

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Каминский Э., Чигарев А.В.

Модели нейронных сетей представляют собой попытки описать математически процессы функционирования мозга. Искусственные нейронные сети (ИНС) могут послужить основой для создания нейрокомпьютеров функционирование которых будет основой не на программах, реализующих определенные алгоритмы, а на обучении и адаптации вычислительной системы для решения поставленной задачи.

В настоящее время существует большое разнообразие различных моделей ИНС, способных решать достаточно сложные задачи распознавания образов, управления роботами и т.д.

Наиболее перспективным считается направление сочетающее в себе методы ИНК, генетических алгоритмов и систем с нечетной логикой.

Почвы, как известно, представляют собой с точки зрения механики сплошных сред сложный объект исследования, описываемый различными моделями механики, в которых предпринимаются попытки учесть такие свойства как упругость, вязкость, пластичность и т.д. Учет реологии почвы осуществляется с помощью дифференциальных или интегральных операторов в определяющих соотношениях.

Задача идентификации модели среды заключается в том, чтобы на основании экспериментов над образцами, в которых измеряются входные (деформации или напряжения) и выходные (напряжения или деформации) данные, определить определяющие соотношения. Как известно, это задача "черного ящика".

Наиболее простой является модель однородного изотропного линейного упругого тела, описываемого в рамках закона Гука. Если же тело является неоднородным, то задача значительно усложняется, т.к. выход в этом случае зависит интегрально от входа и конкретной реализации неоднородности среды. Схема идентификации представлена на рис. 1.

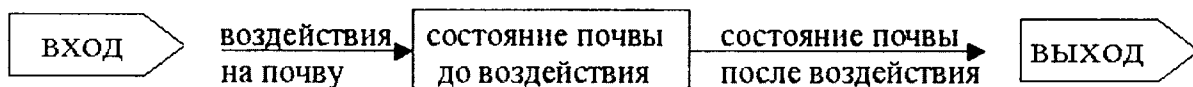


Рис. 1

Одномерная модель линейной неоднородной упругой среды при динамическом дифференцировании описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dx} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\rho(x)}{\lambda(x)} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (1)$$

где  $\lambda = \lambda(x)$  – коэффициент упругости слоисто-неоднородной среды, причем в случае нормального к слоям воздействия  $\lambda(x) = E(x)$  (модуль Юнга), в случае касательного к слоям воздействия  $\lambda(x) = \mu(x)$  (модуль сдвига),  $u$  – перемещение,  $\rho$  – плотность.

Если воздействие имеет периодическую зависимость от времени, то  $U(x, t)$  можно представить в виде

$$U(x, t) = U(x) e^{i\omega t} \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота.

Уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{d^2U}{dx^2} + \ln \lambda \frac{1}{\lambda} \frac{dU}{dx} + \frac{\omega^2}{c_{(x)}^2} U = 0. \quad (3)$$

Обычным образом можно перейти от уравнения (3) к уравнению вида

$$\frac{d^2U}{dx^2} + \omega^2 Q_{(x)} U = 0 \quad (4)$$

где  $Q_{(x)}$  зависит от  $\lambda(x)$ ,  $\rho(x)$ .

Представим  $Q_{(x)}$  в виде

$$Q_{(x)} = Q_0 + Q'_{(x)} \quad (5)$$

где  $Q_0$  характеризует упругость и плотность однородной среды, а  $Q'_{(x)}$  функции, неоднородности.

Тогда представляя

$$U(x) = U_0(x) + U'_{(x)}$$

получим систему уравнений [1]

$$\frac{d^2U_0}{dx_2} + \omega^2 Q_0 U_0 = 0. \quad (6)$$

$$\frac{d^2U'}{dx_2} + \omega^2 Q_0 U' = -\omega^2 Q' U_0. \quad (7)$$

Схема рис. 1 воздействия машин на почву может быть представлена в виде

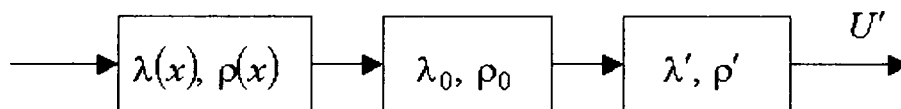


Рис. 2

Решение уравнения (7) запишем в виде

$$U'_{(x)} = \omega^2 \int G(x-x') Q'(x') U'_0(x') dx'. \quad (8)$$

Пусть идентификация свойств среды проводится на основе наблюдения распространения ультразвука в образцах почв, тогда в соотношении (8) измеряемой величиной является  $U'$ , а реализацию неоднородности почвы,  $Q(x)$  необходимо определить.

Эта задача некорректна, т.к. не имеет единственного устойчивого решения. Аналогичная ситуация возникает в случае учета вязкоупругих свойств почвы,

Например, одномерная модель Максвелла описывается моделью рис. 3 и соотношением

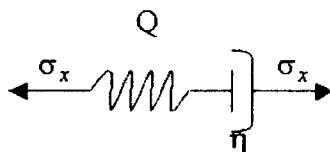


Рис. 3

$$\eta \frac{de(t)}{dt} = \sigma(t) + \frac{\eta}{Q} \frac{d\sigma(t)}{dt} \quad (9)$$

где  $\eta$  – вязкость,  $e(t)$  – деформация,  $\sigma(t)$  – напряжение,  $Q$  – упругость.

