

## ПОЛУЧЕНИЕ ПОЛОС ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С РЕГУЛИРУЕМЫМ УШИРЕНИЕМ

Докт. техн. наук, проф. ИСАЕВИЧ Л. А., канд. техн. наук, доц. СИДОРЕНКО М. И.,  
канд. техн. наук ИВАНИЦКИЙ Д. М., асп. МАЛЕКИАН М. М.

Белорусский национальный технический университет

Прокатка полос в гладких валках сопровождается явлением уширения, которое не всегда желательно. Например, при прокатке заготовок малолистовых рессор с изменяющейся по длине толщиной на их концевых участках наблюдается максимальное уширение. Для его устранения требуется дополнительная операция – фрезерование или обрезка концов прокатанной заготовки по ширине.

Расчет уширения концевых участков полосы основан на принципе наименьшего сопротивления [1]. При прокатке зона очага деформации в плане представляет собой трапецию высотой, равной длине зоны деформации, и средней шириной, которая равна полусумме ширины полосы до и после прокатки [2].

Для вычисления уширения без учета влияния внешних зон и ширины полосы используем известное [2] уравнение

$$\Delta B = \left( \sqrt{R\Delta h} - \frac{\Delta h}{2f} \right) \left[ 2 \left( \frac{h}{\Delta h} \right)^2 \ln \left( \frac{H}{h} \right) - \frac{2h}{\Delta h} + 1 \right], \quad (1)$$

где  $R$  – радиус прокатных валков;  $\Delta h$  – обжатие за проход;  $f$  – коэффициент контактного трения;  $h$  – конечная толщина полосы;  $H = h + \Delta h$  – начальная толщина полосы.

По данному уравнению проведен расчет величины уширения в конце прохода для случая горячей прокатки в валках радиусом  $R = 100$  мм полосы с исходными размерами ширины  $B_0 = 80$  мм и толщины  $H_0 = 44$  мм при коэффициенте контактного трения  $f = 0,5$  за шесть проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм. По результатам расчета построен график (рис. 1).

Из представленного графика следует, что для разных значений абсолютного обжатия  $\Delta h$  при заданных значениях исходной ширины  $B_0$  и начальной толщины  $H$  с уменьшением  $\Delta h$  зна-

чения уширения  $\Delta B$  сначала возрастают, а потом уменьшаются. Это связано с тем, что от прохода к проходу изменяется соотношение между единичным обжатием, начальной и конечной толщиной полосы.

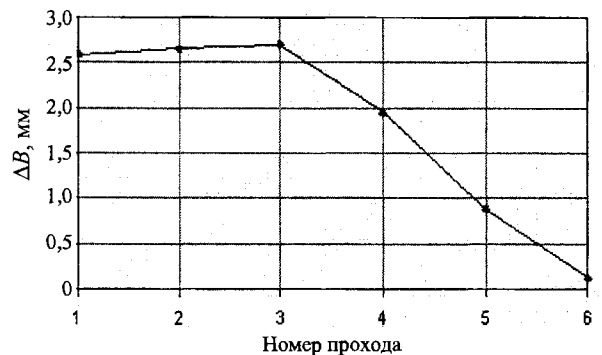


Рис. 1. График изменения уширения  $\Delta B$  в конце каждого прохода для случая горячей прокатки в валках радиусом  $R = 100$  мм полосы с исходными значениями ширины  $B_0 = 80$  мм и толщины  $H_0 = 44$  мм за шесть проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм

На рис. 2 представлен график изменения уширения  $\Delta B$  полосы во втором и четвертом проходах в зависимости от ее начальной толщины  $H$ . Как видно из графиков, при уменьшении начальной толщины значение уширения снижается.

При периодической прокатке полосовых заготовок малолистовых рессор образующееся в первом и последующих проходах уширение является величиной переменной, поскольку обжатие заготовки по длине изменяется от нуля в ее середине до максимума на конце. В силу этого наибольшее уширение имеет место на концах полосы.

Устранение уширения возможно за счет обжатия заготовок после каждого прохода до начальной ширины посредством неприводных боковых роликов (рис. 3).

