Изменение материала тела вращения не изменяет вида зависимости *M(E)*. Величина вращающего момента при всех прочих равных условиях максимальна для винипласта и эбонита, для остальных материалов она ниже (рис. 5, *г*). Приведенная в работе [4] таблица электрофизических характеристик использованных в наших опытах материалов свидетельствует о существенном их влиянии на вращающий момент. С ростом удельного сопротивления и уменьшением диэлектрической проницаемости вращающий момент увеличивается.

Влияние же момента сопротивления на скорость вращения ротора представляет собой падающие кривые с двумя нелинейными участками (начальным и конечным), на которых влияние сопротивления на скорость вращения велико и незначительное увеличение $M_{сопр.}$ существенно изменяет скорость вращения. За исключением этих двух относительно небольших нелинейных участков скорость вращения, в основном, уменьшается пропорционально приложенному моменту сопротивления при различных подаваемых электрических напряжениях. Коэффициент пропорциональности уменьшается в области средних подаваемых напряжений.

Результаты исследования вращения непроводящих тел в электрореологических суспензиях в постоянном электрическом поле могут быть использованы в следующих прикладных направлениях:

• определение влажности диэлектрических материалов и суспензий;

• определение концентрации твердой фазы в диэлектрической суспензии и степени очистки жидких диэлектриков;

• в системах автоматического регулирования химико-технологических процессов (при регулировании состава смеси двух продуктов, в электрогазоочистке);

• при разработке надежных и простых генераторов механических незатухающих колебаний для приборостроения и измерительной техники. Их достоинством является с раздельное и независимое регулирование амплитуды и частоты колебаний, что обычно является труднодостижимым;

• при создании ротационных электрических вискозиметров (электрореометров) для определения реологических характеристик маловязких жидкостей;

• при разработке реоэлектрических микродвигателей и создании рабочих сред для них.

На различные вещества, устройства, способы и их применение по этим прикладным направлениям получено 30 авторских свидетельств и 2 патента РФ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. З.П.Шульман, В.М.Носов. Вращение непроводящих тел в электрореологических суспензиях.–Мн.: Наука и техника, 1985. – 112 с.
2. Z.P.Shulman and V.M.Nosov. Rotation of the Axisimmetric Bodies in Electrorheological Suspensions, in Proceedings of the 5TH International Conference Electro–Rheological Fluids, Magneto–Rheological Suspensions and Associated Technology (Sheffield, 1995), pp. 72–84.
3. Z.P.Shulman and V.M.Nosov. Rotation of the Axisimmetric Bodies in Electrorheological Suspensions (ERS), in International Journal of Modern Physics B, Vol. 10, Nos. 23 & 24 (1996) 2903–2915.
4. Электротехнический справочник.–М.:Энергия, 1980, т.1. – 519с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИХ АНАЛОГОВ ДЛЯ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Носов В.М.

Velocity and acceleration analogue applications in theoretical mechanics are discussed.

В разделе «Кинематика» курса теоретической механики все кинематические характеристики (линейные и угловые скорости и ускорения) представляются обычно функциями от времени t. Это является естественным, так как вытекает непосредственно из их определений как первой или второй производной от радиуса-вектора $\bar{r}_m$ или угла поворота φ_k по времени t:

$$\bar{v}_m = \frac{d\bar{r}_m}{dt}, \quad (1)$$

$$\bar{a}_m = \frac{d\bar{v}_m}{dt} = \frac{d^2\bar{r}_m}{dt^2}, \quad (2)$$

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d^2\varphi_k}{dt^2}. \quad (4)$$

Такой подход является общепринятым и традиционным в курсе теоретической механики, позволяя всесторонне изучить движение материальных точек и тел.

Однако, при учете междисциплинарных связей, он для машиностроительных, приборостроительных и робототехнических специальностей оказывается недостаточным, что сказывается уже при изучении курса теории механизмов и машин для соответствующих специальностей [1-2], где требуется изучение кинематических характеристик механизмов не от времени, а от обобщенной координаты.

