

МОДЕЛЬ И АНАЛИЗ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С БИОТКАНЯМИ ОДНОМЕРНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ИМПЛАНТАТОВ

Шилько С.В.¹, Черноус Д.А.¹, Панин С.В.²

¹Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого
НАН Беларуси, Гомель

²Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

The base stage of implantation in a kind of one-dimensional prosthetic (fixing, diagnostic) element, stretching through an aperture in a biotissue, is considered. The developed mechanical and mathematical model describes implant interaction with biotissues in the conditions of sticking and sliding of contacting surfaces. The calculated dependences for implant elongation and the maximum value of stress tensor intensity in adjoining volumes of the material are obtained, allowing one to receive a theoretical estimation of frictional and mechanical characteristics of one-dimensional implant and to determine the injuring action.

Введение. В медицине широко используются методы и средства для протезирования, фиксации и диагностики органов, а также инъекций, основанные на введении в организм тонких и гибких сплошных или полых элементов (катетеров, игл, зондов, микрокабелей, шовного материала в виде нитей или проволоки и т.п.). С учетом весьма малого отношения радиуса поперечного сечения и длины, указанные элементы можно обозначить, как **одномерные имплантаты**. Помимо обеспечения ряда деформационно-прочностных показателей имплантатов, включая прочность, эластичность и формостабильность, необходимо минимизировать вызываемую их использованием травму и сроки заживления раны в целях быстрой и полной послеоперационной реабилитации пациентов. В результате приходится выполнять зачастую противоречивые требования к физико-механическим свойствам материалов для изготовления указанных изделий. Так как практически все способы имплантации связаны с интенсивным контактным взаимодействием с биотканями, актуален также учет трения, оказывающего существенное влияние на манипуляционные показатели и травматичность изучаемых одномерных имплантатов.

Можно заметить, что имплантация (например, введение зонда или формирование хирургического шва) представляет собой однократный либо повторяющийся акт перфорации биоткани и протягивания имплантата через образовавшееся отверстие. Теоретический анализ данного взаимодействия позволяет, исходя из достаточно просто определяемых фрикционно-механических и геометрических параметров одномерного имплантата, прогнозировать его манипуляционные свойства и травматичность. Целью настоящего исследования является построение механико-математической модели протягивания одномерного имплантата через фрагмент биоткани в виде мембраны.

Формулировка задачи и построение модели. В ходе обзора литературных источников [1-9] авторами не обнаружены публикации, содержащие подробное теоретическое описание протягивания одномерного имплантата через перфорированную биоткань. Вместе с тем, в механике композитов известны работы, в которых анализируется сходный процесс вытягивания волокна из объема материала матрицы, в частности, при экспериментальном определении сдвиговой прочности адгезионной связи «волокно-матрица» посредством «pull-out» теста [10,11]. Одна-

ко имеются существенные различия контактного взаимодействия одномерного имплантата с биотканями и армирующего волокна с матричным материалом в композитах:

1) Из-за отсутствия сильной адгезии имплантата к биоткани, предельное сдвиговое напряжение определяется законом Кулона, т.е. произведением контактного давления и коэффициента трения.

2) Практикуемое изготовление имплантатов из низкомолекулярных полимеров и эластомеров приводит к необходимости учета изменения поперечного сечения имплантата в зоне контакта при натяжении.

3) Толщина фрагмента биоткани, через который осуществляется протягивание, мала в сравнении с другими размерами фрагмента. В этом случае сила сопротивления при протягивании в основном определяется не упругими свойствами биоткани, а ее предварительным натяжением, как это имеет место в мембранах конечной толщины.

Отмеченные особенности не позволяют использовать известные методики, разработанные для оценки адгезионной прочности соединения относительно жесткого волокна с матрицей в армированных композитах.

В первом приближении будем рассматривать материал биоткани как упругий изотропный, характеризующийся модулем Юнга E_t и коэффициентом Пуассона ν_t . Примем, что исходный радиус отверстия r_0 меньше радиуса нити R_n . Элемент ткани, через который осуществляется «протягивание», представляет собой мембрану толщиной h . Размеры мембраны в плоскости, перпендикулярной нити, существенно больше толщины h и радиуса R_n . При описании напряженно-деформированного состояния элемента биоткани введем цилиндрические координаты r, φ, z . Ось z перпендикулярна плоскости мембраны и проходит через центр отверстия. Координату z будем отсчитывать от свободного поперечного сечения нити. Элемент ткани находится в плоском напряженном состоянии $\sigma_{zz} = \sigma_{rz} = \sigma_{z\varphi} = 0$. Начальное натяжение биоткани будем характеризовать заданной компонентой тензора напряжений $\sigma_{rr} = \sigma_0$.

