

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ДВУХСЛОЙНОМ ЦИЛИНДРЕ

*Чл.-кор. НАН Беларуси, докт. техн. наук, проф. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ Ю. М.,  
асп. ЧИГАРЕВА Ю. А.*

*Белорусский национальный технический университет*

E-mail: juliachigareva@rambler.ru

### MODELING OF STRESSED-DEFORMED STATE AND RESIDUAL STRESSES IN TWO-LAYER CYLINDER

*PLESKACHEVSKY Yu. M., CHIGAREVA Yu. A.*

*Belarusian National Technical University*

Разработан метод расчета термоупругопластического напряженно-деформированного состояния в двухслойных цилиндрических телах под воздействием резких изменений температуры на внешней границе, свободной от силовых нагрузок. Определены границы пластических зон при различных соотношениях между физико-механическими характеристиками внутреннего и внешнего цилиндров, распределение остаточных напряжений после температурной разгрузки.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, двухслойный цилиндр, пластическая зона.

Ил. 5. Библиогр.: 8 назв.

The paper presents a calculation method for thermo-elasto-plastic stressed-deformed state in two-layer cylindrical bodies due to abrupt temperature changes on outer load-free boundary. The boundaries of plastic zones at various relations correlations between stress-strain properties of the internal and external cylinders and distribution of residual stresses after temperature unloading have determined in the paper.

**Keywords:** stressed-deformed state, two-layer cylinder, plastic zone.

Fig. 5. Ref.: 8 titles.

**Введение.** Двухслойные цилиндрические элементы конструкций, составленные из стержня-сердечника и облегающей его оболочки-матрицы, широко распространены в различных технических системах, подвергающихся резким температурным воздействиям [1]. Определение в них напряженно-деформированного состояния в рамках термоупругости и термопластичности представляет интерес с теоретической и практической сторон. В случае стержней конечной длины с граничными условиями на концах важное значение имеют решения задач термоустойчивости с помощью соответствующих методов. В данной работе основное внимание уделяется получению решения граничных задач для случая длинных стержней в областях, где влиянием граничных условий на концах можно пренебречь, боковая поверхность свободна от силовых нагрузок, внешнее температурное поле неизменно вдоль стержня так, что решение задачи можно рассматривать

в произвольном сечении в рамках плоской модели.

**1. Двумерная постановка задачи термоупругости для двухслойного стержня.** Рассмотрим длинный цилиндрический стержень, имеющий радиус  $R^{(i)}$ , модули упругости  $\lambda_{ijke}^{(i)}$ , коэффициенты теплопроводности  $\alpha_{ij}^{(i)}$ . Стержень заключен во внешний цилиндр, соосный с ним, радиусом  $R^{(e)}$ , с модулями упругости  $\lambda_{ijke}^{(e)}$ , коэффициентами теплопроводности  $\alpha_{ij}^{(e)}$ . Боковая поверхность внешнего стержня свободная от напряжений и находится в осесимметричном температурном поле, неизменном вдоль стержня. Тогда перемещения, деформации, напряжения в произвольном сечении композитного стержня зависят только от текущего радиуса  $R$ .

Перейдем к безразмерным величинам во внутреннем и внешнем кругах:

$$r = \frac{R}{R^{(i)}}; \hat{u}^{(\alpha)} = \frac{u^{(\alpha)}}{R^{(i)}};$$

$$\hat{\sigma}_{ij}^{(\alpha)} = \frac{\sigma_{ij}^{(\alpha)}}{\lambda^{(\alpha)} + 2\mu^{(\alpha)}} \quad (\alpha = i, e), \quad (1)$$

где индекс  $\alpha = i$  для внутреннего, а  $\alpha = e$  для внешнего цилиндров.

