

УДК 681.7.023.72

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ШАРОВИДНЫХ ДЕТАЛЕЙ ИЗ ЗАГОТОВОК КУБИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

СУХОЦКИЙ А. А., докт. техн. наук, проф. КОЗЕРУК А. С.,  
кандидаты техн. наук, доценты ФИЛОНОВА М. И., ШАМКАЛОВИЧ В. И.

Белорусский национальный технический университет

E-mail: a.kozeruck@yandex.ru

## MATHEMATICAL SIMULATION OF PROCESS ON FORMATION OF BALL-SHAPED PARTS MADE OF CUBIC WORKPIECES

SUKHOTSKY A. A., KOZERUIK A. S., FILONOVA M. I., SHAMKOLOVICH V. I.

Belarusian National Technical University

Выполнено математическое описание закономерностей движения заготовки кубической формы в рабочей зоне устройства для пневмоцентробежной обработки шаровидных деталей из хрупких материалов. Получено аналитическое выражение, описывающее закон изменения объема куба при его превращении в шар. Предложена методика расчета интенсивности съема припуска с кубической заготовки в процессе формообразования шара на различных стадиях галтовки.

**Ключевые слова:** интенсивность съема припуска, кубическая заготовка, процесс формообразования.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

The paper contains mathematical description of regularities pertaining to movement of a workpiece having a cubic form in the operational zone of a device for pneumatic centrifugal machining of ball-shaped parts made of brittle materials. An analytical expression that describes a law of variations in cube volume while it is turning into a ball has been obtained in the paper. The paper proposes a methodology for intensity calculation pertaining to stock removal from the cubic workpiece while forming a ball at various stages of ball burnishing.

**Keywords:** intensity of stock removal, a cubic-form workpiece, кубическая заготовка, formation process.

Fig. 3. Ref.: 3 titles.

В оптическом приборостроении при изготовлении микрооптики часто применяют технологию получения микролинз из стеклянных шариков [1]. При этом в качестве исходных используют заготовки кубической формы. Однако в настоящее время отсутствует методика определения последовательности формообразования шара из куба (процесс галтовки), что необходимо для оценки производительности обработки на стадии создания технологического процесса. На решение этого вопроса направлена настоящая статья.

Для разработки математической модели выберем систему координат (СК)  $Ox_0y_0z_0$ , неподвижно связанную с центром симметрии заготовки (рис. 1), поверхность которой в данном случае описывается системой уравнений [2]:

$$\begin{cases} |X_0| = a \text{ при } |Y_0| \leq a \text{ и } |Z_0| \leq a; \\ |Y_0| = a \text{ при } |X_0| \leq a \text{ и } |Z_0| \leq a; \\ |Z_0| = a \text{ при } |Y_0| \leq a \text{ и } |X_0| \leq a, \end{cases} \quad (1)$$

где  $a = A/2$ ;  $A$  – длина ребра куба.

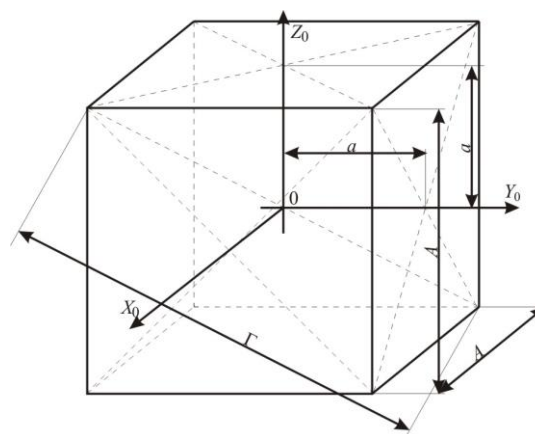


Рис. 1. К определению геометрических параметров заготовки

Процесс формообразования шара из куба с использованием устройства для пневмоцентробежной обработки шаровидных деталей из хрупких материалов разобьем условно на несколько стадий. Будем полагать, что для первой стадии  $A \leq \Gamma < A\sqrt{3}$ , где  $\Gamma$  – диагональ куба.

