Белорусский национальный технический университет, Минск

КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ МЕЗОСТРУКТУР ТИПА СВЕРХПРОВОДНИК/НОРМАЛЬНЫЙ МЕТАЛЛ

Кушнир В.Н.

The dependencies of the critical temperature on the thickness and on the number of layers for superconductor/normal metal multilayers (S/N) are calculated based on multimode solution of microscopic theory equations in diffusive limit. The finite transparency of S/N interfaces took into account. The theoretical curves reproduce satisfactory the experimental data.

Многослойные структуры типа сверхпроводник/нормальный металл (*S/N*) перспективны для использования в микроэлектронных устройствах [1,2]. Сверхпроводимость в *S/N* обусловлена эффектом близости, то есть проникновением (преимущественно диффузионным) куперовских пар из сверхпроводящего слоя в нормальный [3]. При этом толщина сверхпроводящего слоя d_S должна превосходить длину когерентности ξ_S сверхпроводящего материала. (Например, для структур *Nb/Cu* толщины слоев *Nb* составляют порядка 20 нм.) Исследование критического состояния предполагает определение термодинамических характеристик этого состояния (критической температуры T_c , верхних критических магнитных полей H_{c2} и т. д.) в зависимости от материальных параметров структуры – толщин слоев d_S , d_N , количества бислоев Nbl, длин свободного пробега электрона в металле l_S , l_N , скоростей Ферми v_{FS} , v_{FN} , плотностей числа состояний на уровне Ферми N_{FS}, N_{FN}. Кроме того, критические характеристики существенно зависят от параметров пограничных слоев между нормальными и сверхпроводящими слоями, в частности, от коэффициента квантовомеханического прохождения $\mathcal{T}$ (коэффициента прозрачности) потенциального барьера между сверхпроводящим (*S*) и нормальным (*N*) слоем. К настоящему времени достаточно подробно рассмотрены задачи об определении зависимостей $T_c(d_S)$, $T_c(d_N)$ в двух случаях: $Nbl = 1$ (трехслойная структура) и $Nbl = \infty$ (сверхрешетка) [2-6]. При этом при значениях коэффициента прозрачности $\mathcal{T} < 1$ экспериментальные характеристики $T_c(d_S)$, $T_c(d_N)$ трехслойных структур моделируются обычно приближенным формулами теории *S/N* [7,8]. В данной работе получены точные матричные решения квазиклассических уравнений микроскопической теории *S/N*, на основе которых рассчитаны зависимости $T_c(d_S)$, $T_c(Nbl)$.

Рассматривается структура толщины *L*, состоящая из чередующихся плоских слоев сверхпроводящего и нормального металлов. Внешние слои структуры – из нормального металла. В соответствии с теорией *S/N*, их критическое состояние при отсутствии внешнего магнитного поля описывается интегральным уравнением Горькова [9] для параметра порядка $\Delta(z)$ ($z \in [0, L]$.) в следующей форме:

$$\Delta(z) = 4k_B T \cdot V(z) \sum_{\omega>0}^{\omega_D} \int_0^L dz' Q_\omega(z,z')\Delta(z') \qquad (1)$$

Здесь T – температура, k_B – постоянная Больцмана; $\omega \equiv \omega(m) = \pi k_B T \cdot (2m+1)/\hbar$ – мацубаровские частоты ($m = 0, 1,\ldots,m_D$), ω_D – дебаевская частота, $m_D \equiv [\,\hbar\,\omega_D / 2\pi\, k_B\, T - 0.5]$.

$$V(z) = \begin{cases} 0, & z \in [l \cdot d, l \cdot d + d_N), l = 0,\ldots,Nbl \\ V_S, & z \in (l \cdot d + d_N, (l+1) \cdot d],\ l = 0,\ldots,Nbl-1 \end{cases}$$

V_S – константа электрон-фононного взаимодействия, $d = d_S + d_N$;

Функции $Q_\omega(z, z')$, определяющие ядро интегрального уравнения (1), оказывается возможным задать обозримыми формулами в двух предельных случаях микроскопической теории: в т. н. «чистом» пределе (когда материалы сверхпроводящей структуры бездефектны), и в диффузионном пределе. Современные технологии приготовления сверхпроводящих структур таковы, что можно с достаточной уверенностью использовать диффузионный предел. В этом случае функции $Q_\omega(z, z')$ удовлетворяют дифференциальному уравнению [2,3]

$$\left(2\omega - D(z)\frac{d^2}{dz^2}\right)Q_\omega(z,z') = \frac{2\pi}{\hbar}N(z)\delta(z-z') \tag{2}$$

Здесь $D(z) = D_{S(N)}$ для $S(N)$-слоев. Коэффициенты диффузии определяются через скорости Ферми и длины свободного пробега электрона: $D_{S(N)} = (1/3)v_{F,S(N)}\, l_{S(N)}$. Аналогично коэффициентная функция определяется через плотности числа состояний N_{FS}, N_{FN} на уровне Ферми.

