

сами фильтры, а использованные методы не чувствительны к изменениям частоты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Романюк Ф. А., Рождественский А. В. Адаптивные формирователи ортогональных составляющих сигналов для микропроцессорных защит // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2004. – № 5. – С. 5–15.

2. Романюк Ф. А. Информационное обеспечение микропроцессорных защит электроустановок. – Мн.: УП «Технопринт», 2001. – 133 с.

3. Романюк Ф. А., Гурьянчик О. А., Ковалевский А. В. Цифровые фильтры для микропроцессорных защит электроустановок // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2005. – № 5. – С. 17–20.

Представлена кафедрой  
электрических станций

Поступила 17.10.2005

УДК 621.314.672

### **АНАЛИЗ ВХОДНЫХ ТОКОВ СИСТЕМЫ «ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЧАСТОТЫ – АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ» ПРИ НЕСИММЕТРИИ ПИТАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ**

**Докт. техн. наук, проф. ФИРАГО Б. Я., асп. МЕДВЕДЕВ К. М.**

*Белорусский национальный технический университет*

В последние годы в Республике Беларусь в промышленность и другие отрасли активно внедряется различная преобразовательная техника, главным образом преобразователи частоты регулируемого электропривода с целью экономии электроэнергии и улучшения технических показателей рабочих машин. С их внедрением появилось много проблем, связанных с эксплуатацией, важнейшая из которых – электромагнитная совместимость преобразователей частоты с питающей сетью. Преобразователи частоты (ПЧ) весьма чувствительны к качеству питающего напряжения, и в то же время они являются генераторами высших гармоник тока в систему электроснабжения, приводя к искажению синусоидальной формы кривой питающего напряжения. Цель данной статьи – анализ влияния современных ПЧ, работающих на асинхронные двигатели (АД), на питающую сеть.

По технико-экономическим показателям самой распространенной системой «преобразователь частоты – асинхронный двигатель» (ПЧ–АД) в диапазоне мощностей 0,1–1000 кВт является система с неуправляемым выпрямителем и широтно-импульсной модуляцией для регулирования величины и формирования кривой напряжения ПЧ [1, 2]. Нагрузка выпрямителя в системе ПЧ–АД (рис. 1) обусловлена активной и реактивной мощностями асинхронного двигателя в данный момент времени [1]. Ее можно пересчитать в эквивалентные величины  $R_d$  и  $L_d$  схемы замещения (рис. 2).

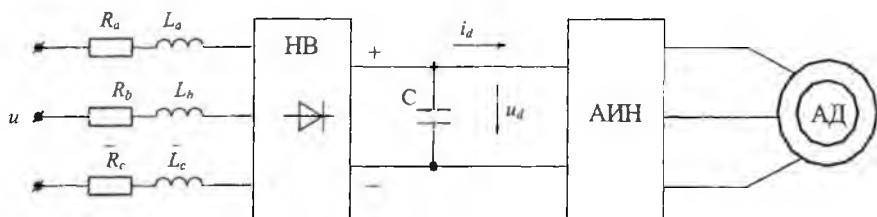


Рис. 1. Система ПЧ-АД;  $u$  – питающее напряжение;  $R_a, R_b, R_c, L_a, L_b, L_c$  – импеданс питающей сети; НВ – неуправляемый выпрямитель;  $C$  – конденсатор фильтра;  $i_d, u_d$  – выпрямленные ток и напряжение; АИИ – автономный инвертор напряжения; АД – асинхронный электродвигатель

