

М.Л. Герман, В.А. Бородуля, Е.Ф. Ноготов, Г.И. Пальченко

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ЖАРОТРУБНЫХ КОТЛОВ С ТУПИКОВОЙ ТОПКОЙ

АНК «Институт тепло- и массообмена им.А.В.Лыкова» НАНБ

Введение

В последнее время во многих развитых европейских странах (Германии, Швеции, Финляндии и др.) и России большое внимание уделяется разработке и выпуску новых жаротрубных паровых и водогрейных котлов мощностью от 1 до 4 МВт (рис.1). Они находят широкое применение в районных, заводских и коммунально-бытовых отопительных котельных, приходя на смену чугунным водогрейным котлам. Это объясняется их меньшей стоимостью по сравнению с водотрубными и чугунными котлами, более высоким КПД (92-93 %), большей степенью автоматизации и лучшей ремонтпригодностью. Вместе с тем для разработки и производства такого оборудования в настоящее время нет достаточно строгой нормативно-расчетной базы.

В применяемом в настоящее время нормативном методе расчета котельных агрегатов весьма приближенно учитываются основные закономерности теплообмена в топочной камере, и тепловой расчет ее требует задания ряда эмпирических поправок для определения критерия Больцмана, степени черноты топки и неоднородности температурного поля в ней. Все эти поправки известны только для отработанных типов котлов или однотипных с ними. Кроме того, в нормативном методе теплового расчета котельных агрегатов не учитывается в явном виде конфигурация объема и лучевоспринимающей поверхности топочной камеры.

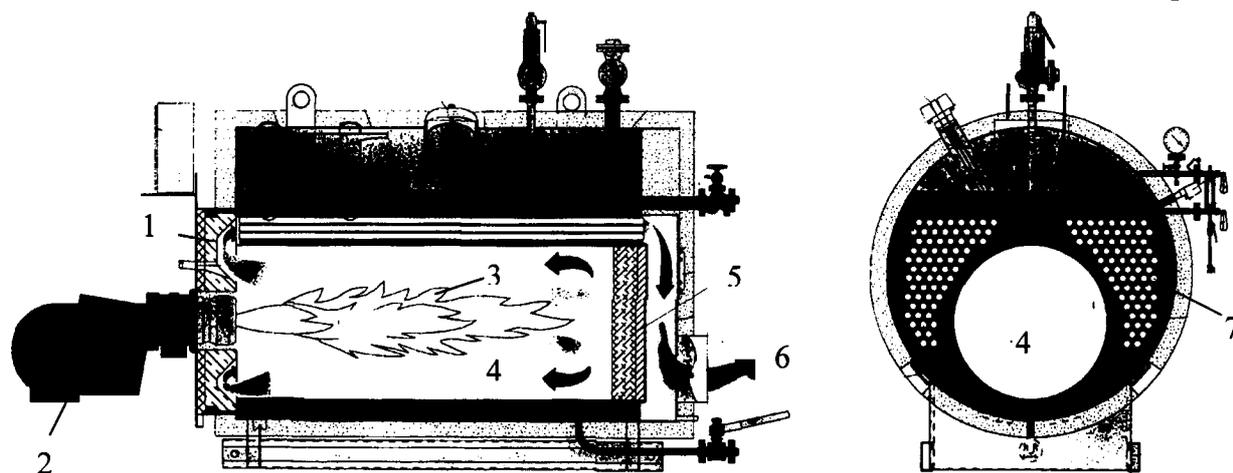


Рис. 1. Общий вид универсального жаротрубного котла с тупиковой (реверсивной) топкой:

1 – передний экран, 2 – горелка, 3 – факел, 4 – топочная камера, 5 – тупиковый экран, 6 – дымовые газы, 7 – дымогарные трубы

При проектировании новых энергетических топков, отличающихся по типу и размерам от существующих, и в частности для жаротрубных котлов с реверсивными (тупиковыми) топками, тепловой расчет по нормативному методу может давать результаты, значительно отличающиеся от реальных. В данной работе предлагается более точный метод расчета теплового режима топочных камер.

