УДК 539

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА ГАЗООХЛАЖДАЕМОГО БЫСТРОГО ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

Довга Ю.А. Куликов И.С.

Белорусский национальный технический университет, Минск

In this article the algorithm of a finding of distribution of fuel element temperature of gas-cooled nuclear reactor has been under consideration.

Рассмотрим достаточно длинный стержневой твэл с технологическим газовым зазором между топливом и оболочкой, заполненным на начало компании чистым гелием. В качестве топлива берется керментная композиция. Распределение температуры в сердечнике и оболочке считается осесимметричным, плотность делений – равномерной по сечению твэла. Ввиду малости градиентов плотности деления и температуры по высоте твэла отдельные сечения элемента (рис. 1), находящиеся вдали от торцов, рассматриваются независимо друг от друга в условиях обобщенной плоской деформации $(\varepsilon_{zz} = \text{const})$.

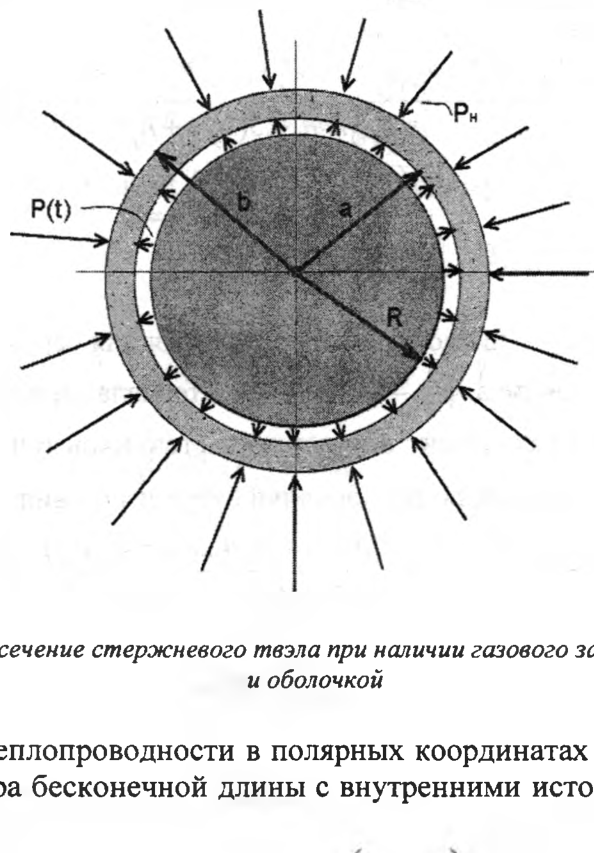

Рис. 1. Поперечное сечение стержневого твэла при наличии газового зазора между топливом и оболочкой

Уравнение теплопроводности в полярных координатах для осесимметрично нагретого цилиндра бесконечной длины с внутренними источниками тепла будет иметь вид

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + q_v, \qquad (1)$$

где c – удельная теплоемкость, ρ – плотность материала, q_v – объемное тепловыделение, λ – коэффициент теплопроводности материала.

Будем решать уравнение (1) методом конечных разностей. Его суть заключается в замене дифференциальных коэффициентов уравнения на разностные коэффициенты, что позволяет свести решение дифференциального уравнения к решению его разностного аналога, т.е. построить его конечно-разностную схему. Используя неравномерную сетку, где $h_j = r_{j+1} - r_j$ – шаг по радиусу твэла, $h_n = t_{n+1} - t_n$ – шаг по времени, распишем разностные отношения для производных:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_j^n - T_{j-1}^n}{h_j}, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_j^n - T_j^{n-1}}{h_n},$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{\lambda_{j+1}^n r_{j+1} \dfrac{T_{j+1}^n - T_j^n}{h_{j+1}} - \lambda_j^n r_j \dfrac{T_j^n - T_{j-1}^n}{h_j}}{0.5(h_{j+1} + h_j)}. \qquad (2)$$

Тогда разностная схема для сердечника запишется следующим образом:

$$c_R \rho_R \frac{T_j^n - T_j^{n-1}}{h_n} = \frac{\lambda_{j+1}^n r_{j+1} \dfrac{T_{j+1}^n - T_j^n}{h_{j+1}} - \lambda_j^n r_j \dfrac{T_j^n - T_{j-1}^n}{h_j}}{0.5(h_{j+1} + h_j)} + q_{Vj} \qquad (3)$$

или, после приведения,

$$\frac{\lambda_{j+1}^n r_{j+1} h_j h_n T_{j+1}^n - (\lambda_{j+1}^n r_{j+1} h_j h_n + \lambda_j^n r_j h_{j+1} h_n + c_R \rho_R) T_j^n + \lambda_j^n r_j h_{j+1} h_n T_{j-1}^n}{r_j h_{j+1} h_j h_n 0.5(h_{j+1} + h_j)} +$$

$$+ \left(q_{Vj} + c_R \rho_R \frac{T_j^{n-1}}{h_n}\right) = 0. \qquad (3')$$

Здесь $j = \overline{1, J_R}$, J_R – число отрезков разбиения для сердечника, c_R – удельная теплоемкость сердечника, ρ_R – плотность материала сердечника.