При протягивании имплантата радиус отверстия становится равным r_1 . Для упрощения дальнейших выкладок введем допущение о независимости конечного радиуса отверстия r_1 от координаты z . Изменение радиуса отверстия по толщине мембраны обусловлено неоднородностью распределения осевого напряжения σ_{zz} на участке имплантата, контактирующего с биотканью. Допущение о постоянстве радиуса r_1 не является принципиальным, но позволяет существенно упростить преобразования и получить аналитическое решение задачи. Увеличение отверстия при протягивании вызывает дополнительные напряжения и деформации, для определения которых следует решить задачу теории упругости в осесимметричной постановке для плоского напряженного состояния. Также следует обеспечить отсутствие дополнительных напряжений на большом удалении от отверстия (при $r \rightarrow \infty$). Решение поставленной задачи в перемещениях имеет вид [12] —

$u_r = \frac{(r_1 - r_0)r_0}{r}, \quad u_z = u_\varphi = 0$. На имплантат со стороны биоткани будет действовать нормальное давление p_n , значение которого определяется по формуле

$$p_n = \frac{E_t(r_1 - r_0)}{r_0(1 + \nu_t)} - \sigma_0. \quad (1)$$

Представим имплантат в виде стержня круглого поперечного сечения из упругого материала с модулем Юнга E_n и коэффициентом Пуассона ν_n . Для расчетной оценки конечного радиуса r_1 необходимо учесть уменьшение радиуса от исходного R_n . Пренебрежение зависимостью радиуса r_1 от координаты z позволяет рассматривать поперечное сжатие независимо от процесса протягивания, т.е. в предположении равенства нулю осевого напряжения σ_{zz} . Соответствующее решение имеет вид [13] $u_r = -\frac{R_n - r_1}{R_n} r$, $u_z = \frac{2\nu_n(R_n - r_1)}{R_n(1 - \nu_n)} z$, $u_\phi = 0$. Приравняв на границе контакта радиальные напряжения в стержне и биоткани, для определения радиуса r_1 получим уравнение, решение которого имеет вид

$$r_1 = \frac{1}{1+Z} \left[ZR_n + r_0 \left(1 + \frac{\sigma_0(1+\nu_t)}{E_t} \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь для краткости записи введено обозначение $Z = \frac{E_n r_0(1+\nu_t)}{E_t R_n(1-\nu_n)}$.

Тангенциальное контактное напряжение p_τ при наличии сцепления прямо пропорционально упругому смещению u_z точек поверхности

$$p_\tau = k u_z. \quad (3)$$

Для определения коэффициента k рассмотрим прогиб мембраны элементарной толщины dz с отверстием радиуса r_1 . В мембране действует радиальное напряжение σ_0 . Периметр отверстия смещается на величину u_z . Так как радиус мембраны много больше смещения u_z , можно пренебречь изменением радиального напряжения при прогибе. Тогда сила сопротивления, действующая со стороны мембраны, будет определяться по формуле $T_z = 2\pi\sigma_0 u_z dz$. Представляя эту силу, как результирующую равномерно распределенного по внутренней поверхности отверстия тангенциального напряжения, получим выражение для коэффициента пропорциональности в (3)

$$k = \frac{\sigma_0}{r_1}. \quad (4)$$

Далее рассмотрим равновесие участка имплантата в области контакта с биотканью. Этот участок представляет собой цилиндр длиной h и радиусом r_1 . На одной из торцевых поверхностей цилиндра действует продольная сила F_0 . Противоположная торцевая поверхность свободна от нагрузок. Уравнение равновесия элементарного участка цилиндра длины dz можно записать в виде

$$\frac{dF_z}{dz} = 2\pi r_1 p_\tau. \quad (5)$$

Здесь F_z — продольная сила, для которой выполняются граничные условия $F_z(0) = 0$, $F_z(h) = F_0$. Сила F_z связана с продольной деформацией стержня следующим образом:

$$F_z = Z_n \pi r_1^2 \epsilon_{zz} = Z_n \pi r_1^2 \frac{du_z}{dz}. \quad (6)$$

Здесь $Z_n = \frac{E_n(1-\nu_n)}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}$. Подставив выражения для продольной силы и напряжения p_τ в выражение (5), получим