1. Математическая модель

Процесс теплообмена в топочной камере описывается уравнением энергии, которое в стационарном случае имеет вид [1]

$$\operatorname{div}(c_p \rho \bar{\mathfrak{V}} T(\bar{r}) - \lambda \cdot \operatorname{grad} T(\bar{r})) = Q_c(\bar{r}) - \operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r}). \quad (1)$$

Здесь $T(\bar{r})$ - температура среды в точке \bar{r} ; $\bar{\mathfrak{V}}$, λ , c_p , ρ - соответственно скорость перемещения, коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность топочной среды; $Q_c(\bar{r})$ - объёмные тепловыделения от горения топливной смеси, $\operatorname{div} \bar{Q}_r$ - дивергенция радиационных потоков. Все величины зависят от координаты \bar{r} и температуры T . Для корректного определения поля температуры в объеме топочной камере необходимо знать распределения полей скорости $\bar{\mathfrak{V}}(\bar{r})$, тепловых $Q_c(\bar{r})$ и радиационных $\operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r})$ источников.

Турбулентное поле движения смеси молекулярных газов можно рассчитать на основе осредненных во времени уравнений Навье-Стокса [2] с использованием двухпараметрической k-ε модели турбулентности [3].

Плотность источников излучения $\operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r})$ определяется из решения уравнения переноса излучения при условии локального термодинамического равновесия [4]:

$$\bar{l} \cdot \nabla I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) + (\chi_\lambda + \sigma_\lambda) I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) = \chi_\lambda B_\lambda(T) + \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \int_{4\pi} p_\lambda(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}') I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}') d\Omega', \quad (2)$$

где $I_\lambda(\bar{r}, \bar{l})$ - спектральная интенсивность излучения в точке \bar{r} в направлении \bar{l} ; χ_λ , σ_λ - спектральные коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно; $B_\lambda(T)$ - спектральная интенсивность излучения черного тела при температуре T ; $p_\lambda(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}')$ - индикатриса рассеяния излучения при его взаимодействии с элементарным объемом среды. Для определения дивергенции лучистых потоков в каждой точке топочной среды используется соотношение [5]

$$\operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r}) = \int_0^\infty \chi_\lambda(\bar{r}) \left(4\pi B_\lambda(T(\bar{r})) - \int_{4\pi} I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega \right) d\lambda. \quad (3)$$

Каждая из указанных задач является достаточно сложной и трудоемкой. Поэтому при расчете реальных топочных агрегатов прибегают к различного вида упрощениям. При этом, конечно, необходимо наиболее корректно сохранить вклад преобладающих механизмов энергопереноса - конвекции и радиации. Поскольку подавляющую роль в топочных процессах (до 90 %) играет перенос энергии излучением [6], то особенно важно наиболее полно учесть вклад радиационной составляющей теплообмена.

С целью упрощения математической модели проинтегрируем уравнение переноса энергии (1) по объёму:

$$\iiint_V \operatorname{div}(c_p \rho \bar{\mathfrak{V}} T - \lambda \cdot \operatorname{grad} T) dV = \iiint_V (Q_c - \operatorname{div} \bar{Q}_r) dV. \quad (4)$$

Далее, согласно теореме Гаусса-Остроградского и учитывая условие неразрывности ($\rho_0 \vartheta_0 S_0 = \rho_k \vartheta_k S_k = G$) и условие прилипания на твердых поверхностях ($\bar{\vartheta} = 0$), это уравнение приводится к виду

$$G(c_p T_a - c_p T_k) = \iint_S \alpha(T - T_w) dS + \iiint_V \operatorname{div} \bar{Q}(\bar{r}) dV = Q_w^k + Q_w^r. \quad (5)$$

Здесь S_0, S_k - входное и выходное сечения топки (рис.2), ϑ_0, ϑ_k - скорость подачи топливной смеси и истечения дымовых газов; T_a - адиабатическая температура сгорания топлива; α - коэффициент конвективной теплоотдачи от потока на стенки топочной камеры; Q_w^k и Q_w^r - теплота, переданная стенкам топки за счет конвекции и излучения соответственно.