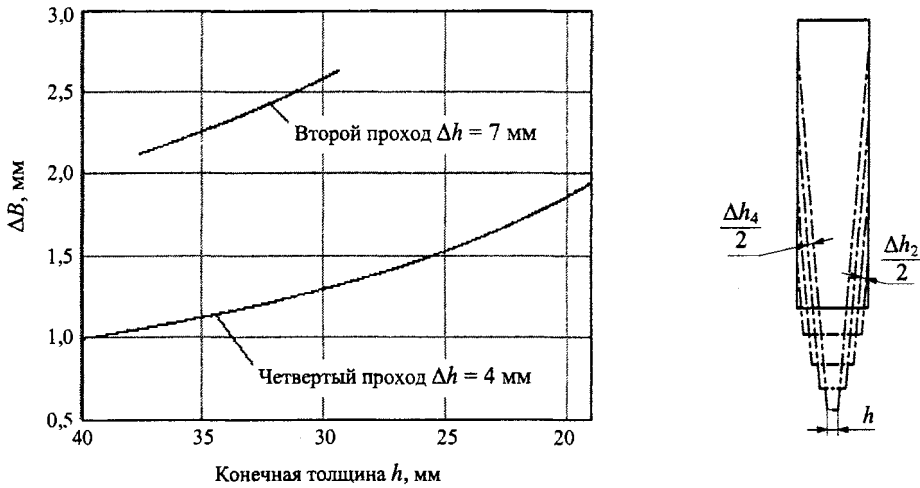


Рис. 2. Графики изменения уширения  $\Delta B$  в зависимости от конечной толщины  $h$  полосы при прокатке ее во втором и четвертом проходах в условиях переменной начальной толщины  $H = h + \Delta h$

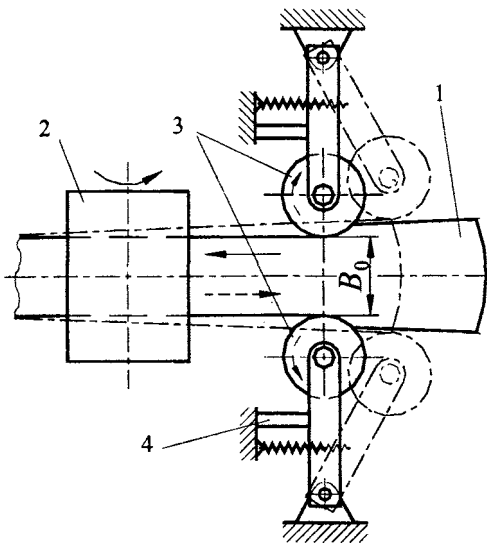


Рис. 3. Роликовое волочение, используемое для устранения уширения прокатываемой полосы: 1 – полоса; 2 – прокатные валки; 3 – неприводные ролики; 4 – упоры

Прокатанная после первого прохода полоса 1 при увеличении зазора между постоянно вращающимися прокатными валками 2 подается специальным механизмом в исходное крайнее правое положение, раздвигая своей уширенной частью подпружиненные неприводные ролики 3. Затем зазор между валками уменьшается до величины, устанавливаемой вторым проходом, и происходит обжатие полосы, которая, перемещаясь влево, за счет сил контактного трения смещает ролики до упоров 4 с образованием между ними зазора величиной  $B_0$ . После этого происходит процесс обжатия (во-

лочения) заготовки через неприводные ролики с уменьшением ее ширины до исходного значения  $B_0$ . В последующих проходах данный цикл повторяется.

Процесс обжатия (волочения) в неприводных боковых роликах осуществляется исключительно за счет натяжения полосы, возникающего между парой неприводных роликов и прокатных валков в процессе самой прокатки. При этом тянущее напряжение  $\sigma_0$  обжатия (волочения) в неприводных роликах по сути дела является напряжением заднего натяжения при прокатке полосы в валках.

Для определения значения заднего натяжения, которое возникает на этапе волочения в неприводных роликах при реализации процесса в целом, запишем уравнение равновесия в виде (рис. 4а)

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(B_x + dB_x) - \sigma_x B_x + 2p_x \operatorname{tg} \varphi_x dx \mp 2\tau_x dx = 0. \quad (2)$$

Примем, что контактные касательные напряжения по дуге касания постоянны и заданы условием Зибеля [2]

$$\tau_x = 2fk, \quad (3)$$

где  $k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T$  – пластическая постоянная;  $f$  – среднее значение коэффициента контактного трения металла о ролики.

