

О ПОРОЖДЕННЫХ ПОДГРАФАХ

Шумчик В., Мильто А., Катковская И.Н., Цыбулько О.Е.
 Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Цель работы:

- Исследовать свойства попарно неизоморфных порождённых подграфов и их количество.
- Найти интересные методы решения задачи для вычисления числа попарно неизоморфных порождённых подграфов.

Задачи:

1. Исследовать, для каких графов G выполняется равенство $\chi(G) = \chi(\bar{G})$.
2. Доказать, что для любого графа G справедливо равенство $\theta(G) = \theta(\bar{G})$ где G – простой граф, а \bar{G} — его дополнение, рассмотреть равенство $\eta(G) = \eta(\bar{G})$. Если данное равенство не выполняется для любого графа, найти все пары неизоморфных графов G 5-го порядка, для которых $\eta(G) = \eta(\bar{G})$.
3. Пусть G и H – вершино-непересекающиеся графы. Доказать или опровергнуть, что если $\chi(G) = \chi(H)$, то $\chi(G^2) = \chi(H^2)$.
4. Найти значения величин $\chi(G)$ и $\chi(G)$, где G – граф трёхмерного куба и граф октаэдра.



Рисунок 1 – Граф куба (слева) и граф октаэдра (справа)

5. Рассмотреть граф K_l – звезда порядка $l \geq 1$, найти $\chi(K_l)$ и $\chi(K_l)$.
6. Пусть P_n – простая цепь порядка n , $n \geq 10$. Найти значения $\chi(P_n)$, $\chi(P_n)$.
7. Исследовать граф H на условие $|H| \leq |G|$, $\chi(H) = \chi(G)$ и $|E(H)| \geq \frac{|G| \cdot (|G| - 1)}{4}$ (*)

Предмет исследования: подграфы

Объект исследования: графы

Полученные результаты:

- Доказано, что условие $\chi(G) = \chi(\bar{G})$ выполняется тогда и только тогда, когда граф G является полным.

- Показано, что равенство $\theta(G) = \theta(\bar{G})$ справедливо для любого графа G .

Равенство $\eta(G) = \eta(\bar{G})$ выполняется не для любого графа G .

Количество пар всех попарно неизоморфных графов G порядка не выше 5, для которых $\eta(G) = \eta(\bar{G})$, равно трём.

- Доказано, что при выполнении условия $\theta(G) = \theta(H)$ не всегда выполняется условие $\chi(G^2) = \chi(H^2)$.

- Количества попарно неизоморфных связных и несвязных порождённых подграфов для графа куба и графа октаэдра взаимно просты соответственно.

- Получены формулы для нахождения количества попарно неизоморфных связных и несвязных порождённых подграфов для графа звезды порядка $l + 1$: $\chi(G) = 2l$; $\eta(G) = l + 1$.

- Найдены значения параметров $\chi(P_n)$ для графа простой цепи n , где $1 \leq n \leq 10$.

- Доказано, что условие (*) выполняется для любого полного графа G и пустого графа H с одинаковым количеством вершин.

Литература

1. Мельников О.И. «Теория графов в занимательных задачах». Изд. 3-е, испр. и доп. — М.: Либроком, 2009. — 232 с.2.

2. Харари Ф. Теория графов / Харари Ф. — М.: Мир, 1973. — 300 с.