$$\frac{d^2 u_z}{dz^2} = \frac{2k}{Z_n r_1} u_z = D^2 u_z. \quad (7)$$

Здесь для краткости дальнейших выкладок введен коэффициент $D = \sqrt{\frac{2k}{Z_n r_1}} = \frac{1}{r_1} \sqrt{\frac{2\sigma_0}{Z_n}}$. Равенство (7) представляет собой дифференциальное уравнение для функции $u_z(z)$. Общее решение этого уравнения имеет вид — $u_z = C_1 e^{Dz} + C_2 e^{-Dz}$. Значения констант C_1 и C_2 определяются из граничных условий для продольной силы с учетом равенства (6). После преобразований получим

$$u_z = \frac{F_0 (e^{Dz} + e^{-Dz})}{D Z_n \pi r_1^2 (e^{Dh} - e^{-Dh})}. \quad (8)$$

Функция (8) при увеличении координаты z возрастает. Следовательно, тангенциальное напряжение при $z = h$ достигает максимума, значение которого вычисляется по формуле

$$p_\tau^{\max} = k u_z(h) = \frac{F_0}{\pi r_1^2} \sqrt{\frac{\sigma_0}{2Z_n}} \frac{(e^{Dh} + e^{-Dh})}{(e^{Dh} - e^{-Dh})}. \quad (9)$$

Сцепление с биотканью сохраняется до тех пор, пока напряжение p_τ не достигнет предельного значения, определяемого по закону Кулона — $p_\tau^{kr} = f_{cy} p_n$. Здесь f_{cy} — коэффициент трения сцепления для данной пары «нить-ткань». Используя соотношение (9), можно определить значение продольной силы F_0^{kr} , при которой начнется проскальзывание нити

$$F_0^{kr} = f_{cy} p_n \pi r_1^2 \sqrt{\frac{2Z_n}{\sigma_0}} \frac{(e^{Dh} - e^{-Dh})}{(e^{Dh} + e^{-Dh})}. \quad (10)$$

При продольной силе F_0 , превышающей данное значение, область контакта нити с биотканью можно разделить на два участка длиной l_1 и l_2 соответственно ($l_1 + l_2 = h$). На участке от $z = 0$ до $z = h$ выполняется условие сцепления (3) и для смещения выполняется уравнение (7). Граничное условие на свободной поверхности имеет вид $F_z(0) = 0$. На границе раздела участков (при $z = l_1$) напряжение p_τ принимает значение p_τ^{kr} . Следовательно $u_z^{(1)}(l_1) = \frac{f_{cy} p_n}{k}$. С учетом данных граничных условий решение уравнения (7) примет вид

$$u_z^{(1)} = \frac{f_{cy} P_n (e^{Dz} + e^{-Dz})}{k(e^{Dl_1} + e^{-Dl_1})}. \quad (11)$$

На втором участке длиной l_2 выполняется равенство $p_\tau = f_{ck} P_n$ и реализуется проскальзывание. Здесь f_{ck} – коэффициент трения. Для упругого смещения справедливо уравнение

$$\frac{d^2 u_z^{(2)}}{dz^2} = \frac{2\pi r_1}{Z_n \pi r_1^2} f_{ck} P_n = H. \quad (12)$$

Здесь введен коэффициент $H = \frac{2f_{ck} P_n}{Z_n r_1}$. На решение уравнения (12) накладывается граничное условие при $z = h$ — $F_z(h) = F_0$. Также следует обеспечить неразрывность смещений при $z = l_1$ — $u_z^{(1)}(l_1) = u_z^{(2)}(l_1)$. С учетом указанных граничных условий решение уравнения (12) имеет вид

$$u_z^{(2)} = \frac{f_{cy} P_n}{k} + \left(\frac{F_0}{Z_n \pi r_1^2} - Hh \right) (z - l_1) + \frac{H}{2} (z^2 - l_1^2). \quad (13)$$

Условие неразрывности первой производной от упругого смещения при переходе от одного участка к другому приводит к уравнению

$$\frac{Df_{cy} P_n (e^{Dl_1} - e^{-Dl_1})}{k (e^{Dl_1} + e^{-Dl_1})} = \frac{F_0}{Z_n \pi r_1^2} - H(h - l_1). \quad (14)$$