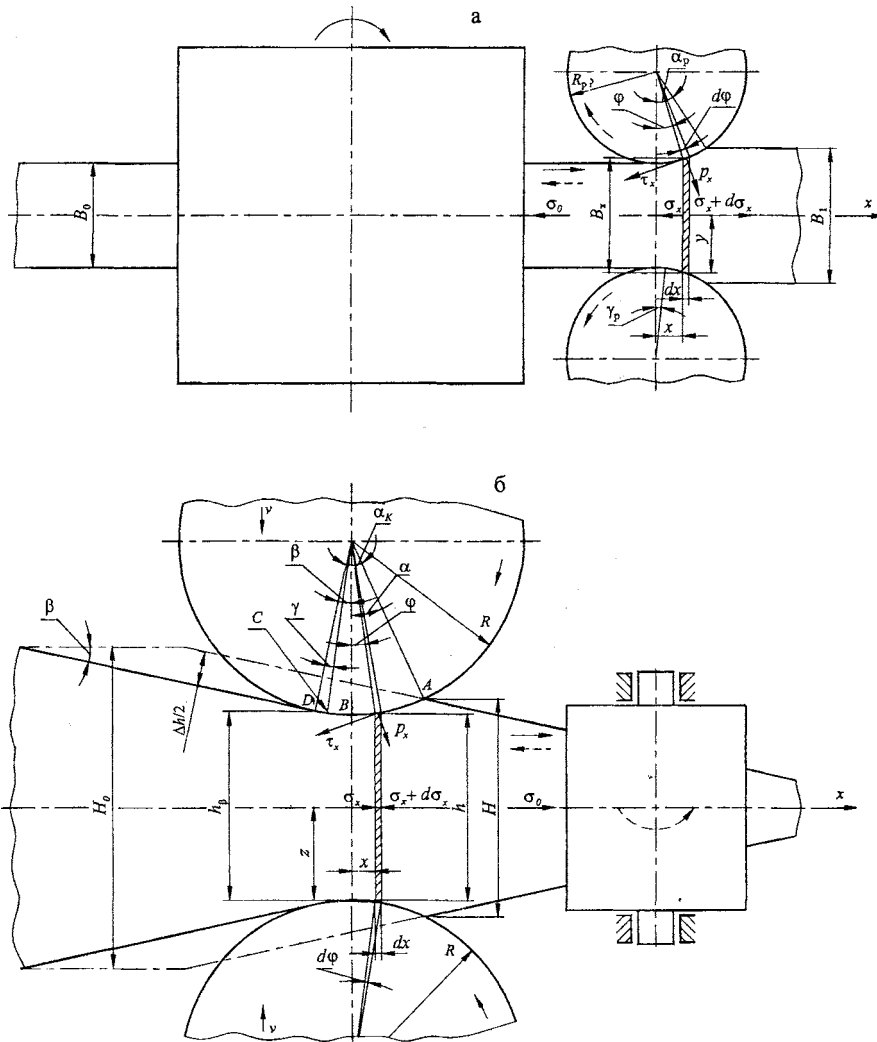


Рис. 4. Схема действия сил в очаге деформации при: а – роликовом волочении для устранения уширения прокатываемой полосы; б – прокатке полосы переменной толщины

Знак «←» перед  $\tau_x$  относится к зоне отставания, а знак «→» – к зоне опережения. Подставляя в данное уравнение значение  $dx = dB_x/2 \operatorname{tg} \varphi_x$  и пренебрегая бесконечно малыми величинами  $d\sigma_x dB_x$ , получим

$$B_x d\sigma_x + \sigma_x dB_x + p_x dB_x \mp 2kf \frac{dB_x}{\operatorname{tg} \varphi_x} = 0. \quad (4)$$

Вспользуемся условием пластичности для двумерной деформации [1]

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm 2k.$$

Примем, что главные оси напряжений в элементе  $dx$  соответствуют горизонтальным и вертикальным осям соответственно  $x, y$ . В этом случае:

$$\sigma_1 = -p_x; \quad \sigma_3 = \sigma_x.$$

Тогда из уравнения пластичности следует:

$$p_x + \sigma_x = 2k.$$

Решив данное выражение совместно с (4), получим дифференциальное уравнение для определения нормального напряжения, действующего на ролики:

$$-B_x dp_x + 2k dB_x \mp 2kf \frac{dB_x}{\operatorname{tg} \varphi_x} = 0, \quad (5)$$

где  $dp_x = -d\sigma_x$ .

Если принять, что для зоны отставания  $\operatorname{tg} \varphi_x = \operatorname{tg} \left[ (\alpha_p + \gamma_p) / 2 \right]$ , а для зоны опережения

$\text{tg}\varphi_x = \text{tg}(\gamma_p/2)$ , предварительно заменив дугу касания с углом  $\varphi$  хордой [2], из (5) получим:

- для зоны отставания

$$-dp_x + 2k(1 - \delta_0) \frac{dB_x}{B_x} = 0; \quad (6)$$

- для зоны опережения

$$-dp_x + 2k(1 + \delta_1) \frac{dB_x}{B_x} = 0, \quad (7)$$

где

$$\delta_0 = \frac{f}{\text{tg} \frac{\alpha_p + \gamma_p}{2}}; \quad \delta_1 = \frac{f}{\text{tg} \frac{\gamma_p}{2}}$$

После интегрирования запишем:

- для зоны отставания

$$p_{x_{от}} = 2k(1 - \delta_0) \ln B_x + C_0; \quad (8)$$

- для зоны опережения

$$p_{x_{он}} = 2k(1 + \delta_1) \ln B_x + C_1. \quad (9)$$

Постоянные интегрирования  $C_0$  и  $C_1$  найдем из граничных условий, согласно которым при  $B_x = B_1$   $p_{x_{от}} = 2k$ , а при  $B_x = B_0$   $p_{x_{он}} = 2k - \sigma_0$ .