Связь между напряжениями и деформациями имеет вид [2–4]:

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} = \frac{du^{(\alpha)}}{dr} + \hat{\beta}^{(\alpha)} \frac{u^{(\alpha)}}{r} - \hat{\alpha}_r^{(\alpha)} \theta;$$

$$\hat{\beta}^{(\alpha)} = \frac{\lambda^{(\alpha)}}{\lambda^{(\alpha)} + 2\mu^{(\alpha)}};$$

$$\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} = \hat{\beta} \frac{du^{(\alpha)}}{dr} + \frac{u^{(\alpha)}}{r} - \hat{\alpha}_\varphi^{(\alpha)} \theta, \quad (2)$$

где  $\theta$  – скачок температуры;  $\hat{\alpha}_r^{(\alpha)}$ ,  $\hat{\alpha}_\varphi^{(\alpha)}$  – коэффициенты теплопроводности в радиальном и окружном направлениях.

Уравнение равновесия в цилиндрической системе координат имеет вид [5]

$$\frac{d\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)}}{dr} + \frac{\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} - \hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)}}{r} = 0 \quad (\alpha = i, e). \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получим уравнение равновесия в перемещениях

$$\frac{d^2 \hat{u}^{(\alpha)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{u}^{(\alpha)}}{dr} - \frac{1}{r^2} \hat{u}^{(\alpha)} - \frac{\delta_{r\varphi}^{(\alpha)}}{r} \theta = 0, \quad (4)$$

где  $\theta$  – скачок температуры.

Решение (4) представляется в виде

$$\hat{u}^{(\alpha)} = c_1^{(\alpha)} r + c_2^{(\alpha)} r^{-1} + \delta_{r\varphi}^{(\alpha)} r \theta. \quad (5)$$

Произвольные константы  $c_1^{(\alpha)}$ ,  $c_2^{(\alpha)}$  определяются из граничных условий, которые запишем в виде:

1) на боковой поверхности внешнего цилиндра при  $r = r^*$

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(e)} = 0, \quad r^* = R^{(e)}/R^{(i)}; \quad (6)$$

2) на границе внешнего и внутреннего цилиндров при  $r = 1$ :

$$\hat{u}^{(i)} = \hat{u}^{(e)}; \quad \hat{\sigma}_{rr}^{(e)} = \hat{\gamma} \hat{\sigma}_{rr}^{(i)};$$

$$\hat{\gamma} = \left( \lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)} \right) \left( \lambda^{(e)} + 2\mu^{(e)} \right)^{-1}; \quad (7)$$

3) при  $r = 0$  перемещение  $\hat{u}^{(i)}$  должно быть конечным, откуда следует, что

$$c_2^{(i)} = 0. \quad (8)$$

Подставляя (5) в первое условие (7), закон Гука (2) и затем полученное выражение в (6), (7), получим три уравнения для нахождения констант  $c_1^{(i)}$ ,  $c_1^{(e)}$ ,  $c_2^{(e)}$ :

$$c_1^{(i)} = c_1^{(e)} + c_2^{(e)} + \delta_{r\varphi}^{(ie)} \theta;$$

$$A_1 c_1^{(e)} + B_1 c_2^{(e)} = D_1;$$

$$A_2 c_1^{(e)} + B_2 c_2^{(e)} = D_2;$$

$$A_1 = \hat{\beta}^{(e)} - \hat{\beta}^{(i)}; \quad B_1 = 2 + \hat{\beta}^{(i)} - \hat{\beta}^{(e)};$$

$$A_2 = 1 + \hat{\beta}^{(e)}; \quad B_2 = r^{-2} (\hat{\beta}^{(e)} + 1);$$

$$D_1 = \left[ \hat{\beta}^{(e)} \delta_{r\varphi}^{(e)} - 2\delta_{r\varphi}^{(i)} + \hat{\alpha}_r^{(i)} - \hat{\alpha}_r^{(e)} - \delta_{r\varphi}^{(ie)} (1 + \hat{\beta}^{(i)}) \right] \theta;$$