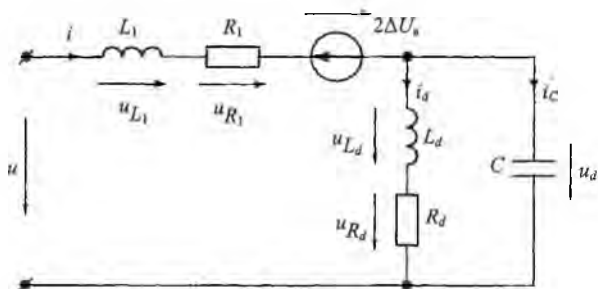


Рис. 2. Схема замещения цепи

На схеме рис. 2 обозначены:  $L_1, R_1$  – суммарные индуктивность и активное сопротивление двух проводящих фаз питающей сети;  $L_d, R_d$  – индуктивность и активное сопротивление эквивалентной нагрузки;  $C$  – емкость сглаживающего фильтра выпрямителя;  $i$  – сетевой ток;  $i_d$  – выпрямленный ток нагрузки;  $i_c$  – ток в емкости фильтра;  $2\Delta U_b$  – суммарное падение напряжения на двух проводящих в прямом направлении ток вентилей выпрямителя;  $u = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi)$  – междуфазное напряжение питающей сети;  $u_d$  – напряжение на емкости фильтра;  $u_{L_1}, u_{R_1}, u_{L_d}$  и  $u_{R_d}$  – падения напряжения на соответствующих элементах цепи;  $U_{1m}$  – амплитудное значение междуфазного напряжения;  $\varphi$  – угол сдвига междуфазного напряжения по отношению к фазному напряжению фазы  $A$ ;  $\omega$  – угловая частота питающей сети;  $t$  – время.

В зависимости от загрузки АД и параметров питающей сети выпрямитель может работать по выпрямленному  $i_d$  (или сетевому  $i$ ) току: 1) в непрерывном симметричном (рис. 3а); 2) в непрерывном несимметричном (рис. 3б); 3) в прерывистом симметричном (рис. 3в) и 4) в прерывистом несимметричном (рис. 3г) режимах.

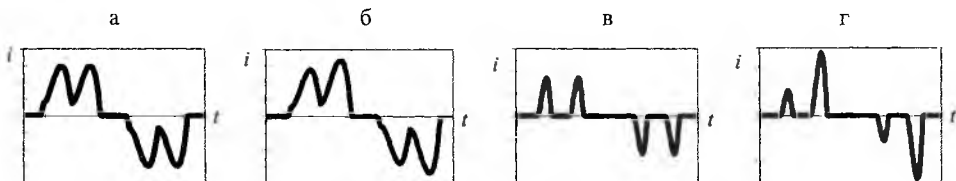


Рис. 3. а – непрерывный симметричный; б – непрерывный несимметричный; в – прерывистый симметричный; г – прерывистый несимметричный сетевой ток неуправляемого трехфазного выпрямителя

Процессы, происходящие в мощных выпрямителях, а также их влияние на сеть при непрерывных токах достаточно хорошо изучены [3–5]. В системах ПЧ–АД, которые в настоящее время широко распространены, нагрузка переменная. Она бывает часто ниже номинальной, что вызывает режим прерывистого тока в выпрямителе. Такое положение дел обратило внимание специалистов к исследованию прерывистых токов в питающей сети, создаваемых системами ПЧ–АД. Сделана попытка упрощенного анализа сетевых токов статических преобразователей средней мощности [3], дана оценка влияния сетевого реактansa на состав гармоник сетевого тока современных ПЧ [6].

Так как в режиме прерывистых токов ухудшаются показатели самой системы ПЧ–АД и электромагнитная совместимость с питающей сетью, начались серьезные исследования этих процессов [7]. Из-за отмеченных сложностей непосредственного учета изменения активной и реактивной нагрузки двигателя в системе ПЧ–АД изучение процессов можно вести с помощью моделирования. Возможны два подхода: моделирование на основе математической модели, разработанной для данного исследования (объектно-ориентированная модель), и имитационное моделирование с использованием существующего прикладного программного обеспечения, например MatLab/Simulink (иногда для адекватного понимания процессов целесообразно использовать их совместно).

В данной работе математическая модель процессов, происходящих в системе ПЧ–АД в режиме прерывистого тока, разработана на основе схемы замещения (рис. 2), где параметры эквивалентной нагрузки  $R_d$  и  $L_d$  получены с помощью инвариантных по энергии преобразований от АД к неуправляемому выпрямителю. В модели принято допущение, что напряжение питающей сети не содержит высших гармоник. Это позволит без дополнительного усложнения модели исследовать ту часть гармонического состава сетевого тока, которая не зависит от качества синусоиды напряжения питающей сети, и получить представление об обратном влиянии выпрямителя на качество напряжения.

