ки // Метод. матер. по вопросам преподавания теоретич. механики в высшей школе. — Мн.: Минвуз БССР, 1982. — Вып. 2. — С. 22 — 30.
9. Вихренко В.С., Ротт Л.А. Использование аналогий в преподавании теоретической механики // Метод. матер. по вопросам преподавания теоретич. механики в высшей школе. — Мн.: Минвуз БССР, 1983. — Вып. 3. — С. 7 — 15.
10. Немцов В.Б. Исследовательский метод — определяющий метод при изучении теоретической механики // Труды БГТУ. — 2001. –Вып. VI, сер. VIII — Учебно-методическая работа. — С.3 — 5.
11. Boon J. P., Yip S. Molecular hydrodynamics. — New York: McGraw-Hill Co., 1980.
12. Hansen J. P., McDonald I. Theory of simple liquids. — London: Academic Press, 1986.
13. Bulacani U., Zoppi M. Dynamics of the liquid state. — Oxford: Clarendon Press, 1994.
14. Allen M. P., Tildesley D. J. Computer simulation of liquids. — Oxford: Clarendon Press, 1999.
15. Frenkel D. Understanding molecular simulation: from algorithms to applications. — London: Academic Press, 1996.
16. Rapaport D. C. The art of molecular dynamics simulation. — Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
17. Zewail A. H. Femtochemistry. — Singapure: World Scientific, 1994.
18. Schinke R. Photodissociation dynamics. — Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
19. Wengenmayr R. Super computer plays with strings of pearls and liquid crystals // Max-Planck Research. — 2002. — No. 2. — P. 30 — 35.
20. Aman K., Lindahl E., Edholm O., Hakansson P., Westlund P.-O. Structure and dynamics of interfacial water in an L_a phase lipid bilayer from molecular dynamics simulations // Biophys. Journ. — 2003. — V. 84, no. 1. — P. 102 — 115.
21. de Groot B. L., Grubmьller H. Water permeation across biological membranes: Mechanism and dynamics of Aquaporin-1 and GlpF // Science. — 2001. — V. 294, no. 5550. — P. 2353 — 2357.
22. Бранец В. Н., Шмыглевский Н. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1973.
23. Борисенко Л. А. Манипуляторы: Механика поворотов. — Мн.: Тэхналогия, 2001.
24. Egorov S. A., Skinner J. L. A theory of vibrational energy relaxation in liquids // Journ. Chem. Phys. — 1996. — V. 105, no. 16. — P. 7047 — 7058.
25. Heidelbach C., Vikhrenko V. S., Schwarzer D., Schroeder J. Mode specificity of vibrational energy relaxation of azulene in CO2 at low and high density // Chemical Physics Letters — 1998. — V 291, no. 3-4. — P. 333 — 340.
26. Heidelbach C., Vikhrenko V.S., Schwarzer D., Schroeder J. Molecular Dynamics Simulation of Vibrational Energy Relaxation of Highly Excited Molecules in Fluids. // The Journal of Chemical Physics. — 1999. — V. 110, no.11. — P. 5286 — 5299.
27. Vikhrenko V. S., Schwarzer D., Schroeder J. Microscopic description of vibrational energy relaxation in supercritical fluids: on the dominance of binary solute-solvent contributions // Physical Chemistry Chemical Physics — 2001. — V. 3, no 6. — P. 1000 –1010.
28. Kдb G., Vikhrenko V. S. Vibrational cooling of a highly excited anharmonic oscillator: Evidence for strong vibration-rotation coupling during relaxation // Physical Chemistry Chemical Physics — 2001. — V. 3, no 6. — P. 2223 –2229.
29. Teubner M. Correlation functions in classical gases at high frequency // Phys. Rev. E — 2002. — V. 65, no. 3. — Art. no. 031204.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ХАОСА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Чигарев Ю.В., Беляцкая Л.Н.