$$D_2 = \hat{\alpha}_r^{(e)} - \hat{\beta}^{(e)} - \delta_{r\varphi}^{(e)}.$$

Решение системы (9) записывается в виде:

$$c_1^{(e)} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad c_2^{(e)} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad c_1^{(i)} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{\Delta} + \delta_{r\varphi}^{(ie)} \theta,$$

$$\Delta = A_1 B_2 - A_2 B_1; \quad \Delta_1 = D_1 B_2 - D_2 B_1; \quad (10)$$

$$\Delta_2 = A_1 D_2 - A_2 D_1.$$

Подставляя (10) в (5) и затем в (2), получим выражения для напряжений в композитном цилиндре, боковая поверхность которого подвергается скачку температуры и свободна от силовых нагрузок.

**2. Уругопластическое установившееся состояние во внешнем цилиндре после резкого изменения температуры.** При резком изменении температуры среды, в которой находится цилиндр, пластическое состояние может возникнуть, если выполняется условие пластичности

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(e)} - \hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(e)} = 2 \text{sign} \hat{\sigma}_{rr}^{(e)} \hat{Y}_0^{(e)}, \quad (11)$$

где  $\text{sig} \hat{\sigma}_{rr}^{(e)}$  – функция знака  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}$ ;  $\hat{Y}_0^{(e)}$  – предел пластичности материала внешнего цилиндра.

Так как изменяется температура внешней среды, в которой находится цилиндр, то пластическое состояние при выполнении условия (11) реализуется на внешней поверхности при  $r = r_*$ . Однако вследствие того, что эта поверхность свободна от силовых нагрузок, должна происходить разгрузка, и таким образом пластичность будет развиваться на внутренней границе внешнего цилиндра, где концентрация напряжений максимальная. Если жесткость и предел пластичности внутреннего цилиндра не превосходят жесткости и предела пластичности внешнего, то во внутреннем цилиндре может возникнуть пластическое состояние. На практике часто внутренний цилиндр играет роль упрочняющего элемента, поэтому рассмотрим сначала случай, когда жесткость и предел пластичности внутреннего цилиндра значительно больше жесткости и предела пластичности внешнего. Тогда пластическое состояние, которое возникает в стационарном случае, можно рассматривать как результат действия давления  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}(1)$ , приложенного на внутренней границе  $r = 1$ . Известно [6], что предел пластичности не остается постоянным, а может изменяться: уменьшаться вследствие термического разупрочнения (размягчения) или повышаться вследствие деформационного упрочнения [6]. Однако в первом приближении будем считать, что предел пластичности остается неизменным.

Пластическое состояние в рассматриваемом случае является статически определимым [5–7], т. е. для его нахождения достаточно воспользоваться уравнением равновесия (3) и условием пластичности (11), в котором для определенности положим  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)} < 0$ .

Подставляя (11) в (3), получим

$$\frac{d\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}}{dr} - \frac{\hat{Y}_0^{(e)}}{r} = 0. \quad (12)$$

Интегрируя (12), находим

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(e)} = \hat{Y}_0^{(e)} \ln r + c^{(e)}. \quad (13)$$

Так как в рассматриваемой модели на внешней границе при  $r = r_*$  имеем  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)} = 0$ , то

пластическое состояние реализуется в зоне, прилегающей к внутренней границе  $r = 1$ , на которой задано давление  $\hat{\sigma}_{rr}^{(i)}(1)$ , полученное при решении термоупругой задачи. Исходя из того, что напряжения  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}$  в пластической зоне определяются формулой (13) с точностью до константы, определим ее из условия

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}(1) = \hat{\sigma}_{rr}^{(i)}(1). \quad (14)$$

Тогда  $c^{(e)} = \hat{\sigma}_{rr}^{(i)}(1)$ , а выражения для напряжений в пластической зоне имеют вид:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{rr}^{(e)} &= 2\hat{Y}_0^{(e)} \ln r - \hat{\sigma}_{rr}^{(i)}(1); \\ \hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(e)} &= 2\hat{Y}_0^{(e)} \ln r - \hat{\sigma}_{rr}^{(i)}(1) + 2\hat{Y}_0^{(e)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Известно, что перемещения и деформации для статически определимых задач можно найти различными способами, используя предположение о несжимаемости [4, 5] или ассоциированные законы течения [5, 7].