С учетом этого имеем:

$$C_0 = 2k - 2k(1 - \delta_0) \ln B_1;$$

$$C_1 = 2k \left[ 1 - (1 + \delta_1) \ln B_0 \right] - \sigma_0.$$

Подставляя значения  $C_0$  и  $C_1$  соответственно в (8) и (9), можем записать:

- для зоны отставания

$$p_{x_{от}} = 2k \left[ 1 + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_x}{B_1} \right]; \quad (10)$$

- для зоны опережения

$$p_{x_{он}} = 2k \left[ 1 + (1 + \delta_1) \ln \frac{B_x}{B_0} \right] - \sigma_0. \quad (11)$$

Напряжение волочения полосы  $\sigma_0$  можно определить из условия, что в критическом сечении при  $B_x = B_\gamma$   $p_{x_{от}} = p_{x_{он}}$ . Решив с учетом этого совместно (10) и (11), получим

$$\sigma_0 = 2k \left[ (1 + \delta_1) \ln \frac{B_\gamma}{B_0} + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_1}{B_\gamma} \right]. \quad (12)$$

Величину ширины  $B_\gamma$  в критическом сечении можно выразить следующим соотношением [2]

$$B_\gamma = B_0 + R_p \gamma_p^2. \quad (13)$$

Для определения критического угла  $\gamma_p$  построим эпюру распределения контактных касательных напряжений  $\tau$  по длине очага деформации, учитывая, что  $\tau = 2fk$  (рис. 5).

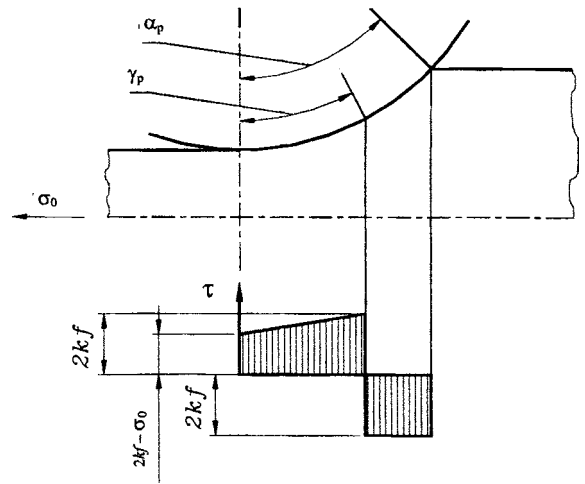


Рис. 5. Эпюра распределения контактных касательных напряжений в неприводных роликах

Поскольку вращение неприводных роликов осуществляется исключительно за счет сил контактного трения в зоне опережения [3], сумма сил трения в зоне опережения должна быть больше или равна сумме этих сил в зоне отставания  $\sum \tau_{он} \geq \sum \tau_{от}$ :

$$\sum \tau_{P_{от}} = 2fkR_p (\alpha_p - \gamma_p); \quad (14)$$

$$\sum \tau_{P_{и}} = R_p \gamma_p \left( 2fk - \frac{f\sigma_0}{2} \right). \quad (15)$$

Далее, решая совместно (14) и (15), получим

$$\gamma_p = \frac{4k\alpha_p}{8k - \sigma_0}. \quad (16)$$

После численного решения системы уравнений (12), (13) и (16) найдем значения крити-

ческого угла  $\gamma_p$ , ширины в критическом сечении  $B_\gamma$  и напряжение волочения полосы  $\sigma_0$ .

