

УСТАНОВИВШАЯСЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ ТРЁХСЛОЙНЫХ АРМИРОВАННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЛЁГКИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ*

Вохмянин И.Т.¹, Немировский Ю.В.²

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет
(Сибстрин)¹

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича
СО РАН²

It is carried out the mathematical simulation of creep of the three-layered cylindrical shells, reinforced by the fibers of a constant cross section. It is investigated creep of the shells with the unequal strong and equal strong stressed reinforcement, loaded, in the general case, with transverse pressure and axial forces. Solution of the problem about creep of shells under the action of transverse pressure is obtained, as an example.

Исследованию равнонапряжённого армирования металлокомпозитных пластин по направлениям главных напряжений под действием сил в их плоскости в условиях установившейся ползучести посвящены работы [1–2]. В работе [3] сформулированы и решены задачи определения напряженно-деформированного состояния (НДС) трёхслойных пластинок с равнонапряженным и неравнонапряженным армированием слоев по спиральям Архимеда, логарифмическим спиральям, спицам велоколеса симметричного и несимметричного строения в условиях установившейся ползучести под действием поперечных сил и сил в их плоскости. Изучению особенности продольно-поперечного изгиба трёхслойных кольцевых пластинок с несимметричными структурами армирования и рациональному проектированию армированных конструкций посвящены работы [4–5].

В настоящей работе сформулированы и решены задачи определения НДС и проведено исследование установившейся ползучести изгибаемых трёхслойных цилиндрических оболочек симметричного строения, армированных как равнонапряженными, так и неравнонапряженными волокнами постоянного сечения. Выявлены некоторые свойства оболочек и влияние краевых эффектов на их напряженно деформированное состояние.

Рассмотрим в цилиндрической системе координат осесимметрично нагруженную трёхслойную цилиндрическую оболочку длиной $2L$ и радиуса R , выполненную из двух внешних композитных несущих слоев с толщинами δ^\pm (знак + далее относится к величинам, характеризующим верхний слой, $0 \leq z \leq H + \delta^+$, а знак (-) – нижний, $-H - \delta^- \leq z \leq 0$) и среднего слоя (заполнителя) толщиной $2H$, ($-H \leq z \leq H$), выполненного из однородного материала, не воспринимающего цепных напряжений.

Воспользуемся линейными уравнениями равновесия оболочки [4]:

$$\frac{dn_1}{dx} = -f_t, \quad \frac{dq_1}{dx} = -n_2/r - f_n, \quad \frac{dm_1}{dx} = q_1/h - m_0. \quad (1)$$

Здесь

$$n_i = N_i/N_0, \quad m_i = M_i/M_{00}, \quad q_1 = Q_1/N_0, \quad m_0 = M_0/N_0,$$

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-08-00186-а).

$$\begin{aligned}
N_i &= \sigma_i^+ \delta^+ + \sigma_i^- \delta^-, \quad M_i = H(\sigma_i^+ \delta^+ - \sigma_i^- \delta^-), \quad N_0 = \sigma_0 H, \quad h = H/L, \\
M_{00} &= \sigma_0 H^2, \quad n_i = s_i^+ h^+ + s_i^- h^-, \quad m_i = s_i^+ h^+ - s_i^- h^-, \quad q_1 = 2s_{013}, \quad m_0 = M_0/N_0, \\
h^\pm &= \delta^\pm/H, \quad i=1,2, \quad f_i = F_i L/N_0 = p_1^+ + p_1^- + (C_0^+ h^+ + C_0^- h^- + 2C_0^0) \alpha, \\
m_0 &= p_1^+ - p_1^- + C_0^+ h^+ - C_0^- h^-, \quad p_1^\pm = q_1^\pm / \sigma_0 h, \quad s_i^\pm = \sigma_i^\pm / \sigma_0, \quad r = R/L, \\
s_{013} &= \sigma_{013} / \sigma_0, \quad f_n = F_n L/N_0 = p_n^+ + p_n^- + p_n + p_\omega + (B_0^+ h^+ + B_0^- h^- + 2B_0^0) r, \\
p_n^\pm &= q_n^\pm / (\sigma_0 h), \quad B_0^\pm = \rho^\pm \omega^2 R^2 / \sigma_0, \quad B_0^0 = \rho^0 \omega^2 R^2 / \sigma_0, \quad C_0^\pm = \rho^\pm g R / \sigma_0, \\
C_0^0 &= \rho^0 g R / \sigma_0, \quad \rho^\pm = \rho_0 \left(1 - \sum_{k=1}^K \omega_k^\pm \right) + \sum_{k=1}^K \rho_k^\pm \omega_k^\pm, \quad x = s/L, \quad -0,5 \leq x \leq 0,5,
\end{aligned}$$

