

где

$$\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -\omega^2, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = -\alpha\omega^2$$

Переход к хаосу исследуем по поведению корреляционной функции  $R(r)$  фазы луча.

При  $R(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$  происходит стохастизация начиная с некоторого  $x_*$ . Переход к стохастическому поведению обусловлен перекрытием резонансов.

Другой тип перехода к хаосу реализуется для среды, в которой неоднородность вдоль оси волновода изменяется периодически. Тогда получается уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y + y^3 + \varepsilon \delta \frac{dy}{dx} = \varepsilon \gamma \frac{dy}{dx} \cos \omega x, \quad (13)$$

где  $\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = 3$

За счет наличия в уравнении (13) производной  $\frac{dy}{dx}$  переход к хаотическому состоянию реализуется через стохастический аттрактор.

Аналогичным образом получены и исследованы уравнения для лучей в случае поверхностных волн. Соответствующие уравнения аналогичны уравнениям (12) и (13).

Заключение:

1. Если при волноводном распространении луча вдоль оси волновода отсутствует распределе-

ние неоднородности, то луч осциллирует около оси. При учете неоднородности на это движение в окрестности резонансной частоты накладывается модуляция луча по  $x$  и определяется амплитуда и локализация луча для сложной кусочно-постоянной среды.

2. Во втором случае возможно существование стохастических аттракторов, связанных с каскадом бифуркаций. Траектория блуждает в окрестности сепаратрисы пока не попадает на аттрактор.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Rossikhin Y.A. Shitikova M.V. Ray method for solving dynamic problems connected with propagation of wave surfaces of strong and weak discontinuities // Appl. Mech. Rev. Vol. 48, No. 1, 1995.
2. Sobczyk K. Stochastic Wave Propagation. Warsaw, Elsevier, 1985.
3. Лихтенберг А., Либман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.
4. Awrejcewicz J., Krysko V., Krysko A. Spatial-Temporal Chaos Solitons Exhibited by von Karman Model // Int. J. Bifurcation and Chaos (IJBC) in Appl. Sci. Eng. Vol. 12, 2002.
5. Беляцкая Л. Н. Возникновение детерминированного хаоса при распространении вибраций и волн в механических системах // Математическое моделирование деформируемых твердых тел: Сб. научн. трудов. Минск: ИТК, 1999.

## НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Кузьмицкий А.В.

*In the report conditions of driving force initiation of mobile machine wheel are analysed. It is stated that the given force emerges in consequence of correlation of processes in contact zone with base and in pivot zone as a result of outside potential force activity.*

*On the basis of strict compliance with the fundamental laws it is found that outside potential force activity is the result of potential energy change on arc of circle of angle potential. With all this, outside potential force is directed at a tangent to the indicated circle.*

*Mathematical dependence is received. In compliance with that dependence multiplication of potential energy of any point of circle of angle potential by cosine of a half of central angle of break point is constant.*

Одной из важных теоретических проблем механики мобильных машин является проблема внешней силы, под действием которой осуществляется движение. Некоторые концептуальные положения, касающиеся нового подхода к механике колеса, были опубликованы автором ранее [1, 2, 3]. Однако постоянно возрас-

тающая роль мобильной энергетики в устойчивом развитии народного хозяйства Республики Беларусь требует дальнейшего исследования в данном направлении.

Очевидно, что необходимым условием движения мобильной машины является крутящий момент на ведущем колесе, под действием ко-

того в контакте колеса с основанием возникает касательная сила, максимальное значение которой определяется как мощностью двигателя, так и физико-механическими свойствами контактирующих поверхностей (силой трения) [4]. Считается, что именно эта сила является движущей. Однако при ближайшем рассмотрении данного процесса возникают некоторые вопросы. Дело в том, что, во-первых, сила трения колеса с основанием по своей природе неактивна и по определению не может быть движущей. Во-вторых, в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы [5] «оттолкнуться» от основания можно только изменив расстояние между точкой опоры и центром масс толкаемого тела (например, в случае движения пешехода и т.п.). Но поскольку для мобильной машины это расстояние остается неизменным (точка опоры движется вместе с машиной), производная координаты по времени равна нулю и движение в принципе не может быть реализовано. Единственной активной внешней силой, действующей на мобильную машину, является сила тяжести, но проблема в том, что на горизонтальном пути эта сила не совершает работы и согласно установившимся представлениям также не может быть движущей.