Для учета потерь на трение в подшипниках роликов необходимо определить распорное усилие  $P$  в самих роликах. При практических расчетах величину распорного усилия в роликах находят как произведение среднего контактного нормального напряжения  $p_{cp}$  на площадь соприкосновения металла с роликами

$$P = p_{cp} h_{cp} R_p \sin \alpha_p. \quad (17)$$

Здесь

$$p_{cp} = \frac{1}{\Delta B} \left( \int_{B_0}^{B_\gamma} p_{x_{он}} dB_x + \int_{B_\gamma}^{B_1} p_{x_{от}} dB_x \right). \quad (18)$$

Подставив  $p_{x_{от}}$  и  $p_{x_{он}}$  соответственно из (10) и (11) в выражение (18), а затем интегрируя, получим

$$p_{cp} = \frac{1}{\Delta B} \left\{ (-\sigma_0 - 2k\delta_1)(B_\gamma - B_0) + 2kB_\gamma \times \right. \\ \left. \times \left[ (1 + \delta_1) \ln \frac{B_\gamma}{B_0} + (1 - \delta_0) \ln \frac{B_1}{B_\gamma} \right] + 2k\delta_0(B_1 - B_\gamma) \right\}. \quad (19)$$

Согласно [2] можно принять

$$h_{cp} \approx \frac{h_0 + h_1}{2}, \quad (20)$$

где  $h_0$  и  $h_1$  – толщина полосы на выходе из роликов и на входе в них соответственно.

Поскольку при определении критического угла  $\gamma_p$  мы исходили из того, что площадь эпюры касательных напряжений в зоне опережения должна быть больше или равна площади эпюры в зоне отставания, то из этого следует вывод, согласно которому центр тяжести эпюры нормальных контактных напряжений при обжатии полосы в неприводных роликах совпадает с положением критического сечения  $B_\gamma$ .

Таким образом, равнодействующая усилия прокатки  $P$  должна находиться в этом же сечении.

Напряжение натяжения полосы, расходуемое на преодоление сил контактного трения в подшипниках роликов, найдем из выражения

$$\sigma_{тр} = \frac{2Pf_n d_n}{B_0 h_{cp} D_p}. \quad (21)$$

где  $f_n$  – коэффициент трения в подшипниках;  $d_n$  – диаметр цапф подшипников роликов;  $D_p$  – то же роликов.

Если это значение добавить к напряжению волочения  $\sigma_0$ , то получим величину напряжения заднего натяжения  $\sigma$

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_{тр}. \quad (22)$$

На рис. 6 показаны зависимости значений напряжения заднего натяжения  $\sigma$ , напряжения волочения  $\sigma_0$ , напряжения натяжения, расходуемого на преодоление сил трения в подшипниках  $\sigma_{тр}$ , и отношения  $\gamma_p/\alpha_p$  от величины уширения  $\Delta B$ . Как видно из графиков, при увеличении значений  $\Delta B$  возрастают значения  $\sigma$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{тр}$  и отношение  $\gamma_p/\alpha_p$ . Суммарное напряжение  $\sigma$  для процесса обжатия по толщине полосы в прокатных валах является по существу напряжением заднего натяжения. Поэтому его вектор на рис. 4б повернут по отношению к рис. 4а в противоположную сторону.

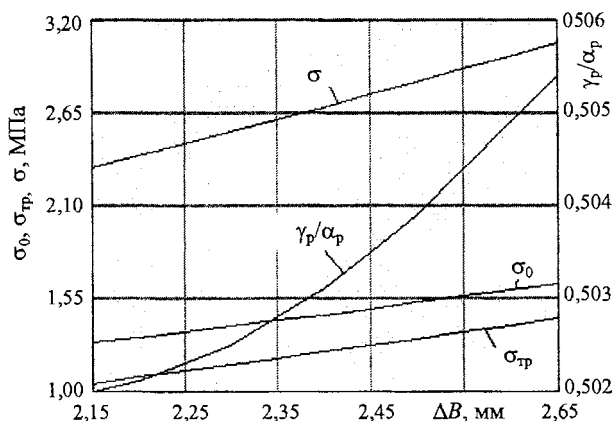


Рис. 6. Графики изменения значений напряжения заднего натяжения  $\sigma$ , напряжения волочения  $\sigma_0$ , напряжения натяжения, расходуемого на преодоление сил трения в подшипниках  $\sigma_{тр}$  с коэффициентом трения [4]  $f_n = 0,1$ , и отношения  $\gamma_p/\alpha_p$  в зависимости от уширения  $\Delta B$ , которые построены по данным, рассчитанным при численном решении системы уравнений (13), (14) и (17), для случая волочения полосы шириной  $B_0 = 80$  мм из стали 50ХГФА в неприводных роликах  $D_p = 150$  мм,  $d_n = 50$  мм при температуре  $1100^\circ\text{C}$ ,  $f = 0,5$  и  $\Delta h = 7$  мм

Напряжение заднего натяжения влияет на величину критического угла  $\gamma$  в очаге деформации при прокатке. Для совмещения процесса

прокатки и волочения в неприводных роликах необходимо, чтобы соблюдалось условие  $\gamma > 0$ , которое обеспечивает необходимый резерв сил контактного трения [2] в прокатных валках для осуществления процесса в целом.

