В (1) первое и второе уравнения описывают баланс массы и импульса. Коэффициенты $D^{(m)}$, $\mu^{(m)}=\mathrm{const}>0$; $D_{ij}^{(t)}=D_{ji}^{(t)}\geqslant 0$, $\mu_{ij}^{(t)}=\mu_{ji}^{(t)}\geqslant 0$ описывают молекулярные и турбулентные процессы перемешивания массы и импульса или, иначе, это коэффициенты диффузии и вязкости. Давление $P_{ij}=P_{ji}\geqslant 0$ для идеального газа имеет вид: $P_{ij}=k\,(\varepsilon_i^{(m)}+\varepsilon_j^{(m)})\ |\mathbf{r}_{ij}|^{-2}$, $k=\mathrm{const}>0$ — безразмерный коэффициент ($m_{ij}=m_i-m_j$, $\mathbf{r}_{ij}=\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j$ и т. п.). Третье и четвертое уравнения описывают баланс внутренней и турбулентной энергии, причем температура $T_i^{(m)}$ и интенсивность турбулентности $T_i^{(t)}$ i-й частицы определяется по формулам: $\varepsilon_i^{(m)}=c_m m_i T_i^{(m)}$, $\varepsilon_i^{(t)}=c_t m_i T_i^{(t)}$, где c_m, $c_t=\mathrm{const}>0$ — константы с размерностью удельной теплоемкости. Коэффициенты $k^{(mm)}$, $k_{ij}^{(mt)}=k_{ji}^{(mt)}\geqslant 0$ являются коэффициентами молекулярной и турбулентной теплопроводности, а величина $k_{ij}^{(t)}=k_{ji}^{(t)}\geqslant 0$ описывает перемешивание турбулентной энергии. Источник внутренней энергии $W_i\geqslant 0$ описывает преобразование турбулентной энергии во внутреннюю вследствие вязкости. Конкретное представление величин $D_{ij}^{(t)}$, $\mu_{ij}^{(t)}$, $k_{ij}^{(mt)}$, $k_{ij}^{(t)}$, W_i требует особого рассмотрения. В (1) суммирование распространяется по всем частицам, кроме i в пределах интервала взаимодействия.

Для атмосферы дискретный объект идентифицировался как воздушная масса — термин принятый в метеорологии. Эволюционный характер уравнений (1) позволяет следить за движением отдельных воздушных масс, что характерно для подхода Лагранжа в описании жидкости и газа. Была проведена серия численных экспериментов в рамках трехмерной и меридиональной моделей, что дало возможность воспроизвести каноническую картину горизонтальной циркуляции и систему вертикальных ячеек циркуляции в атмосфере.

Новое в работе то, что уравнения модели (1) не являются следствием в каком-либо смысле уравнений Навье — Стокса. Они получены совершенно самостоятельно, исходя из двух положений: о законах сохранения (2) и отказе от понятия гладкого поля. Из построения видно, что статус уравнений (1) столь же широк, как и уравнений Навье — Стокса. Параметр числа частиц N задает неявно в системе уравнений (1) характерный параметр длины, тогда как уравнения Навье — Стокса не содержат внутреннего параметра с размерностью длины. Параметр N задает целый спектр моделей, при этом по мере изменения N меняется смысл, который мы вкладываем в понятие дискретного объекта.

Более подробно одна из версий модели изложена в работе автора: «Исследование движения атмосферы в терминах ансамбля воздушных масс» (Труды Гидрометцентра СССР, вып. 273).

Гидрометцентр СССР

Поступила в редакцию
4.VII.1983,
после доработки
1.VIII.1984

УДК 551.521.3 : 535.36

К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ В РАССЕИВАЮЩИХ ОБЪЕКТАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ НА ОСНОВЕ ОБЩИХ СООТНОШЕНИЙ ИНВАРИАНТНОСТИ *

РОГОВЦОВ Н. Н.