В этом случае поверхность заготовки имеет участки как сферической, так и кубической форм (рис. 2).

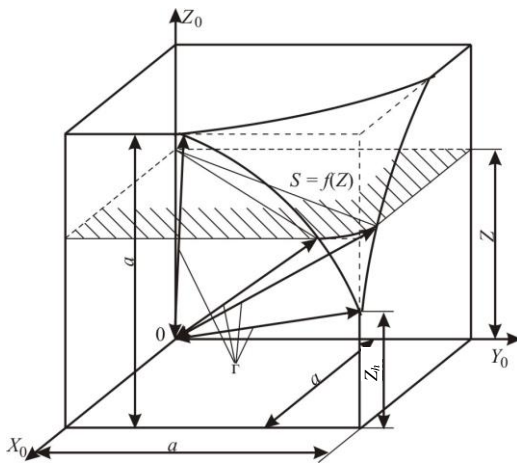


Рис. 2. Форма заготовки на первой стадии формообразования, когда  $\Gamma(t) \geq a\sqrt{2}$

Система уравнений (1) описывает только ту часть поверхности заготовки, точки которой отстоят от центра  $O$  на расстоянии, меньше  $\Gamma/2$ . Для остальных участков, имеющих форму шара радиусом  $\Gamma/2$ , справедливо уравнение

$$X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2 = \frac{\Gamma^2}{4}. \quad (2)$$

Вторая стадия формообразования начинается, когда  $\Gamma < A$ . В данном случае сферическая

поверхность становится замкнутой, а диагональ равна диаметру шара, который уменьшается в процессе последующей обработки, и поверхность заготовки описывается уравнением (2).

Для получения закона изменения объема куба  $V = V(t)$  установим связь между величинами  $\Gamma$  и  $V$ . При этом будем учитывать, что, как показано в [3], изменение линейных размеров куба описывается уравнением

$$\Gamma(t) = \Gamma_0 e^{\frac{t - \ln A}{t_k} \frac{A}{\Gamma_0}}, \quad (3)$$

где  $t, t_k$  – соответственно текущее и конечное время обработки;  $\Gamma_0$  – диагональ куба в начале обработки.

Согласно рис. 2, можно записать, что

$$V = 8 \int_0^a S(Z) dz, \text{ где } S(Z) \text{ – площадь сечения}$$

плоскостью, перпендикулярной оси  $OZ_0$ , на высоте  $Z$ . Площадь  $S(Z)$  для  $Z \leq Z_h$  равна  $a^2$ , а для  $z \in [Z_h, a]$  она состоит из двух одинаковых прямоугольных треугольников и одного сектора. Поскольку катет данного треугольника равен  $a$ , гипотенуза –  $\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}$ , то его площадь составляет  $\frac{1}{2} a \sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2}$ , где  $\Gamma(t) = 0,5\Gamma(t)$ . Тогда

$$\begin{aligned} V(t) &= 8 \int_0^a S(z) dz = 8 \left[ \int_0^{Z_h} S(z) dz + \int_{Z_h}^a S(z) dz \right] = \\ &= 8 \left[ \int_0^{Z_h} a^2 dz + \int_{Z_h}^a \left[ a \sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2} + \frac{\Gamma(t)^2 - Z^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{a}{\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}} \right) \right] dz \right] = \\ &= 8 \left[ Z_h a^2 + \int_{Z_h}^a \left[ a \sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2} + \frac{\Gamma(t)^2 - Z^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{a}{\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}} \right) \right] dz \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Из рис. 2 видно, что  $Z_h$  можно выразить соотношением

$$Z_h = \sqrt{\Gamma(t)^2 - 2a^2}. \quad (5)$$

С учетом (5) имеем

$$V(t) = 8 \left[ a^2 \sqrt{\Gamma(t)^2 - 2a^2} + \int_{\sqrt{\Gamma(t)^2 - 2a^2}}^a \left[ a \sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2} + \frac{\Gamma(t)^2 - Z^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{a}{\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}} \right) \right] dz \right]. \quad (6)$$