Заметим, что если в уравнении (5) заменить член Q_w^k коэффициентом сохранения теплоты ϕ и положить радиационный поток на стенки равным $Q_w^r = a_T \sigma_0 S(T_\phi^4 - T_w^4)$, то получим известную методику ВТИ-ЭНИН [6]:

$\phi D c_p (T_a - T_k) = a \sigma_0 S(T_\phi^4 - T_w^4)$. Здесь $\sigma_0 = 5.68 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) - постоянная Стефана-Больцмана; a_T - степень черноты топки, S - площадь лучеиспускающей поверхности, T_ϕ - эффективная температура топочной среды, которая определяется соотношением

$T_\phi = T_k (1 + \sum_{i=1}^n \Delta_i)$ через эмпирические поправки Δ_i на сорт топлива, расположение

горелок и т.д. Методика ВТИ-ЭНИН расчета температуры уходящих дымовых газов является составной частью нормативного метода теплового расчета котельных агрегатов [7].

В основе методики ЦКТИ [6] лежит расчетная формула, связывающая температуру газов на выходе из топки с критерием Больцмана Bo , степенью черноты топки a_T и некоторым параметром M , характеризующим неоднородность температурного поля: $\frac{T_k}{T_a} = \frac{Bo^{0.6}}{M \cdot a_T^{0.6} + Bo^{0.6}}$, которая весьма приближенно учитывает основные закономерности теплообмена. К тому же для определения Bo , a_T и M также требуется задание ряда эмпирических поправок, которые известны только для отработанных типов котлов.

1.1. Определение температуры уходящих дымовых газов

Рассмотрим идеализированную печь, в которой подача горючей смеси в объём и удаление продуктов сгорания происходят одновременно в каждой точке объёма. Тогда локальная температура в любой произвольно выбранной точке объёма $T(\bar{r})$ является локальной температурой уходящих дымовых газов. При условии дальнейшего полного перемешивания, что в действительности происходит в выходном сечении топочной камеры (а для тупиковой топки и в ее объёме), общая температура уходящих дымовых газов есть не что иное, как средняя величина локальных температур уходящих газов в объёме топки:

$$T_k = \frac{1}{V} \iiint_V T(\bar{r}) dV. \quad (6)$$

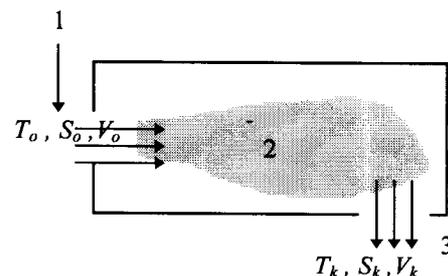


Рис. 2. Схема топочной камеры: 1-горючая смесь; 2-факел; 3-дымовые газы

С учетом этого уравнение (5) принимает вид

$$\iiint_V (dc_p T_a - dc_p T(\bar{r}) - q_k - \operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r})) dV = 0, \quad (7)$$

где $d = G/V$ - величина объёмной плотности расхода горючей смеси, которая, согласно принятым предположениям, является *постоянной* в объёме топки;

$$q_k = \frac{1}{V} \iint_S \alpha (T - T_w) dS \quad (8)$$

- *среднеинтегральная* объёмная плотность стоков тепла за счет конвекции. Для явного учета излучения в уравнении (6) преобразуем выражение (3) для дивергенции лучистых потоков:

$$\operatorname{div} \bar{Q}_r(\bar{r}) = 4\tilde{\chi} \sigma_0 T^4(\bar{r}) - \int_0^\infty \chi_\lambda(\bar{r}) \int_{4\pi} I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega d\lambda. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{\chi} = \frac{\pi}{\sigma_0 T^4} \int_0^\infty \chi_\lambda B_\lambda(T) d\lambda$ - *среднеинтегральный коэффициент поглощения* топочной среды.

Для упрощения записи введем параметр $U = \int_0^\infty \chi_\lambda(\bar{r}) \int_{4\pi} I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega d\lambda$. С учетом этого уравнение для определения локальных температур (7) запишется как

$$4\tilde{\chi} \sigma_0 T^4(\bar{r}) + dc_p T(\bar{r}) = dc_p T_a - q_k + U. \quad (10)$$

Данное уравнение является существенно нелинейным, поскольку $\tilde{\chi}$, q_k и U имеют сильную зависимость от температуры среды и тепловоспринимающей поверхности.