Из (9) получаем

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t K(t-\tau) \dot{e}(\tau) d\tau \quad (10)$$

где  $K(t-\tau) = Q \exp\left\{-\frac{Q}{\eta}(t-\tau)\right\}$  – релаксационный модуль Максвелла.

В задаче идентификации по измерению  $\sigma(t)$  в (10) необходимо определить коэффициенты  $\eta$  и  $Q$  модуля релаксации, что также представляет собой некорректную задачу.

Соответственно для модели Кельвина-Фойхта рис. 4 (параллельное соединение вязкости и упругости) имеем

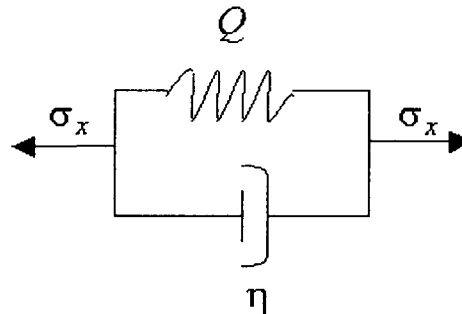


Рис. 4

$$\sigma(t) = Qe(t) + \eta \frac{de(t)}{dt} \quad (11)$$

Из (11) аналогично (10) находим

$$e(t) = \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \quad (12)$$

где  $e(t) = \Gamma(t-\tau)$  – модуль (ядро) ползучести.

При решении задачи идентификации по измерению  $e(t)$  необходимо определить  $Q$ ,  $\eta$ , что также представляет собой некорректную задачу.

В общем случае можем записать для вязкоупругого тела определяющие соотношения в интегральной форме

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E \left[ e(t) + \int_{-\infty}^t K(t-\tau) e(\tau) d\tau \right] \\ e(t) &= \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Решение задачи идентификации на основе уравнений (13) также не дает возможности получить единственное устойчивое решение.

Из рассмотренных примеров видно, что даже в случае линейных вязкоупругих однородных или упругих неоднородных сред задача идентификации не имеет простого решения. Еще более сложная ситуация когда среда проявляет нелинейные свойства.

Рассмотрим некоторые модели нейронных сетей и их применение для решения задачи идентификации.

На рис.5 изображена модель нейрона

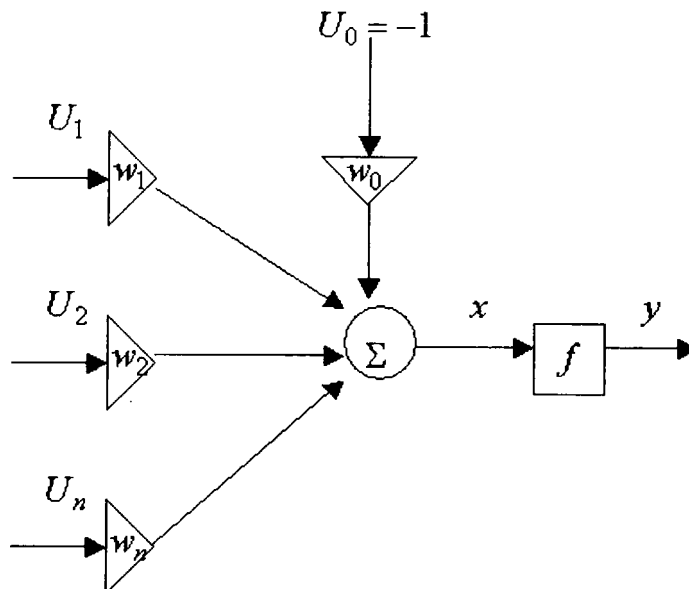


Рис. 5

Аналитическая запись модели Маккалока-Питса имеет вид

$$y = f\left(\sum_{i=0}^N n_i U_i\right) \quad (14)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \geq 0 \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (15)$$

или

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \geq 0 \\ -1, & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (16)$$

а также

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x > 1 \\ -1, & \text{при } x < -1 \\ 0, & \text{при } |x| \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

В настоящее время широко используются сигмоидальная функция

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}} > 0 \quad (18)$$

а также функция тангенса

$$f(x) = th\left(\frac{\alpha x}{2}\right) = \frac{1 - e^{-\alpha x}}{1 + e^{-\alpha x}} > 0 \quad (19)$$

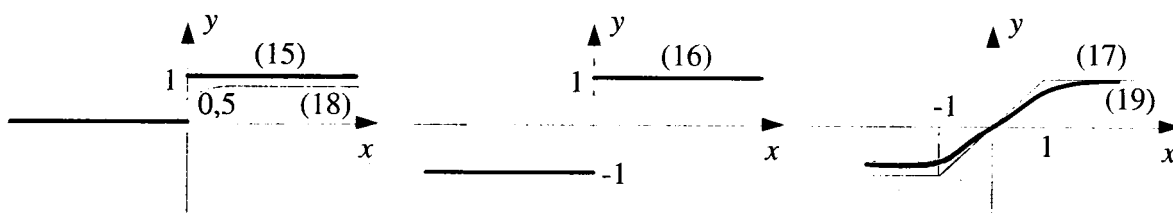


Рис. 6

Для того, чтобы нейронная сеть могла решать задачи, которые перед ней ставятся, нужно, чтобы нейрон изменял свои свойства в процессе функционирования, т.е. обладал адаптацией (обучаемостью). Простой моделью является адаптивный линейный взвешенный сумматор, схема которого представлена на рис.7.