Необходимость этого диктуется тем обстоятельством, что хотя в решении инженерных задач часто возникает проблема определения действительных скоростей точек (центров масс) звеньев механизма и их угловых скоростей, но в большинстве случаев закон изменения линейных (угловых) координат в зависимости от функции времени неизвестен.

Известной является только обобщенная скорость, как некоторая функция обобщенной координаты, при этом задание такой функции часто определяется экспериментальными данными или численным решением задачи динамики машины.

И в том и в другом случае функция обобщенной скорости от обобщенной координаты задается таблично.

Поэтому при кинематическом исследовании механизмов скорости и ускорения звеньев и точек, им принадлежащих, удобно выражать в функции поворота φ_1 (или перемещения S_1) начального звена 1, обычно принимаемого за обобщенную координату.

В этом случае методика определения действительных скоростей и ускорений k-х звеньев и их точек m механизма требует введения понятий аналогов угловых и линейных скоростей ($\omega_{k\varphi}$ и $\bar{v}_{m\varphi}$) и ускорений ($\varepsilon_{k\varphi}$ и $\bar{a}_{m\varphi}$) как соответственно первых или вторых производных от угла поворота k-го звена φ_k или радиуса-вектора $\bar{r}_m$ некоторой его точки m по обобщенной координате j_1:

аналог угловой скорости: $$\omega_{k\varphi} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} = \varphi_k\,'; \quad (5)$$

аналог линейной скорости: $$\bar{v}_{m\varphi} = \frac{d\bar{r}_m}{d\varphi_1} = \bar{r}_m\,'; \quad (6)$$

аналог углового ускорения:

$$\varepsilon_{k\varphi} = \frac{d\omega_{k\varphi}}{d\varphi_1} = \omega_{k\varphi}\,' = \varphi_k\,''; \quad (7)$$

аналог линейного ускорения:

$$\bar{a}_{m\varphi} = \frac{d\bar{v}_{m\varphi}}{d\varphi_1} = \bar{v}_{m\varphi}\,' = \frac{d^2\bar{r}_m}{d\varphi_1^{\,2}} = \bar{r}_m\,''. \quad (8)$$

Здесь в формулах (5)-(8) и везде при дальнейшем изложении первая или вторая производные по обобщенной координате φ_1 (или S_1)обозначаются соответственно одним или двумя штрихами.

Введение аналогов скоростей и ускорений оказывается удобным и целесообразным с нескольких точек зрения:

1. При динамическом расчете на основе динамической модели машины, в качестве идеализации которой обычно берется жесткое вращающееся звено [1] (имитирующее входное звено машины),- угол поворота которого принимается за обобщенную координату φ_1 (рис. 1). Реальные характеристики машины учитываются в виде приведенных массы m_n и момента инерции i_n ,его производной $\frac{dI_n}{d\varphi_1}$, а также приведенных моментов движущих сил $M_Д^n$ и моментов сил технологического сопротивления M_C^m.

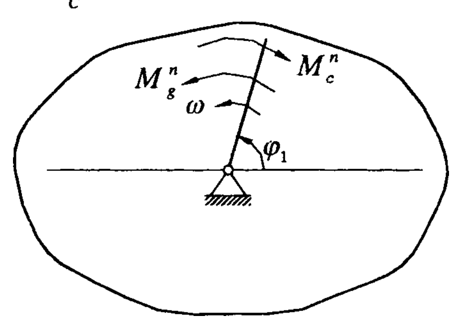

Рис.1. Динамическая «идеальная» модель машины [1]

Отметим, что приведенные моменты $M_Д^n$ и M_C^m представляют собой функции от обобщенной координаты φ_1, для определения которых знание кинематических характеристик как функций от обобщенной координаты, то есть аналогов скоростей и ускорений, является необходимым.

