$$

Введем замены:

$L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) = \frac{\partial \beta'}{\partial \alpha}$, $L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) = \frac{\partial \beta'}{\partial \gamma_2}$, $\omega_3 = \frac{d\beta'}{dt}$ – угловая скорость вращения вала III; $\omega_1 = \frac{d\alpha}{dt}$ – угловая скорость вала I; $\omega_{\gamma_2} = \frac{d\gamma_2}{dt}$ – угловая скорость оси III при переменном угле γ_2 .

Выражение (13) перепишем в виде:

$$\omega_3 = \omega_1 L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) + \omega_{\gamma_2} L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) \quad (14)$$

Определим угловое ускорение ведомого вала ε_3 , взяв полную производную по времени от левой и правой частей выражения (14):

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_1 L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) + \omega_1 \left(\frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \alpha} \omega_1 + \frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \gamma_2} \omega_{\gamma_2} \right) + \varepsilon_{\gamma_2} L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) + \omega_{\gamma_2} \left(\frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \alpha} \omega_1 + \frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \gamma_2} \omega_{\gamma_2} \right), \quad (15)$$

где ε_1 – угловое ускорение вала I; ε_{γ_2} – угловое ускорение оси III.

Для анализа выражения (9) необходимо рассмотреть четыре случая.

1. Первый – $\varepsilon_1 = 0$, $\omega_{\gamma_2} = 0$.

2. Второй – $\varepsilon_1 = 0$, $\omega_{\gamma_2} \neq 0$.

2.1 Случай равномерного вращения – $\varepsilon_{\gamma_2} = 0$;

2.2 Случай неравномерного вращения – $\varepsilon_{\gamma_2} \neq 0$.

3. Третий – $\varepsilon_1 \neq 0$, $\omega_{\gamma_2} = 0$.

4. Четвертый – $\varepsilon_1 \neq 0$, $\omega_{\gamma_2} \neq 0$.

4.1 $\varepsilon_{\gamma_2} = 0$; 4.2 $\varepsilon_{\gamma_2} \neq 0$.

В качестве примера рассмотрим четвертый случай.

Четвертый случай. Угловое ускорение входного вала $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} \neq 0$ (входной вал вращается неравномерно), угловая скорость оси III $\omega_{\gamma_2} = \frac{d\gamma_2}{dt} \neq 0$ (при переменном угле γ_2 ось III подвижна).

В этом случае выражение (15) примет вид (16):

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_1 L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) + \omega_1 \left(\frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \alpha} \omega_1 + \frac{\partial L1(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \gamma_2} \omega_{\gamma_2} \right) + \varepsilon_{\gamma_2} L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi) + \omega_{\gamma_2} \left(\frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \alpha} \omega_1 + \frac{\partial L2(\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \psi)}{\partial \gamma_2} \omega_{\gamma_2} \right), \quad (16)$$

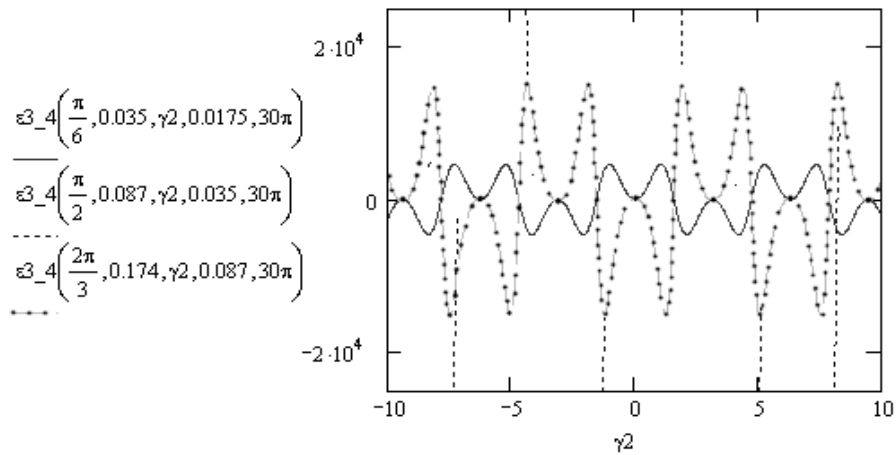


Рис. 10. График зависимости углового ускорения ε_{3_4} в функции угла излома γ_2 при различных значениях угла $\alpha = \pi/6; \pi/2; 2\pi/3$; угла $\gamma_1: \gamma_1=0,035; 0,087; 0,0174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$) и угла $\psi: \psi=0,0175; 0,035; 0,087$ рад ($1^\circ; 2^\circ; 5^\circ$)