1.2. Определение характеристик переноса излучения

Радиационные источники рассчитываются непосредственно из уравнений (3), (5). При этом граничные условия к уравнению переноса излучения с учетом процессов отражения и излучения на лучевоспринимающих поверхностях топки, которые предполагаются диффузионными, имеют вид

$$I(P, \bar{l}) \Big|_{(\bar{l} \cdot \bar{n}) < 0} = \varepsilon B(T_w(P)) + \frac{1 - \varepsilon}{\pi} \int_{2\pi} I(P, \bar{l}') \cdot (\bar{l}' \cdot \bar{n}) d\Omega', \quad (11)$$

где ε, \bar{n} - степень черноты поверхности и внешняя нормаль к ней.

К настоящему времени известно достаточно большое количество различных методов решения уравнения переноса излучения (2) с граничными условиями (11): Монте-Карло [8], приближение сферических гармоник [9], радиационных элементов [10], характеристик [4,11], зональные [12] и другие методы. Одним из последних направлений в методике решения уравнения переноса излучения являются комбинации метода дискретных ординат [13] с методами конечных разностей [14,15] или конечных элементов [16,17]. Популярность такого подхода для решения уравнения переноса объясняется относительной простотой вычислительного алгоритма и его совместимостью с расчетными схемами для других механизмов переноса энергии. Тем не менее на проведенном в августе 1995 г. Первом международном симпозиуме по радиационному теплообмену [18], где обсуждалось современное состояние исследований в области переноса излучения, было отмечено, что в настоящее время нет достаточно надежного и эффективного метода расчета уравнения

переноса, несмотря на ряд новых подходов к решению этой проблемы. Каждый из существующих методов имеет свои недостатки и ограниченную область применения.

В данной работе предлагается использовать новый подход к расчету задач переноса излучения, предполагающий при численном решении уравнения переноса (2) использовать его кусочно-аналитические решения. Результаты применения этого подхода для решения ряда практических задач [19,20] показали, что он свободен от многих недостатков, присущих другим методам, и обладает рядом достоинств, позволяющих существенно расширить круг решаемых задач, связанных с переносом энергии излучением. Обеспечивая более высокую точность и скорость решения, этот метод требует для своей реализации значительно меньше компьютерных ресурсов.

Основой предлагаемого метода является комбинация метода дискретных ординат [13-17] и метода трассировки луча [11,20] - интенсивность излучения определяется вдоль траектории луча с учетом оптических и геометрических свойств среды и граничной поверхности путем использования кусочно-аналитических решений уравнения (2). Для пространственной дискретизации расчетной области используется идеология метода конечных элементов [17,21], что позволяет описывать сложные конфигурации и сохранять совместимость с расчетными схемами для других механизмов переноса энергии. Детальное описание предлагаемого метода решения переноса излучения можно найти в работе [22].

Для расчета спектральных коэффициентов поглощения и рассеяния топочной среды предлагается использовать эффективную методику, изложенную в работе [4]. Расчет характеристик радиационного теплообмена целесообразно проводить в диапазоне длин волн $\lambda=1 \div 6$ мкм, где сосредоточена основная излучательная энергетика продуктов сгорания.

На основе решения уравнения переноса определяются:

- среднеинтегральный коэффициент поглощения топочной среды $\tilde{\chi}$;

- параметр $U = \int_0^{\infty} \chi_{\lambda}(\bar{r}) \int_{4\pi} I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega d\lambda$;

- локальные плотности результирующего радиационного потока на поверхностях топочной камеры $q_w^r(P) = \int_0^{\infty} \epsilon \left(\int_{2\pi} I_{\lambda}(P, \bar{l}) \cdot (\bar{l} \cdot \bar{n}) d\Omega - \pi B_{\lambda}(T_w(P)) \right) d\lambda$, которые используются в дальнейших расчетах для определения их температуры.