Путем решения ряда разнородных задач для случая рассеивающих сред сложной формы (таковыми являются многие реальные и искусственные рассеивающие объекты) проиллюстрирована эффективность аналитического подхода, основанного на извлечении следствий из общих соотношений инвариантности. Такого рода соотношения и методы их получения для тех ситуаций, когда мутные среды имеют произвольную конфигурацию и подстилающие поверхности, были сформулированы ранее в статьях [1—3]. В данной работе при решении конкретных задач использовано также еще одно общее соотношение инвариантности, связывающее потоки излучения в различных средах (и дана его физическая интерпретация). На основе указанных выражений найдены, в частности, точные, асимптотические приближенные выражения, оценки сверху и снизу (двойные неравенства) для потоков излучения, интегральных светимостей, интенсивностей излучения и средних длительностей t^* (или средних времен поглощения энергии излучения границей среды) для рассеивающих сред невогнутой формы. Были, например, выведены следующие неравенства:

$$b_1=(1-\beta)^{-1}\,\Pi_2(S)\leqslant\Pi_1(S)\leqslant(1-\gamma)^{-1}\,\Pi_2(S)=b_2,$$
$$b_3=\Pi_2(S_1)+\beta_1\Pi_2(S)\,(1-\beta)^{-1}\leqslant\Pi_1(S_1)\leqslant\Pi_2(S_1)+\gamma_1\Pi_2(S)\,(1-\gamma)^{-1}=b_4.$$

---

* Полностью депонирована в ВИНИТИ, № 2868-85 Деп от 30.IV.1985.

Здесь S — граница невогнутой рассеивающей среды V, не имеющей подстилающих поверхностей и содержащей произвольные внутренние стационарные источники $g(\mathbf{r}, \Omega)$ ($\mathbf{r}$ — радиус-вектор, $\mathbf{\Omega}$ — единичный вектор, задающий направление испускания или распространения излучения; S_1 — поверхность, лежащая в $\mathring{V}$ ($\mathring{V} = V \setminus S$ — внутренняя часть V; знак $\setminus$ задает операцию разности множеств) и ограничивающая односвязное тело V_1; V_0 — тело, которое содержит часть с точки зрения свойств среды идентичную $\mathring{V}$; $\Pi_1(S_1)$ и $\Pi_2(S_1)$ — потоки излучения через границу S_1 тела V_1, являющегося соответственно частью исходной среды V или тела V_0, имеющего только внутренние источники $g(...)$ в $\mathring{V}$; $\Pi_1(S)$ и $\Pi_2(S)$ равны $\Pi_1(S_1)$ и $\Pi_2(S_1)$, когда $S_1 = S$ ($\Pi_1(S)$ — интегральная светимость, т. е. энергия излучения, выходящего в единицу времени из V через его границу S); γ_1 и β_1 — соответственно максимальное и минимальное значения решения уравнения переноса излучения для тела V_0 на поверхности S при $\mathbf{\Omega} \in \mathbf{\Omega}_-$ и наличии в V_1 «источников» (α—σ) (α и σ — коэффициенты ослабления и рассеяния; полусфера $\mathbf{\Omega}_-$ определяется условием $(\mathbf{n}\cdot\mathbf{\Omega}) < 0$, где $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к S в точке, заданной $\mathbf{r}$); γ и β равны γ_1 и β_1 при $S = S_1$. К тому же были даны аналитические и численные оценки приближенных формул $\Pi_1(S) \approx {}^1/_2(b_1 + b_2)$, $\Pi_1(S_1) \approx {}^1/_2(b_3 + b_4)$. Эти оценки указывают на полезность и применимость выписанных выше выражений для реальных ситуаций (если V и V_0 — однородные среды, то, взяв в качестве V_0 бесконечную среду V_∞, можно выписать явные аналитические выражения для b_1, b_2, b_3, b_4). Было также показано, что для однородных сред и сильно вытянутых «вперед» индикатрис рассеяния высокую точность будет иметь формула $\Pi_1(S) \approx {}^1/_2[(1-\gamma(\omega))^{-1} + (1-\beta(\omega))^{-1}]\Pi_2(S)$, где $\gamma(\omega)$ и $\beta(\omega)$ — аналоги γ и β для того случая, когда $\mathbf{\Omega} \in \mathbf{\Omega}_- \setminus \mathbf{\Omega}_\omega$ ($\mathbf{\Omega}_\omega$ — часть полусферы $\mathbf{\Omega}_-$, определяемой условием $0 \leqslant -(\mathbf{n}\cdot\mathbf{\Omega}) \leqslant \omega$; $0 < \omega \ll 1$). В статье получена асимптотика для потока $\Pi_1(S_1)$, когда в однородной среде V имеется точечный источник вида $f(\mathbf{\Omega})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$, расположенный на больших оптических расстояниях от всех точек S (S_1 может произвольно располагаться относительно S). Найденные в работе двойные неравенства позволяют оценивать области изменения интенсивностей излучения, средних интенсивностей излучения, средних длительностей и т. д., причем для случая однородных сред для этого достаточно найти соответствующие характеристики полей излучения в V_∞. В частности, для t^* при наличии в центре симметрии оптически толстого однородного рассеивающего тела V, ограниченного эллипсоидом вращения с оптическими полуосями $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ ($\bar{a} = \bar{b}$, $\bar{c} < \bar{a}$), точечного изотропного импульсного источника было получено асимптотическое неравенство $t^* \leqslant t_0^* + 3(\bar{a})^2(2v\alpha x)^{-1}\operatorname{arc\,tg} x - (\alpha v)^{-1}\overline{ac} + O(\bar{c})$, $\bar{c} \to \infty$ ($x = \sqrt{(\overline{a/c})^2 - 1}$, t_0^* — средняя длительность импульса источника, v — скорость света в среде; индикатриса рассеяния — сферическая). Интенсивность излучения в плоскопараллельных, сферически или цилиндрически симметричных консервативно рассеивающих однородных средах, когда они ограничены ламбертовской границей с постоянным альбедо, выражена в простой и явной форме через такую же величину при отсутствии подстилающей поверхности.