Выражение (6) применимо только для той стадии формообразования, для которой  $\Gamma(t) \geq a\sqrt{2}$ . На следующей стадии, когда  $a \leq \Gamma(t) < a\sqrt{2}$  (рис. 3), справедлива другая формула, а именно:

$$V(t) = 8 \int_0^a S(z) dz = 8 \left[ \int_{Z_g}^a S(z) dz + \int_0^{Z_g} S(z) dz \right] =$$

$$= 8 \left[ \int_{Z_g}^a \frac{\pi(\Gamma(t)^2 - Z^2)}{8} dz + \int_0^{Z_g} \left[ a\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2} + \frac{\Gamma(t)^2 - Z^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{a}{\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}} \right) \right] dz \right], \quad (7)$$

причем, как видно из рис. 3:

$$Z_g = \sqrt{\Gamma^2 - a^2}. \quad (8)$$

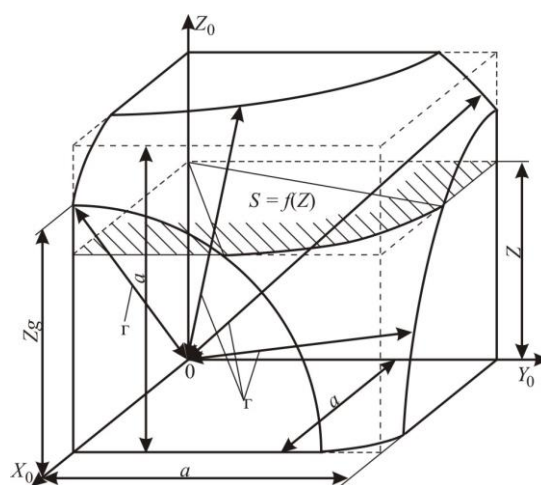


Рис. 3. К определению объема заготовки, когда  $a \leq \Gamma(t) < a\sqrt{2}$

Тогда

$$V(t) = 8 \left[ \int_{\sqrt{\Gamma(t)^2 - a^2}}^a \frac{\pi(\Gamma(t)^2 - Z^2)}{8} dz + \int_0^{\sqrt{\Gamma(t)^2 - a^2}} \left[ a\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2 - a^2} + \frac{\Gamma(t)^2 - Z^2}{2} \left( \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{a}{\sqrt{\Gamma(t)^2 - Z^2}} \right) \right] dz \right]. \quad (9)$$

## ВЫВОДЫ

Полученные соотношения позволяют предложить методику расчета интенсивности съема припуска с кубической заготовки в процессе формообразования шара на различных стадиях галтовки. Данная методика сводится к реализации на ЭВМ следующего алгоритма:

Шаг 1. Ввод размера ребра  $A$  и плотности материала  $\rho$  кубической заготовки.

Шаг 2. Время начала обработки  $t_0 = 0$ .

Шаг 3. Ввод времени окончания обработки  $t_k$ .

Шаг 4. Ввод количества интервалов  $K$  разбиения времени обработки.

Шаг 5. Ввод количества интервалов  $K_{xyz}$  для разбиения заготовки на составные кубики.

Шаг 6. Расчет половины ребра кубика  $a = A/2$ .

Шаг 7. Расчет диагонали кубика  $\Gamma_0 = A\sqrt{3}$ .

Шаг 8. Расчет ребра составного кубика  $\Delta a = a/K_{xyz}$ .

Шаг 9. Расчет объема составного кубика  $\Delta V = \Delta a^3$ .

Шаг 10. Расчет массы составного кубика  $\Delta m = \rho \Delta V$ .