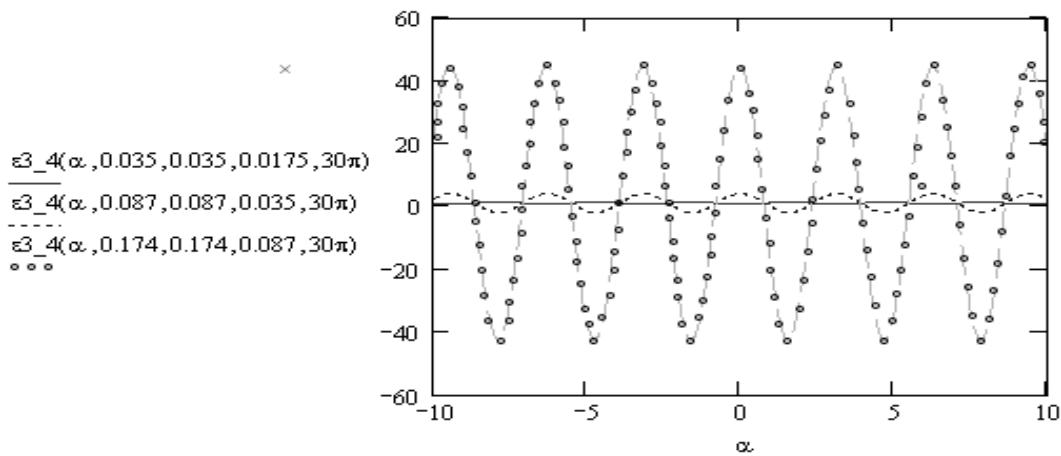


Рис. 11. График зависимости углового ускорения ε_{3_4} в функции угла α при различных значениях угла $\gamma_1: \gamma_1=0,035; 0,087; 0,0174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$); угла $\gamma_2: \gamma_2=0,035; 0,087; 0,0174$ рад ($2^\circ; 5^\circ; 10^\circ$) и угла $\psi: \psi=0,0175; 0,035; 0,087$ рад ($1^\circ; 2^\circ; 5^\circ$)

Величина углового ускорения выходного вала III карданной передачи сильно зависит от двух углов: от угла излома вала III – γ_2 ; от угла между вилками 2 и 1', расположенными на валу II – ψ (см. рис. 2).

Угловое ускорение вала III в функции двух углов создает дополнительный вращающий момент $M_2=M_2(\gamma_2, \psi)$ на ведущих колесах автомобиля, который вращающимся колесам придает ещё и осциллирующее движение относительно их осей вращения $M_2(\gamma_2, \psi) = I_x \cdot \varepsilon_3$.

В результате суммарный момент M_2 на колесе примет вид (17):

$$M_2 = M_{\text{КР}} = M_2(\gamma_2, \psi), \quad (17)$$

где $M_{\text{КР}}$ – крутящий момент на входном валу вилки кардана (см. рис. 2).

Знание величины углового ускорения вала III в функции двух углов позволяет проводить расчеты, связанные с динамикой деталей трансмиссии и колес автомобиля.

Заключение

В работе получены следующие результаты:

Формализованы зависимости углового ускорения выходных валов карданных передач: ε_2 вала II (рис. 2) в функции угла излома – α ; ε_3 вала III (рис. 9.) в функции двух углов – γ_2, ψ (в литературе таких зависимостей нет).

Определены дополнительные вращающие моменты: $M_1(\alpha)$ в функции углового ускорения ε_2 и угла излома α (для одношарнирной карданной передачи); $M_2(\gamma_2, \psi)$ в функции углового ускорения ε_3 и двух углов – γ_2, ψ (для двухшарнирной карданной передачи).

Выводы

Дополнительные вращающие моменты: вращающимся колесам с шинами сообщают колебательные движения относительно их осей вращения; у различных конструкций машин при определенных режимах работы и на разных передачах могут достигать значительных величин; генерируют вибрации деталей трансмиссии, колес и машины в целом, что уменьшает срок службы транспортного средства.

При проектировании колесного транспортного средства необходимо:

во-первых, рассчитать величины углового ускорения ε_2 в функции угла излома α одношарнирной карданной передачи, ε_3 в функции двух углов – γ_2, ψ двухшарнирной карданной передачи и дополнительных вращающих моментов $M_1(\alpha)$ и $M_2(\gamma_2, \psi)$ на разных передачах;

во-вторых, выполнить расчеты, связанные с выбором схемы и с нагрузочными режимами карданных передач, с динамикой деталей трансмиссии, колес и автомобиля в целом.

Ввести результаты данных исследований в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов по дисциплинам «Конструирование и расчет деталей транспортных средств» и «Теория мобильных машин».

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский, Л. Г. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т. I. Статика и кинематика / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 352 с.
2. Лойцянский, Л. Г. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т. II. Динамика / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 640 с.
3. Малаховский, Я. Э. Карданные передачи / Я. Э. Малаховский, А. А. Лапин, Н. К. Веденеев — М.: 1962. – 155с.
4. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский — М.: «Наука» 1988. – 639 с.
5. Островерхов, Н. Л. Динамическая нагруженность трансмиссий колесных машин / Н. Л. Островерхов, И. К. Русецкий, Л. И. Бойко — Мн.: Наука и техника. – 1977. – 191 с.
6. Проектирование универсальных шарниров и ведущих мостов. Пер. с англ. Ю. В. Попова. – Л.: Машиностроение. – 1984. – 463 с.
7. Бойко, Л. И. Механика приводов колеблющихся рабочих органов машин / Л. И. Бойко — Мн.: ООО «Мэджик Бук». – 2003. – 239 с.