Таким образом, задача сводится к моделированию условий, при которых реализуется движение мобильной машины (качение колеса) по эквипотенциальной поверхности, т.е. поверхности равного потенциала.

В соответствии с выдвинутой гипотезой, качение есть результат взаимосвязи процессов в зоне контакта колеса с основанием и в области цапфы. При этом касательная сила лишь создает условия, при которых в области цапфы действует внешняя потенциальная сила, движущая мобильную машину. Целью данного доклада является теоретическое исследование условий возникновения этой силы.

Построение модели будем проводить на основании и в строгом соответствии с фундаментальными законами, в частности, законом сохранения энергии. Согласно указанному закону, изменение кинетической энергии мобильной машины (ее перемещение) должно быть связано с изменением других видов энергии соотношением:

$$\Delta \left( \Pi + \frac{mv^2}{2} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\Pi$  — потенциальная энергия;  $m$  — масса мобильной машины;  $v$  — скорость поступательного движения.

При этом нельзя обнаружить каких-либо изменений в окружающих телах, которые могли бы вызвать это перемещение. Единственное, что остается сделать, — это заключить, что работа перемещения мобильной машины в гравитационном

поле, изменение ее кинетической энергии могут иметь место только за счет особого вида потенциальной энергии, как результат взаимодействия колеса с полем силы тяжести. Рассуждения о том, что движение осуществляется под действием потенциальной энергии накопленной в жидком топливе, которым питается двигатель внутреннего сгорания, лишены физического смысла как по вышеизложенным причинам, так и по принципу единства и неразрывности протекания процессов преобразования механической энергии во времени.

В пределе, дифференцируя (1), получим

$$d\Pi = -mvdv. \quad (2)$$

Поступательная скорость мобильной машины  $v$  связана с угловой скоростью колеса  $\omega$  известным соотношением  $v = \omega R$ , где  $R$  — радиус колеса.

Подставляя это выражение скорости в (2) и учитывая, что  $\omega = da/dt$  ( $a$  — угол поворота колеса за время  $t$ ), получим

$$d\Pi = -mR \cdot \omega \cdot dv = -mR \frac{d\alpha}{dt} dv = -mR \cdot d\alpha \frac{dv}{dt},$$

или

$$\frac{d\Pi}{R \cdot d\alpha} = -m \frac{dv}{dt} = -ma, \quad (3)$$

где  $a = dv/dt$  — ускорение.

В правой части уравнения (3) имеем выражение силы по второму закону Ньютона и, учитывая, что  $R \cdot da = ds$ , можем записать

$$\frac{d\Pi}{ds} = -F', \quad (4)$$

где  $ds$  — дифференциал дуги окружности,  $F'$  — действующая сила.

Таким образом, классическая концепция исходит из принципа пропорциональности ускорения приложенной силе ( $F' = ma$ ), т.е. для того, чтобы получить движение нужно приложить силу. Но, с другой стороны, из выражения (4) следует, что сама сила есть изменение потенциальной энергии по дуге некоторой окружности. Иначе говоря, достаточно создать условия для подобного изменения и мы получим силу. Данная сила может быть охарактеризована как внешняя потенциальная, поскольку уравнение, ее определяющее выведено непосредственно из закона сохранения энергии.

Формальных противоречий между указанными концепциями не существует, более того, как следует из выражения (3) — между ними знак равенства. Однако по существу вопроса имеем важное различие: по предлагаемой концепции внешняя движущая сила может возникнуть, проявиться при определенных условиях, определяемых уравнением (5).

На эквипотенциальной поверхности  $\Pi = const$  и по выражению (4), значение внешней по-

тенциальной силы равно нулю, т.е. мобильная машина находится в покое. И наоборот, чтобы привести ее в движение нужно создать условия для изменения потенциальной энергии, т.е. нужна разность потенциалов.

Поскольку сила  $F'$  — вектор, определим его направление.

Полную производную от  $\Pi$  по  $s$  можно представить в виде

$$\frac{d\Pi}{ds} = \frac{\partial\Pi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{\partial\Pi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{\partial\Pi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{ds}, \quad (5)$$

где

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x} = -F'_x, \quad \frac{\partial\Pi}{\partial y} = -F'_y, \quad \frac{\partial\Pi}{\partial z} = -F'_z \text{ — проек}$$

ции вектора  $F'$  на координатные оси;

$$\frac{dx}{ds} = \cos\alpha, \quad \frac{dy}{ds} = \cos\beta, \quad \frac{dz}{ds} = \cos\gamma -$$

— направляющие косинусы касательной (проекция единичного вектора  $t$ );  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы между касательной и осями координат  $x, y, z$ .