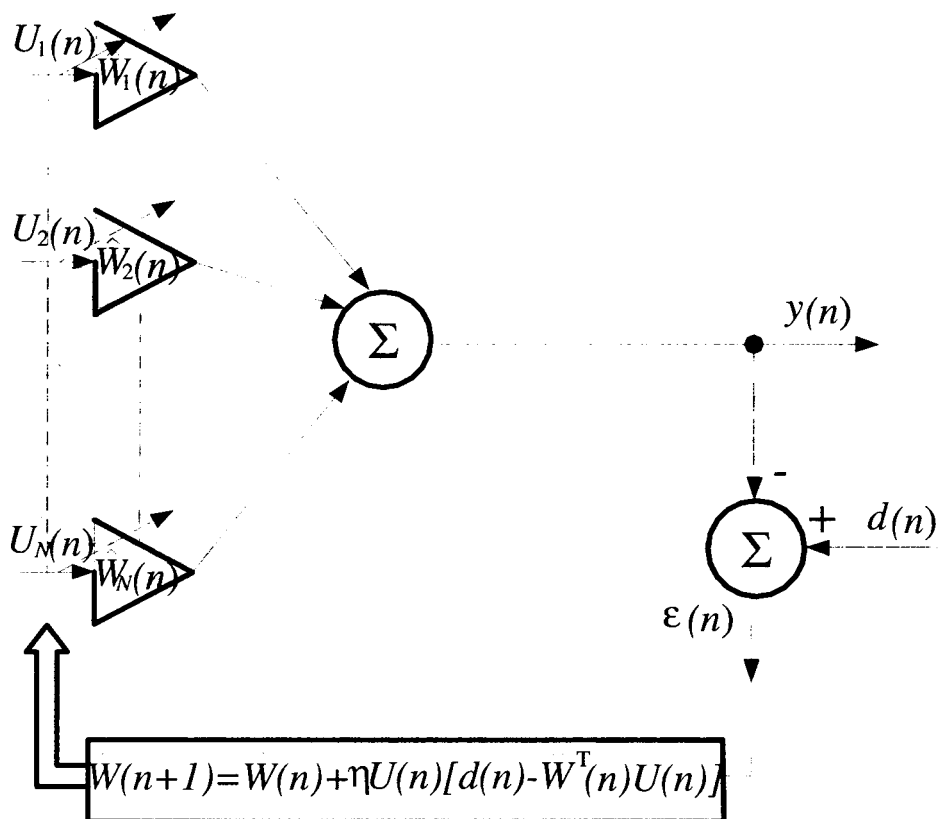


Рис. 7

Две составляющие ALN (Adaptive Linear Neuron): 1) линейный взвешенный сумматор с адаптивно корректируемыми весами:  $\hat{W}_1(n), \dots, \hat{W}_N(n)$ ; 2) подсистема адаптивной коррекции весов. Согласно алгоритму LMS (Linear Mean Square) обучение (изменение весов) происходит в соответствии с алгоритмом

$$\hat{W}_k(n+1) = \hat{W}_k(n) + \eta U_k(n) \left[ d(n) - \sum_{k=1}^N \hat{W}_k(n) U_k(n) \right]$$

$$k = 1, 2, \dots, N, \tag{20}$$

$$0 < \eta < \frac{2}{\sum M [(U_k(n))^2]} \tag{21}$$

Для решения достаточно сложных задач используются многослойные нейронные сети типа изображенных на рис.8.

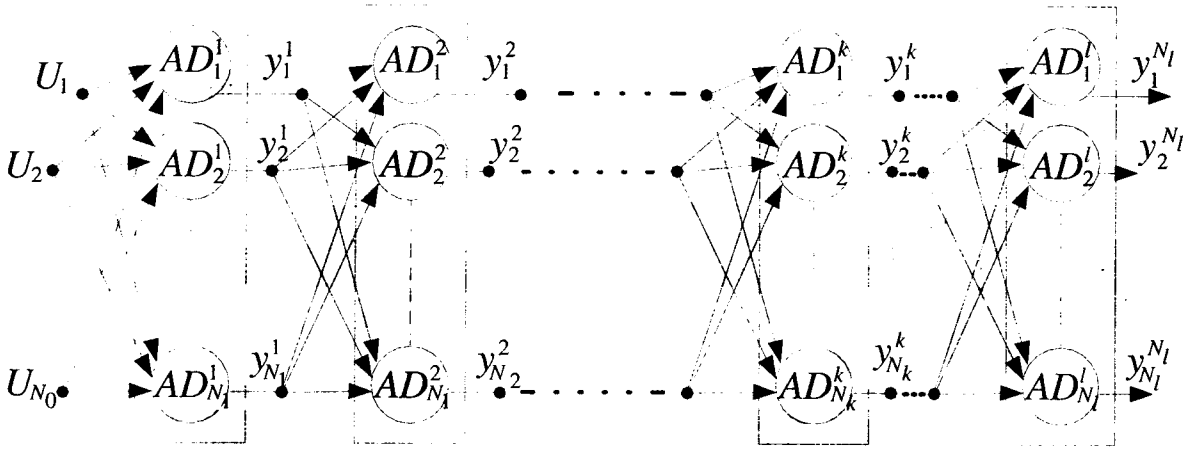


Рис. 8

Элементы  $AD_i^k$  называем нейронами, каждый из которых может быть системой типа ALN. В многослойных сетях применяются алгоритмы обратного распространения ошибки. Наиболее часто для обучения нейронных сетей применяется регулярный метод наименьших квадратов в той или иной форме.