Шаг 11. Выбор стадии обработки  $i = 1$ .

Шаг 12. Расчет текущего времени обработки  $t_i = \frac{t_k}{K}(i-1)$ .

Шаг 13. Выбор начального значения объема  $V(t_i) = 0$ .

Шаг 14. Выбор начального значения массы  $m(t_i) = 0$ .

Шаг 15. Расчет половины диагонали заготовки  $\gamma(t_i) = \frac{1}{2} \Gamma_0 e^{t_i \ln \frac{\Delta}{\Gamma_0}}$ .

Шаг 16. Начало цикла по  $kx$  от 1 до  $kx_{yz}$ .

Шаг 16.1. Расчет координаты центра симметрии составного кубика по оси  $OX_0$

$$\gamma_x = \frac{\Delta a}{2} + \Delta a(kx - 1).$$

Шаг 16.2. Начало цикла по  $ky$  от 1 до  $kx_{yz}$ .

Шаг 16.2.1. Расчет координаты центра симметрии составного кубика по оси  $OY_0$   $\gamma_y = \frac{\Delta a}{2} + \Delta a(ky - 1)$ .

Шаг 16.2.2. Начало цикла по  $kz$  от 1 до  $kx_{yz}$ .

Шаг 16.2.2.1. Расчет координаты центра симметрии составного кубика по оси  $OZ_0$   $\gamma_z = \frac{\Delta a}{2} + \Delta a(kz - 1)$ .

Шаг 16.2.2.2. Определение расстояния от центра симметрии составного кубика до начала координат  $OX_0Y_0Z_0$   $\gamma_{xyz} = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2}$ .

Шаг 16.2.2.3. Проверка на принадлежность составного кубика заготовке:

если  $\gamma_{xyz} \leq \gamma(t_i)$ , то

$$\begin{cases} V(t_i) = V(t_i) + \Delta V; \\ m(t_i) = m(t_i) + \Delta m; \\ I_Z(t_i) = I_Z(t_i) + \Delta m(\gamma_x^2 + \gamma_y^2). \end{cases}$$

Шаг 17. Запись в файл значений  $t_i$ ,  $V(t_i)$ ,  $m(t_i)$  и  $I_Z(t_i)$ .

Шаг 18. Переход к следующей стадии обработки  $i = i + 1$ .

Шаг 19. Проверка на завершение расчетов: если  $i \geq K$ , то перейти к шагу 12.

Шаг 20. Вывод на печать результатов расчета.

Шаг 21. Проверка на необходимость повторного расчета при новых режимах обработки: если необходим повторный расчет, то перейти к шагу 1.

Шаг 22. Завершение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Семибратов, М. Н. Технология оптических деталей / М. Н. Семибратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 415 с.
2. Сухоцкий, А. А. Исследование силового поля в рабочей зоне инструмента для пневмоцентробежной обработки шариков / А. А. Сухоцкий // Вестник БНТУ. – 2003. – № 1. – С. 32–33.
3. Козерук, А. С. Управление формообразованием прецизионных поверхностей деталей машин и приборов на основе математического моделирования: автореф. дис. ... д-ра техн. наук 11.10.97 / А. С. Козерук; БГПА. – Минск, 1997. – 33 с.

#### REFERENCES

1. Semibratov, M. N. (1978) *Technology of Optical Parts*. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering].
2. Sukhotsky, A. A. (2003) Investigation of Force Field in Operational Zone of Tool for Pneumatic and Centrifugal Machining of Balls. *Vestnik BNTU [Bulletin of the Belarusian National Technical University]*, 1, 32–33.
3. Kozeruk, A. S. (1997) *Control over Formation of Precision Surfaces of Machinery Parts and Devices on the Basis of Mathematical Simulation*: Ph.D. (Engineering) Synopsis of Thesis 11.10.97. Minsk: BGPA.

Поступила 25.09.2013