Чтобы определить значения критического угла  $\gamma$  при прокатке полосы с задним натяжением, необходимо знать распределение нормальных контактных напряжений по длине очага деформации [2]. При выводе формул для расчета нормальных контактных напряжений рассмотрим схему, представленную на рис. 46.

Дифференциальное уравнение равновесия сил согласно Карману [2] можно представить в виде

$$\frac{dp_x}{dx} - \frac{2k}{z} \frac{dz}{dx} \pm \frac{\tau_x}{z} = 0, \quad (23)$$

где  $p_x$  – нормальное контактное напряжение по дуге касания металла с валком;  $x$  и  $z$  – текущие координаты дуги касания.

Знак «+» перед  $\tau_x$  относится к зоне отставания, а знак «-» – к зоне опережения.

Приняв:  $dx = R \cos \varphi d\varphi$ ;  $z = 0,5[h + 2R(1 - \cos \varphi)]$ ;  $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg} \varphi$ , уравнение (23) с учетом выражения (3) запишем в виде

$$\frac{dp_\varphi}{R \cos \varphi d\varphi} - \frac{4k}{h + 2R(1 - \cos \varphi)} (\operatorname{tg} \varphi \mp f) = 0,$$

где  $R$  – радиус валка.

После преобразований последнего выражения получим

$$dp_\varphi = \frac{4kR}{h + 2R(1 - \cos \varphi)} (\sin \varphi \mp f \cos \varphi) d\varphi. \quad (24)$$

Подставим соотношение  $1 - \cos \varphi = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$  в уравнение (24) и запишем

$$dp_\varphi = \frac{4k}{\frac{h}{R} + 4 \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)} (\sin \varphi \mp f \cos \varphi) d\varphi, \quad (25)$$

где знак «-» относится к участку  $AB$  зоны отставания и к участку  $CD$  зоны опережения оча-

га деформации, а знак «+» – к участку  $BC$  зоны отставания при прокатке с нарастающим обжатием.

Интегрируя уравнение (25), а также подставляя значения  $\sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \approx \left( \frac{\varphi}{2} \right)^2$  и  $\operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) \approx \frac{\varphi}{2}$ ,

находим  $p_\varphi$ :

- для участка  $AB$  зоны отставания

$$p_\varphi = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \times \times \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + 2kf\varphi + C_{\sigma_1}; \quad (26)$$

- для участка  $CD$  зоны опережения

$$p_\varphi = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) + 2kf\varphi - \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{\sigma_1}; \quad (27)$$

- для участка  $BC$  зоны отставания

$$p_\varphi = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - 2kf\varphi + \frac{4kf \left( 1 + 2 \frac{R}{h} \right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{\sigma_2}. \quad (28)$$

Величины  $C_{\sigma_1}$  и  $C_{\sigma_2}$  определим из граничных условий, рассматривая процесс прокатки с натяжением  $\sigma$  полосы.

В точке  $A$  при  $\varphi = \alpha_k - \beta$  будет  $p_\varphi = 2k - \sigma$ , а в точке  $D$  при  $\varphi = \beta$  данная величина составит  $p_\varphi = 2k$ .

После подстановки значений  $p_\varphi$  и  $\varphi$  в уравнения (26) и (27) запишем

$$C_{\sigma_1} = 2k \left\{ \xi_0 - \ln \left( \frac{h}{R} + \alpha^2 \right) + \right.$$

$$+ \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - f\alpha \left. \right\}$$

где  $\xi_0 = 1 - \frac{\sigma}{2k}$ ;

$$C_{оп1} = 2k \left\{ 1 - \ln \left( \frac{h}{R} + \beta^2 \right) + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\beta}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - f\beta \right\}$$

Подставив из последних выражений величины постоянных интегрирования  $C_{оп1}$  и  $C_{оп2}$  в (26) и (27), получим уравнения для определения распределения нормальных контактных напряжений по дуге касания:

• в зоне отставания на участке  $AB$

$$p_\varphi = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\alpha - \varphi)}{1 + \frac{\alpha\varphi}{4} \left(1 + 4 \frac{R}{h}\right)} \right] - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \alpha^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) + f(\varphi - \alpha) \right\}; \quad (29)$$

• в зоне опережения на участке  $CD$

$$p_\varphi = 2k \left\{ 1 + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\beta - \varphi)}{1 + \left(1 + 4 \frac{R}{h}\right) \frac{\beta\varphi}{4}} \right] - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) + f(\varphi - \beta) \right\}, \quad (30)$$

где  $\beta$  – центральный угол, определяющий положение сечения выхода раската из валков (угол клиновидности), рад.