Задача (1), (2) преобразуется к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ЛОДУ) введением обозначения

$$\Delta_m(z) \equiv \int_0^L dz' Q_{\omega(m)}(z,z')\Delta(z') \tag{3}$$

Тогда вместо (2) получим

$$\left(m + \frac{1}{2} - \frac{\hbar D(z)}{4\pi k_B T}\frac{d^2}{dz^2}\right)\Delta_m(z) = N(z)V(z)\sum_{m'=0}^{m_D}\Delta_{m'}(z) \tag{4}$$

Система (4) дополняется естественными граничными условиями

$$\frac{d\Delta_m(0)}{dz} = \frac{d\Delta_m(L)}{dz} = 0 \tag{5}$$

Кроме граничных условий (5) система (4) должна быть дополнена условиями сшивания функций $\Delta_\omega(z)$ и их производных на плоскостях контакта S и N слоев, то есть в точках $z_{2k+1} = d_N + (k-1)d$ и $z_{2k} = k{\cdot}d$ (k = 1, …,Nbl). Эти условия непосредственно следуют из условий Куприянова – Лукичева [10], полученных для «аномальных» функций Грина в диффузионном пределе:

$$D(z_i+0)\frac{d\Delta_m(z_i+0)}{dz} = D(z_i-0)\frac{d\Delta_m(z_i-0)}{dz} \tag{6.1}$$

$$D(z_i-0)\frac{d\Delta_m(z_i-0)}{dz} = \frac{v_{F,N}t_N N_{FN}}{2}\left(\frac{\Delta_m(z_i+0)}{N(z_i+0)} - \frac{\Delta_m(z_i-0)}{N(z_i-0)}\right) \tag{6.2}$$

В (6) t_N – параметр прозрачности границы, связанный с коэффициентом прозрачности оценочной формулой $t_N = \mathcal{T}/(1-\mathcal{T})$.

Поскольку коэффициентные функции в (4) – кусочно-постоянные, можем получить в явном виде общее решение задачи (4) – (6). Для этого строим точные решения для каждого из слоев структуры и сшиваем их посредством условий (6). Построив, таким образом, матрицант $\mathbf{R}(z)$ системы (4) [11], и используя далее граничные условия (5), получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Delta}(L)\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}=\mathbf{R}(L)\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Delta}(0)\\ \mathbf{0}\end{pmatrix},\tag{7}$$

где вектор-функция $\Delta(z)\equiv(\Delta_0(z),\Delta_1(z),\ldots,\Delta_{mD}(z),\Delta_0'(z),\Delta_1'(z),\ldots,\Delta_{mD}'(z))^T$.

Из условия существования нетривиальных решений системы (7) определяется набор значений T, наибольшее из которых и есть критическая температура T_c.

Выражение для матриcанта $\mathbf{R}(L)$ через матриcанты $\mathbf{M}(d_N)$ и $\mathbf{S}(d_S)$ N- и S-слоев, и через матрицы $\mathbf{P}_{NS}$, $\mathbf{P}_{SN}$ условий сшивания (6), имеет вид:

$$\mathbf{R}(L)=\mathbf{M}(d_N)[\mathbf{P}_{NS}\,\mathbf{S}(d_S)\,\mathbf{P}_{SN}\,\mathbf{M}(d_N)\,]^{Nbl}\tag{8}$$

