

УДК 535.13

Б. Б. Бойко, Н. С. Петров, И. З. Джилавдари

## ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА С УСИЛИВАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

До последнего времени считалось, что коэффициент отражения электромагнитных волн при отражении от границы раздела прозрачной и усиливающей сред всегда меньше единицы. В появившихся недавно сообщениях [1, 2] экспериментально и теоретически показано, что при отражении от среды с отрицательным поглощением возможен случай, когда коэффициент отражения больше единицы, т. е. при отражении от такой среды возможно усиление электромагнитных волн. При этом должны выполняться условия, подобные условиям полного отражения. Следует отметить, что возможность усиления электромагнитного излучения посредством «полного внутреннего отражения» экспериментально была показана еще ранее в работе [3]. Оказывается, что ситуация, когда коэффициент отражения от границы раздела с усиливающей средой больше единицы, не является исключительной. Ниже будет показано, что при определенных условиях можно ожидать усиления электромагнитных волн при отражении от усиливающей среды для любых углов падения (в том числе и при нормальном падении) и при любом соотношении показателей преломления граничащих сред.

Рассмотрим задачу о падении плоской электромагнитной волны из прозрачной среды с показателем преломления  $n_1$  на границу раздела с поглощающей (усиливающей) средой, главные коэффициенты преломления и поглощения (усиления) которой соответственно  $n_2$  и  $\kappa$ . Из решения граничной задачи для уравнений Максвелла в этом случае следует, что составляющие  $\eta_1$  и  $\eta_2$  векторов фазовой и амплитудной нормалей преломленной волны в направлении нормали к границе раздела (нормаль направлена в усиливающую среду) определяются выражением

$$\eta_1 + i\eta_2 = \sqrt{a + 2ib}, \quad (1)$$

где  $a = n_2^2 - \kappa^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha$ ,  $b = n_2 \kappa$ ,  $\alpha$  — угол фазовой нормали падающей волны с нормалью к границе раздела. Отсюда

$$\eta_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a + \sqrt{a^2 + 4b^2}}, \quad \eta_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-a + \sqrt{a^2 + 4b^2}}. \quad (2)$$

При этом, если решение уравнений Максвелла записывается в виде  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{+ikr} e^{-i\omega t}$ , то  $\kappa > 0$  отвечает поглощению, а  $\kappa < 0$  — усилению волны во второй среде. Из (1) видно, что в случае сред с отрицательным поглощением ( $b < 0$ )  $\eta_1 \eta_2 < 0$ , т. е. величины  $\eta_1$  и  $\eta_2$  имеют разные знаки. Возникает вопрос, какие именно знаки отвечают ситуациям, реализующимся на опыте.

В случае поглощающей среды ( $\kappa > 0$ ,  $b > 0$ ) выбор знаков у  $\eta_1$  и  $\eta_2$  определяется, как известно, требованием затухания поля волны на бес-

конечности. При выбранной форме записи решения для амплитуды поля во второй среде имеем  $E_2 \sim e^{-\frac{\omega}{c}\eta_2 q r}$ , где  $q r > 0$  ( $q$  — единичный вектор нормали к границе раздела), т. е. для затухания ее необходимо  $\eta_2 > 0$ . Из соотношения (1) тогда автоматически следует  $\eta_1 > 0$ . Это означает, что в поглощающей среде преломленные волны — всегда отходящие от границы раздела и затухающие с глубиной проникновения. Следовательно, здесь, в отличие от прозрачных сред, никакого критического угла нет, и характер решения для поля во второй среде (поглощающей) сохраняется для всей области изменения углов падения  $\alpha$ , при этом коэффициент отражения меньше единицы.

Совершенно иная ситуация в случае сред с отрицательным поглощением ( $\kappa < 0$ ,  $b < 0$ ). Согласно (1), здесь имеется две возможности выбора решения:  $\eta_1 > 0$ ,  $\eta_2 < 0$  и  $\eta_1 < 0$ ,  $\eta_2 > 0$ . В первом случае получаются отходящие от границы раздела волны, усиливающиеся с глубиной проникновения. Привлекает внимание второе решение. Оно означает, что поле волны во второй среде затухает по мере распространения вглубь, а преломленные волны в то же время являются подходящими к границе. Однако предположить, что реальные ситуации описываются только каким-либо одним из этих двух решений (при условии, что величина  $a$  изменяет знак) в случае сред с отрицательным поглощением, невозможно. Как легко видеть, тогда не сохранялся бы непрерывный переход решений для поля во второй среде в известные решения для прозрачной среды при непрерывном стремлении поглощения к нулю как со стороны положительных, так и со стороны отрицательных значений  $\kappa$ . Но из требования такой непрерывности с неизбежностью следует, что в случае  $\kappa < 0$  (усиливающие среды) характер решения для поля во второй среде существенным образом зависит от знака выражения  $a = n_2^2 - \kappa^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha$ . Очевидно, тогда для  $a > 0$  следует предположить  $\eta_1 > 0$ ,  $\eta_2 < 0$ , а для  $a < 0$  —  $\eta_1 < 0$ ,  $\eta_2 > 0$ . Таким образом, там, где величина  $a$  изменяет знак, должен измениться и характер решения для поля преломленной волны. Точка  $a = 0$  является особой точкой, в которой составляющие  $\eta_1$  и  $\eta_2$  изменяются скачком, и решение в ней неопределенно. При этом, в случае падения волны из оптически более плотной прозрачной среды на границу раздела ее с менее плотной усиливающей средой имеется большая аналогия с явлением полного отражения. Существенно, однако, что здесь коэффициент отражения волны, как функция угла падения  $\alpha$ , вблизи некоторого критического угла  $\alpha_0$  ( $\sin^2 \alpha_0 = \frac{n_2^2 - \kappa^2}{n_1^2}$ ) терпит разрыв, в то время как в случае полного от-