1.3. Учет конвективного теплообмена в топочной камере

Конвективные стоки тепла q_k в рамках принятой модели вычисляются по формуле (8). Определение коэффициента теплоотдачи α от топочных газов к стенке топки производится согласно нормативному методу [7]:

$$\alpha = \begin{cases} 0,15\zeta \frac{\lambda}{D} \text{Pr}^{0,33} \text{Re}^{0,43}, & \text{Re} < 2000; \\ 0,023\zeta \frac{\lambda}{D} \text{Pr}^{0,4} \text{Re}^{0,8}, & \text{Re} > 2000; \end{cases} \quad \text{Re} = \frac{9D}{\eta}. \quad (12)$$

Здесь ζ - поправочный коэффициент [7], зависящий от соотношения длины (высоты) топочной камеры и ее диаметра D . Для определения α необходимо знать скорость обтекания поверхностей топочной камеры газовой смесью. Предлагается использовать ее среднее значение и вычисление производить по формуле

$$\vartheta = \xi \frac{D}{\tilde{\rho} S_T}, \quad (13)$$

где $\tilde{\rho}$ - средняя плотность газов в топочной камере и S_T - площадь ее поперечного сечения. Для реверсивных топок поправочный коэффициент $\xi=2$, а для прямоточных - $\xi=1$.

Плотность локального конвективного потока тепла в точке P на граничной поверхности камеры определяется выражением

$$q_w^k = \alpha(P) \cdot (T(P) - T_w(P)), \quad (14)$$

где $T(P)$ и $T_w(P)$ - соответственно температура топочной среды и стенки в данной точке.

1.4. Определение температуры стенок топочной камеры

Для стенок топочных камер котельных агрегатов характерны низкое термическое сопротивление и отсутствие вдоль их значительных градиентов приходящих тепловых потоков. Вследствие этого можно при определении локальных температур считать, что полный поток тепла q_w , падающий на стенку в точке P со стороны факела (рис.3), равен полному потоку q_w^H , снимаемому с противоположной стороны теплоносителем. Тогда для определения температуры $T_w(P)$ и $T_w^H(P_H)$ в каждой точке стенки можно использовать систему уравнений

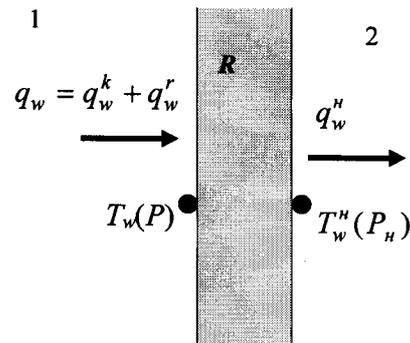


Рис. 3. К расчету температуры стенок.
1 - топка, 2 - теплоноситель

$$q_w = \frac{T_w - T_w^H}{R} = \alpha_T (T_w^H - T_o) + \varepsilon_T \sigma_0 ((T_w^H)^4 - T_o^4), \quad (15)$$

где α_T и ε_T - соответственно коэффициент теплоотдачи и приведенная степень черноты в системе наружная поверхность стенки - теплоноситель; R - термическое сопротивление стенки; T_o - температура теплоносителя, омывающего внешнюю поверхность топочной камеры. Для внешней стороны рабочих поверхностей топочной камеры коэффициент теплоотдачи от стенки к кипящей воде рассчитывается из номограмм нормативного метода [7]. Для внешних поверхностей, омываемых дымовыми газами или окружающим воздухом (например, топочный экран и тупик), расчет коэффициента теплоотдачи можно производить с помощью соотношения [23]

$$\alpha_T = 0.6 \frac{\lambda}{H} (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{0.25}, \quad (16)$$

где λ - коэффициент теплопроводности омывающего газа; H - характерный размер поверхности. При определении числа Грасгофа Gr в качестве характерного перепада температуры принимается разность между температурой стенки и температурой окружающей среды. Значения числа Прандтля Pr , кинематической вязкости ν и коэффициента теплопроводности λ в зависимости от температуры приводятся также в работе [23].

Такой подход позволяет рассчитывать не только температуру стенки, омываемой водой (пароводяной смесью), но и температуру экранных поверхностей в топке.

1.5. Методика расчета теплового режима топочной камеры

Для расчета температурных характеристик топочной камеры производится дискретизация её объема в соответствии с методом конечных элементов [21]. Выбор идеологии этого метода обусловлен возможностью описания сложных конфигураций. В результате такой дискретизации получается некоторое количество элементов N_e , объемных N_p и граничных B_p узлов разбиения (рис.4). В объемных узлах рассчитываются все интересующие характеристики топочной среды (температура, оптические характеристики, дивергенция лучистых потоков и т.д.). В граничных узлах рассчитываются температура стенки внутри и снаружи топки, а также плотности радиационного и конвективного потоков на стенку.