Для матриц $\mathbf{M}(d_N)$ и $\mathbf{S}(d_S)$ имеют место следующие формулы:

$$\mathbf{M}(d_N)=\begin{pmatrix} diag\left[ch\left(\dfrac{d_N}{\xi_N^{(m)}}\right)\right] & diag\left[\xi_N^{(m)}sh\left(\dfrac{d_N}{\xi_N^{(m)}}\right)\right]\\ diag\left[\dfrac{1}{\xi_N^{(m)}}sh\left(\dfrac{d_N}{\xi_N^{(m)}}\right)\right] & diag\left[ch\left(\dfrac{d_N}{\xi_N^{(m)}}\right)\right]\end{pmatrix}\tag{9}$$

$$\mathbf{S}(d_S)=\begin{pmatrix} \mathbf{C}diag\left[ch\left(\dfrac{d_S}{\xi_S^{(m)}}\right)\right]\mathbf{C}^T & \mathbf{C}diag\left[\xi_S^{(m)}sh\left(\dfrac{d_S}{\xi_S^{(m)}}\right)\right]\mathbf{C}^T\\ \mathbf{C}diag\left[\dfrac{1}{\xi_S^{(m)}}sh\left(\dfrac{d_S}{\xi_S^{(m)}}\right)\right] & \mathbf{C}diag\left[ch\left(\dfrac{d_S}{\xi_S^{(m)}}\right)\right]\mathbf{C}^T\end{pmatrix}\tag{10}$$

В (9), (10) использованы следующие обозначения:

$$\xi_N^{(m)}=\xi_N^{(m)}(T)=\xi_N\sqrt{\frac{T_S}{(2m+1)T}},\qquad \xi_N\equiv\sqrt{\frac{\hbar D_N}{2\pi k_B T_S}}\tag{11.1}$$

$$\xi_S^{(m)}=\xi_S^{(m)}(T)=\xi_S\sqrt{-\frac{T_S}{2T\mu^{(m)}(T)}},\qquad \xi_S\equiv\sqrt{\frac{\hbar D_S}{2\pi k_B T_S}}\tag{11.2}$$

$m=0,1,\ldots,m_D$.

В (11) температурные функции $\mu^{(m)}(T)$ есть корни характеристического уравнения

$$\psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi k_B T}+1+\mu^{(m)}(T)\right)-\psi\left(\frac{1}{2}+\mu^{(m)}(T)\right)=\psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi k_B T_S}+1\right)-\psi\left(\frac{1}{2}\right),\tag{12}$$

T_S – критическая температура сверхпроводящего материала, $\psi(x)$ –ди-гамма функция. Матрицы $\mathbf{C}$ в (10) определяются выражениями

$$C_j^{(m)}=\frac{s^{(m)}}{j+1/2+\mu^{(m)}},\qquad s^{(m)}=\left[\sum_{j=0}^{mD}\frac{1}{\left(j+1/2+\mu^{(m)}\right)^2}\right]^{-1/2}\tag{13}$$

и являются ортогональными: $\mathbf{C}^T\mathbf{C}=\mathbf{C}\mathbf{C}^T=\mathbf{1}$.

Матрицы «сшивания» определяются формулами:

$$\mathbf{P}_{SN} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \gamma_b \xi_N \mathbf{1} \\ 0 & p\mathbf{1} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{P}_{NS} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \gamma_b \xi_N p^{-1}\mathbf{1} \\ 0 & p^{-1}\mathbf{1} \end{pmatrix} \tag{14}$$

В (14) использованы параметры $p = \rho_S / \rho_N$, $\gamma_b = 2l_N/(3\xi_N\ t_N)$, где ρ_S, ρ_N – удельные сопротивления сверхпроводящего и нормального материалов, l_N –длина свободного пробега электрона в нормальном металле.

Задачу (7) - (14) в случае $Nbl = 1$ (трехслойная структура) можно привести к значительно более удобному для численного решения виду. Можно показать, что критическая температура в этом случае соответствует нулевому (одновременно минимальному) собственному значению матрицы

$$\mathbf{R}1 = \mathbf{S}_t(d_S/2) + p\frac{\mathbf{M}_t(d_N)}{1+\gamma_b\xi_N\mathbf{M}_t(d_N)} \tag{15}$$

В (15) использованы следующие обозначения:

$$\mathbf{S}_t(d_S/2) = \mathbf{C}diag\left[\frac{1}{\xi_S^{(m)}}th\left(\frac{d_S}{2\xi_S^{(m)}}\right)\right]\mathbf{C}^T, \qquad \mathbf{M}_t(d_N) = diag\left[\frac{1}{\xi_N^{(m)}}th\left(\frac{d_N}{\xi_N^{(m)}}\right)\right]. \tag{16}$$

Выражение (15) позволяет сразу же получить одномодовое приближение для критической температуры, оправданное при значениях толщины S-слоя $d_S > \xi_S$. В этом приближении критическая температура находится из уравнений

$$tg\left(\frac{d_S}{2\xi_S}\sqrt{\frac{2T\mu(T)}{T_S}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\mu(T)}}\frac{\gamma\cdot th\left(\frac{d_N}{\xi_N}\sqrt{\frac{T}{T_S}}\right)}{1+\gamma_b\sqrt{\frac{T}{T_S}}th\left(\frac{d_N}{\xi_N}\sqrt{\frac{T}{T_S}}\right)} \tag{17}$$

$$\psi\left(\frac{1}{2}+\mu(T)\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{T_S}{T}\right) \tag{18}$$

где $\gamma = p\xi_S/\xi_N$, а из уравнения (18) находится наибольшее значение корня $\mu(T)$.