ражения в аналогичной ситуации имеется лишь разрыв производной той же функции. Причем для углов падения  $\alpha$ , больших указанного критического угла  $\alpha_0$ , коэффициент отражения больше единицы.

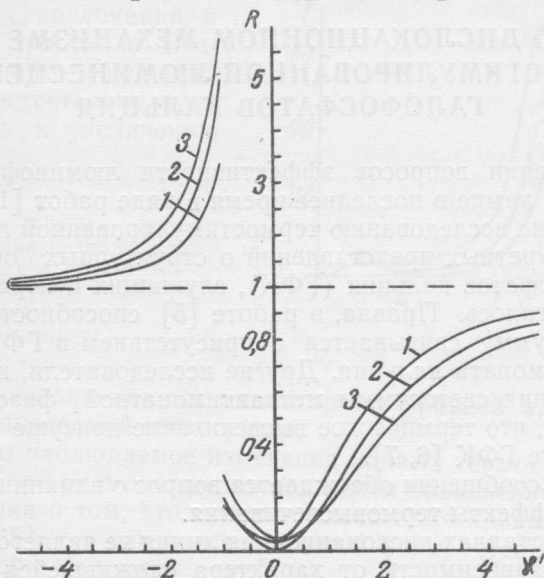
Данный случай уже рассматривался [2], но при этом предполагалось, что вещественная часть диэлектрической проницаемости второй среды  $\epsilon_2 = n_2^2 - \kappa^2$  является положительно определенной величиной. Однако принципе не запрещена и такая ситуация, когда  $\epsilon_2$  отрицательно. (В случае сред с обычным поглощением таким свойством, например, обладают металлы). Предположение об отрицательности  $\epsilon_2$  приводит к тому, что параметр  $a$  в (1), (2) всегда будет величиной отрицательной, независимо от угла падения и соотношения показателей преломления граничащих сред. При этом, согласно изложенному выше, должно быть  $\eta_1 < 0$ ,  $\eta_2 > 0$ . Следовательно, в таком случае в средах с отрицательным поглощением нужно допустить существование подходящих к границе раздела волн во всем интервале изменения углов падения, в том числе и при нормальном падении.

Таким образом, при  $\epsilon_2 < 0$  можно ожидать эффекта усиления электромагнитных волн при отражении от сред с отрицательным поглощением для любых углов падения и при любых соотношениях показателей преломления граничащих сред.

Расчет коэффициентов отражения приводит к следующим выражениям соответственно для  $s$ - и  $p$ -поляризаций:

$$R_s = 1 - \frac{4\eta_0\eta_1}{(\eta_0 + \eta_1)^2 + \eta_2^2},$$

$$R_p = \left[ 1 - \frac{4\xi^2\eta_0\eta_1}{(\xi^2 + \eta_0\eta_1)^2 + \eta_0^2\eta_2^2} \right] R_s, \quad (3)$$



Зависимость коэффициента отражения  $R$  при нормальном падении от величины  $k'$  ( $n=0,7$  (1); 1 (2) и  $\sqrt{2}$  (3))

где  $\eta_0 = n_1 \cos \alpha$ ,  $\xi^2 = n_1^2 \sin^2 \alpha$ . Поскольку  $\eta_1 < 0$  ( $\eta_2 > 0$ ), то обе величины больше единицы, причем  $R_p > R_s$ .

В частном случае нормального падения ( $\alpha=0$ ) имеем

$$R_s = R_p = R = 1 \mp \frac{4n}{(n \pm 1)^2 + k'^2}. \quad (4)$$

Здесь  $n = n_1/n_2$ ,  $k' = k/n_2$ , причем верхние знаки отвечают  $|k'| < 1$  ( $\epsilon_2 > 0$ ), а нижние —  $|k'| > 1$  ( $\epsilon_2 < 0$ ). Максимальное усиление при нормальном отражении, как легко видеть из (4), достигается при  $|k'| = 1$  ( $k < 0$ ) и  $n = \sqrt{2}$ . При этом

$$R = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}.$$

На рисунке приведен график зависимости  $R$  от  $k'$  при нормальном падении.

#### Литература

1. Б. Я. Коган, В. М. Волков, С. А. Лебедев. Письма в ЖЭТФ, **16**, 144, 1972.
2. Г. Н. Романов, С. С. Шахиджанов. Письма в ЖЭТФ, **16**, 298, 1972.
3. Ch. J. Koester. IEEE, Journ. Quant. Electr., **2**, LXIII, 1966.

Поступило в редакцию 13 ноября 1972 г.