величины N_i и M_i – усилия и изгибающие моменты, Q_1 – перерезывающая сила, M_0 – интенсивность распределённого осевого момента, q_i^\pm и q_n^\pm – интенсивности распределённых осевых и нормальных поверхностных сил, ρ^0 , ρ_0 , ρ_k^\pm и ρ^\pm – плотность материала заполнителя, связующего, армирующих волокон и приведённая плотность несущих слоёв, ω_k^\pm – плотности упаковки армирующих волокон, σ_i^\pm и σ_{013} – напряжения в несущих слоях и заполнителе, σ_0 – предел текучести материала одной из фаз композита, F_i и F_n – суммарные распределённые осевые и нормальное усилия, s текущая осевая координата, g – ускорение свободного падения, ω – угловая скорость вращения оболочки, $\alpha = 1$ при учете влияния собственного веса, $\alpha = 0$ – без учета влияния собственного веса.

Уравнения связи напряжений и скоростей деформаций в армированном слое и фазовых материалах (связующем, армирующих волокнах) композитных несущих слоёв [5]

$$\begin{aligned}
s_i^\pm &= a^\pm s_{0i}^\pm + \sum_{k=1}^K \omega_k^\pm s_k^\pm l_{ki}^\pm l_{kj}^\pm, \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \\
\varepsilon_k^\pm &= \varepsilon_1^\pm (l_{k1}^\pm)^2 + \varepsilon_2^\pm (l_{k2}^\pm)^2, \quad l_{k1}^\pm = \cos \psi_k^\pm, \quad l_{k2}^\pm = \sin \psi_k^\pm, \\
s_{01}^\pm &= \sigma_{01}^\pm / \sigma_0, \quad s_k^\pm = \sigma_k^\pm / \sigma_0,
\end{aligned} \tag{2}$$

где σ_{0i}^\pm и σ_k^\pm – напряжения в связующем материале и армирующих волокнах.

Кинематические соотношения, согласно гипотезе прямой линии (гипотезе Тимошенко):

$$\begin{aligned}
U(r) &= u_0(r) + z u_1(r), \quad W = W(r), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{01} + z_1 \kappa_1, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{02} + z_1 \kappa_2, \\
\varepsilon_{13} &= \varepsilon_{013}, \quad \varepsilon_1^\pm = \varepsilon_{01} \pm \kappa_1, \quad \varepsilon_2^\pm = \varepsilon_{02} \pm \kappa_2.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{01} &= h \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_{02} = h \frac{u}{x}, \quad \varepsilon_{013} = u_1 + h \frac{dw}{dx}, \quad \kappa_i = H k_i, \quad \kappa_1 = h \frac{du_1}{dx}, \quad z_1 = z/H, \\
\kappa_2 &= 0, \quad u = \frac{u_0}{H}, \quad w = \frac{w_0}{H}, \quad u^\pm = \frac{U^\pm}{H} = u \pm u_1,
\end{aligned}$$

величины ε_i^\pm – скорости деформаций в несущих слоях, ε_i , ε_{13} – скорости деформаций в связующем и заполнителе, ε_{0i} , ε_{013} – скорости деформаций в отсчётной поверхности, k_i – характеристики скоростей изменения кривизн отсчётной поверхности, u_0 и w_0 – осевая и нормальная скорости перемещения точек отсчётной поверхности, u_1 – скорость наклона прямой линии, которая в начале дефор-

мирования совпадала с нормалью к отсчётной поверхности, U и U^\pm – осевые скорости перемещений точек в заполнителе и несущих слоях, W – нормальные скорости перемещения, которые одинаковы для всех точек в нормальном сечении слоёв, $W = w_0$. Кинематические соотношения (3) означают неизменность деформаций по толщине несущих слоёв и являются основой модели трёхслойной оболочки с мембранными несущими слоями [4].