Рассмотрим идентификацию модели вязкоупругой среды типа Фойхта-Кельвина в интегральной форме. Тогда в качестве входного сигнала берем вектор градиента деформации а выходного напряжения. Вид обучающего входного сигнала представлен на рис. 9.

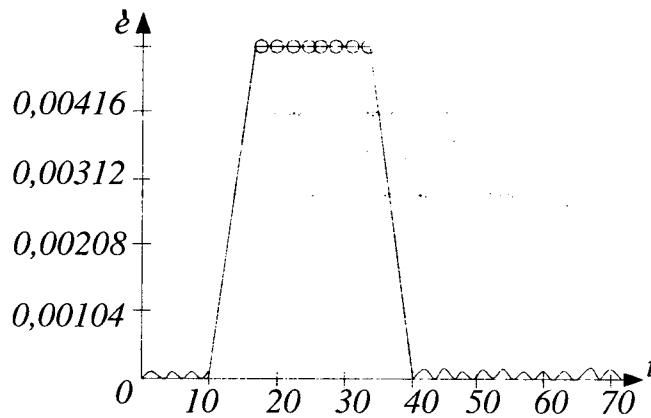


Рис. 9

Вид обучающего выходного сигнала представлен рис. 10.

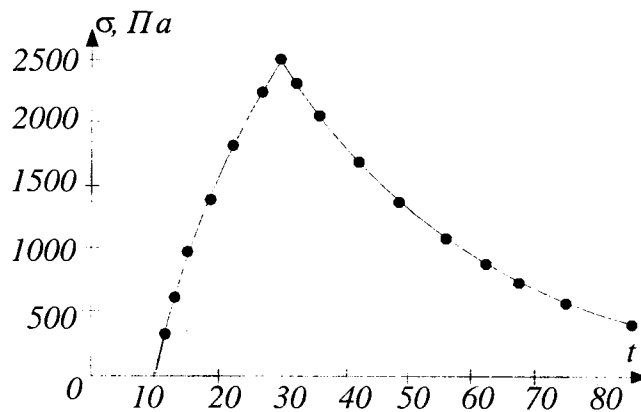


Рис. 10

Задача идентификации модели: по экспериментальным данным  $(\dot{\epsilon}, \sigma)$  требуется идентифицировать параметры модели при заданном критерии качества.

Запишем связь между (11) между напряжением  $\sigma(t)$  и скоростью деформации  $\dot{\epsilon}(t)$  в виде

$$\sigma(k) = \sum_{i=1}^N K(k-i)\dot{\epsilon}(i) + \beta(k) \quad (22)$$

Уравнение (22) описывает функционирование системы (среды). Идентификации подлежит  $K(k-i)$ , а также погрешность (смещение) сети  $\beta(k)$ .

Качество идентификации зависит от вида критерия качества, который выберем в виде среднеквадратичной ошибки  $\epsilon(j)$

$$\begin{aligned} \Omega_{(n)} &= \sum_{j=1}^N \epsilon^2(j) \\ \epsilon(j) &= \hat{\sigma}(j) - \sigma(j) \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\hat{\sigma}(j)$  – оценка выхода.

Для того, чтобы настроить сеть ее необходимо обучить в соответствии с требованием минимума  $\Omega_{(n)}$ , из которого следуют алгоритмы обучения сети

$$K(k+1) = K(k) + 2\alpha\epsilon(k) \quad (24)$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) + 2\alpha\epsilon(k) \quad (25)$$

где  $\alpha$  – параметр скорости настройки.

Проведем обучение на основе приведенных выше экспериментальных данных. На рис. 11 приведем график ошибок обучения

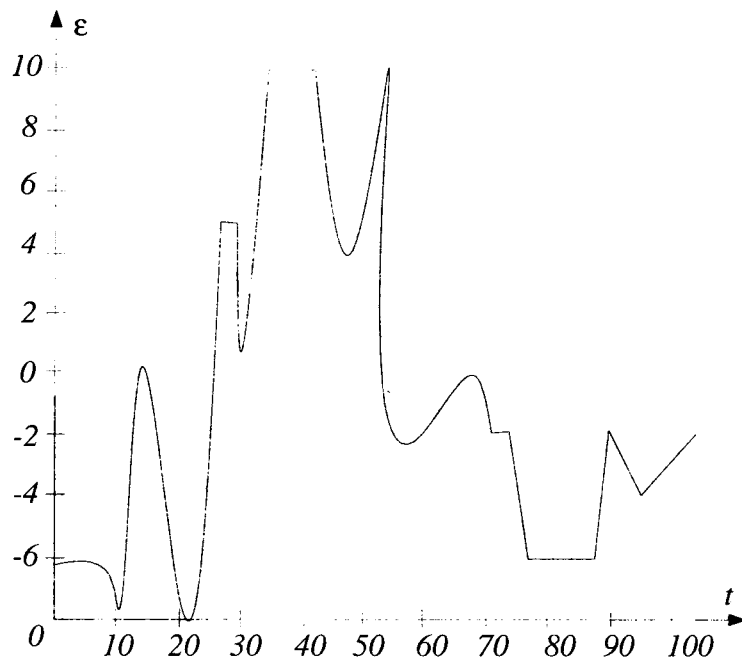


Рис. 11

В результате обучения сеть может подгонять параметры модели так, что ошибка идентификации была минимальна и практически стремилась к нулю. На рис. 12 изображена зависимость выхода  $\sigma(t)$  от времени после обучения.