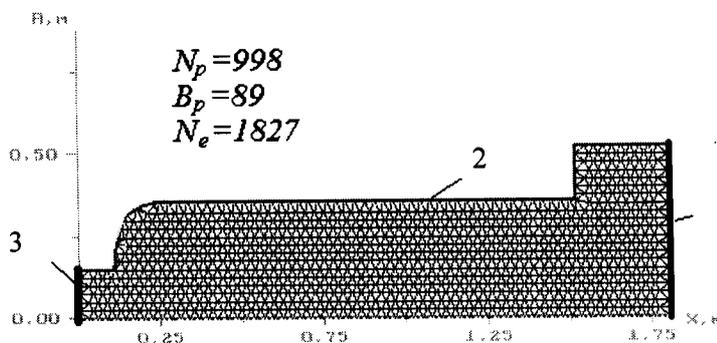


Рис.4. Расчетная сетка для определения теплового режима топочной камеры.

- 1 – передний экран, обтекаемый окружающим воздухом;
- 2 – омываемые водой стенки топочной камеры;
- 3 – тупиковый экран, обтекаемый дымовыми газами

Поскольку система уравнений для определения теплового режима топочной камеры (3), (7)-(17) является существенно нелинейной, её решение осуществляется путем итерационного уточнения входящих в неё параметров. При этом вычислительный алгоритм включает следующие этапы:

1. В начальный момент полагается $T_i = T_a$, для всех объемных узлов $i = 1..N_p$, для всех граничных узлов $j = 1..B_p$ температура $T_{wj} = T_{wj}^H = T_o$.
2. В соответствии с (14) вычисляется средняя скорость движения топочной среды ϑ , исходя из которой, в соответствии с (13), вычисляется коэффициент конвективной теплоотдачи α и плотность конвективного потока (15) на стенку q_w^k в граничных узлах расчетной области. Интегрируя q_w^k по поверхности, можно определить объемную плотность конвективных стоков тепла q_k в объеме топочной камеры (9).
3. В спектральном диапазоне $\lambda = 1 \div 6$ мкм в зависимости от температуры рассчитываются оптические характеристики топочной среды в каждом узле расчетной области. Далее определяется среднеинтегральный по спектральному диапазону коэффициент поглощения топочной среды $\tilde{\chi}_i$ (п.1.1) для каждого узла расчетной области. Решается система уравнений радиационного переноса (3), (12) в каждой точке спектра, и вычисляются интегральные значения U_i для всех узлов $i = 1..N_p$ и интегральные плотности радиационного потока q_{wj}^r на стенку для всех граничных узлов $j = 1..B_p$.
4. Решается уравнение (11) и определяются новые значения температуры топочной среды T_i в каждом узле расчетной области $i = 1..N_p$.
5. Из системы уравнений (16) рассчитывается температура стенок топочной камеры T_{wj} и T_{wj}^H в каждом граничном узле расчетной области $j = 1..B_p$.

6. Вычисляется погрешность совпадения температур на соседних итерациях s и $s+1$:

$$\delta = \max \begin{cases} |T_i^{s+1} - T_i^s|, & i = 1..N_p, \\ |T_{wj}^{s+1} - T_{wj}^s|, & j = 1..B_p. \end{cases} \quad (17)$$

7. Если $\delta > \delta_0$ (δ_0 – заданная точность расчета, рекомендуется $\delta_0 \approx 0.1$ °C), то расчет повторяется, начиная с пункта 2. В противном случае расчет считается законченным.

2. Результаты расчета теплового режима топочной камеры котла КП-1.0-06Г

Указанный в названии раздела котел имеет цилиндрическую форму с реверсивной топочной камерой (размеры указаны на рис.4), производительность 1 тонна пара в час. Горючая смесь (природный газ с воздухом, расход $G=0.323$ кг/с, адиабатическая температура сгорания $T_a=1945$ °C) подается через форсунку, расположенную на оси цилиндра на переднем экране (граница АВ, рис.5), который выполнен из теплозащитного материала и имеет термическое сопротивление $R=0.54$ м²•°C/Вт. Затем струя газов ударяет в тупиковый экран (граница JK), также выполненный из огнеупорного материала с термическим сопротивлением $R=0.02$ м²•°C/Вт, и, возвращаясь, омывает тепловоспринимающую поверхность топки (граница BCDEFJ). Стенка, омываемая теплоносителем, выполнена из стали и имеет термическое сопротивление $R=0.0002$ м²•°C/Вт.