Из равенств (3) следуют уравнения совместности скоростей деформаций

$$\frac{d\varepsilon_{013}}{dx} = \frac{1}{2h}(\varepsilon_1^+ - \varepsilon_1^-) + r \frac{d^2\varepsilon_2^+}{dx^2}, \quad \varepsilon_2^+ = \varepsilon_2^- \quad (4)$$

К уравнениям (1)–(4) добавим законы установившейся ползучести для фазовых материалов композита [2, 6]

$$\begin{aligned} s_{0i}^\pm &= 2g_0^\pm(2\varepsilon_i^\pm - \varepsilon_j^\pm), \\ s_k^\pm &= g_k^\pm \varepsilon_k^\pm, \quad \varepsilon_1^\pm = (1/6)f^\pm(2s_{01}^\pm - s_{02}^\pm), \quad \varepsilon_2^\pm = (1/6)f^\pm(2s_{02}^\pm - s_{01}^\pm), \quad s_{013} = g_{03}\varepsilon_{013}, \\ \varepsilon_k^\pm &= B_{00k}^\pm |s_k^\pm|^{m_k^\pm - 1} s_k^\pm, \quad f^\pm(T^\pm) = B_{00}^\pm (T^\pm)^{m_0^\pm - 1}, \quad T^\pm = \sqrt{[(s_{01}^\pm)^2 - s_{01}^\pm s_{02}^\pm + (s_{02}^\pm)^2]}/3, \\ \varepsilon_{013} &= B_{013} |s_{013}|^{m_3 - 1} s_{013}, \quad s_{013} = q_1/2, \quad g_{03} = \bar{B}_{003} |2\varepsilon_{013}|^{\mu_3 - 1}, \quad g_0^\pm = \bar{B}_{00}^\pm (H_0^\pm)^{\mu_0^\pm - 1}, \\ g_k^\pm &= \bar{B}_k^\pm |\varepsilon_k^\pm|^{\mu_k^\pm - 1}, \quad H^\pm = 2\sqrt{(\varepsilon_1^\pm)^2 + \varepsilon_1^\pm \varepsilon_2^\pm + (\varepsilon_2^\pm)^2}, \quad B_{00}^\pm = B_0^\pm \sigma_0^{m_0^\pm}, \\ B_{013} &= B_{03} \sigma_0^{m_3}, \quad \bar{B}_{003} = \bar{B}_{03} / \sigma_0, \quad \bar{B}_{00}^\pm = \bar{B}_0^\pm / \sigma_0, \\ \bar{B}_k^\pm &= \bar{B}_{0k}^\pm / \sigma_0, \quad B_{00k}^\pm = B_{0k}^\pm \sigma_0^{m_k^\pm}, \quad \bar{B}_0^\pm = (B_0^\pm)^{-\mu_0^\pm}, \\ \bar{B}_{0k}^\pm &= (B_{0k}^\pm)^{-\mu_k^\pm}, \quad \bar{B}_{03} = (B_{03})^{-\mu_3}, \quad \mu_k^\pm = 1/m_{0k}^\pm, \quad \mu_3 = 1/m_3, \quad \mu_0^\pm = 1/m_0^\pm, \end{aligned} \quad (5)$$

величины $B_0^\pm, B_{0k}^\pm, B_{03}, m_0^\pm, m_k^\pm, m_3$ – коэффициенты и показатели ползучести.

Выражения для напряжений (2), с учётом равенств (5), примут вид

$$s_i^\pm = a^\pm s_{0i}^\pm + \sum B_{kk}^\pm (T^\pm)^{n_k^\pm} |s_{kk}^\pm|^{\mu_k^\pm - 1} s_{kk}^\pm \omega_k^\pm (l_{ki}^\pm)^2, \quad (6)$$

где

$$s_{kk}^\pm = (l_{k1}^\pm)^2 (2s_{01}^\pm - s_{02}^\pm) + (l_{k2}^\pm)^2 (2s_{02}^\pm - s_{01}^\pm), \quad B_{kk}^\pm = (B_{00k}^\pm)^{-\mu_k^\pm} (B_{00}^\pm / 6)^{\mu_k^\pm}, \quad n_k^\pm = (m_0^\pm - 1)\mu_k^\pm.$$