После решения для точки  $B$  (при  $\varphi = 0$ ) совместно уравнений (28) и (29) можно определить постоянную интегрирования  $C_{оп2}$ :

$$C_{оп2} = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \times \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) - \ln \left( \frac{h}{R} + \alpha^2 \right) - f\alpha \right\}$$

Тогда уравнение (28) для определения нормальных контактных напряжений в зоне отставания на участке  $BC$  можно записать в следующем виде:

$$p_\varphi = 2k \left\{ \xi_0 + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} (\varphi + \alpha)}{1 - \frac{\varphi\alpha}{4} \left(1 + 4 \frac{R}{h}\right)} \right] - \ln \left( \frac{\frac{h}{R} + \alpha^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2} \right) - f(\varphi + \alpha) \right\}. \quad (31)$$

Если сечение, отвечающее критическому углу  $\gamma$ , расположено справа от плоскости осей валков (рис. 4б), то для участка  $CB$ , в данном случае находящегося в зоне опережения, дифференциальное уравнение прокатки (25) нужно использовать со знаком «+».

После интегрирования уравнения (25) со знаком «+» запишем

$$p_\varphi = 2k \ln \left( \frac{h}{R} + \varphi^2 \right) - 2kf\varphi + \frac{4kf \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \times \operatorname{arctg} \left( \frac{\varphi}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \right) + C_{оп2}. \quad (32)$$

В свою очередь постоянную интегрирования  $C_{оп2}$  определяем после совместного решения уравнений (30) и (32) для точки  $B$  при  $\varphi = 0$ . В этом случае

$$C_{оп2} = 2k \left\{ 1 + \frac{2f \left(1 + 2 \frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}}} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{R}{h}} \beta \right) - \right.$$

$$-\ln\left(\frac{h}{R} + \beta^2\right) - f\beta\left. \right\}.$$

В результате подстановки значения  $C_{оп}$ , в (32) получим уравнение для определения нормальных контактных напряжений по дуге касания в зоне опережения на участке  $CB$

$$p_\phi = 2k \left\{ 1 + \frac{2f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}} \arctg\left[\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}(\beta + \phi)}{1 - \frac{\beta\phi}{4}\left(1 + 4\frac{R}{h}\right)}\right] - \right. \\ \left. - \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \phi^2}\right) - f(\beta + \phi) \right\}. \quad (33)$$

Мгновенное значение угла, характеризующего положение критического сечения и определяющего границу раздела между зоной опережения и зоной отставания, можно найти из условия, что в критическом сечении [2]

$$P_{оп\gamma} = P_{от\gamma}.$$

Тогда из совместного решения уравнений (29) и (33) при  $\phi = \gamma - \beta$  или уравнений (30) и (31) при  $\phi = \beta - \gamma$ , в зависимости от положения критического сечения относительно плоскости осей валков, после подстановки значений  $\operatorname{tg}\left(\frac{\phi F}{2G}\right) \approx \frac{\phi F}{2G}$ ,  $\left(\frac{\phi}{2}A\right)^2 \frac{\operatorname{tg}Q}{G} \approx 0$  получим уравнение

$$\gamma = \frac{1 + 2\frac{R}{h}}{\frac{R}{h}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}} \operatorname{tg}\left\{ 0,5 \left[ \arctg\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \arctg\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) \right] + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)} \times \right. \\ \left. \times \left[ \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2}\right) - \frac{\sigma}{2k} + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}(\beta - \alpha) \right] \right\} + \beta, \quad (34)$$

где

$$F = \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}; \quad G = \left(1 + 2\frac{R}{h}\right);$$

$$Q = \frac{F}{4fG} \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2}\right) + \\ + \frac{1}{2} \left[ \arctg\left(\frac{F\alpha}{2}\right) - \arctg\left(\frac{F\beta}{2}\right) \right] + \frac{F}{4G}(\beta - \alpha).$$

Для вычисления критического угла в первом проходе без натяжения используем уравнение

$$\gamma = \frac{1 + 2\frac{R}{h}}{\frac{R}{h}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}} \times \\ \times \operatorname{tg}\left\{ 0,5 \left[ \arctg\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) - \arctg\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)} \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2}\right) + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}(\beta - \alpha) \right\} + \beta. \quad (35)$$

С использованием формул (34) и (35) построены графики, представленные на рис. 7.