Тогда с учетом (5) уравнение (4) примет вид

$$F' = -\frac{d\Pi}{ds} = F'_x \cos\alpha + F'_y \cos\beta + F'_z \cos\gamma. \quad (6)$$

В правой части уравнения (6) имеем выражение проекции  $F'_\tau$  внешней потенциальной силы  $F'$  на касательную к дуге (окружности). Но поскольку в данном случае проекция равна самой силе ( $F'_\tau = |F'|$ ), заключаем, что и сила  $F'$  направлена по касательной к окружности.

Таким образом, угловой потенциал порождает силу, касательную к окружности. Назовем эту окружность окружностью углового потенциала. Установим, что это за окружность и каким образом колесо использует ее для создания движущей силы.

Поскольку окружность углового потенциала проводится в плоскости колеса, она представляет собой совокупность материальных частиц (точек), к которым могут быть применены принципы классической механики.

Предположим, что некоторая эквипотенциальная поверхность (на плоскости — окружность) обладает свойством углового потенциала. Теоретически это можно допустить в случае, если указанная поверхность имеет разрыв в точках  $M$  с потенциалом  $U_1$  и  $M'$  с потенциалом  $U_2$  (рис. 1). Тогда точке  $M$  соответствует дуговая координата  $s$  и вектор  $F(s)$ , а точке  $M'$  — дуговая координата  $(s+\Delta s)$  и вектор  $F(s+\Delta s)$ . Распределенные массовые силы учтем с помощью вектора  $P\Delta s$  (здесь  $P$  — распределенная сила, отнесенная к единице длины дуги).

Так как отрезок дуги  $MM'$  находится в равновесии, то  $F(s+\Delta s) - F(s) + P\Delta s = 0$ , или, деля на  $\Delta s$  и учитывая, что  $F(s+\Delta s) - F(s) = \Delta F$  будем иметь  $\Delta F / \Delta s + P = 0$ .

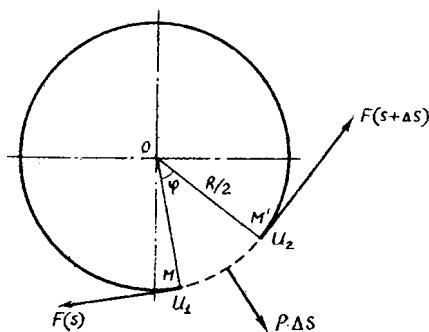


Рис. 1. Схема к расчету касательной потенциальной силы

Переходя к пределу в предположении, что точка  $M'$  стремится по дуге к точке  $M$ , получим

$$\frac{dF}{ds} + P = 0. \quad (7)$$

Так как вектор  $F$  направлен по касательной, то проекции его на координатные оси  $x, y, z$  будут равны

$$F_x = F \frac{dx}{ds}; \quad F_y = F \frac{dy}{ds}; \quad F_z = F \frac{dz}{ds}; \quad (8)$$

где  $F$  — модуль вектора внешней потенциальной силы.

Проецируя обе части векторного уравнения (7) на координатные оси  $x, y, z$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( F \frac{dx}{ds} \right) + P_x &= 0, \\ \frac{d}{ds} \left( F \frac{dy}{ds} \right) + P_y &= 0, \quad \frac{d}{ds} \left( F \frac{dz}{ds} \right) + P_z = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $P_x, P_y, P_z$  — проекции силы  $P$  на соответствующие координатные оси.

Рассмотрим частный случай параллельных сил. Построим систему координат так, чтобы ось  $Y$  была параллельна распределенным силам. Тогда  $P_x = 0$  и первое уравнение (9) примет вид

$$\frac{d}{ds} \left( F \frac{dx}{ds} \right) = 0, \quad \text{откуда} \quad F \frac{dx}{ds} = C_1, \quad (10)$$

где  $C_1$  — константа.