В результате решения данного нелинейного уравнения при заданной силе F_0 определяется длина участка сцепления l_1 . В момент начала проскальзывания $l_1 = h$ и значение силы F_0 совпадает с F_0^{kr} . Если проскальзывание распространяется на всю толщину мембраны, $l_1 = 0$. Значение приложенной силы F_0^{ck} , при которой $l_1 = 0$, определяется из уравнения (14) следующим образом:

$$F_0^{ck} = Z_n \pi r_1^2 H h = 2\pi r_1 h f_{ck} P_n. \quad (15)$$

Таким образом, при действии на имплантат продольной силы $F_0 < F_0^{kr}$, его удлинение согласно соотношению (8) определяется следующим образом:

$$u = \frac{F_0 L}{E_n \pi R_n^2} + \frac{F_0 (e^{Dh} + e^{-Dh})}{Z_n \pi r_1^2 D (e^{Dh} - e^{-Dh})}. \quad (16)$$

Здесь L – длина имплантата между точкой приложения силы и мембраной. Для силы, значение которой лежит в диапазоне между F_0^{kr} и F_0^{ck} , его удлинение вычисляется по формуле

$$u = \frac{F_0 L}{E_n \pi R_n^2} + \frac{F_0 (h - l_1)}{Z_n \pi r_1^2} + \frac{f_{cy} p_n}{k} - \frac{H}{2} (h - l_1)^2. \quad (17)$$

Длина l_1 в выражении (17) определяется как решение уравнения (14).

Соотношения (16) и (17) позволяют установить расчетную зависимость удлинения нити от продольной силы F_0 . Кроме того, разработанная методика может быть использована для оценки максимального значения интенсивности тензора напряжений σ_u^{\max} , которое характеризует предельное состояние и вычисляется по известным зависимостям [13]

а) для биоткани

$$\sigma_{ut}^{\max} = \sqrt{p_n^2 + 3(p_\tau^{\max})^2}, \quad (18)$$

б) для имплантата

$$\sigma_{un}^{\max} = \sqrt{\sigma_{zz}^2 + p_n^2 + p_n \sigma_{zz} + 3(p_\tau^{\max})^2}. \quad (19)$$

В этих выражениях давление p_n определяется согласно уравнению (1) с учетом равенства (2). В диапазоне значений продольной силы $F_0 < F_0^{kr}$ величина p_τ^{\max} вычисляется по формуле (9) и $\sigma_{zz} = \frac{F_0}{\pi r_1^2}$. Интенсивность тензора напряжений принимаем максимальное значение в области контакта ($r = r_1$) вблизи поверхности биоткани $z = h$. Если значение продольной силы лежит в диапазоне от F_0^{kr} до F_0^{ck} , в формулах (18) и (19) следует принять

$$p_\tau^{\max} = f_{cy} p_n, \quad \sigma_{zz} = \frac{F_0}{\pi r_1^2} - Z_n H (h - l_1). \quad (20)$$

Максимальная интенсивность напряжений достигается на границе раздела участков сцепления и проскальзывания.

Пример использования математической модели. Разработанная механико-математическая модель протягивания одномерного имплантата позволяет установить зависимость его удлинения от приложенной продольной силы и получить расчетную оценку максимальной интенсивности напряжений в имплантате и биоткани. Исходными параметрами являются упругие характеристики биоткани (E_b, ν_b) и имплантата (E_n, ν_n), исходные значения радиусов отверстия (r_0) и имплантата (R_n), толщина (h) и начальное натяжение (σ_0) биоткани, коэффициенты трения покоя (f_{cy}) и скольжения (f_{ck}) для данной пары «нить-ткань». Предварительно по формуле (2) определяется радиус отверстия после деформации r_1 . Затем по формуле (1) вычисляется давление ткани на нить p_n . Согласно равенствам (4), (7) и (12) вычисляются введенные коэффициенты k, D и H соответственно. После этого с использованием соотношений (10) и (15) определяются значения силы F_0^{kr} и F_0^{ck} . В результате решения уравнение (14) для заданного значения силы F_0 вычисляется длина участка сцепления l_1 . Подставляя полученные значения в фор-

мулы (16)–(19), при заданной продольной силе определяются удлинение нити u и максимальные значения тензора напряжений в нити σ_{un}^{\max} и ткани σ_{ut}^{\max} .

