

В результате исследования функционирования разработанного программного инструментария дополнительно выявлено, что изменение масштаба фигуры приводит к обратному изменению масштаба пространственных частот и пропорциональному изменению значений спектра. Изменения координат исходного объекта на плоскости приводят к фазовым изменениям на частотной плоскости, и вместе с этим, основной спектр не меняется. При повороте примитива на исходном изображении сигнал в области частот поворачивается точно так же. Программа оперирует векторными изображениями, а значит, они имеют идеализированную структуру, без наличия шума, что и отражается на АЧХ резким ростом амплитуд.

### *Литература*

1. Черногорова, Ю. В. Преобразование Фурье как основополагающий частотный метод улучшения изображений / Ю. В. Черногорова // Молодой ученый. – 2017. – № 21. – [Электронный ресурс]. – 2019. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/155/43704/>.
2. Доля, П. Г. Математические методы обработки изображений / П.Г. Доля. – Харьков: Харьковский национальный университет, 2013. – 10 с.

УДК 004.032.26

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА БЫСТРОГО ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

магистрант гр. 816241 Соловьёва А.В., студент гр. 814301 Гаврилова В.В.

*Научный руководитель – к.т.н., доцент Ролич О. Ч.*

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
Минск, Беларусь

Одной из основных операций современных и наиболее распространённых алгоритмов компрессии является дискретное косинусное преобразование (ДКП), преобразующее, как правило, целочисленную выборку  $f_k$  длиной  $N$  в массив  $y_n$  также длиной  $N$  [1]. В большинстве случаев  $N = 8$ , а ДКП взаимодействует в паре с операцией квантования, суть которой заключается в делении элементов  $y_n$  результирующего массива  $y_n$  ДКП на априори заданные положительные целые числа  $Q_n$ . Квантованный результат ДКП подвергается последующему кодированию методом Хаффмана.

Стандартно ДКП записывается в виде

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k \cos\left(\frac{\pi}{16}(2k+1)n\right)$$

или с учётом  $N = 8$ :

$$y_n = \sum_{k=0}^7 f_k \cos\left(\frac{\pi}{16}(2k+1)n\right). \quad (1)$$

Для оптимизации выражения (1) с целью его приведения к схеме алгоритма быстрого ДКП слагаемые под знаком суммы умножаются и делятся на  $2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right)$ :

$$y_n = \sum_{k=0}^7 f_k \cos\left(\frac{\pi}{16}(2k+1)n\right) \frac{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right)}{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right)} = \frac{1}{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right)} \cdot \sum_{k=0}^7 f_k \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}(2k+1)n\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right) \quad (2)$$

Так как ДКП, как было отмечено выше, взаимодействует в паре с операцией квантования, а множитель  $\frac{1}{2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right)}$  не зависит от  $k$ , его можно учесть в процессе

квантования, и выражение (2) переписать в виде:

$$s_n = \sum_{k=0}^7 f_k \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{16}(2k+1)n\right) \cos\left(\frac{\pi}{16}n\right). \quad (3)$$

С учётом известной формулы  $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$  выражение (3) разбивается на две суммы [2]:

$$s_n = \sum_{k=0}^7 f_k \left( \cos\left(\frac{\pi}{8}kn\right) + \cos\left(\frac{\pi}{8}(k+1)n\right) \right) = \sum_{k=0}^7 f_k \cos\left(\frac{\pi}{8}kn\right) + \sum_{k=0}^7 f_k \cos\left(\frac{\pi}{8}(k+1)n\right), \quad (4)$$

в которых фигурируют соседние  $k$ -й и  $(k+1)$ -й элементы исходной выборки  $f_k$  длиной  $N = 8$ .

Последовательно подставляя в выражение (4) значения  $n = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$  и учитывая свойства периодичности и симметричности гармонической функции косинуса, получаются следующие выражения для  $s_0, s_1, \dots, s_{N-1}$ :

$$\begin{aligned} s_0 &= 2 \cdot \sum_{k=0}^7 f_k, \\ s_1 &= (f_0 - f_7) + ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \\ &+ ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right), \\ s_2 &= ((f_0 + f_7) - (f_3 + f_4)) + (((f_1 + f_6) - (f_2 + f_5)) + ((f_0 + f_7) - (f_3 + f_4))) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \\ s_3 &= (f_0 - f_7) + ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \\ &- ((f_2 - f_5) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - ((f_3 - f_4) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right), \\ s_4 &= (f_0 + f_7) + (f_3 + f_4) - ((f_1 + f_6) + (f_2 + f_5)), \\ s_5 &= (f_0 - f_7) - ((f_1 - f_6) + (f_0 - f_7)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \\ &- ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right), \\ s_6 &= ((f_0 + f_7) - (f_3 + f_4)) - (((f_1 + f_6) - (f_2 + f_5)) + ((f_0 + f_7) - (f_3 + f_4))) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \\ s_7 &= (f_0 - f_7) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \\ &+ ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right). \end{aligned}$$