Рассмотрим соотношения Генки [5]:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{rr}^{(e)} &= \frac{d\hat{u}^{(e)}}{dr} = -\hat{\psi}^{(e)}\hat{Y}_0^{(e)} + \hat{K}^{(e)}\sigma^{(e)}; \\ \hat{e}_{\varphi\varphi}^{(e)} &= \frac{\hat{u}^{(e)}}{dr} = -\hat{\psi}^{(e)}\hat{Y}_0^{(e)} + \hat{K}^{(e)}\sigma^{(e)}; \\ K^{(e)} &= \frac{1-2\nu^{(e)}}{E^{(e)}}; \quad \hat{K}^{(e)} = K^{(e)}(\lambda^{(e)} + 2\mu^{(e)})^{-1}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\hat{\psi}^{(e)}$  – функция, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{d\hat{\psi}^{(e)}}{dr} + \frac{2}{r}\hat{\psi}^{(e)} + \frac{2\hat{K}^{(e)}}{r} = 0. \quad (17)$$

Интегрируя (17), получим

$$\hat{\psi}^{(e)} = -\hat{K}^{(e)} + \frac{c_2^{(e)}}{r^2}. \quad (18)$$

Константа интегрирования  $c_2^{(e)}$  может быть найдена из следующих условий. Так как пластическая зона прилегает к внутренней границе  $r = 1$ , а ее внешняя граница  $r_1^{(e)}$  располагается в интервале  $1 < r_1^{(e)} \leq r_*$ , то произвольная константа интегрирования  $c_2^{(e)}$  может быть опре-

делена из условий, заданных на границе пластической и упругой зон во внешнем цилиндре, а именно непрерывности смещений

$$u_{(p)}^{(e)}(r_1^{(e)}) = u_{(e)}^{(e)}(r_1^{(e)}), \quad (19)$$

где нижний индекс «*p*» означает пластичность, «*e*» – упругость.

Условие непрерывного перехода пластического состояния в упругое является также [5]

$$\hat{\psi}(r_1^{(e)}) = \frac{1}{2\hat{G}^{(e)}}. \quad (20)$$

Условия (18), (19) будут выполнены, если

$$c_2^{(e)} = r_1^{(e)} \left( \frac{1}{2\hat{G}^{(e)}} + \hat{K}^{(e)} \right). \quad (21)$$

Во внешнем цилиндре вследствие пластических деформаций после снятия нагрузки возникнут остаточные напряжения, распределение которых описывается формулами, представляющими собой разность между выражениями (2) и (14) в зоне  $1 < r \leq r_1^{(e)}$ , а для  $r_1^{(e)} \leq r$  напряжения определяются формулами (2). На рис. 1 изображено распределение напряжений  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}$ ,  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(e)}$  (сплошные линии) и остаточных напряжений  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(r)}$  (пунктир).

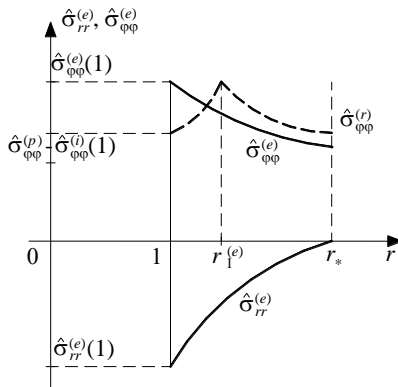


Рис. 1. Распределение напряжений  $\hat{\sigma}_{rr}^{(e)}$ ,  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(e)}$

и остаточных напряжений  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(r)}$  во внешнем цилиндре [5]

**3. Уругопластическое деформирование в соосных цилиндрических телах.** Рассмотрим длинный цилиндр, состоящий из двух жестко скрепленных соосных цилиндров с разными физико-механическими свойствами, так, что

жесткость и предел пластичности внутреннего цилиндра не превосходят жесткость и предел пластичности внешнего.