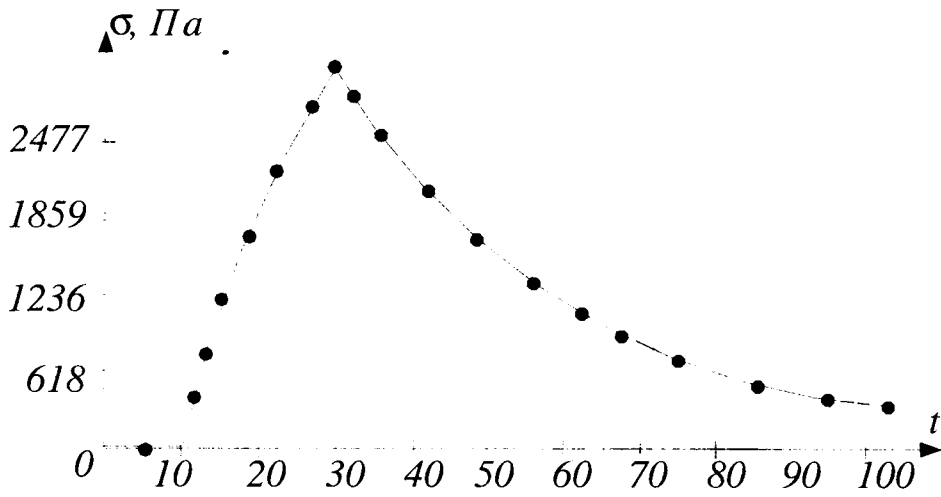


Рис. 12

Рассмотренная модель описывает реакцию на действие единичного импульса.  
 Рассмотрим реакцию среды на действие серии импульсов типа изображенной на рис. 13

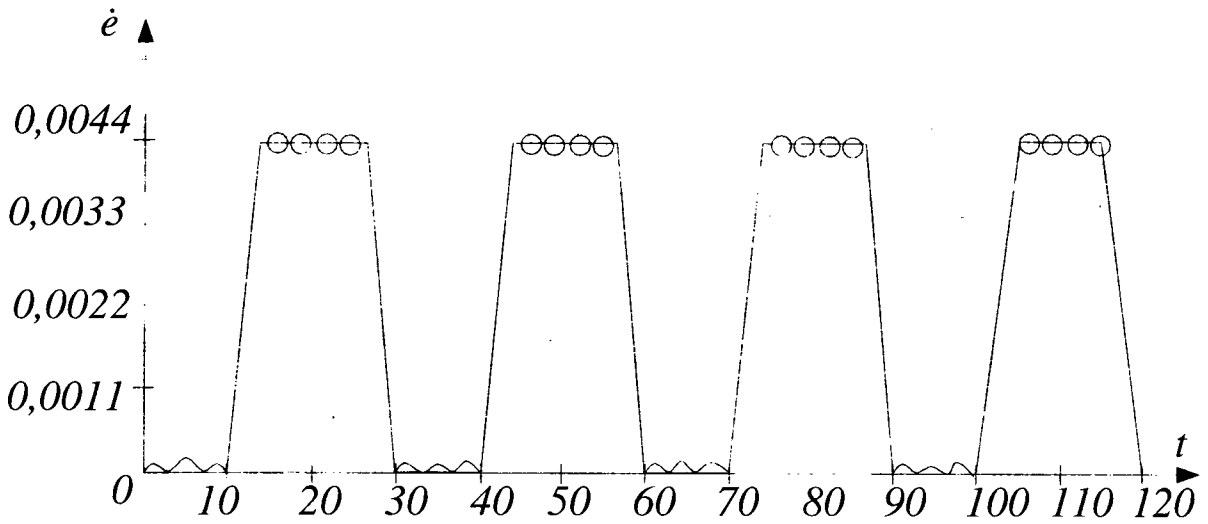


Рис. 13

Выход (напряжение) представлен на рис. 14



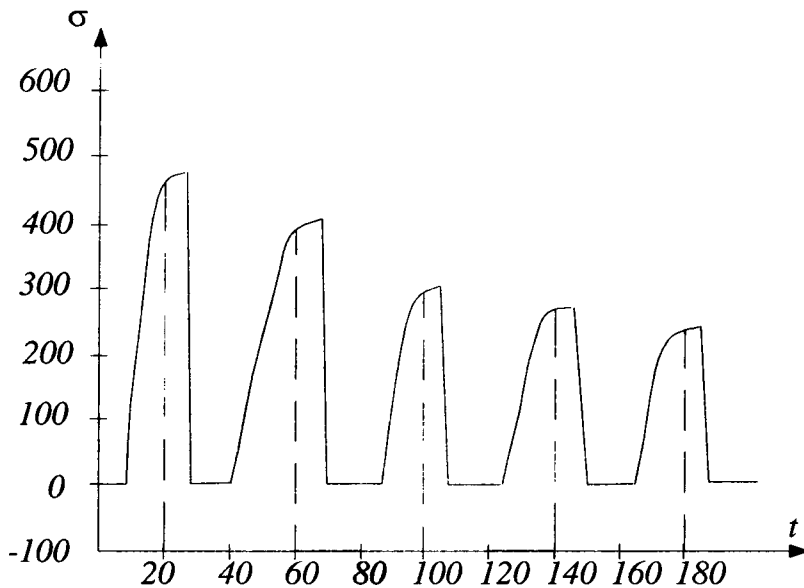


Рис. 14

Функция ошибок обучения сети зависит от информативности обучающего материала. Рассмотрение базы данных экспериментов позволяет существенно увеличить скорость уменьшения ошибки идентификации. На рис. 14 представлен график функции ошибок обучения