Процессы теплообмена и горения в данном котле с большой степенью точности можно считать осесимметричными. В связи с этим достаточно рассматривать половину радиального сечения топочной камеры (рис.4). Результаты расчета температуры уходящих дымовых газов и температурного поля в топочной камере приведены на рис.5. Там же указана температура уходящих дымовых газов T_k^H , рассчитанная по нормативному методу [7], и экспериментально [24] измеренная $T_k^Э$. В результате сравнения можно сделать вывод о том, что для данного типа котлов предлагаемая методика является более корректной. Из расчета следует, что, несмотря на высокие скорости движения топочной среды в тупиковой топке и высокую степень турбулизации потока, преобладающим механизмом энергопереноса является излучение, на долю которого приходится более 80% от общего теплосъема в топочной камере.

Заключение

Предложенная методика расчета теплового режима топочных камер является замкнутой и по сравнению с нормативным методом обладает рядом преимуществ. Она дает возможность производить:

- учет конвективной составляющей теплообмена;
- уточненный расчет радиационной составляющей теплообмена;
- приближенный расчет температурного поля в топочной камере;
- определение локальных тепловых нагрузок на тепловоспринимающие поверхности топки;
- учет влияния оптических и теплофизических свойств топочных стенок (а следовательно, и уровня экологических загрязнений);
- учет конфигурации топочного объема;
- учет селективных свойств топочной среды и тепловоспринимающей поверхности.

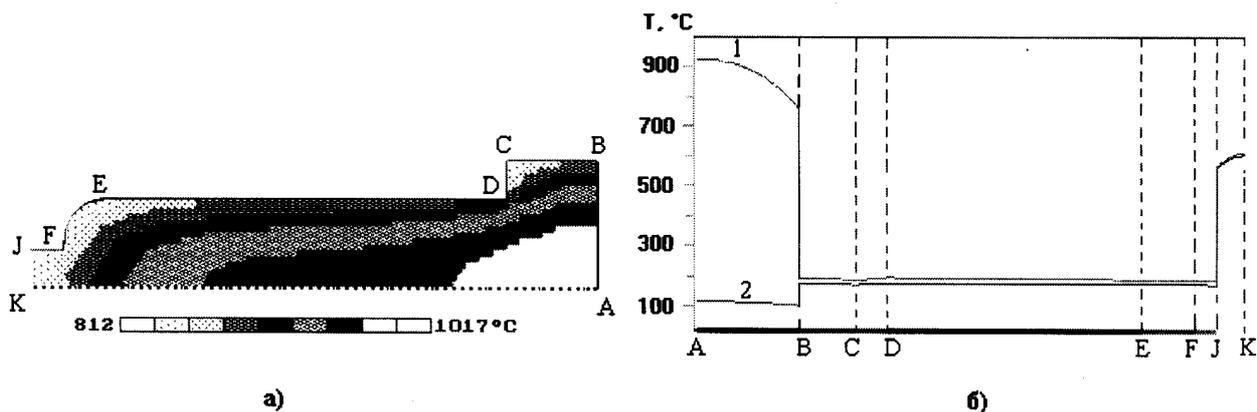


Рис.5. Тепловой режим топочной камеры котла КП-1.0-0.6 Г

($G = 0,323$ кг/с, $T_a = 1945^\circ\text{C}$, $Q_w = 425,9$ кВт (100%), $Q_w^k = 77,8$ кВт (18%), $Q_w^Y = 348,2$ кВт (82%), $T_k = 929^\circ\text{C}$ - расчет, $T_k^H = 1108^\circ\text{C}$ - нормативный метод, $T_k^Э = 910^\circ\text{C}$ - эксперимент):

а - распределение температуры в топке; б - температура стенок: 1 - температура внутренней поверхности топочных стенок; 2 - температура внешней поверхности топочных стенок

Авторы выражают благодарность Фонду фундаментальных исследований Республики Беларусь за финансовую поддержку настоящей работы.