Для схемы на рис. 2 можно получить математическую модель процессов на интервалах проводимости сетевого тока  $i$  и на интервалах его отсутствия. На основании законов Кирхгофа для этой схемы записываем уравнения токов и напряжений для интервала проводимости сетевого тока  $i$ :

$$\begin{cases} \omega L_1 \frac{di}{d\Theta} + R_1 i + \omega L_d \frac{di_d}{d\Theta} + R_d i_d + 2\Delta U_b = U_{1m} \sin(\Theta + \varphi); \\ \omega L_1 \frac{di}{d\Theta} + R_1 i + u_d + 2\Delta U_b = U_{1m} \sin(\Theta + \varphi); \\ i = i_d + i_c = i_d + \omega C \frac{du_d}{d\Theta}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Theta = \omega t$ .

Проведя необходимые преобразования для (1), получим дифференциальное уравнение (2), разрешенное относительно сетевого тока  $i$ :

$$a_1 \frac{d^3 i}{d\Theta^3} + a_2 \frac{d^2 i}{d\Theta^2} + a_3 \frac{di}{d\Theta} + (R_1 + R_d) i = b_1 U_{1m} \sin(\Theta + \varphi + \delta) - 2\Delta U_b, \quad (2)$$

где  $a_1, a_2, a_3, b_1$  – коэффициенты, которые зависят от параметров  $L_d, R_1, L_d, R_d$  и  $C$  схемы замещения (рис. 2);  $\delta$  – угол, полученный в результате преобразований системы уравнений (1).

Решение дифференциального неоднородного уравнения (2) на интервале проводимости сетевого тока  $i$  имеет вид

$$i = A_1 e^{(\Theta - \Theta_1)\gamma_1} + A_2 e^{(\Theta - \Theta_1)\alpha} \sin[(\Theta - \Theta_1)\beta + \psi] + A_3 \sin(\Theta + \varphi + \delta + \psi_\nu) - I_{con}, \quad (3)$$

где  $A_1, A_2, A_3$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий на интервале проводимости тока  $i$ ;  $\gamma_1$  – вещественный корень характеристического уравнения;  $\alpha, \beta$  – вещественная и мнимая части комплексных корней характеристического уравнения;  $\psi, \psi_\nu$  – углы, полученные в результате преобразований в процессе решения дифференциального уравнения (2);

$$I_{con} = \frac{2\Delta U_a}{R_1 + R_d};$$

$\Theta_1$  – угол, отсчитываемый от начала синусоиды фазного напряжения до начала кривой тока.

Использование (3) в (1) позволяет найти уравнения для  $u_d$  и  $i_C$  на интервале проводимости сетевого тока  $i$ :

$$u_d = U_{lm} \sin(\Theta + \varphi) - B_1 e^{(\Theta - \Theta_1)\gamma_1} - B_2 e^{(\Theta - \Theta_1)\alpha} \sin[(\Theta - \Theta_1)\beta + \psi + \Delta_1] - B_3 \sin(\Theta + \varphi + \delta + \psi_\nu + \Delta_2) + R_1 I_{con} - 2\Delta U_b; \quad (4)$$

$$i_C = C_1 \cos(\Theta + \varphi) - C_2 e^{(\Theta - \Theta_1)\gamma_1} - C_3 e^{(\Theta - \Theta_1)\alpha} \sin[(\Theta - \Theta_1)\beta + \psi + \Delta_1 + \Delta_3] - C_4 \cos(\Theta + \varphi + \delta + \psi_\nu + \Delta_2); \quad (5)$$

где  $B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3, C_4$  – коэффициенты, полученные в процессе упомянутых выше преобразований;  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  – углы, полученные в результате преобразований для (4) и (5).