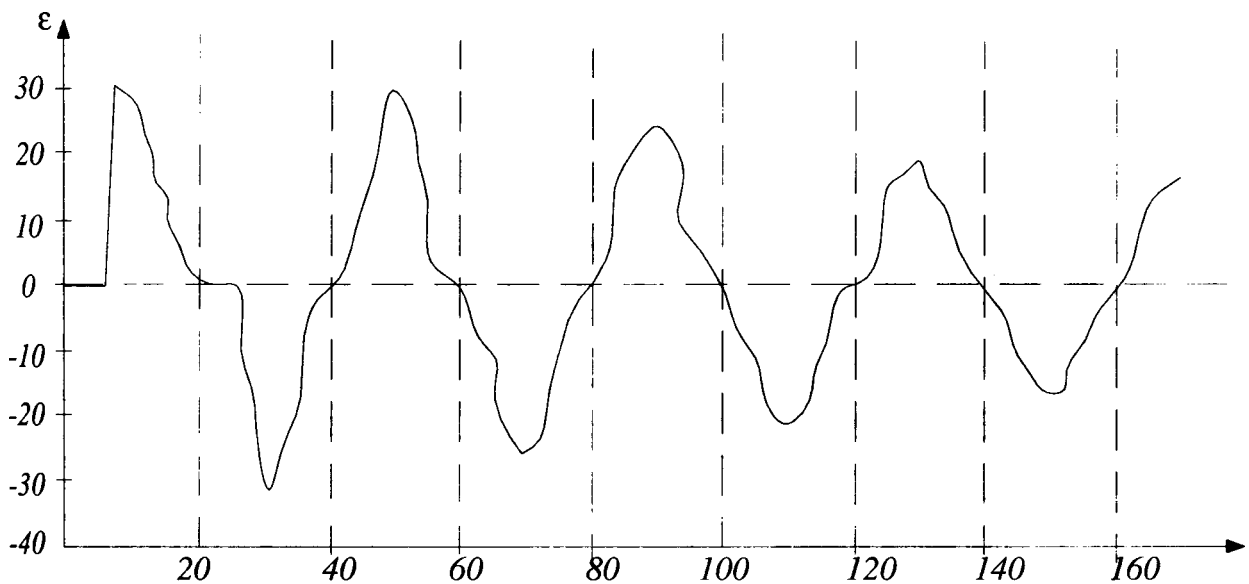


Рис. 15

Рассмотрим применение методов нейронной сети для идентификации упругих коэффициентов неоднородной среды. Перейдем от интегральной записи (8) к сумме, тогда алгоритм функционирования сети имеет вид

$$U'(j) = \sum_{k=1}^N G(j-k)U_0(k)\lambda(k) + \beta(j) \quad (26)$$

где  $\beta(j)$  погрешность (смещение) погрешность.

Требуется по измеренному  $U'$  (выход), известному  $U_0$  (вход) оценить  $\lambda'(x)$ .

За критерий качества идентификации берем среднеквадратичную ошибку

$$\Omega_{(n)} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^N (U'(k) - \hat{U}'(k))^2 \quad (27)$$

где  $\hat{U}$  – оценка выхода.

Для обучения сети получим алгоритм типа Видроу-Хоффа [ ]

$$\lambda'(k+1) = \lambda'(k) + 2\alpha\varepsilon(k) \quad (28)$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) + 2\alpha\varepsilon(k) \quad (29)$$

Обучение сети проводим на эталонных переменных состояния вход-выход. Если вход  $U_0$  представляет собой импульс, то выход  $U'$  также будет импульс, однако в зависимости от характера изменения коэффициента упругости по длине образца он будет испытывать компрессию-декомпрессию ширины и уменьшение-увеличение высоты. Если жесткость среды в направлении прохождения импульса растет, то перемещение  $U$  убывает, а напряжение растет за счет компрессии импульса в ширину, в случае убывания жесткости за счет декомпрессии импульса напряжение убывает, а перемещение растет по амплитуде. Если упругие свойства (жесткость среды) меняется случайным образом, то в этом случае на вид выходного импульса влияют стохастические свойства среды. Если среда статистически однородна, то ширина импульса не меняется, а амплитуда уменьшается. Если среда не статистически однородна, то вид выхода зависит от средней жесткости. Если она растет, то импульс напряжений растет, а перемещений убывает, если средняя жесткость убывает, то импульс перемещений растет, а напряжений убывает.

На рис. 16 а, б изображена последовательность обучающих входных-выходных импульсов в случае линейно неоднородной среды:  $\lambda(x) = \lambda_0(1 + x/L)$ , где  $l$  – длина образца.