Учитывая, что для окружности  $dx/ds = \cos(\varphi/2)$ , где  $\varphi$  центральный угол между точками разрыва  $M$  и  $M'$ , получим

$$F \cos(\varphi/2) = C_1. \quad (11)$$

Таким образом, произведение модуля внешней потенциальной силы на косинус половины центрального угла области разрыва есть величина по-

стоянная, что в принципе решает задачу о возможности движения мобильной машины по эквипотенциальной поверхности.

Если окружность углового потенциала не имеет разрыва, то для любой ее точки  $\varphi = 0$  и  $\cos(\varphi/2) = 1$ . Тогда модуль  $F = \text{const}$ . Можно представить данную окружность как центральное сечение сферической оболочки, находящейся под действием внутреннего статического давления. Натяжение оболочки может быть в некоторой степени аналогом приведенной выше потенциальной силы. Но при постоянном модуле нет разности потенциальных сил, следовательно, нет и движущей силы.

Отсчитывая угол  $\alpha$  от точки контакта колеса с основанием, можно записать также  $F_2 \cos(\varphi/2) = F_1$ , т.е.  $F_1/F_2 = \cos(\varphi/2)$  (здесь  $F_1$  — сила, приложенная в точке контакта с основанием;  $F_2$  — движущая сила, возникающая в области цапфы). Из геометрических соотношений угол поворота колеса  $\alpha$  как раз и есть половина угла разрыва, т.е.  $\alpha = \varphi/2$ . Кинематика колеса рассматривалась в работе [1]. В частности установлено, что дифференциал дуги окружности углового потенциала равен дифференциалу дуги основного колеса:  $ds = R d\alpha = (R/2)d(2\alpha)$ . Учитывая, что величина потенциальной силы пропорциональна потенциальной энергии  $F_2/F_1 = \Pi_2/\Pi_1$ , можно утверждать, что и

$$\Pi \cos \alpha = C, \quad (12)$$

где  $C$  — константа.

Определим форму траектории движения точки в случае разрыва окружности углового потенциала.

По определению  $F = \text{grad}\Pi$ , где  $\Pi = \Pi(x, y, z)$  — потенциальная функция. Причем предполагается, что она однозначна и дважды дифференцируема по всем координатам. Для определения ее вида вновь обратимся к закону сохранения энергии. С учетом (12):

$$\begin{cases} \Pi \cos \alpha = C, \\ \Pi - C = mv^2/2. \end{cases} \quad (13)$$

Подставляя из первого уравнения во второе  $C = \Pi \cos \alpha$ , получим  $\Pi(1 - \cos \alpha) = mv^2/2$ , а с учетом того, что по формулам тригонометрии  $(1 - \cos \alpha)/2 = \sin^2(\alpha/2)$ , после подстановки и сокращения на величину массы  $m$ , найдем  $v = 2 \sin(\alpha/2) \sqrt{U}$ .

Из уравнения (12) следует, что  $\Pi > C$ . Принимая во внимание, что на границе между механической системой и средой, проходящей в области цапфы максимальное значение потенциала  $U$  можно определить как  $U = \Pi/m = mgr'/m = gr'$  ( $r'$  — радиус образующей окружности), тогда  $v = 2r' \sin(\alpha/2) \sqrt{g/r'}$ .

Вводя обозначение, принятое в теории маятника  $g/r' = \omega^2$  [4, с.122], получим выражение,

определяющее скорость движения материальной точки по циклоидальной траектории

$$v = \frac{ds}{dt} = 2r' \sin(\alpha/2) \omega = 2r' \sin(\alpha/2) \frac{d\alpha}{dt}. \quad (17)$$

Таким образом, разрыв окружности углового потенциала сопровождается переходом материальной точки (точки контакта цапфы с колесом) на циклоидальную траекторию. Поскольку этот результат получен нами непосредственно из закона сохранения энергии, можно утверждать, что данный закон реализуется в механических системах именно на циклоиде. Но циклоида (равно таутохрона, брахистохрона) есть линия преломления светового луча в среде переменной плотности [6]. В таком случае циклоида есть силовая линия (линия напряженности) гравитационного поля образованная в плоскости качения колеса. Подобно оптической линзе, преломляющей луч световой, колесо по своей физической сути есть «линза механическая», преломляющая луч гравитационный.