2. Так как аналоги скоростей и ускорений зависят только от обобщенной координаты и не зависят от времени, то кинематическое исследование механизма можно вести чисто геометрическим путем, что позволяет разложить движение механизма на составляющие части: перманентное или основное при $\varepsilon = 0$) и начальное (при $\omega = 0$) движения, каждое из которых можно рассматривать раз-

дельно независимо от других, что оказывается весьма удобным, так как значительно облегчает определение реальных скоростей и ускорений звеньев и точек механизма.

3. Использование понятий аналогов скоростей и ускорений допускает необходимую формализацию и оказывается также весьма удобным при аналитическом исследовании кинематических характеристик плоских механизмов с применением ПК, чему и посвящена работа [3] на примерах схем основных (базовых) механизмов.

Пособие [3] состоит из четырех глав.

В *первой* главе приведены краткие необходимые сведения об основных понятиях, систематически вводятся понятия аналогов угловых и линейных скоростей и ускорений при различном выборе обобщенных координат.

Вторая глава посвящена аналитическому исследованию основных простейших плоских механизмов, в качестве которых взяты кривошипно-ползунный, шарнирно-четырехзвенный и кривошипно-кулисный механизмы. Описано выражение декартовых координат точек различных вариантов этих механизмов через обобщенную координату и определение аналогов угловых и линейных скоростей и ускорений с использованием известного координатного метода.

Две последующие главы посвящены изложению векторного подхода при определении аналогов скоростей и ускорений, что обладает методической новизной.

В *третьей* главе получены векторные выражения основных соотношений для аналогов скоростей и ускорений при различных видах движения тела.

Установлено, что векторные соотношения для аналогов скоростей и ускорений при различных видах движения твердого тела полностью совпадают с соответствующими известными соотношениями для самих скоростей и ускорений.

Показано, что составляющие этих соотношений для аналогов линейных скоростей и ускорений могут быть получены из соответствующих соотношений для самих скоростей и ускорений, для чего в их правых частях следует во всех случаях вместо самих скоростей и ускорений (угловых, линейных или их проекций) использовать их соответствующие аналоги.

Для удобства использования предлагаемого метода аналогии в третьей главе работы [3] впервые доказывается теорема об аналогах линейных скоростей и ускорений любой точки, находящейся на первом (входном) вращающемся звене.

Аналоги линейных скоростей и ускорений любой точки m, расположенной на входном вращающемся звене, равны по модулю расстоянию от центра вращения до этой точки. Вектор аналога линейной скорости $\bar{V}_{m\varphi}$ направлен перпендикулярно этому расстоянию в сторону возрастания угла поворота звена, а вектор аналога линейного ускорения $\bar{a}_{m\varphi}$ направлен по этому звену от точки к центру вращения.

Теорема доказывается одно- и двукратным дифференцированием по обобщенной координате φ_1 вектора постоянного модуля $(\bar{l}_m(=const$, равного расстоянию от центра вращения до точки m.

$$\bar{V}_{m\varphi}=\frac{d\bar{l}_m}{d\varphi_1}=l_m\bar{n}_1, \qquad (9)$$

$$\bar{a}_{m\varphi}=\frac{d\bar{V}_{m\varphi}}{d\varphi_1}=\frac{d\left(l_m\bar{n}_1\right)}{d\varphi_1}=l_m\frac{dn_1}{d\varphi_1}=-l_m\bar{l}_1^{\,0}, \qquad (9')$$

так как угол поворота нормали к 1-му звену $\bar{n}_1$ совпадает с углом поворота этого звена φ_1, поэтому отношение $\frac{d\varphi_1}{d\varphi_1}$ в последних зависимостях обоих равенств равно единице и не указывается.

Отметим, что теорема имеет особенно важное значение при рассмотрении различных кулисных механизмов, так как абсолютное или переносное движение точки A кулисы часто является вращательным и она обычно расположена на 1-м звене (см. рис. 2).

Полученные результаты позволяют в четвертой главе пособия [3] показать практическое применение предлагаемого метода аналогии для определения аналогов скоростей и ускорений.