Постановка задачи установившейся ползучести трёхслойной армированной цилиндрической оболочки в скоростях перемещений

Постановка задачи установившейся ползучести рассматриваемой оболочки в напряжениях осложнена дифференциальным уравнением совместности скоростей деформаций второго порядка (4). Поэтому сформулируем задачу в скоростях перемещений. Подставив в усилия и моменты уравнений равновесия (1) напряжения, согласно равенствам (1), выразим напряжения в несущих слоях через напряжения в связующих материалах и армирующих волокнах несущих слоёв на основании равенств (2). Затем выразим напряжения в фазах композитных слоёв через скорости деформаций и скорости перемещений посредством равенств (3) и законов ползучести (5)–(6). В результате получим для оболочки с неравнонапряжёнными армирующими волокнами постоянного сечения следующую нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений шестого порядка

$$\frac{dY}{dx} = F, \quad (7)$$

где

$$Y = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6)', \quad F = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6)',$$

$$y_1 = \frac{du_1}{dx}, y_2 = \frac{du}{dx}, y_3 = u_1, y_4 = u, y_5 = w, y_6 = \frac{dw}{dx}.$$

Элементы вектора F имеют вид

$$\begin{aligned} f_1 &= (A_1 B_4 - A_4 B_1) / \Delta, f_2 = (A_4 B_2 - A_2 B_4) / \Delta, f_3 = y_1, f_4 = y_2, f_5 = y_6, \\ \Delta &= A_1 B_2 - A_2 B_1, f_6 = (1/h) \{f_n / (2B_4 \mu_3 |\varepsilon_{13}|^{\mu_3 - 1}) - y_1\}, A_1 = h(h^+ A_{10}^+ + h^- A_{10}^-), \\ A_2 &= h(h^+ A_{10}^+ - h^- A_{10}^-), A_{10}^\pm = 2a^\pm [D_{g_{10}}^\pm (2\varepsilon_1^\pm + \varepsilon_2^\pm) + 2g_0^\pm] + \sum B_k^\pm \omega_k^\pm \mu_k^\pm |\varepsilon_k^\pm|^{\mu_k^\pm - 1} (l_k^\pm)^2, \\ B_3 &= A_{30}^+ h^+ - A_{30}^- h^-, A_3 = A_{30}^+ h^+ + A_{30}^- h^-, B_1 = A_2, B_2 = A_1, \\ A_{30}^\pm &= 2a^\pm D_{\varepsilon_2}^\pm [D_{g_{20}}^\pm (2\varepsilon_1^\pm + \varepsilon_2^\pm) + g_0^\pm] + \sum B_k^\pm [D_{\omega_k}^\pm |\varepsilon_k^\pm|^{\mu_k^\pm - 1} \varepsilon_k^\pm (l_{k1}^\pm) + \omega_k^\pm \mu_k^\pm |\varepsilon_k^\pm|^{\mu_k^\pm - 1} D_1^\pm - \\ &\quad - 2\omega_k^\pm |\varepsilon_k^\pm|^{\mu_k^\pm - 1} \varepsilon_k^\pm l_{k1}^\pm l_{k2}^\pm D_{\psi_k}^\pm], D_1^\pm = [D_{\varepsilon_2}^\pm (l_{k2}^\pm)^2 + 2l_{k1}^\pm l_{k2}^\pm (\varepsilon_2^\pm - \varepsilon_1^\pm) D_{\psi_k}^\pm] (l_{k1}^\pm)^2, \\ A_4 &= -f_t - A_3, B_4 = q_1 / h - m_0 - B_3, n_1 = h^+ s_1^+ + h^- s_1^-, n_2 = h^+ s_2^+ + h^- s_2^-, \\ m_1 &= h^+ s_1^+ - h^- s_1^-, m_2 = h^+ s_1^+ - h^- s_1^-, D_{\omega_k}^\pm = d\omega_k^\pm / dx, D_{\psi_k}^\pm = d\psi_k^\pm / dx, \\ D_{g_{10}}^\pm &= \partial g_0^\pm / \partial \varepsilon_1^\pm = 2B_{00}^\pm (\mu_0^\pm - 1) (H^\pm)^{\mu_0^\pm - 3} (2\varepsilon_1^\pm + \varepsilon_2^\pm), \\ D_{g_{20}}^\pm &= \partial g_0^\pm / \partial \varepsilon_2^\pm = 2B_{00}^\pm (\mu_0^\pm - 1) (H^\pm)^{\mu_0^\pm} (2\varepsilon_2^\pm + \varepsilon_1^\pm), D_{\varepsilon_2}^\pm = d\varepsilon_2^\pm / dx = hy_6 / r. \quad (8) \end{aligned}$$