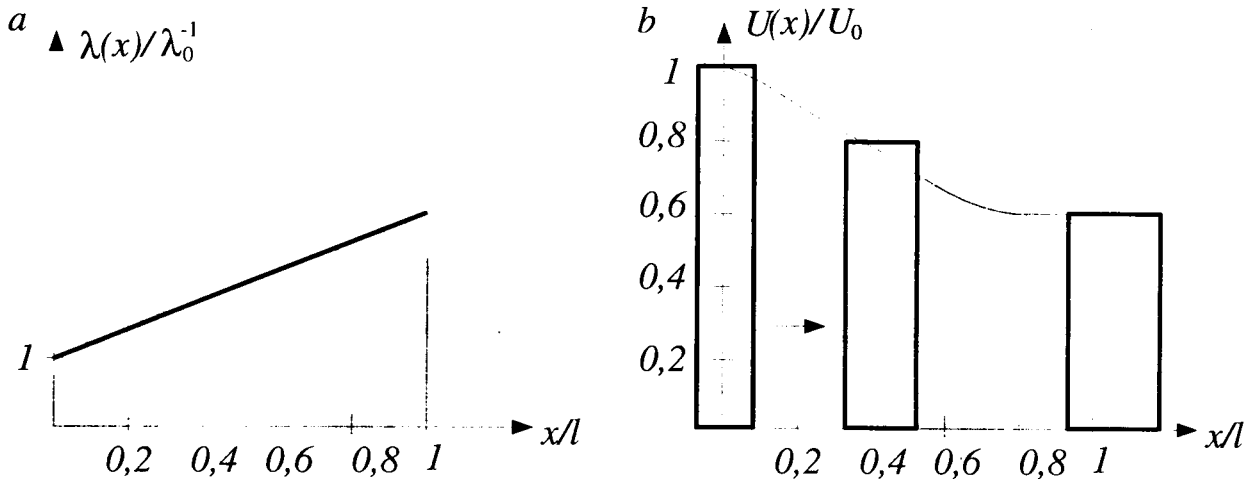


Рис. 16 а, б

На рис. 15с, d изображена последовательность входных-выходных импульсов линейно неоднородной среды:  $\lambda(x) = \frac{\lambda_0}{2}(1 - x/L) + \frac{\lambda_0}{2}$

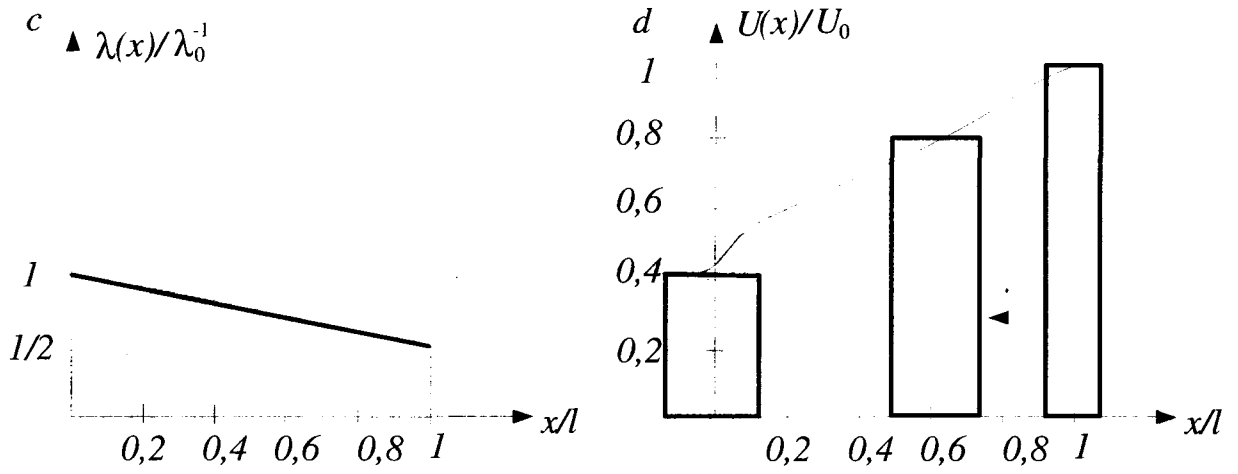


Рис. 16 c,d

На рис.17 а изображена типичная реализация статистически однородной случайной среды  $\lambda_0 = \langle \lambda \rangle$

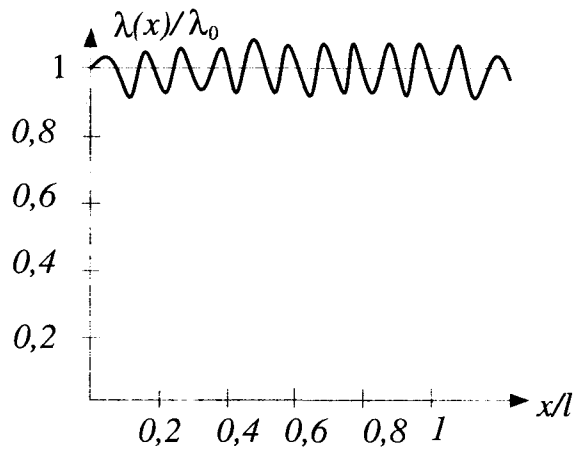


Рис. 17 а

На рис.17 б изображены обучающие входные-выходные импульсы.