Для интервала, на котором  $i = 0$ , в соответствии с рис. 2 запишем уравнения:

$$\begin{cases} u_d - \omega L_d \frac{di_d}{d\Theta} - R_d i_d = 0; \\ i_d = -i_C = -\omega C \frac{du_d}{d\Theta}, \end{cases} \quad (6)$$

откуда

$$c_1 \frac{d^2 u_d}{d\Theta^2} + c_2 \frac{du_d}{d\Theta} + c_3 u_d = 0 \quad (7)$$

и

$$u_d = D_1 e^{(\Theta - \Theta_2)z_1} + D_2 e^{(\Theta - \Theta_2)z_2}, \quad (8)$$

где  $\Theta_2$  – угол закрытия вентилей, отсчитываемый от начала синусоиды фазного напряжения;  $D_1, D_2$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;  $z_1, z_2$  – корни характеристического уравнения.

Имея уравнение для  $u_d$ , получаем уравнение для  $i_C$

$$i_C = E_1 e^{(\Theta - \Theta_2)k_1} + E_2 e^{(\Theta - \Theta_2)k_2}, \quad (9)$$

где  $E_1, E_2$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

При трехфазном синусоидальном напряжении, которое было принято для данной модели, достаточно получить три импульса сетевого тока, возникающих от действия полуволн междуфазных напряжений  $u_{ab}, u_{ac}$  и  $u_{bc}$ , так как в отрицательные полупериоды будут аналогичные импульсы.

Моделирование включает два основных этапа.

1. Этап подзарядки конденсатора фильтра под воздействием положительной полуволны одного из междуфазных напряжений (например,  $u_{ab}$ ) от начальных значений  $u_d(\Theta_{1\_ab})$  и  $i_C(\Theta_{1\_ab})$  (эти величины учтены в постоянных интегрирования) до значений  $u_d(\Theta_{2\_ab})$  и  $i_C(\Theta_{2\_ab})$ . Это и будет интервал проводимости сетевого тока. Величина  $u_d(\Theta_{1\_ab})$  задается произвольно, но желательно поближе к  $U_{1m\_ab}$  (но не больше, чем  $U_{1m\_ab} - 2\Delta U_B$ ). Начальный ток в емкости  $i_C(\Theta_{1\_ab})$  удобно задать равным нулю. Затем определяется угол  $\Theta_{1\_ab}$

$$\Theta_{1\_ab} = \arcsin\left(\frac{u_d(\Theta_{1\_ab}) + 2\Delta U_B}{U_{1m\_ab}}\right) - \varphi_{ab}, \quad (10)$$

где  $\varphi_{ab}$  – угол сдвига междуфазного напряжения  $u_{ab}$  по отношению к фазному напряжению фазы  $A$ .

Угол  $\Theta_{2\_ab}$  находится из решения численным методом трансцендентного уравнения (когда сетевой ток становится равным нулю)

$$\begin{aligned} A_1 e^{(\Theta_{2\_ab} - \Theta_{1\_ab})k_1} + A_2 e^{(\Theta_{2\_ab} - \Theta_{1\_ab})k_2} \sin[(\Theta_{2\_ab} - \Theta_{1\_ab})\beta + \psi] + \\ + A_3 \sin(\Theta_{2\_ab} + \varphi_{ab} + \delta + \psi_V) - I_{con} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

После этого по (4) и (5) при  $\Theta = \Theta_{2\_ab}$  находятся  $u_d(\Theta_{2\_ab})$  и  $i_C(\Theta_{2\_ab})$ .

2. Этап разряда конденсатора фильтра на нагрузку (интервал отсутствия тока в сети). Для данного этапа начальными условиями служат  $u_d(\Theta_{2\_ab})$  и  $i_C(\Theta_{2\_ab})$ .

Из трансцендентного уравнения следует:

$$u_d = u_{ac} - 2\Delta U_B,$$

или

$$D_1 e^{(\Theta_{1\_ac} - \Theta_{2\_ab})k_1} + D_2 e^{(\Theta_{1\_ac} - \Theta_{2\_ab})k_2} = U_{1m\_ac} \sin(\Theta_{1\_ac} + \varphi_{ac}) - 2\Delta U_B, \quad (12)$$

используя (8), при  $\Theta = \Theta_{1\_ac}$  находится  $\Theta_{1\_ac}$ .