Композитный цилиндр находится в среде, температура которой резко падает так, что в установившемся состоянии выполняется условие пластичности во внутреннем и внешнем цилиндрах

$$\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} - \hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} = \hat{Y}_0^{(\alpha)} \quad (\alpha = i, e). \quad (22)$$

В пластических зонах внешнего и внутреннего цилиндров, прилегающих к внутренней границе контакта  $r = 1$ , выполняется уравнение равновесия

$$\frac{d\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)}}{dr} + \frac{\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} - \hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)}}{r} = 0. \quad (23)$$

Интегрируя (23), получим:

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} = 2\hat{Y}_0^{(\alpha)} \ln r + c_1^{(\alpha)}; \quad (24)$$

$$\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} = \hat{\sigma}_{rr}^{(\alpha)} + 2\hat{Y}_0^{(\alpha)}.$$

Константы  $c_1^{(\alpha)}$  ( $\alpha = i, e$ ) могут быть определены из граничных условий. На границе контакта цилиндров при  $r = 1$  выполняются условия равенства напряжений (24) и перемещений:

$$\hat{\sigma}_{rr}^{(i)} = \gamma \hat{\sigma}_{rr}^{(e)}; \quad u^{(i)} = u^{(e)};$$

$$\gamma = (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}) (\lambda^{(e)} + 2\mu^{(e)})^{-1} \quad \text{при } r = 1. \quad (25)$$

Из (25) следует

$$c_1^{(i)} = \gamma c_1^{(e)}. \quad (26)$$

Для нахождения деформаций в пластических зонах используем соотношения Генки [5], которые имеют вид:

$$\hat{e}_{rr}^{(\alpha)} = \frac{d\hat{u}^{(\alpha)}}{dr} = -\hat{\psi}^{(\alpha)} \hat{Y}_0^{(\alpha)} + \hat{K}^{(\alpha)} \hat{\sigma}^{(\alpha)}; \quad (27)$$

$$\hat{e}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} = \frac{\hat{u}^{(\alpha)}}{r} = -\hat{\psi}^{(\alpha)} \hat{Y}_0^{(\alpha)} + \hat{K}^{(\alpha)} \hat{\sigma}^{(\alpha)}.$$

Используя условие сплошности [5], запишем

$$\frac{d\hat{e}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)}}{dr} + \frac{\hat{e}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} - \hat{e}_{rr}^{(\alpha)}}{r} = 0. \quad (28)$$

Подставляя (27) в (28), получим

$$\frac{d\hat{\psi}^{(\alpha)}}{dr} + \frac{2}{r}\hat{\psi} + \frac{2\hat{K}^{(\alpha)}}{r} = 0. \quad (29)$$

Интегрируя (29), находим

$$\hat{\psi}^{(\alpha)} = -\hat{K}^{(\alpha)} + \frac{c_2^{(\alpha)}}{r^2}, \quad (30)$$

где произвольные константы  $c_2^{(\alpha)}$  определяются на границах упругих и пластических зон во внешнем  $r = r_2^{(e)}$  и внутреннем  $r = r_2^{(i)}$  цилиндрах. Так как границы  $r_2^{(e)}$  и  $r_2^{(i)}$  неизвестны, необходимо задать условия, которые бы позволили определить их.