Оболочка твэла не содержит внутренних источников тепла $(q_{Vj} = 0)$, поэтому соответствующие уравнения для оболочки будут иметь вид

$$\frac{\lambda_{j+1}^n r_{j+1} h_j h_n T_{j+1}^n - (\lambda_{j+1}^n r_{j+1} h_j h_n + \lambda_j^n r_j h_{j+1} h_n + c_O \rho_O) T_j^n + \lambda_j^n r_j h_{j+1} h_n T_{j-1}^n}{r_j h_{j+1} h_j h_n 0.5(h_{j+1} + h_j)} +$$

$$+ c_O \rho_O \frac{T_j^{n-1}}{h_n} = 0. \qquad (4)$$

Здесь $j = \overline{J_R + 1, J_O}$, J_O – число отрезков разбиения для оболочки, c_O – удельная теплоемкость оболочки, ρ_O – плотность материала оболочки.

Граничные условия для твэла запишутся следующим образом:

1) Условие в центре сердечника $(r = 0)$:

$$\frac{\partial T(0,0)}{\partial r} = 0; \qquad (5)$$

- тепловой поток в центре сердечника равен нулю.

Перепишем условие (5) с помощью разностных отношений:

$$\frac{\partial T(0,0)}{\partial r} = 0 \Leftrightarrow \frac{T_1^0 - T_0^0}{h_1} = 0 \Leftrightarrow$$

$$T_1^0 = T_0^0 \qquad (6)$$

2) Условие на границе сердечника и газа $(r = R)$:

Будем считать, что теплопередача между сердечником и газом в зазоре осуществляется по закону Ньютона [4], тогда

$$\frac{\partial T(R,0)}{\partial r} = -\frac{\alpha'}{\lambda}(T_R - T_a), \qquad (7)$$

где α' – тепловая проводимость зазора. $\frac{Bm}{\text{см}^2 \cdot {}^\circ C}$

Согласно [2] тепловую проводимость зазора можно вычислить по формулам

$$\alpha' = \frac{0{,}1167\sqrt{T_g} - 2.36}{100\frac{\delta}{R}} + 0.6391\frac{B}{1+B} + 0.0321, \qquad (8)$$

$$T_g = T_{J_R+1} + 273 + 0.2723\left(1 + 8\frac{\delta}{R}\right)q,$$

$$B = e^{-7-360\frac{\delta}{R}+0.035q},$$

где q – линейная тепловая мощность твэла $\left(\frac{\text{Вт}}{\text{см}}\right)$.

В разностных отношениях, условия (7)–(8) примут вид

$$\frac{T_{J_R}^0 - T_{J_R-1}^0}{h_{J_R}} = -\frac{\alpha'}{\lambda_{J_R}}(T_{J_R}^0 - T_{J_R+1}^0)$$

или

$$\alpha' h_{J_R} T_{J_R+1}^0 - (\lambda_{J_R} + \alpha' h_{J_R}) T_{J_R}^0 + \lambda_{J_R} T_{J_R-1}^0 = 0, \qquad (9)$$

где

$$\alpha' = \frac{0{,}1167\sqrt{T_g} - 2.36}{100\frac{\delta}{R}} + 0.6391\frac{B}{1+B} + 0.0321,$$

$$T_g = T_{J_R+1} + 273 + 0.2723\left(1 + \frac{\delta}{R}\right)q. \qquad (10)$$

3) Условие на границе оболочки и среды $(r = b)$:

$$\frac{\partial T(b,0)}{\partial r} = -\frac{\alpha}{\lambda_{ж}}(T_b^0 - T_{ж}^0). \qquad (11)$$

Представляя условие (11) в разностных отношениях, получим

$$\frac{T_{J_R+J_{ab}}^0 - T_{J_R+J_{ab}-1}^0}{h_{J_R+J_{ab}}} = -\frac{\alpha}{\lambda_{cp}}(T_{J_R+J_{ab}}^0 - T_{cp}^0)$$