Л и т е р а т у р а.

1. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. М: Энергия, 1978. 480 с.
2. Теплопередача. Учебник для вузов / В.П.Исаченко, В.А.Осипова, А.С.Сукомел. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоиздат, 1981. 416 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 904 с.
4. Адзериho К.С., Ноготов Е.Ф., Трофимов В.П. Радиационный теплообмен в двухфазных средах. Минск: Наука и техника, 1987. 166 с.
5. Fiveland W.A. Discrete-Ordinate Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures // Journal of heat transfer. 1984. Vol.106. P. 699-706.
6. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением: Справочник. М: Энергоатомиздат, 1991. 432 с.
7. Тепловой расчет котельных агрегатов. Нормативный метод. М: Энергия, 1973. 232 с.
8. Siegel R., Howell J.R. Thermal Radiation Heat Transfer, 3rd Ed., Hemisphere, Washington. 1992. P. 795-804.
9. Menguc M., Viskanta R. Radiative Transfer in Three-Dimensional Rectangular Enclosures // JQSRT. 1985. Vol.35. P. 533-549.
10. Maruyama S., Aihara T. Radiative Heat Transfer of Arbitrary 3-D Participating Media and Surfaces with Non-Participating Media by a Generalized Numerical Method REM // Proceeding of the First International Symposium on Radiation Transfer, Kusadasi, Turkey. 1995. P. 153-167.
11. Menguc M., Manickavasagam S. Inverse Radiation Problem in Axisymmetric Cylindrical Media // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 1993. P.479.
12. Hottel N.C., Sarofim A.F. Radiative Transfer. Mc.Grow Hill Comp.: New York, 1967. 512 p.
13. Chandrasekhar S. Radiative Transfer. Dover. New York, 1960.

14. Fiveland, W.A. Discrete-Ordinate Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures // Journal of heat transfer. 1984. Vol.106. P. 699-706.
15. Truelove J.S. Three-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the Discrete-Ordinates Approximation // JQSRT. 1988. Vol.39, №1, P. 27-31.
16. Герман М.Л. Влияние оптических свойств двухфазной среды и граничной поверхности на радиационный теплообмен в топочных камерах: Автореф. дис. ... канд. физ. мат. наук. Минск: АНК ИТМО АНБ. 1993. 17с.
17. Герман М.Л., Некрасов В.П., Ноготов Е.Ф. Численный метод расчета переноса излучения в двухфазных средах сложной геометрии // Докл. АН Беларуси. 1996. Т. 40, №3. С. 122-126.
18. Radiative Transfer - I. Proceeding of the First International Symposium on Radiation Transfer (edited by prof. M.Pinar Menguc), Kusadasi, Turkey, ICHMT, 1995. 800 p.
19. Герман Е.А., Герман М.Л., Некрасов В.П., Ноготов Е.Ф. Зависимость характеристик радиационного теплообмена от оптических свойств поглощающих, излучающих и рассеивающих сред и их граничных поверхностей // Инж.-физ. журн., 1996. Т.69, № 6. С.1014-1020.
20. Герман М.Л., Некрасов В.П., Ноготов Е.Ф., Беляев Ю.В. Влияние оптических свойств отделочных материалов на освещенность помещения. // Тр. науч.-техн. конф. "Нетрадиционные энергоэффективные системы освещения в жилых, общественных и производственных зданиях". Минск, НИПТИС, 1997. С.23-26
21. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method in Engineering Science. Mc.GRAW HILL LONDON, 1971.
22. Герман М.Л., Некрасов В.П., Ноготов Е.Ф. Аналитико-численный метод решения интегродифференциального уравнения переноса излучения в объемах произвольной геометрии // Докл. АН Беларуси. 1998. Т.42, N.1. С.67-73.
23. Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А. Свободно-конвективный теплообмен: Справочник. Минск: Наука и техника, 1982. 400 с.
24. Исследование теплообмена в топках водогрейных и паровых котлов малой мощности: Отчет № ГРО 19981090 / Под ред. А.В. Бородули. Минск, 1998.