Перемещения при переходе через  $r = r_2^{(i)}$  и  $r = r_2^{(e)}$  должны быть непрерывны и  $\hat{\psi}_{(r_2^{(i)})}^{(\alpha)} = 1/2G^{(\alpha)}$ , что позволяет получить

$$c_2^{(\alpha)} = r_2^{(\alpha)^2} \left( \frac{1}{2G^{(\alpha)}} + \hat{K}^{(\alpha)} \right). \quad (31)$$

Используя (26), получим выражение для границ  $r_2^{(\alpha)}$  между упругой и пластической зонами во внутреннем и внешнем цилиндрах

$$r_2^{(\alpha)^2} = \frac{2c_2^{(\alpha)}\hat{G}^{(\alpha)}}{1 + 2\hat{K}^{(\alpha)}\hat{G}^{(\alpha)}}. \quad (32)$$

**4. Численные примеры решения задач о распределении напряжений в композитных цилиндрах.** Рассмотрим две модели композитных цилиндров. В первом случае модель представляет собой два цилиндра. Внутренний цилиндр имеет сердечник, в четыре раза более жесткий, чем внешний, коэффициенты теплопроводности внутреннего цилиндра меньше коэффициентов теплопроводности внешнего в четыре раза, предел пластичности внешнего цилиндра в пять раз меньше предела пластичности внутреннего, скачок температуры 600 °С, радиусы внутреннего и внешнего цилиндров относятся как 1:2 при различных значениях параметра  $\eta = \frac{r_* - r_2^{(e)}}{r_* - 1}$ .

Зависимость радиального напряжения  $\hat{\sigma}_{rr}$  от радиуса  $r$  показана на рис. 2.

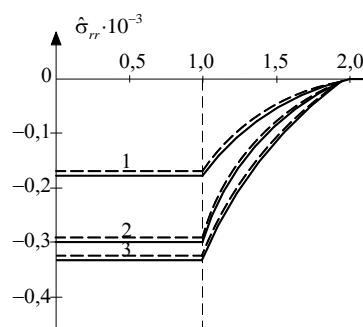


Рис. 2. Зависимость радиального напряжения  $\hat{\sigma}_{rr}$  от радиуса  $r$  для первой модели при: 1 –  $\eta = 1,0$ ; 2 –  $0,5$ ; 3 –  $0,8$  (пунктир) [6]

Зависимость окружных напряжений  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)}$  от радиуса  $r$  представлена на рис. 3.

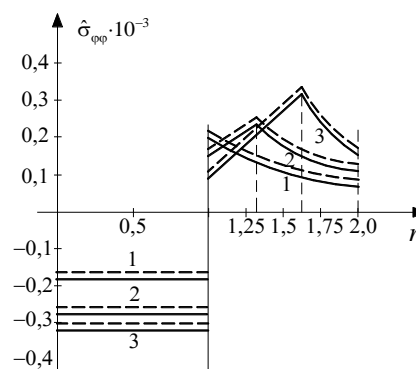


Рис. 3. Зависимость окружных напряжений  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}$  от радиуса  $r$  при: 1 –  $\eta = 0$ ; 2 –  $0,5$ ; 3 –  $0,9$  (пунктир) [6]

Рассмотрим второй случай, когда внутренний цилиндр имеет коэффициенты жесткости в три раза и предел пластичности в семь раз меньше, чем внешний цилиндр, коэффициенты теплопроводности обоих цилиндров равны. Скачок температуры 600 °С. Радиусы внутреннего и внешнего цилиндров относятся как 1:2, значения параметра  $\eta$  брали те же, что и в первой модели. Распределение радиального напряжения в зависимости от радиуса  $r$  при различных значениях параметра  $\eta$  показано на рис. 4.

Зависимость окружных напряжений для второй модели при тех же значениях параметров  $\eta$ , что и для радиальных напряжений, изображена на рис. 5.