или

$$(\lambda_{ж} + \alpha h_{J_R+J_{ab}}) T_{J_R+J_{ab}}^0 - \lambda_{cp} T_{J_R+J_{ab}-1}^0 + \alpha h_{J_R+J_{ab}} T_{cp}^0 = 0. \qquad (12)$$

Таким образом, получаем систему уравнений:

1) $T_1^0 = T_0^0$;

2) $$\frac{1}{r_1}\frac{\lambda_2^0 r_2 \frac{T_2^0 - T_1^0}{h_2} - \lambda_1^0 r_1 \frac{T_1^0 - T_0^0}{h_1}}{0.5(h_{21} + h_1)} + q_{V1} = 0;$$

3) $$\frac{1}{r_2}\frac{\lambda_3^0 r_3 \frac{T_3^0 - T_2^0}{h_3} - \lambda_2^0 r_2 \frac{T_2^0 - T_1^0}{h_2}}{0.5(h_3 + h_2)} + q_{V2} = 0;$$

...

J_R) $$\frac{1}{r_{J_R-1}}\frac{\lambda_{J_R}^0 r_{J_R} \frac{T_{J_R}^0 - T_{J_R-1}^0}{h_{J_R}} - \lambda_{J_R-1}^0 r_{J_R-1} \frac{T_{J_R-1}^0 - T_{J_R-2}^0}{h_{J_R-1}}}{0.5(h_{J_R} + h_{J_R-1})} + q_{V J_R-1} = 0;$$

J_{R+1}) $$\alpha' h_{J_R} T_{J_R+1}^0 - (\lambda_{J_R} + \alpha' h_{J_R}) T_{J_R}^0 + \lambda_{J_R} T_{J_R-1}^0 = 0,$$

$$\alpha' = \frac{0{,}1167\sqrt{T_g} - 2.36}{100\frac{\delta}{R}} + 0.6391\frac{B}{1+B} + 0.0321,$$

$$T_g = T_{J_R+1} + 273 + 0.2723\left(1 + 8\frac{\delta}{R}\right)q, B = e^{-7-360\frac{\delta}{R}+0.035q};$$

J_{R+2}) $$\lambda_{J_R+2}^0 \cdot r_{J_R+2} \cdot h_{J_R+1} \cdot T_{J_R+2}^0 - (\lambda_{J_R+2}^0 r_{J_R+2} h_{J_R+1} + \lambda_{J_R+1}^0 r_{J_R+1} h_{J_R+2}) T_{J_R+1}^0 +$$
$$+ \lambda_{J_R+1}^0 r_{J_R+1} h_{J_R+2} T_{J_R}^0 = 0;$$

...

$J_R + J_{ab}$) $$\lambda_{J_R+J_{ab}}^0 r_{J_R+J_{ab}} h_{J_R+J_{ab}-1} T_{J_R+J_{ab}}^0 -$$
$$-(\lambda_{J_R+J_{ab}}^0 r_{J_R+J_{ab}} h_{J_R+J_{ab}-1} + \lambda_{J_R+J_{ab}-1}^0 r_{J_R+J_{ab}-1} h_{J_R+J_{ab}}) T_{J_R+J_{ab}-1}^0 +$$
$$+ \lambda_{J_R+J_{ab}-1}^0 r_{J_R+J_{ab}-1} h_{J_R+J_{ab}} T_{J_R+J_{ab}-2}^0 = 0;$$

$J_R + J_{ab} + 1$) $$(\lambda_{ж} + \alpha h_{J_R+J_{ab}}) T_{J_R+J_{ab}}^0 - \lambda_{ж} T_{J_R+J_{ab}-1}^0 + \alpha h_{J_R+J_{ab}} T_{ж}^0 = 0.$$

Таким образом, мы получили нелинейную систему $J_R + J_{ab} + 1$ уравнений с $J_R + J_{ab} + 1$ неизвестными, решая которую численными методами, можно получить распределение температуры по твэлу в любой момент времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов И.С., Тверковкин Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлождаемых реакторов / под ред. В.Б. Нестеренко. – Мн.: Наука и техника, 1984. – 104 с.
2. Куликов И.С., Нестеренко В.Б., Тверковкин Б.Е. Прочность элементов конструкций при облучении. – Минск: Наука и техника, 1990. – 144 с.: ил.
3. Куликов, И.С. // Вести АН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 1997. – №3. – С. 102-107.
4. Лыков, А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. школа, 1967. – 600с.