Appearing of chaos at an propagation of waves in the determined heterogeneous media to invistigation in the general case yet it is not possible. The ray method allows to reduce partial differential equation to the ordinary nonlinear differential equations, to which investigation it is possible to apply methods of nonlinear dynamic of systems. The closed systems of the equations describing geometry of rays, wave front and intensities of waves of jump of stress for volume and surface waves in a heterogeneous elastic medium are obtained. Stochastization of rays causes a chaotization of parameters of interior geometry of wave surfaces *and intensities of waves. It is shown, that in a case bivariate of heterogeneous media in an approximation of cubic nonlinearity the equation of a ray is reduced in the Duffing's equation. For stratified and periodical of heterogeneous media of the equations are reduced in known analytical expressions, however in the general case equations can be investigated numerically. For surface waves propagating on a free surface, the possibility of appearing of chaos depends on an form of the metrics of a surfa e.*

Распространение нестационарных волн в изотропной неоднородной упругой среде описывается уравнениями.

$$\nabla_j \sigma_{ij} - \rho(x)\ddot{u}_i = 0, \; i,j = 1,2,3, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \nabla_k u^k G_{ij} + \mu(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i), \quad (2)$$

где G_{ij} — метрический тензор пространства для объемных волн и свободной поверхности для поверхностных волн, λ, μ — упругие модули.

Условия на свободной поверхности S.

$$\sigma_{ij} n_j = 0, \quad x^n \in S \quad (3)$$

Исследование детерминированного хаоса непосредственно для систем уравнений (1) в частных производных возможно провести переходя к обыкновенным дифференциальным уравнениям с помощью динамических, кинематических, геометрических условий совместности на фронте волны и принципа Ферма.

Полученные замкнутые системы нелинейных дифференциальных уравнений для объемных волн имеют вид

$$\frac{d\omega}{ds} - (\Omega - \frac{1}{2}\cdot\frac{d\ln c}{ds})\omega = 0, \quad (4)$$

$$c = \sqrt{\frac{\Lambda_\alpha}{\rho}}, \; \Lambda_l = \lambda + 2\mu, \; \Lambda_t = \mu, \; \alpha = l,t.$$

$$\frac{d\Omega}{ds} = 2\Omega^2 - K - \frac{c,_{\alpha\beta}\, g^{\alpha\beta}}{2c}, \quad (5)$$

$$\frac{dK}{ds} = 2\Omega K + \frac{2\Omega c_{,\alpha,\beta} g^{\alpha\beta}}{c} - \frac{c,_{\alpha\beta}\, b^{\alpha\beta}}{c}.$$

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{\nu}, \quad \frac{d\bar{\nu}}{ds} = -g^{\alpha\beta}\bar{\tau}_\beta(\ln c),_\alpha \quad (6)$$

где ω — интенсивность скачка напряжений, Ω, K — средняя кривизна и гауссовая кривизна, соответственно, $\bar{\nu}$, $\bar{\tau}$ — векторы нормали и касательной к фронту. Для $g^{\alpha\beta}$, $g_{\alpha\beta}$, $b^{\alpha\beta}$, $b_{\alpha\beta}$, $c^{\alpha\beta}$, $c_{\alpha\beta}$ также получены уравнения.

Для поверхностных волн система уравнений имеет вид

$$\frac{dX}{ds} + \frac{1}{4}\frac{d\ln g_{22}^{(s)}}{ds}X + \frac{1}{2}\frac{d\ln R}{ds}X = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d\ln g_{22}^{(s)}}{ds} = -4\Omega, \quad \frac{d\Omega}{ds} = 2\Omega^2 + \frac{g^{22}c,_{22}}{c}, \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{\nu}, \quad \frac{d\nu_i}{ds} = -g^{22}x_{i,2}(\ln c),_2, \quad (9)$$

где X — уровень интенсивности поверхностных волн, g_{22} — компонента метрического тензора.

Исследование возможности возникновения детерминированного хаоса в распространении волн в неоднородных средах на основе уравнений (4)-(6) и (7)-(9) осуществить практически очень сложно.

В случае двумерного распределения неоднородности удается расщепить системы уравнений (4)-(6), (7)-(9). Тогда уравнения для лучей объемных и поверхностных волн удается рассмотреть отдельно от других уравнений. Стохастизация лучей обуславливает возникновение хаоса в поведении динамических и геометрических параметров при распространении фронтов объемных и поверхностных волн в неоднородных средах.