В качестве примера использования разработанной методики рассмотрим процесс протягивания полиэфирной нити с параметрами $E_n = 25$ МПа; $\nu_n = 0,4$; $R_n = 0,2$ мм через отверстие в мембране, свойства которой соответствуют упругим характеристикам кожи человека в области живота $E_t = 1,1$ МПа; $\nu_t = 0,48$, полученным в работе [6]. Значения остальных исходным параметров были приняты следующими: $r_0 = 0,13$ мм; $h = 6$ мм; $\sigma_0 = 0,1$ МПа; $f_{cy} = 0,6$; $f_{cx} = 0,5$; $L = 0$.

В соответствии с рисунком 1, до начала проскальзывания ($F_0 < F_0^{kr}$) зависимость удлинения нити от приложенной силы практически линейна. Для сил $F_0 > F_0^{kr}$ условная жесткость нити (производная от силы по удлинению) по мере удлинения плавно уменьшается.

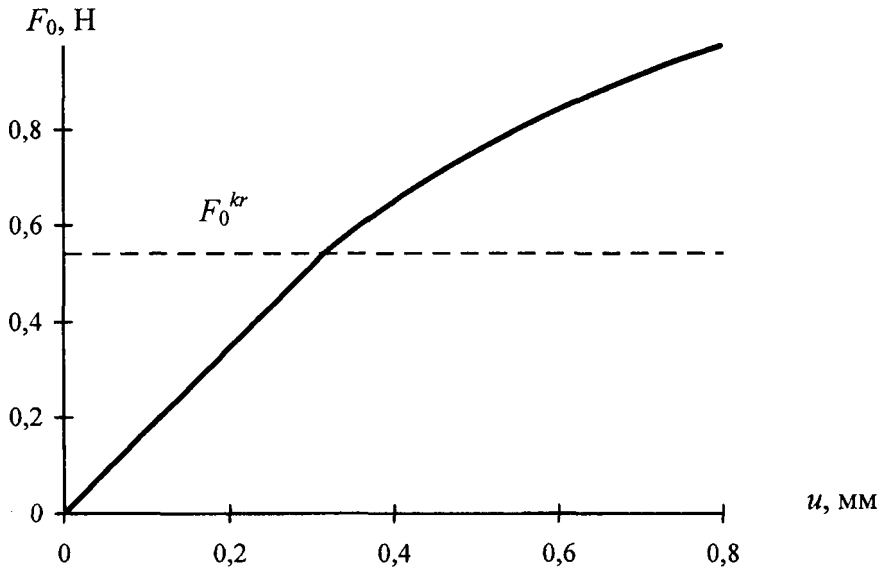


Рис. 1. Зависимость «сила-удлинение».

В соответствии с рис. 2 при заданных значениях исходных параметров интенсивность напряжений в нити существенно (на порядок) превышает интенсивность напряжений в коже. До начала проскальзывания интенсивность напряжений в имплантате увеличивается практически линейно с ростом приложенной силы. В данном диапазоне сил максимум интенсивности напряжений в биоткани возрастает с увеличением F_0 нелинейно. После начала проскальзывания максимум интенсивности напряжений в нити плавно снижается, а в коже остается неизменным.