Покажем в качестве примера метода аналогии определение аналогов скоростей и ускорений для кривошипно-кулисного механизма (ККМ) с двумя ползунами при горизонтальной оси абсолютного движения (тангенсный механизм)

Движение точки A ползуна ККМ, изображенного на рис. 1, будем рассматривать как составное.

Абсолютным движением точки A вместе со 2-м звеном будет скольжение в горизонтальных направляющих. Поэтому также горизонтально будут направлены аналоги ее абсолютных линейных скорости $\bar{v}_\varphi$ (рис. 2а) и ускорения $\bar{a}_\varphi$ (рис. 2б). Их значения вследствие прямолинейности движения будут равны соответственно 1-ой и 2-ой производной от горизонтальной координаты x_A точки A, определяемой из рис. 2а уравнением:

$$x_A=\frac{b}{tg\varphi_1}, \qquad (10)$$

где $y_A=b=const$. Теперь после одно- и двукратного дифференцирования уравнения (10) по φ_1 будем иметь:

$$v_\varphi=\frac{dx_A}{d\varphi_1}=x'_A=\frac{-b}{\sin^2\varphi_1}, \qquad (10.а)$$

$$a_\varphi=\frac{d^2x_A}{d\varphi_1^2}=x''_A=v'_\varphi=\frac{2b\cos\varphi_1}{\sin^3\varphi_1}, \qquad (10.б)$$

значения которых будут соответственно совпадать с зависимостями (5.74) и (5.76), полученными в [1, с. 124] путем громоздкого и трудоемкого дифференцирования уравнений связей.

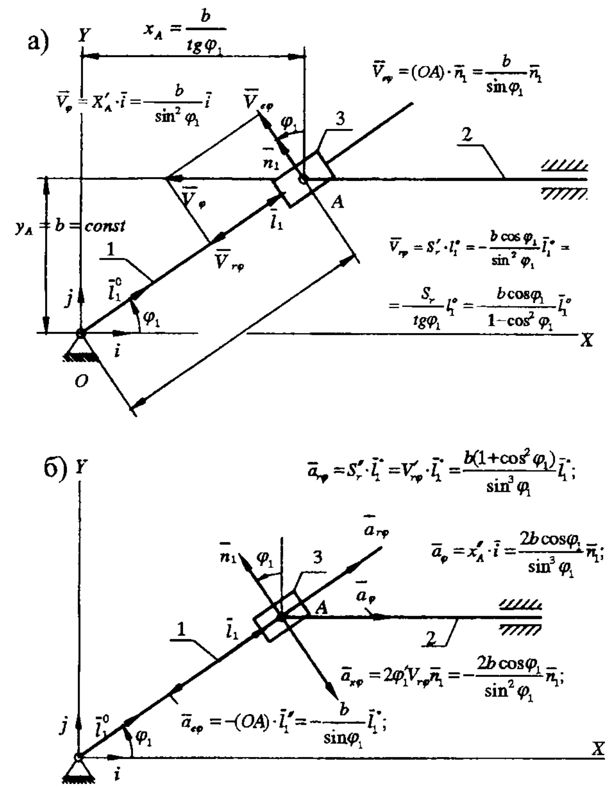

Рис. 2. Аналоги линейных скорости (а) и ускорения (б) при СлД точки А для схемы ККМ с двумя ползунами (тангенсный механизм) при горизонтальной оси абсолютного движения

Движение ползуна 3 вдоль оси 1-го звена будет поступательным относительным движением. Поэтому вдоль оси 1-го звена будут направлены аналоги ее относительных линейных скорости $\bar{v}_{r\varphi}$ (рис. 2а) и ускорения а $\bar{a}_{r\varphi} = \bar{a}^{\tau}_{r\varphi}$ (рис. 2б), т.к. $a^{n}_{r\varphi} = 0$ вследствие прямолинейности траектории относительного движения. Относительная координата точки A S_r / легко определяется из рис. 2а:

$$S_r = OA = l_1 = \frac{b}{\sin\varphi_1}, \qquad (11)$$

поэтому будем иметь:

