УДК 621.311.1.001.24

Z–Y-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРРЕКЦИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Канд. техн. наук ХАЧАТРЯН К. В.

Государственный инженерный университет Армении

Проблема оперативной коррекции режима электроэнергетической системы (ЭЭС) весьма важна при исследовании режимных вопросов в ЭЭС [1–6]. В отличие от существующих работ, в которых при построении математической модели для коррекции установившегося режима используется *Y*–*Z*-форма состояния сети, в настоящей работе впервые применяется гибридная *Z*–*Y*-форма задания состояния сети.

Исходной для построения математической модели коррекции установившегося режима является *Z*-форма уравнений состояния сети, которая представляется известным выражением

$$\dot{\mathbf{U}} = \dot{U}_Б + \dot{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{I}}, \tag{1}$$

где $\dot{\mathbf{U}}$ – многомерный вектор комплексных напряжений независимых узлов или столбцовая матрица узловых комплексных напряжений; $\dot{\mathbf{I}}$ – многомерный вектор комплексных токов независимых узлов или столбцовая матрица узловых комплексных токов; $\dot{\mathbf{Z}}$ – неособенная квадратная матрица комплексных сопротивлений независимых узлов или обращенная форма $\mathbf{Y}$-матрицы узловых комплексных проводимостей; $\dot{U}_Б$ – напряжение базисного станционного узла.

Для дальнейшего изложения материала принимается следующая система индексов:

- для станционных узлов: $m(n) = 0, 1, 2, \ldots, Г$, где Г – число независимых станционных узлов, станционный узел с индексом «0» выбирается в качестве базисного (балансирующего); $k(l) = Г + 1, Г + 2, \ldots, Г + Н$ – для нагрузочных узлов, где Н – число нагрузочных узлов; $\dot{U}_0 = \dot{U}_Б$. Следует отметить адекватность индексов *m* и *n*, *k* и *n*.

С учетом выбранной системы индексов матричное уравнение (1) представится в виде

$$\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{U}}_m\\ \hline \dot{\mathbf{U}}_l\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\dot{U}_Б\\ \hline \dot{U}_Б\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c}\dot{\mathbf{Z}}_{mn} & \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\\ \hline \mathbf{Z}_{lm} & \mathbf{Z}_{lk}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{I}}_n\\ \hline \dot{\mathbf{I}}_k\end{array}\right]. \tag{2}$$

После некоторых преобразований (2) можно представить следующим образом:

$$\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{U}}_m\\ \hline \dot{\mathbf{I}}_k\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\left(1 - \mathbf{Z}_{mk}\mathbf{Z}_{kl}^{-1}\right)\dot{U}_Б\\ \hline -\mathbf{Z}_{kl}^{-1}\dot{U}_Б\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c}\dot{\mathbf{Z}}_{mn} - \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\mathbf{Z}_{\ln} & \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\\ \hline \mathbf{Z}_{kl}^{-1}\mathbf{Z}_{\ln} & \dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{I}}_n\\ \hline \dot{\mathbf{U}}_l\end{array}\right]. \tag{3}$$

Если ввести следующие обозначения:

$$\dot{\mathbf{U}}_{Бm} = (1 - \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1})\dot{U}_{Б} = (1 - \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Y}}_{k,l})\dot{U}_{Б};$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{Бk} = -\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\dot{U}_{Б} = -\dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{U}_{Б};$$

$$\dot{\mathbf{Z}}_{m,n} = \dot{\mathbf{Z}}_{mn} - \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\dot{\mathbf{Z}}_{ln} = \dot{\mathbf{Z}}_{mn} - \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{\mathbf{Z}}_{ln};$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{m,l} = \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1} = \dot{\mathbf{Z}}_{mk}\dot{\mathbf{Y}}_{k,l};$$

$$\dot{\mathbf{D}}_{k,n} = -\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1}\dot{\mathbf{Z}}l_{ln} = -\dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{\mathbf{Z}}_{ln};$$

$$\dot{\mathbf{Z}}_{kl}^{-1} = \dot{\mathbf{Z}}_{k,l}^{-1} = \dot{\mathbf{Y}}_{k,l},$$

то матричное уравнение (3) примет вид:

$$\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{U}}_m \\ \hline \dot{\mathbf{I}}_k\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{U}}_{Бm} \\ \hline \dot{\mathbf{I}}_{Бk}\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c}\dot{\mathbf{Z}}_{m,n} & \dot{\mathbf{C}}_{m,l} \\ \hline \dot{\mathbf{D}}_{k,n} & \dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}\dot{\mathbf{I}}_n \\ \hline \dot{\mathbf{U}}_l\end{array}\right], \tag{4}$$

где квадратная матрица комплексных величин является гибридной или смешанной, поскольку формируется на основании **Y**- и **Z**-матриц.

Блочно-матричное уравнение (4) представим в виде совокупности двух матричных уравнений:

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{U}}_m = \dot{\mathbf{U}}_{Бm} + \dot{\mathbf{Z}}_{m,n}\dot{\mathbf{I}}_n + \dot{\mathbf{C}}_{m,l}\dot{\mathbf{U}}_l; \\ \dot{\mathbf{I}}_k = \dot{\mathbf{I}}_{Бk} + \dot{\mathbf{D}}_{k,n}\dot{\mathbf{I}}_n + \dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{\mathbf{U}}_l.\end{cases} \tag{5}$$