Флуктуации y для лучей объемных продольных и поперечных волн около оси волновода (ось x) описываются уравнением

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] f_1(x,y) + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] f_2(x,y) = 0, \quad (10)$$

$$f_1 = -c^{-1}\frac{dc}{dx}, \; f_2 = -c^{-1}\frac{dc}{dy},$$
$$c = c_\alpha(x,y), \quad \alpha = l,t,$$

где $c(x,y)$ скорость волны, для продольной $\alpha = l$, для поперечной $\alpha = t$.

Раскладывая функции $f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$ в окрестности оси волновода при $\left|\frac{dy}{dx}\right| << 1$ приводим уравнение (10) к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}f_1 - y\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} - y^2\frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} - y^3\frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = \varepsilon F(x,y), \quad \varepsilon << 1, \quad (11)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи распределения неоднородности вдоль оси волновода. В случае, когда вдоль оси волновода среда слоистая с кусочно-постоянными свойствами. Имеем

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2(1 + \alpha y^2)y = \varepsilon\omega\sum_{k=-\infty}^{\infty}(x - kX), \quad (12)$$

где
$$\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -\omega^2, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} \equiv 0, \quad \frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = -\alpha\omega^2 \qquad (12)$$

Переход к хаосу исследуем по поведению корреляционной функции R (r) фазы луча. При $R(r) \xrightarrow[r\to\infty]{} 0$ происходит стохастизация начиная с некоторого x_*. Переход к стохастическому поведению обусловлен перекрытием резонансов.

Другой тип перехода к хаосу реализуется для среды, в которой неоднородность вдоль оси волновода изменяется периодически. Тогда получается уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y + y^3 + \varepsilon\delta\frac{dy}{dx} = \varepsilon\gamma\frac{dy}{dx}\cos\omega x, \quad (13)$$

где $\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = 3$

За счет наличия в уравнении (13) производной $\frac{dy}{dx}$ переход к хаотическому состоянию реализуется через стохастический аттрактор.

Аналогичным образом получены и исследованы уравнения для лучей в случае поверхностных волн. Соответствующие уравнения аналогичны уравнениям(12) и (13).

Заключение:

1. Если при волноводном распространении луча вдоль оси волновода отсутствует распределение неоднородности, то луч осциллирует около оси. При учете неоднородности на это движение в окрестности резонансной частоты накладывается модуляция луча по x и определяется амплитуда и локализация луча для слоистой кусочно-постоянной среды.
2. Во втором случае возможно существование стохастических аттракторов, связных с каскадом бифуркаций. Траектория блуждает в окрестности сепаратрисы пока не попадает на аттрактор.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Rossikhin Y.A. Shitikova M.V. Ray method for solving dynamic problems connected with propagation of wave surfaces of strong and weak discontinuities // Appl. Mech. Rev. Vol. 48, No. 1, 1995.
2. Sobczyk K. Stochastic Wave Propagation. Warsaw, Elsevier, 1985.
3. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.
4. Awrejcewicz J., Krysko V., Krysko A. Spatial-Temporal Chaos Solitons Exhibited by von Karman Model // Int. J. Bifurcation and Chaos (IJBC) in Appl. Sci. Eng. Vol. 12, 2002.
5. Беляцкая Л. Н. Возникновение детерминированного хаоса при распространении вибраций и волн в механических системах // Математическое моделирование деформируемых твердых тел: Сб. научн. трудов. Минск: ИТК, 1999.

НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Кузьмицкий А.В.

In the report conditions of driving force initiation of mobile machine wheel are analysed. It is stated that the given force emerges in consequence of correlation of processes in contact zone with base and in pivot zone as a result of outside potential force activity.

On the basis of strict compliance with the fundamental laws it is found that outside potential force activity is the result of potential energy change on arc of circle of angle potential. With all this, outside potential force is directed at a tangent to the indicated circle.

Mathematical dependence is received. In compliance with that dependence multiplication of potential energy of any point of circle of angle potential by cosine of a half of central angle of break point is constant.

Одной из важных теоретических проблем механики мобильных машин является проблема внешней силы, под действием которой осуществляется движение. Некоторые концептуальные положения, касающиеся нового подхода к механике колеса, были опубликованы автором ранее [1, 2, 3]. Однако постоянно возрастающая роль мобильной энергетики в устойчивом развитии народного хозяйства Республики Беларусь требует дальнейшего исследования в данном направлении.

Очевидно, что необходимым условием движения мобильной машины является крутящий момент на ведущем колесе, под действием ко-