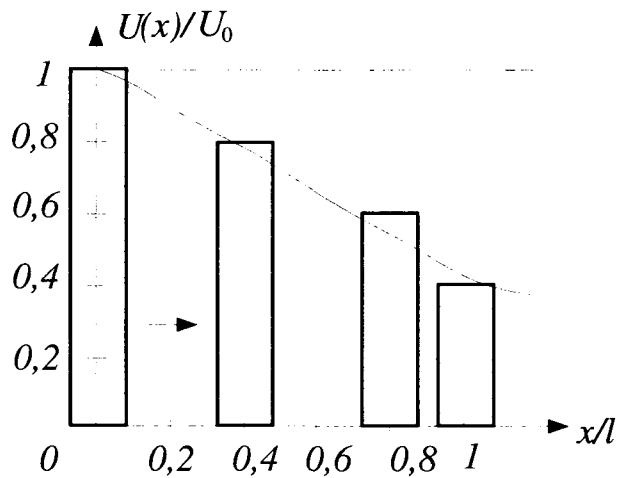


Рис. 17 б

На рис.17 с. изображена реализация идентификации статистически однородной среды с корреляционной функцией вида  $R(r) = R_0 \frac{\sin r/a}{r/a}$ , ( $a$  – радиус корреляции).

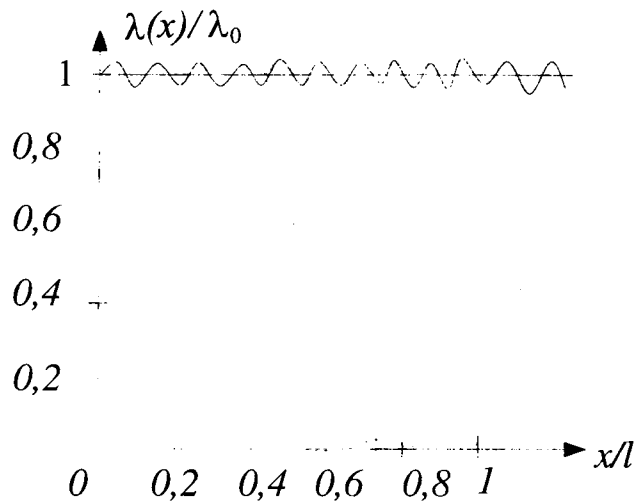


Рис. 17 с

Отметим, что идентификацию по методу нейронных сетей можно сопоставить с идентификацией по методу линейной фильтрации Калмана-Бьюси [ 1 ].

Например, пусть состояние линейной системы описывается уравнением

$$\dot{\bar{x}}(t) = F\bar{x}(t) + G\xi(t) \tag{30}$$

где  $\xi$  – интенсивность случайных воздействий в процессе функционирования. Наблюдение (выход) определяется соотношением

$$\bar{r}(t) = H\bar{x}(t) + \bar{n}(t) \tag{31}$$

где  $n(t)$  также случайная функция.

Пусть матрицы  $G$  и  $H$  известны, а матрица  $F$  имеет все или некоторые неизвестные элементы, подлежащие определению совместно с состоянием  $x(t)$ .

Обозначим через  $\bar{p}$  вектор неизвестных элементов в  $\bar{F}$ , тогда, если оценку  $\bar{p}$  ищем среди постоянных величин, то можем записать

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = 0 \tag{32}$$

а если среди функций, то необходимо получить уравнения вида

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{f}(p, t) \tag{33}$$

Расширяем вектор состояния до вида

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{pmatrix}$$

и записываем (30), (32) (или (33)) в виде

$$\dot{\hat{z}}(t) = \varphi[\bar{z}(t)] + G_z \xi(t) = \begin{pmatrix} F\bar{x}(t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{G} \\ 0 \end{pmatrix} \xi(t).$$

Тогда согласно методу фильтрации Калмана-Бьюси оптимальные оценки состояния и параметров среды удовлетворяют уравнениям вида

$$\dot{\hat{z}}(t) = F(t)\hat{z}(t) + V(t)H'(t)N^{-1} \left[ r(t) - H(t)\hat{z}(t) \right], \quad (34)$$

а погрешность оценивания –  $V(t)$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{\bar{V}}(t) = F(t)\bar{V} + \bar{V}(t)F'(t) + G(t)XG'(t) - \bar{V}(t)H'(t)N^{-1}H(t)\bar{V}(t) \quad (35)$$

Для установившегося состояния  $\dot{V} = 0$  и из (35) получаем алгебраические соотношения относительно параметров оптимизации.

Условие  $\dot{V} = 0$  эквивалентно требованию минимума среднеквадратичной ошибки  $\Omega(j)$ . Условие  $\dot{V} = 0$  позволяет найти  $j^*$  – линейное время обучения (адаптации) системы.

$$\hat{z}(j_0) = \hat{z}(j_0 + 1) = \dots \quad (36)$$

### Выводы:

1. Применение алгоритмов нейронных сетей не требует полных знаний об объекте идентификации. Более того, некорректные задачи могут решаться без регуляризации и получения дополнительной информации.
2. Обучающие алгоритмы нейронной сети получаются из условия минимума среднеквадратичной ошибки, что позволяет придать механический смысл условию типа вариационного.
3. Алгоритмы нейронных сетей могут быть обобщены на случай нелинейных сред.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Чигарев А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред. Мн.: Технопринт, 2002. – 425 с.
2. D. Ruthovski, M. Pilinski, L. Ruthovski, Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne I systemy rozmute, Wydawnictwa naukowe PWN, Warszawa, Lodz, 1999.
3. Yanovsky Yn. G, Basistor Yn. A, Filipenkov P.A., Problem of identification of rheological behavior of heterogeneous polymeric media under finite deformation. Proc. XIV Int. Congress on Rheology, ISBN 89-950057-5-0, Korean Society of Rheology, 2004 S018-1-S018-3.
4. Hagan M.T., Denuth H.B., Beale M.H. Neural Network Design, Boston, MA PES Publishing, 1996.