В случае равнонапряженного армирования волокнами постоянного поперечного сечения в уравнениях (7) и равенствах (8) следует принять $s_k^\pm = \text{const}^\pm$.

Входящие в равенства (8) характеристики армирования примем в случае:

а) армирование по образующим цилиндра – $\psi_k^\pm = 0, \omega_k^\pm = \omega_{k0}^\pm = \text{const}_k^\pm$;

б) армирование по окружностям – $\psi_k^\pm = \pi/2, \omega_k^\pm = \omega_{k0}^\pm = \text{const}_k^\pm$;

в) армирование по винтовым линиям – $\psi_k^\pm = \psi_{k0}^\pm = \text{const}_{\psi_k}^\pm, \omega_k^\pm = \omega_{k0}^\pm = \text{const}_k^\pm$

Граничные условия. В силу симметрии, рассмотрим половину оболочки $0 \leq x \leq 0,5$.

а) Жёсткая заделка краев.

$$q_1(0) = 0, y_4(0) = 0, y_5(0) = w_0, y_6(0) = 0, y_3(0,5) = 0, y_5(0,5) = 0. \quad (9)$$

Для решения начальной задачи остаются неопределёнными условия $y_1(0), y_2(0)$ и $y_5(0) = w_0$. Последнее определим из условия $n_1(0) = n_0$, если переменные $y_1(0)$ и $y_2(0)$ заданы. Неизвестной переменной является $y_3(0)$ и ее можно определить из первого и четвертого граничных условий (9) с помощью равенства для $q_1(0)$ (3) и (5) как $y_3(0) = 0$. В результате в начале интервала интегрирования имеем два неизвестных начальных значения $y_1(0)$ и $y_2(0)$, являющимися свободными задаваемыми варьируемыми параметрами для удовлетворения последних двух граничных условий (9) методом пристрелки.

б) Шарнирное опирание краев.

$$q_1(0) = 0, y_4(0) = 0, y_5(0) = w_0, y_6(0) = 0, m_1(0,5) = 0, y_5(0,5) = 0. \quad (10)$$

Здесь также определим $y_5(0) = w_0$ из условия $n_1(0) = n_0$ с учетом равенств для q_1 (3) и (5), причем $y_3(0) = 0$. Свободными параметрами являются $y_1(0) = 0$ и $y_2(0) = 0$ для удовлетворения последних двух граничных условий (10).

в) Свободные края

$$q_1(0) = 0, y_4(0) = 0, y_5(0) = w_0, y_6(0) = 0, m_1(0,5) = 0, q_1(0,5) = 0 . \quad (11)$$

В этом случае свободными граничными условиями $y_1(0) = 0$ и $y_2(0) = 0$ удовлетворим последним двум граничным условиям (11).

Численные методы и алгоритмы решения задач установившейся ползучести трёхслойных армированных цилиндрических оболочек, примеры, выводы.

Согласно постановке задачи требуется определить скорости перемещений и их производные по координате. По найденным скоростям перемещений и их производным нетрудно определить скорости деформаций ползучести, интенсивности скоростей деформаций, напряжения в несущих слоях и заполнителе, интенсивности напряжений в связующих материалах и армирующих волокнах, усилия и моменты, согласно равенствам (1)–(3), (5) и (6).

Постановка задачи отличаются существенной нелинейностью системы дифференциальных уравнений. Аналитических решений такой задачи не найдено. Для численного решения поставленных задач принят метод пристрелки, когда варьированием по определенному алгоритму двух свободных параметров с известными четырьмя граничными (начальными) условиями в середине решением серии начальных задач удовлетворяются два граничные условия на краю оболочки. Решение начальных задач осуществлено методом Фельберга с контролем точности и устойчивости [7]. Варьирование свободных параметров выполнено методом сканирования с предварительным наиболее трудоёмким определением области таких параметров.