После этого по (8) и (9) определяются  $u_d(\Theta_{1\_ac})$  и  $i_C(\Theta_{1\_ac})$ , которые являются начальными условиями для расчета следующего импульса от  $u_{ac}$ .

Таковыми же двумя этапами проводится расчет и для импульсов сетевого тока от напряжений  $u_{ac}$  и  $u_{bc}$ . После нахождения  $u_d(\Theta_{1\_ba})$  оно сравнивается с  $u_d(\Theta_{1\_ab})$ . Процесс вычисления продолжается до тех пор, пока не будут равны  $u_d(\Theta_{1\_ba})$  и  $u_d(\Theta_{1\_ab})$  с необходимой точностью, что соответствует установившемуся режиму выпрямителя. В результате получим значения следующих величин:  $\Theta_{1\_ab}, \Theta_{1\_ac}, \Theta_{1\_bc}, \Theta_{2\_ab}, \Theta_{2\_ac}, \Theta_{2\_bc}, u_d(\Theta_{1\_ab}),$

$u_d(\Theta_{1_{ac}}), u_d(\Theta_{1_{bc}}), u_d(\Theta_{2_{ab}}), u_d(\Theta_{2_{ac}}), u_d(\Theta_{2_{bc}}), i_C(\Theta_{1_{ab}}), i_C(\Theta_{1_{ac}}), i_C(\Theta_{1_{bc}}), i_C(\Theta_{2_{ab}}), i_C(\Theta_{2_{ac}}), i_C(\Theta_{2_{bc}})$ . Затем по (3)–(5), (8) и (9) рассчитываются и строятся соответствующие кривые.

С использованием описанной модели было проведено моделирование системы ПЧ–АД при несимметрии питающей сети, которая представлена трансформатором с номинальной мощностью 1000 кВ·А и питающими ПЧ–АД проводниками (табл. 1). Данные для табл. 1 взяты из [8]. Суммарные фазные сопротивления и индуктивности питающей сети приведены в табл. 2 (было принято, что значения данных величин несколько отличаются по фазам, что вполне может иметь место в реальной сети).

Таблица 1

Характеристика элементов питающей сети

Питающий трансформатор				Кабель от трансформатора до распределительного шкафа				Провод от распределительного шкафа до системы ПЧ–АД			
$S_{\text{н}}$ , кВ·А	$U_{\text{н}}$ , кВ	$U_{\text{к}}$ , %	$\Delta P_{\text{к}}$ , кВт	Длина, м	Сечение, мм <sup>2</sup>	$r_0$ , мОм/м	$x_0$ , мОм/м	Длина, м	Сечение, мм <sup>2</sup>	$r_0$ , мОм/м	$x_0$ , мОм/м
1000	0,4	5,5	10,8	10	35	0,894	0,088	5	4	7,84	0,107

Таблица 2

Параметры питающей сети для расчета входных токов системы ПЧ–АД

$U_a$ , В	$U_b$ , %	$U_c$ , %	$\varphi_a$ , град	$\varphi_b$ , град	$\varphi_c$ , град	$R_a$ , мОм	$R_b$ , мОм	$R_c$ , мОм	$L_a$ , мГн	$L_b$ , мГн	$L_c$ , мГн
219	220	221	0	-120	120,5	48,8	49,2	49,9	0,032	0,033	0,031

Нагрузка представлена асинхронным двигателем с номинальной мощностью 2,2 кВт, работающим с 80%-й загрузкой (табл. 3). Данные для табл. 3 взяты из [9].

Таблица 3

Характеристика асинхронного двигателя

Тип АД	$P_{\text{н}}$ , кВт	$U_{\text{н}}$ , В	КПД, %	$\cos\varphi_{\text{н}}$ , о. е.	$R_1^*$ , о. е.	$X_1^*$ , о. е.	$R_2^*$ , о. е.	$X_2^*$ , о. е.	$X_{\mu}^*$ , о. е.
4А80В2У3	2,2	380	83	0,87	0,076	0,05	0,049	0,087	2,7

В табл. 4 приведены эквивалентные параметры нагрузки  $R_d$  и  $L_d$ . Емкость фильтра  $C$  рассчитана для номинального режима работы АД исходя из требуемой величины пульсаций напряжения нагрузки и параметров АД (табл. 4).

