

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАГОТОВКИ ВО ВРЕМЯ ПНЕВМОЦЕНТРОБЕЖНОЙ ОБРАБОТКИ

Сухоцкий А.А.

Various aspects of application of the differential equation for the description of character of movement of work part in the device for pneumocentrifugal processing are described

При получении высокоточных стеклянных шариков для микрооптики эффективным является метод пневмоцентробежной обработки. Сущность метода заключается в том, что заготовки кубической формы помещают между соосно расположенными инструментами с коническими рабочими поверхностями и сообщают им переносное движение вдоль этих поверхностей посредством среды под давлением [1].

При обработке заготовок кубической формы с целью получения полноразмерной сферической поверхности малого радиуса происходит значительное изменение массы, что является определяющим фактором для построения математической модели интенсивности обработки на первоначальной стадии технологического процесса с элементами динамики тела переменной массы, основываясь на уравнении Мещерского.

Дифференциальное уравнение вращения кубической заготовки с учетом изменения массы относительно оси O_z может быть записано в виде:

$$\frac{dI_z(t)}{dt} \omega(t) + I_z(t) \frac{d\omega(t)}{dt} = \sum |mom_z \vec{F}|,$$

где $I_z(t)$ - переменный момент инерции кубической заготовки; $\omega(t)$ - переменная угловая скорость заготовки; $mom_z \vec{F}$ - момент сил, действующей на заготовку. Дифференциальное уравнение описывает изменение угловой скорости вращения кубика при условии, что величины в правой части и переменный момент инерции известны. Однако их определение составляет научный и практический интерес. Момент инерции заготовки кубической формы, геометрия которой изменяется с течением времени, может быть определена по формуле

$$I_z(t) = \gamma \iiint_{T(t)} (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

Здесь $T(t)$ - изменяемая поверхность, заключающая обрабатываемый кубик; γ - плотность стекла. Так как масса кубика $m(t)$ изменяется по известному соотношению $m(t) = \gamma V(t)$, где $V(t)$ - его объем, то для его определения предположим, что изменение

линейных размеров куба подчинено закону $\Gamma(t) = \Gamma e^{\frac{t}{t_k} \ln \frac{a}{\Gamma}}$. Здесь: t - текущее время процесса обработки; t_k - конечное время обработки; a - половина ребра куба; Γ - диагональ куба в начале обработки.

Для определения изменившейся массы кубика (а равно как и объема) с учетом $\gamma = \text{const}$, рассмотрим две стадии обработки, когда сьем материала заготовки происходит от вершин куба и до граней, а затем от граней до сферической поверхности. Соответствующие объемы обозначим через $V_1(t)$ и $V_2(t)$. Изменению объема (массы) $V_1(t)$ соответствует изменение половины диагонали куба $z(t) = \Gamma(t) / 2$. Итак, если происходит сьем поверх-

ности, соответствующей первой стадии обработки, то есть $a\sqrt{2} < z(t) < a\sqrt{3}$, то $V_1(t)$ определим по формуле

$$V_1(t) = 8 \int_{\sqrt{z^2(t)-2a^2}}^a \int_{\sqrt{z^2(t)-a^2-x^2}}^a \int_{\sqrt{z^2(t)-x^2-y^2}}^a dx dy dz.$$

На второй стадии обработки, когда съём припуска осуществляется по всей поверхности заготовки, изменение объема можно получить по аналогичным зависимостям. Полученные соотношения для $V(t)$ позволяют рассчитать объем снимаемого материала в каждый момент времени, что дает возможность прогнозировать параметры технологического процесса. Аналогичный подход положен в основу определения переменного момента инерции.

В процессе обработки заготовка кубической формы совершает сложное пространственное движение между инструментальными дисками, расположенными соосно. Рассмотрим одну из составляющих этого движения, а именно, вращение кубика вокруг своего ребра в плоскости, параллельной плоскости инструментальных дисков. Тогда по теореме Штейнера можно записать $I_Z(t) = m(t) \cdot 2a + I_Z^C(t)$, где I_Z^C - момент инерции кубической заготовки относительно своей оси симметрии

$$I_c(t) = 8 \gamma \left(\int_0^a \int_0^a \int_0^a (x^2 + y^2) dx dy dz - \int_{\sqrt{z^2(t)-2a}}^a \int_{\sqrt{z^2(t)-x^2}}^a \int_{\sqrt{z^2(t)-x^2-y^2}}^a (x^2 + y^2) dx dy dz \right)$$

По методу пневмоцентробежной обработки заготовки кубической формы, помещенные между соосно расположенными инструментами с коническими рабочими поверхностями, вращаются вокруг оси последних посредством среды под давлением. Сжатый воздух от воздушной сети, проходя через тангенциальные сопла, воздействует на поверхность заготовки, в основном, в двух характерных направлениях – нормальном и тангенциальном. Момент от этих сил определяется на основании экспериментальных исследований распределения давления в струе сжатого воздуха, выходящего из тангенциального сопла и разработанной математической модели силового поля [2].

Таким образом, производя численное решение дифференциального уравнения вращения заготовки, определяем угловую скорость $\omega(t)$ в каждый момент времени. Тогда можно определить линейную скорость точки А как $V_A^{(t)} = \omega(t)2a$. Зная скорость точки А при соударении с коническими рабочими поверхностями инструментальных дисков, можно определить, сопоставляя с имеющимися экспериментальными данными, количество стекла, откалывающегося от заготовки. Это дает возможность прогнозировать изменение формы заготовки, рассчитывать линейную скорость при соударении кубика с инструментами и параметры технологического процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усовершенствованный инструмент для пневмоцентробежной обработки шариков / Филонов И.П., Козерук А.С., Филонова М.И., Сухоцкий А.А., Соболевский С.Б. - СТИН, 2000, №7.
2. Сухоцкий А.А. Исследование силового поля в рабочей зоне инструмента для пневмоцентробежной обработки шариков. - Вестник БНТУ, 2003, №1.