В примере рассмотрены жесткозаделанные по краям оболочки под действием внешнего равномерного давления с параметрами и механическими характеристиками материалов – медного связующего, заполнителя и стальных армирующих волокон

$$h = 0,07, h^+ = h^- = 0,01, a^\pm = 1, p_1^\pm = 0, p_n^\pm = -0,43524 \cdot 10^{-3}, \omega = \rho^\pm = \rho_0^\pm = 0, \\ B_0^\pm = B_{03} = 3,19 \cdot 10^{-8} \text{ МПа}^{-m_0} \cdot \text{ч}^{-1}, m_0 = m_3 = 2,16, \\ B_{0k}^\pm = 6,32 \cdot 10^{-21} \text{ МПа}^{-m_1} \cdot \text{ч}^{-1}, m_1 = 6,24, \sigma_0 = 50 \text{ МПа}, n_0 = 0.$$

Расчёты выполнены для симметрично армированной оболочки, несущие слои которой армированы одинаковыми волокнами постоянного поперечного сечения по винтовым линиям с начальными параметрами $\omega_k^\pm = 0,3, \psi_k^\pm = \pi/4$. Результаты численного решения в первом примере для оболочки с неравнонапряжённым армированием представлены на рис. 1 и 2, а для оболочки с равнонапряжённым армированием – на рис. 3 и 4. Анализ полученных зависимостей приводит к следующим выводам.

1) В первой оболочке (с неравнонапряжённым армированием) реализуется состояние продольно-поперечного изгиба. Граничные условия жёсткой заделки выполнены точно на краях оболочки.

2) Согласно зависимостям $s_k^\pm(x), s_1^\pm(x), s_2^\pm(x)$ на рисунке 2, в достаточно большой области средней части оболочки напряжённо-деформированное состояние армирующих волокон близко к равнонапряжённому.

3) Во второй оболочке (с равнонапряжённым армированием, $s_k^+ = 6, s_k^- = -6$) реализуется состояние поперечного изгиба.

4) Для обеих оболочек зависимости интенсивностей скоростей деформаций $H^+(x)$ характеризуются краевыми эффектами неодинаковой интенсивности (рис. 1, 3).

5) В первой оболочке имеет место более интенсивный краевой эффект для интенсивности напряжений в связующем материале верхнего слоя (рис. 1), чем для второй оболочки (рис. 4).

6) В армирующих волокнах верхнего слоя первой оболочки напряженно-деформированное состояние характеризуется интенсивным изменением знака напряжений.

7) На рис. 1 показана наибольшая интенсивность скорости деформаций в связующем материале верхнего слоя по сравнению с интенсивностью скорости деформаций в связующем материале другого слоя, который, следовательно, менее подвержен разрушению.

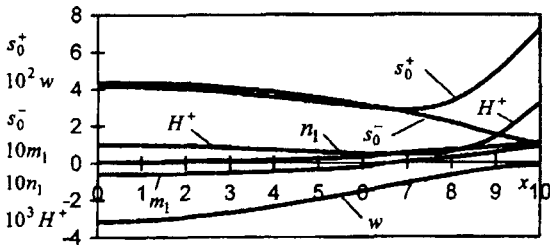


Рис. 1. Зависимости интенсивностей напряжений s_0^\pm в слоях, интенсивности скорости деформаций H^+ , скорости прогиба w , усилия n_1 и момента m_1

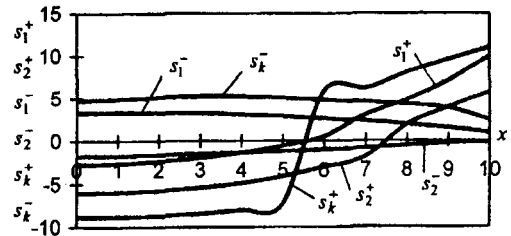


Рис. 2. Зависимости напряжений s_1^\pm и s_2^\pm в слоях, напряжений s_k^+ в армирующих волокнах от координаты