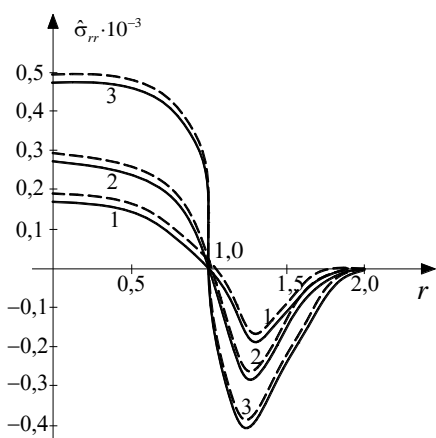


Рис. 4. Зависимость радиального напряжения  $\hat{\sigma}_{rr}$  от радиуса  $r$  при: 1 –  $\eta = 0$ ; 2 – 0,5; 3 – 0,9 (пунктир) [6]

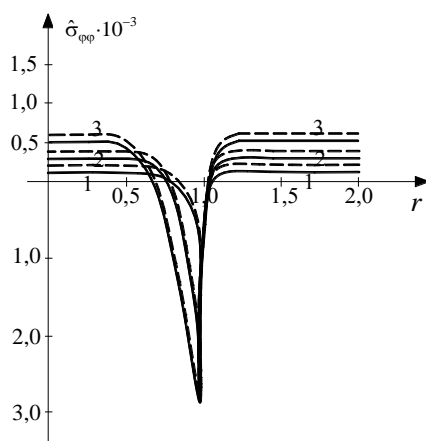


Рис. 5. Зависимость окружных напряжений от радиуса  $r$  при: 1 –  $\eta = 0$ ; 2 – 0,5; 3 – 0,9 (пунктир) [6]

Из рассмотренного следует, что для модели двухслойного цилиндра, у которого модули упругости и предел пластичности внутреннего цилиндра больше, чем у внешнего, что соответствует композитам, упрочненным волокнами, упругопластическое состояние при резком изменении температуры наступает только во внешнем цилиндре, причем пластическая зона в случае, когда внешняя граница свободна от силовой нагрузки, примыкает к границе, по которой жестко связаны два цилиндра.

В случае, когда модули упругости и предел пластичности внешнего цилиндра не меньше, чем у внутреннего, пластическое состояние при резком изменении температуры возникает во внешнем и внутреннем цилиндрах в зонах, примыкающих к внутренней границе, по которой граничат цилиндры.

Решение задач получено в безразмерном виде при заданных соотношениях между жесткостями, пределами пластичности, коэффициентами теплопроводности внутреннего и внешнего цилиндров. Применительно к конкретным материалам эти результаты близки с композитами, у которых внешний цилиндр Al, а внутренний – в первом случае SiC, а во втором – графит [6].

### ВЫВОДЫ

1. Получено распределение термоупругих напряжений в композите типа цилиндр в цилиндре в случае, когда среда, в которой находится композит, резко меняет температуру, после чего устанавливается стационарное состояние. Теплопроводность материала обладает цилиндрической анизотропией.

2. В случае когда жесткость, предел пластичности внутреннего цилиндра значительно больше, чем внешнего, а коэффициенты теплопроводности равны и для внешнего цилиндра выполняется условие пластичности, поля напряжений для стационарного состояния статически определены. Получено распределение остаточных напряжений после температурной разгрузки во внешнем цилиндре.

3. Для модели композита, у которого жесткость и пластичность внутреннего цилиндра не превосходят соответствующих параметров внешнего, пластические зоны возникают в окрестности границы между цилиндрическими телами как во внутреннем, так и во внешнем цилиндрах. В узком приграничном слое во внутреннем и внешнем цилиндрах возникают пластические напряжения, знак которых изменяется в этой зоне.