В статье также найдены следующие точные решения: $t^* = t_1^* + [\pi v(1 - 2\int_0^1 \zeta c(\zeta) \cdot d\zeta)]^{-1}\varpi$. Здесь t^* — средняя длительность выхода лучистой энергии через границы слоя, шара или цилиндра, которые представляют собой изотропно отражающие подстилающие поверхности с альбедо $c(|\mathbf{n}\cdot\mathbf{\Omega}|) = c(\zeta)$ (среды облучаются импульсом излучения, идущего в полусферу $\mathbf{\Omega}_-$ от источника, находящегося на внутренней стороне S и обладающего поверхностной плотностью, пропорциональной $|\mathbf{n}\cdot\mathbf{\Omega}|\delta_s$; δ_s — поверхностная δ-функция); t_1^* — средняя длительность импульса источника; величина ϖ равна $2\pi L$, $2\pi L/3$; πL соответственно для слоя, шара, цилиндра (L — толщина слоя, диаметр шара или цилиндра). При выводе этих формул считалось, что $\alpha = \sigma$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Роговцов Н. Н.* Восстановление внутреннего распределения поля излучения по его характеристикам на границах рассеивающей среды.— Изв. АН СССР. ФАО, 1980, т. 16, № 3, с. 244—253.
2. *Роговцов Н. Н.* Установление связи между полями излучения внутри и на границах рассеивающего объекта произвольной конфигурации на основе метода частично инвариантного доопределения.— Журн. прикл. спектроскопии, 1981, т. 34, № 2, с. 335—342.
3. *Роговцов Н. Н.* О некоторых приложениях общего принципа инвариантности применительно к теории переноса излучения.— Журн. прикл. спектроскопии, 1981, т. 35, № 6, с. 1044—1050.

Белорусский политехнический институт

Поступила в редакцию 21.VII.1983, после доработки 11.VI.1984