Следует отметить, что априори известный множитель для  $s_0$ , равный двум, можно отнести к последующему этапу компрессии, т. е. в массив  $Q[]$  квантования. Также отмечаются незначительные отличия в знаках полученных пар выражений для  $s_1$  и  $s_7, s_3$

и  $s_5$ . Поэтому, их можно упростить, проведя предварительную перегруппировку следующим образом:

$$\begin{aligned}
s_1 &= (f_0 - f_7) + ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \\
&+ \left( ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right), \\
s_7 &= (f_0 - f_7) + ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \\
&- \left( ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right), \\
s_3 &= \left( (f_0 - f_7) - ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) - \\
&- \left( ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right), \\
s_5 &= \left( (f_0 - f_7) - ((f_1 - f_6) + (f_2 - f_5)) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) + \\
&+ \left( ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right)
\end{aligned}$$

и соответственно добавив и вычтя слагаемые  $\{(f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)\}$  для пары  $s_1$  и  $s_7$  и  $\{(f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)\}$  для пары  $s_3$  и  $s_5$  при множителях  $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ :

$$\begin{aligned}
&((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \\
&+ (((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) + \{(f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)\} - \{(f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)\}) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \\
&= ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \\
&+ ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \\
&= ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \left( \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right) + (((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6))) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right), \\
&((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - \\
&- (((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) + \{(f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)\} - \{(f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)\}) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \\
&= ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \\
&- ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) + ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \\
&= ((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) \left( \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \right) + (((f_2 - f_5) + (f_3 - f_4)) - ((f_0 - f_7) + (f_1 - f_6))) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right).
\end{aligned}$$

В результате вышеизложенного, алгоритм быстрого дискретного косинусного преобразования представляется последовательностью двухточечных взаимодействий в виде графа на рисунке 1, где вверх направленная отдельная стрелка означает сложение двух взаимодействующих чисел, а вниз – вычитание значения нижнего числа от верхнего.

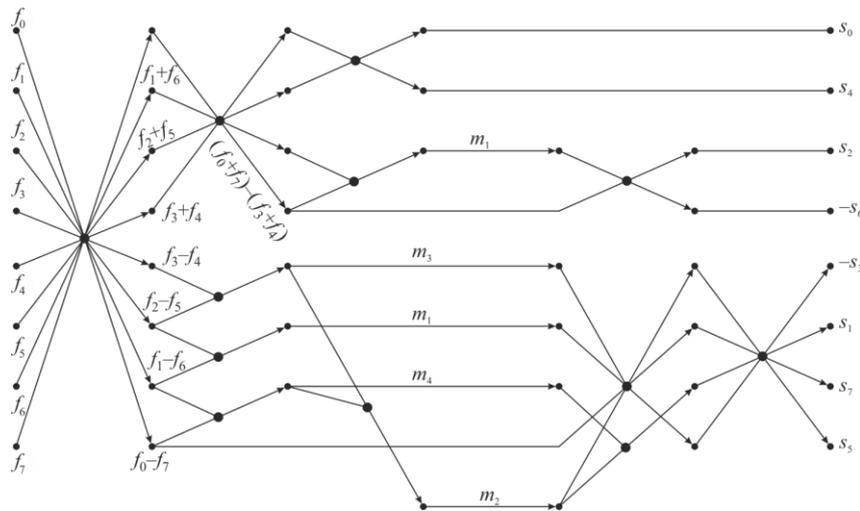


Рис.1. Граф быстрого дискретного косинусного преобразования.

В приведённом математическом обосновании быстрого ДКП для выборки длиной восемь элементов используется пять умножений на четыре множителя  $m_1 = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \approx 0.7071$ ,  $m_2 = \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \approx 0.3827$ ,  $m_3 = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \approx 0.5412$  и  $m_4 = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \approx 1.3066$ . В 16-разрядной целочисленной арифметике для быстрого умножения на них по формуле  $(x \cdot d \gg 16)$ , где  $x$  – произвольное целое число,  $d$  – соответствующий для  $m$  множитель,  $\gg$  – операция поразрядного сдвига вправо, множителям  $m_1, m_2, m_3, m_4$  соответствуют числа  $d_1 = 46341, d_2 = 25080, d_3 = 35468, d_4 = 85627$ .

### Литература

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Гельфанд, И. М. Тригонометрия / И. М. Гельфанд, С. М. Львовский, А. Л. Тоом. – М.: МЦНМО, 2002. – 199 с.

УДК 621.382

### СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ШАГАЮЩЕГО РОБОТА В АВТОНОМНОМ РЕЖИМЕ

студент гр. 10306115 Романова Н.Р.

*Научный руководитель – к.т.н., доцент Гулай А.В.*

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Беларусь

#### Аннотация

Антропогенная система, сервоприводы, система управление, ультразвуковой датчик, плата Arduino.

Объектом разработки является антропогенная система на основе шагающих движителей с интеллектуальным управлением траектории движения.

Цель проекта: создание антропогенной системы.

В результате работы была разработана система антропогенный шагающий робот. Особенностью данной системы является автономное движение по траектории с анализом препятствий.