С помощью вышеизложенного метода были рассчитаны зависимости $T_c(d_S)$ S/N структур $Pd/Nb/Pd$ и $Cu/Nb/Cu$. Одна из таких зависимостей вместе с экспериментальным графиком [8] представлена на рисунке 1. Кроме того, по значениям параметров ρ_S, ρ_N, ξ_S, ξ_N взятым из эксперимента, и по найденному в результате фиттирования экспериментальных зависимостей параметру прозрачности, построены зависимости критической температуры от количества слоев. Результаты представлены на рисунке 2.

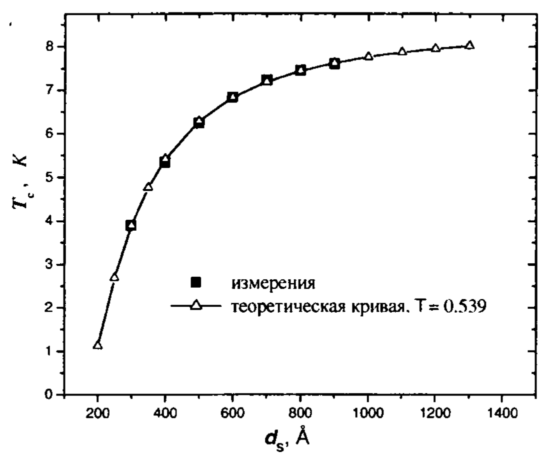

Рис.1. Экспериментальная и теоретическая зависимости $T_c(d_S)$ для структуры Pd/Nb/Pd.

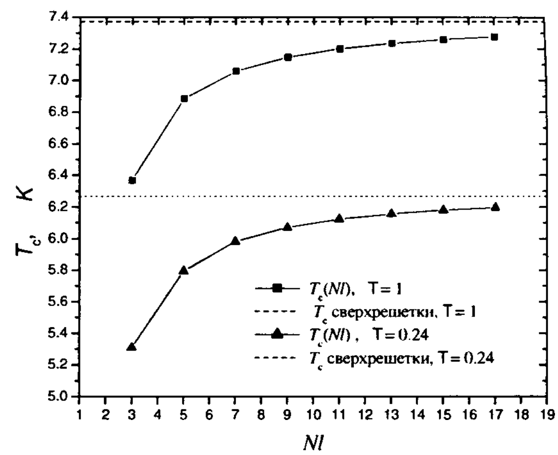

Рис.2. Зависимость критической температуры от количества слоев Nl структур Nb/Cu при двух значениях коэффициента прозрачности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прищепа С.Л. // Доклады БГУИР. - 2004. Т. 3(7). – С. 118.
2. Jin B.I. and Ketterson J.B. // Adv. Phys. - 1989. Vol. 38. - P. 189.
3. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. – М.: Мир, 1968. – 280с.
4. Lodder A. and Koperdraad R.P.W.// Physica C. - 1993. Vol. 212. - P. 81.
5. Koperdraad R.P.W. and A. Lodder // Phys. Rev. B. - 1995. Vol. 51. - P. 9026.
6. Brammertz G., A.A. Golubov, P. Verhoeve, R. Den Hartog, T. Peacock, H. Rogalla// Appl. Phys. Lett. – 2002. Vol. 80. – P. 2955.
7. Tesauro A., A. Aurigemma, C. Cirillo, S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Supercond. Sci. Technol. - 2005. Vol. 18. - P. 152.
8. Cirillo C., S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Euro. Phys. J. B - 2004. Vol. 38. - P.59.
9. Горьков Л. П. // ЖЭТФ. - 1959. Т. 37. - С.1407.
10. Куприянов М.Ю., В.Ф. Лукичев // ЖЭТФ. - 1988. Т. 94. - С. 139.
11. Якубович В.А., В.М. Старжинский. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. - М.: Наука, 1972. – 588с.