$$v_{r\varphi} = \frac{dS_r}{d\varphi_1} = S_r' = \frac{-b\cos\varphi_1}{\sin^2\varphi_1} = \frac{-S_r}{tg\varphi_1} = \frac{-b\cos\varphi_1}{\left(1-\cos^2\varphi_1\right)}, \qquad (11а)$$

$$a_{r\varphi} = \frac{d^2S_r}{d\varphi_1^2} = S_r'' = v_{r\varphi}' = \frac{b\left(1+\cos^2\varphi_1\right)}{\sin^3\varphi_1}, \qquad (11.б)$$

что совпадает соответственно с зависимостями (5.75) и (5.77), полученными в [1, с. 124] путем громоздкого и трудоемкого дифференцирования уравнений связей.

В своем переносном движении точка A вращается вместе с 1-м звеном и ее аналоги переносных скорости и ускорения вычисляются в предположении, что сама точка A покоится по отношению к подвижной системе отсчета (1-му звену) и перемещается вместе с ним по отношению к неподвижной системе отсчета оху.

Поэтому аналогами переносных линейных скорости и ускорения точки A будут соответствующие аналоги той точки 1-го звена, совпадающей для данного значения обобщенной координаты j_1 с движущейся точкой A.

Таким образом, для переносного движения радиус вращения ρ_e равняется относительной координате точки A S_r:

$$\rho_e = OA = S_r = \frac{b}{\sin\varphi_1}, \qquad (12)$$

и для каждого значения обобщенной координаты j_1 является постоянной величиной. Поэтому для определения аналогов переносных скорости $v_{e\varphi}$ и ускорения $a_{e\varphi}$ точки A можно применить теорему об аналогах линейных скоростей и ускорений точек входного (первого) вращающегося звена, согласно которой:

$$v_{e\varphi} = a_{t\varphi} = OA = \frac{b}{\sin\varphi_1}, \qquad (12.а)$$

а их направления показаны на рис. 2а и 17б соответственно. Значение аналога ускорения Кориолиса определяется по формуле:

$$a_{k\varphi} = 2\omega_{e\varphi}v_{r\varphi} = 2\varphi_1'S_r' = \frac{-2b\cos\varphi_1}{\sin^2\varphi_1}, \qquad (12.б)$$

так как переносным является вращение 1-го звена и аналог его угловой скорости равен единице:

$$\omega_{e\varphi} = \omega_{1\varphi} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = 1. \qquad (12.в)$$

Для определения направления аналога ускорения Кориолиса $\bar{a}_{k\varphi}$ также повернем вектор аналога линейной относительной скорости $\bar{v}_{r\varphi}$ на угол 90° по направлению переносного вращения (см. рис. 2).

Отметим, что выражения для аналогов переносных линейных скорости $v_{e\varphi}$ и ускорения $a_{e\varphi}$ (12.а), аналога ускорения Кориолиса (12.б) не получены для соответствующей схемы механизма в работе [1, с. 123-124], что позволяет сделать вывод о большей полноте и наглядности, которые дает применение предлагаемого способа.

На рис. 2 вместе с показом направлений аналогов скоростей и ускорений точки A соответствующего ККМ приведены и их значения в векторной форме записи. Они могут быть получены каждый раздельно и независимо от других составляющих аналогов, часто практически устным образом при знании раздела кинематики сложного движения с использованием предлагаемого способа, как видно из изложенного материала.

Осознанность выполняемых действий и наглядность получаемых результатов, а также использование навыков, полученных в курсе теоретической механики, усиливает преемственность дисциплин при изучении студентами курса теории механизмов и машин, что следует отнести к достоинствам предлагаемого способа.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для втузов. –М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для втузов. –М.: Наука, 1990. – 592 с.
3. Носов В.М. Определение скоростей и ускорений с использованием их аналогов для основных (базовых) механизмов: Учеб.–метод. пособие для мех. спец. – Мн.: БГПА, 1994. – 164 с.