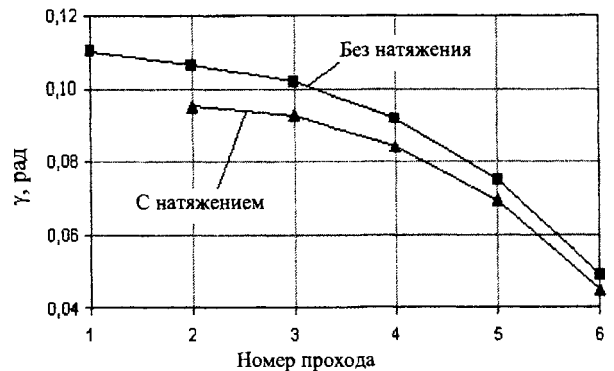


Рис. 7. Графики изменения значений критического угла  $\gamma$  в конце каждого прохода при прокатке полосы с исходными значениями ширины  $B_0 = 80$  мм и толщины  $H = 44$  мм за шесть проходов:  $\Delta h_1 = 8$  мм;  $\Delta h_2 = 7$  мм;  $\Delta h_3 = 6$  мм;  $\Delta h_4 = 4$  мм;  $\Delta h_5 = 2$  мм;  $\Delta h_6 = 0,5$  мм без натяжения и с натяжением, обеспечиваемым за счет волочения в не приводных роликах диаметром  $D_p = 1500$  мм, диаметре цапф  $d_u = 50$  мм и коэффициенте трения  $f_n = 0,1$  [4]

Как видно из графиков, значения  $\gamma$  при прокатке с натяжением  $\sigma$  несколько ниже, чем



без натяжения. При больших обжатиях  $\Delta h$  разница между значениями  $\gamma$  в случае прокатки без натяжения и с натяжением больше, чем при малых обжатиях. Однако общим для обоих случаев остается то, что значения  $\gamma$  при любых обжатиях всегда больше нуля. Из этого следует, что в рассмотренном интервале значений уширения  $\Delta B$  возможно совмещение периодической прокатки полос с изменяющейся по длине толщиной и процесса калибровки их ширины в неприводных роликах.

### ВЫВОДЫ

1. Описан способ устранения уширения полосовых заготовок после каждого прохода в валках с изменяющимся зазором между ними.
2. Проведено решение для определения напряжения в случае волочения прокатываемой полосы в неприводных роликах.

3. Представлено решение для определения значений критического угла в случае прокатки полос переменной толщины с натяжением при неизменной величине обжатия  $\Delta h$  по длине, но с изменяющимся отношением  $R/h$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Громов, И. П. Теория обработки металлов давлением / И. П. Громов. – М.: Metallurgy, 1978. – 360 с.
2. Целиков, А. И. Теория продольной прокатки / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М.: Metallurgy, 1980. – 319 с.
3. Перлин, И. Л. Теория волочения / И. Л. Перлин, М. З. Ерманок. – М.: Metallurgy, 1971. – 448 с.
4. Анурьев, В. И. Справочник конструктора машиностроителя / В. И. Анурьев. – М.: Машиностроение, 1980. – Т. 1. – 728 с.

Поступила 22.02.2008

УДК 621.762.001, 621.793.18

## ВЗАИМНАЯ РАСТВОРИМОСТЬ КАРБИДОВ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ДИФФУЗИОННЫХ СЛОЯХ, ОБРАЗОВАННЫХ НА ТВЕРДОМ СПЛАВЕ

*Кандидаты техн. наук ШМАТОВ А. А., ПОБЕРЕЖНЫЙ С. В.*

*Белорусский национальный технический университет,  
ГНУ «Институт порошковой металлургии»*

Интерес к многокомпонентным карбидным покрытиям не случаен, поскольку сами карбиды обладают комплексом высоких физико-химических и механических свойств. Из практики применения карбидов известно, что чрезвычайно высокими свойствами обладают сложные карбидные системы, образованные при наличии взаимной растворимости карбидов или их изоморфной смесимости [1–3].

По определению Урусова, «изоморфизм – это свойство атомов различных химических элементов замещать друг друга в кристаллических структурах при условии близости размеров и характера химической связи, составляю-

щих кристалл единиц (атомов, ионов и их групп) [3]. Поэтому изоморфное замещение атомов является важным условием формирования «твердого раствора замещения» (ТРЗ). Термины «твердый раствор замещения» и «изоморфизм» очень близкие и отражают два подхода к тому же явлению – физико-химический и кристаллохимический.

Согласно классификации двойных карбидных систем по взаимной растворимости [1] и данным [2, 4, 5] двойные системы карбидов Ti, V, Nb, Cr, Mo, Mn, Fe можно систематизировать следующим образом (табл. 1). Из табл. 1 видно, что определяющим условием благопри-