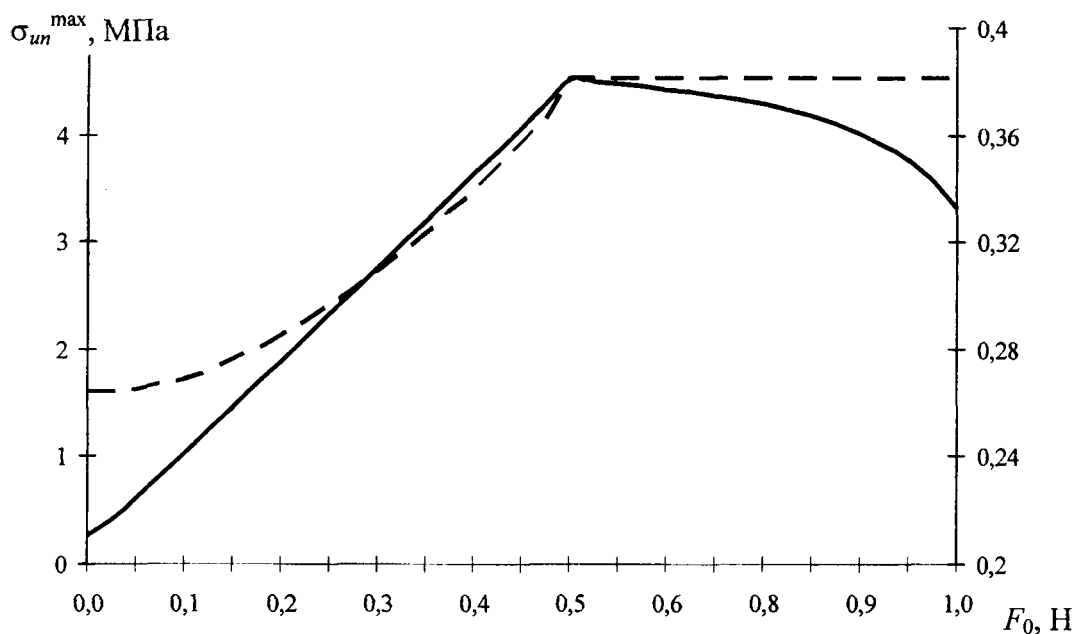


Рис. 2. Зависимость максимума интенсивности тензора напряжений в нити (сплошная кривая) и коже (пунктирная) от приложенной силы

Закключение. Разработанная механико-математическая модель описывает процесс протягивания одномерного эластичного имплантата через фрагмент биоткани в виде мембраны с отверстием. Установлено, что в определенном диапазоне значений усилия протягивания наблюдается снижение жесткости исследуемой системы с ростом удлинения имплантата, причем характер зависимости максимальных значений интенсивности напряжений от приложенной силы различен для имплантата и биоткани. Разработанная методика и установленные закономерности позволяют прогнозировать манипуляционные характеристики и травматичность одномерных имплантатов исходя из фрикционно-механических свойств используемых материалов.

Работа выполнена при поддержке БРФФИ-РФФИ: проекты Ф10-240 (10-08-90011-Бел_а), Т10СО-033, а также 09-08-00752-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cavaliere R. Suture materials. Properties and uses // J. Amer. Podiatry Assoc. – 1983. – Vol. 4. – P. 57-64.
2. Chu C.C. Mechanical properties of suture materials: an important characterization // J. Annals of Surgery. – 1983. – Vol. 193, No. 3. – P. 365-370.
3. Бурсина Н.В., Винокурова Т.И., Гаврилюк Н.Н. Критерии, методы оценки свойств и технология получения шовных материалов. – Киев: Изд-во ИПМ, 1987.
4. Буянов В.М., Егиев В.Н., Удотов О.А. Хирургический шов. – М.: Рапид-Принт, 1993. – 103 с.
5. Пучков К.В., Селиверстов Д.В., Гаусман Б.Я., Швальб А.П. Сравнительная оценка реакции тканей на синтетические шовные материалы, применяемые в абдоминальной хирургии // Вестник Росс. ассоц. акушеров-гинекологов. – 1996. – № 1. – С. 30-34.

6. Винокурова Т.И., Кирюхин С.М., Фёдорова Е.Ф. Выбор метода оценки жесткости хирургических нитей // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 1997. – Т. 236, № 2. – С. 6-9.
7. Сандаков П.Я., Егиев В.Н., Тепликов А.В., Шадрин В.В. Оценка «пилящего» эффекта шовных материалов, используемых в абдоминальной хирургии // Матер. 3 Междун. конф. «Совр. подходы к разр. эффект. перевяз. средств, шовных матер. и полим. имплантатов». – М.: 1998. – С. 164-165.
8. Шадрин В.В., Тепликов А.В. Манипуляционные характеристики хирургических нитей // Российский журнал биомеханики, 2001. – Т. 5, № 3. – С. 41–50.
9. Семенов Г.М., Петришин В.Л., Ковшова М.В. Хирургический шов. – СПб.: Питер, 2002. – 256 с.
10. Nayfeh A.H. Thermomechanically induced interfacial stresses in fibrous composites // Fibre Sci. Techn. – 1997. – № 10. – P. 195-209.
11. Dutchk V., Pisanova E., Zandarov S., Lauke B. “Fundamental” and “practical” adhesion in polymer/fiber systems // Mechanics of Composite Materials. – 1998. – Vol. 34. – № 4. – P. 431-446.
12. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982 – 334 с.
13. Старовойтов Э.И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости. – Гомель: БелГУТ, 2001. – 344 с.
14. Шилько С.В. Черноус Д.А., Анфиногенов С.Б., Курек М.Ф. Механические и фрикционные свойства биоэластомеров. Часть 1: Описание релаксационных зависимостей кожи человека при растяжении // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т. 12, № 3. – С. 44–51.