4. Рассмотренная модель пластического деформирования композита типа цилиндр в цилиндрическом теле может быть использована при разработке топливных элементов для АЭС [8] с учетом того, что при аварийных ситуациях резкое охлаждение твэлов приводит к их растрескиванию и хрупкому разрушению. Создание элементов, пластически деформирующихся при резкой смене температуры, позволит избежать попадания фрагментов разрушенных твэлов в среду охлаждения и окружающую среду.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Christman, T.** An Experimental and Numerical Study of Deformation in Metal-Ceramic Composite / T. Christman, A. Needlemani, S. Suresh // *Acta Metall.* – 1989. – No 37. – P. 3029–3050.
2. **Паркус, Г.** Неустановившиеся температурные напряжения / Г. Паркус. – М.: Физматгиз, 1963. – 252 с.
3. **Прусов, А. И.** Термоупругие анизотропные пластинки / А. И. Прусов. – Минск: Изд-во БГУ, 1978. – 200 с.
4. **Подстригач, Я. С.** Термоупругость тел неоднородной структуры / Я. С. Подстригач, В. А. Ломакин, Ю. М. Коляно. – М.: Наука, 1984. – 368 с.
5. **Качанов, Л. М.** Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
6. **Agah-Tehrani, A.** Thermal Residual Stresses in Particulate Metal-Matrix Composites: an Elastic – Analysis / A. Agah-Tehrani // *Topics in Plasticity*, AMPress, preprinted in USA, 1994. – P. 137–150.
7. **Быковцев, Г. И.** Теория пластичности / Г. И. Быковцев, Д. Д. Ивлев. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 483 с.
8. **О возможности** создания высоконапряженного ядерного реактора на низкообогащенном топливе / А. П. Ахрамович [и др.] // Доклады НАН Беларуси. – 2012. – Т. 56, № 4. – С. 115–118.

## REFERENCES

1. **Christman, T., Needlemani, A., & Suresh, S.** (1989) An Experimental and Numerical Study of Deformation in Metal-ceramic Composite. *Acta Metall*, 37, 3029–3050.
2. **Parkus, G.** (1963) *Transient Thermal Stresses*. Moscow: Fizmatgiz.
3. **Prusov, A. I.** (1978) *Thermoelastic Anisotropic Plates*. Minsk: BSU Publishing House.
4. **Podstrigach, Ya. S., Lomakin, V. A., & Koliarno, Yu. M.** (1984) *Thermoelasticity of Bodies Having Non-Uniform Structure*. Moscow: Nauka [Science].
5. **Kachanov, L. M.** (1969) *Fundamentals of Plasticity Theory*. Moscow: Nauka [Science].
6. **Agah-Tehrani, A.** (1994) Thermal Residual Stresses in Particulate Metal-Matrix Composites: an Elastic – Analysis. *Topics in Plasticity* (pp. 137–150). USA: AMPress. (Original work published 1994).
7. **Bykovtsev, G. I., & Ivlev, D. D.** (1998) *Plasticity Theory*. Vladivostok: Dalnauka [Far East Science].
8. **Akhramovich, A. P.** (2012) On Possibility to Create High-Stress Nuclear Reactor with Low-Enriched Fuel. *Doklady Natsionalnoy akademii nauk Belarusi [Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus]*, 56(4), 115–118.

Поступила 09.10.2013

УДК 621.891:621.793

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКИ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ СИСТЕМЫ Fe–Cr–B–Si

*Канд. техн. наук ДЬЯЧЕНКО О. В.*

*Белорусский национальный технический университет*

E-mail: olg dyachenko@mail.ru

## TECHNOLOGICAL MODES OF LASER PROCESSING AND THEIR INFLUENCE ON PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF Fe–Cr–B–Si COATINGS

*DIACHENKO O. V.*

*Belarusian National Technical University*

Исследовано влияние режимов лазерной обработки газотермических покрытий из порошков на железной основе после оплавления с модифицирующими обмазками на их микротвердость и микроструктуру и пористость. Выявлены условия получения покрытий с наиболее равномерным распределением легирующих веществ. Изучены характеристики изменения пористости покрытия системы Fe–Cr–B–Si от скорости движения, диаметра и температуры пятна лазерного луча.

**Ключевые слова:** лазерная обработка, покрытие, легирование, пористость.

Ил. 4. Табл. 1. Библиогр.: 4 назв.