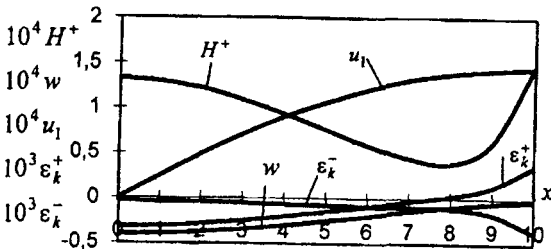


Рис. 3. Зависимости интенсивностей скоростей деформаций $H^+ = H^-$ в связующем, скорости прогиба w , параметра u_1 и скоростей деформаций ϵ_k^\pm армирующих волокон от координаты

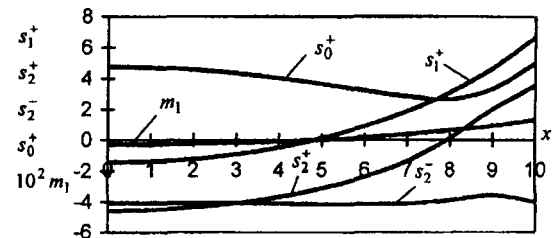


Рис. 4. Зависимости интенсивностей напряжений в связующем $s_0^+ = s_0^-$, напряжений в слоях $s_1^- = -s_1^+$, s_2^\pm и изгибающего момента m_1 от координаты

Выполненные аналитические и численные исследования показали, что постановка задачи определения НДС рассматриваемой оболочки в скоростях перемещений приводит к более простому численному решению, чем постановка такой же задачи в напряжениях, в отличие от задачи для трехслойных армированных круглых пластин [3]. Предпочитаемый способ армирования зависит от выбранного критерия эффективности. Например, интенсивность краевого эффекта для напряжений в связующем материале верхнего слоя оболочки с равнонапряженным винтовым армированием меньше, чем для оболочки с неравнонапряженным армированием, которое, следовательно, менее предпочтительно. Однако, по интенсивности краевых эффектов для скоростей деформаций, наоборот, неравнонапряженное армирование более предпочтительно. Поэтому предпочитаемый способ армирования

зависит также и от физических свойств материалов элементов композита. Варьированием параметров армирования $\omega_k^\pm, \psi_k^\pm, s_k^\pm, \sigma_0$ можно удовлетворить различным критериям эффективности проектируемой оболочки. Отметим также, что принятое предположение о постоянстве толщин несущих слоев и других параметров не является существенным. Нетрудно обобщить полученное решение и поставить задачу оптимизации оболочки с переменными толщинами несущих слоев и другими параметрами слоев по весу или стоимости и выбором различных способов армирования (по образующим, по окружностям, по винтовым линиям и др.) и строения (симметричного, несимметричного) слоистого композита.

ЛИТЕРАТУРА

1. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Равнонапряжённое армирование металлокомпозитных пластин по направлениям главных напряжений в условиях установившейся ползучести // Вестник Самарского государственного университета. Серия: Физ.мат. науки. — № 2(15). — 2007. — С. 41–50.
2. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Равнонапряжённое армирование металлокомпозитных пластин при установившейся ползучести // Проблемы прочности и пластичности. — 2007. — № 69. — С. 5–13.
3. Вохмянин И.Т., Немировский Ю.В. Установившаяся ползучесть трехслойных армированных круглых кольцевых пластинок с легким наполнителем//Труды Всероссийской научно-технической конференции по аэродинамике летательных аппаратов и прочности авиационных конструкций /17-19 июня 2008/ под ред. д-ра техн. наук Серьёзова А.Н. – Новосибирск: СибНИА, 2009, С. 139 – 147.
4. Вохмянин И. Т., Немировский Ю. В. Особенности продольно-поперечного изгиба трёхслойных кольцевых пластинок с несимметричными структурами армирования // Краевые задачи и математическое моделирование [Текст]: сб. тр. 8-й Всероссийской научной конференции. 1 — 3 декабря 2006 г., Новокузнецк / НФИ Кем ГУ; под общ. ред. В. О. Каледина. — Новокузнецк, 2006. — Т. 1. — С. 25–31.
5. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Рациональное проектирование армированных конструкций — Новосибирск : Наука, 2002. — 488 с.
6. Качанов Л. М. Ползучесть. — М. : Физматгиз, 1960. — 456 с.
7. Новиков Е. А. Явные методы для жёстких систем — Новосибирск : Наука, 1997. — 196 с.