Практически контакт цапфы с колесом осуществляется не в одной точке, а в некоторой области с множеством точек. Каждой точке из указанной области соответствует своя образующая окружность (своя орбита). Чем ближе точка контакта к вертикали, тем меньше радиус образующей окружности. Это свидетельствует о том, что в области контакта цапфы с колесом возникают условия, подобные условиям образования ветровой волны на водной поверхности и последующего ее разрушения с массопереносом на береговом откосе [7, 8]. Каков механизм этого сложнейшего процесса — тема для дальнейших исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Кузьмицкий А.В. Колесо — резервы энергосбережения // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2001, № 2.
2. Кузьмицкий А.В. Свойство углового потенциала и его влияние на энергетику колеса // Энергообеспечение и энергосбережение в сельском хозяйстве: Труды 3-й Международной научно-технической конференции, Москва, 14-15 мая 2003 г. ГНУ ВИЭСХ, ч. 2: Энергосберегающие технологии в растениеводстве и мобильной энергетике. — М.: ГНУ ВИЭСХ, 2003. — 340 с.
3. Кузьмицкий А.В., Цыганов А.Р. Угловой потенциал — источник движущей силы колеса // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2003, № 6. — С.16.
4. Зоммерфельд А.. Механика. — М.: Госиздат. иностр. лит., 1947. — 391с.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. — М.: Наука, 1968. — С.343.

6. Берман Г.Н. Циклоида.– М.: ОГИЗ, 1948. — С.112.
7. Чигарев А.В., Цыганов А.Р., Кузьмицкий А.В. Влияние волнового эффекта на динамику трения качения колеса // Трение и износ.– 2001, № 1.–С.51–56.
8. Tsyganov A., Kusmitski A., Chygarev A. The wave effect in the wheel rolling process as a source of

noise // VIII Prof. Czeslaw Kanafojski Int. symposium «Problems of construction and exploitation of agricultural machinery and equipment». Politechnika Warszawska. Plock, Poland (2000), 127–137.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ОТХОДОВ ЛЬНЯНЫХ ВОЛОКОН ПРИ ФОРМИРОВАНИИ НЕТКАНЫХ ПОЛОТЕН

Локтионов А.В., Буткевич В.Г., Мачихо Т.А.

*It is theoretically investigated the process of refining fibres from waste impurities and are determined the condensor work conditions ensure the waste separation from fibrous mass.*

При формировании нетканых полотен из текстильных технологических отходов требуется очистка восстановленных волокон. Она необходима при переработке волокнистых льняных отходов, так как последние засорены, имеют много костры, коротких и поврежденных волокон. В процессе очистки необходимо выделить примеси и пороки волокон из волокнистого материала. При этом получается чистый продукт и обеспечивается стационарность технологического процесса, а именно снижение обрывности и неравноты полуфабрикатов. Наиболее производительным является аэродинамический способ очистки, заключающийся в воздействии сил инерции на движущиеся в воздушном потоке клочки волокон и примеси.

Для очистки волокнистой массы из отходов производства предложено устройство, состоящее из двух барабанов (конденсор), в зоне контакта которых с волокнами создается разрежение. Внутри волокнистого слоя в любой момент времени на соринку действует сила  $F$  сопротивления волокнистого слоя. По величине она пропорциональна квадрату скорости движения соринки, то есть  $F = -KV^2$ .

В то же время сила сопротивления  $F$  равна произведению массы  $m$  соринки на ее ускорение  $a$ . Тогда

$$ma = -KV^2, \quad (1)$$

где скорость  $V$  соринки можно представить в виде

$$V = \frac{dS}{dt}, \text{ а ускорение } a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}. \text{ Из равен-$$

ства (1) получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{K}{m} \left( \frac{dS}{dt} \right)^2, \quad (2)$$

которое решается посредством введения новой функции  $P = y' = \frac{dy}{dt}$ .

Это приводит к соотношениям  $\frac{dS}{dt} = P$ ,  $\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{dP}{dt}$ ; в результате уравнение (2) принимает вид  $\frac{dP}{dt} = \frac{K}{m} P^2$ . (3)

Разделяя переменные  $P$  и  $t$  в уравнении (3), получим соотношение  $\frac{dP}{P^2} = \frac{K}{m} dt$ , которое после интегрирования принимает вид

$$-\frac{1}{P} = -\frac{K}{m}t + C_1.$$

После подстановки значения  $P$  получим  $-\frac{dt}{dS} = -\frac{K}{m} + C_1$ , откуда  $dS = \frac{dt}{\frac{K}{m}t - C_1}$ .

Общее решение этого уравнения принимает вид