Таблица 4

Параметры выпрямителя и эквивалентной нагрузки

$R_d$ , Ом	$L_d$ , Гн	$C$ , мкФ	$\Delta U_{\text{в}}$ , В
153	0,581	8000	0,8

Кривые сетевых токов при указанной несимметрии приведены на рис. 4. Сопоставление этих кривых с результатами имитационного моделирования в программе MatLab/Simulink не выявило различий. В качестве примера на рис. 5 показан спектральный состав сетевого тока фазы  $A$  выпрямителя.

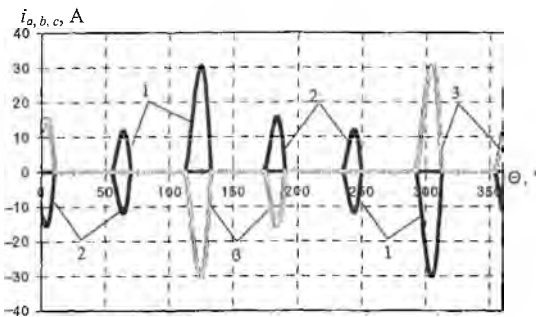


Рис. 4. Кривые сетевых токов выпрямителя по результатам моделирования:  
1 – фаза А; 2 – фаза В; 3 – фаза С

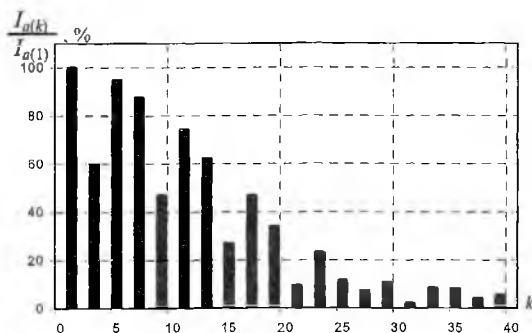


Рис. 5. Спектр сетевого тока фазы А выпрямителя

## ВЫВОДЫ

1. Разработана объектно-ориентированная модель для исследования прерывистого сетевого тока системы ПЧ–АД при различных видах несимметрии питающего напряжения.

2. Выявлено существенное влияние фазовой и амплитудной несимметрии на форму кривых и гармонический состав сетевого тока.

3. Предложенная модель позволяет быстрее получить результаты исследований сетевого тока, чем полная имитационная модель системы ПЧ–АД с использованием пакета MatLab/Simulink.

## ЛИТЕРАТУРА

1. З и н о в ь е в Г. С. Основы силовой электроники: Учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 664 с.
2. Ф и р а г о Б. И. Теория электропривода: Учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Мн.: ЗАО «Техноперспектива», 2004. – 527 с.
3. А р р и л а г а Дж. и др. Гармоники в электрических системах: Пер. с англ. / Дж. Аррилага, Д. Брэдли, П. Боджер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.
4. Ж е ж е л е н к о И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2000. – 331 с.
5. Г л и н т е р н и к С. Р. Электромагнитные процессы и режимы мощных статических преобразователей. – Л.: Наука, 1968. – 308 с.
6. М о р о з о в И. М., Л у к е в с к и М. Дроссели фирмы ELHAND TRANSFORMATORY в составе энергосберегающих преобразователей частоты // Электромагнин. – 2003. – № 9 (30).
7. С а н о J. M., О р с а ю G. A., М а y o r d o m o J. G., С а b a n a s M. F., М e l e r o M. G. Distortion analysis in AC/DC rectifiers operating in discontinuous mode under unbalanced conditions, PCIM-2000, Nierenberg, Germany, June 6–8, 2000, Power Quality.
8. Р а д к е в и ч В. Н. Проектирование систем электроснабжения: Учеб. пособие. – Мн.: НПО «ДИОН», 2001. – 292 с.
9. А с и н х р о н н ы е двигатели серии 4А: Справ. / А. Э. Кравчик и др. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.

Представлена кафедрой  
ЭАПУ и ТК

Поступила 15.04.2005