В развернутом виде систему (5) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{U}}_m = \dot{\mathbf{U}}_{Бm} + \sum\limits_{n=1}^{Г}\dot{\mathbf{Z}}_{m,n}\dot{\mathbf{I}}_n + \sum\limits_{l=Г+1}^{Г+Н}\dot{\mathbf{C}}_{m,l}\dot{\mathbf{U}}_l; \\ \dot{\mathbf{I}}_k = \dot{\mathbf{I}}_{Бk} + \sum\limits_{n=1}^{Г}\dot{\mathbf{D}}_{k,n}\dot{\mathbf{I}}_n + \sum\limits_{l=Г+1}^{Г+Н}\dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{\mathbf{U}}_l.\end{cases} \tag{6}$$

Представим систему (6) в виде двух подсистем:

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{U}}_{mБ} = \dot{\mathbf{U}}_{Бm} + \sum\limits_{l=Г+1}^{Г+Н}\dot{\mathbf{Z}}_{m,n}\dot{I}_n; \\ \dot{\mathbf{I}}_k = \dot{\mathbf{I}}_{Бk} + \sum\limits_{l=Г+1}^{Г+Н}\dot{\mathbf{Y}}_{k,l}\dot{\mathbf{U}}_l,\end{cases} \tag{7}$$

где

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{U}}_{mБ} = \dot{\mathbf{U}}_{Бm} + \sum\limits_{l=Г+1}^{Г+Н}\dot{\mathbf{C}}_{m,l}\dot{\mathbf{U}}_l; \\ \dot{\mathbf{I}}_{kБ} = \dot{\mathbf{I}}_{Бk} + \sum\limits_{n=1}^{Г}\dot{\mathbf{D}}_{k,n}\dot{\mathbf{I}}_n.\end{cases}$$

Если умножить первое уравнение из системы (7) на комплексно-сопряженный ток $\overset{*}{I}_m$, а второе – на комплексно-сопряженное напряжение $\overset{*}{U}_k$, то получим выражения узловых активных и реактивных мощностей:

$$P_m = P_{m\text{Б}} + \sum_{n=1}^{\Gamma}\left[R_{m,n}\left(I'_m I'_n + I''_m I''_n\right) + X_{m,n}\left(I''_m I'_n - I'_m I''_n\right)\right]; \tag{8}$$

$$Q_m = Q_{m\text{Б}} + \sum_{n=1}^{\Gamma}\left[R_{m,n}\left(I''_m I'_n - I'_m I''_n\right) - X_{m,n}\left(I'_m I'_n + I''_m I''_n\right)\right]; \tag{9}$$

$$P_k = P_{k\text{Б}} + \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+\text{Н}}\left[g_{k,l}\left(U'_k U'_l + U''_k U''_{l_n}\right) + b_{k,l}\left(U''_k U'_l - U'_k U''_{l_n}\right)\right]; \tag{10}$$

$$Q_k = Q_{k\text{Б}} + \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+\text{Н}}\left[g_{k,l}\left(U''_k U'_l - U'_k U''_{l_n}\right) - b_{k,l}\left(U'_k U'_l + U''_k U''_{l_n}\right)\right]. \tag{11}$$

Переменные $P_{m\text{Б}}$, $Q_{m\text{Б}}$, $P_{k\text{Б}}$ и $Q_{k\text{Б}}$, входящие в уравнения (8)–(11), приводятся в [8] для радиально связанных подсистем.

Представим систему нелинейных алгебраических уравнений (8)–(11) в виде:

$$\begin{cases} F_{pm}\left(I'_m,\ I''_m\right) = P_m - \left[P_{\text{Б}m} + f_{pm}\left(I'_m,\ I''_m\right)\right] = 0; \\ F_{qm}\left(I'_m,\ I''_m\right) = Q_m - \left[Q_{\text{Б}m} + f_{qm}\left(I'_m,\ I''_m\right)\right] = 0; \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} F_{pk}\left(U'_k,\ U''_k\right) = P_k - \left[P_{\text{Б}k} + f_{pk}\left(U'_k,\ U''_k\right)\right] = 0; \\ F_{qk}\left(U'_k,\ U''_k\right) = Q_k - \left[Q_{\text{Б}k} + f_{qk}\left(U'_k,\ U''_k\right)\right] = 0, \end{cases} \tag{13}$$

где

$$f_{pm} = \sum_{n=1}^{\Gamma}\left[R_{m,n}\left(I'_m I'_n + I''_m I''_n\right) + X_{m\,n}\left(I''_m I'_n - I'_m I''_n\right)\right];$$

$$f_{qm} = \sum_{n=1}^{\Gamma}\left[R_{m,n}\left(I''_m I'_n - I'_m I''_n\right) - X_{m,n}\left(I'_m I'_n + I''_m I''_n\right)\right];$$

$$f_{pk} = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+\text{Н}}\left[g_{k,l}\left(U'_k U'_l + U''_k U''_{l_n}\right) + b_{k,l}\left(U''_k U'_l - U'_k U''_{l_n}\right)\right];$$

$$f_{qk} = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+\text{Н}}\left[g_{k,l}\left(U''_k U'_l - U'_k U''_{l_n}\right) - b_{k,l}\left(U'_k U'_l + U''_k U''_{l_n}\right)\right].$$

Системы нелинейных алгебраических уравнений (12) и (13) представим в следующем компактном виде:

$$\begin{cases} F_{pm}\left(I'_m,\ I''_m\right) = 0; \\ F_{qm}\left(I'_m,\ I''_m\right) = 0; \end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases} F_{pk}(U'_k,\, U''_k) = 0; \\ F_{qk}(U'_k,\, U''_k) = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Можно заметить, что систему нелинейных алгебраических уравнений (14) необходимо решить относительно составляющих комплексных токов независимых станционных узлов, и тогда соответствующее рекуррентное выражение, вытекающее из метода Ньютона – Рафсона, имеет вид

$$\begin{bmatrix} I'_m \\ \hline I''_m \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} I'_m \\ \hline I''_m \end{bmatrix}^{И} + \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial F_{pm}}{\partial I'_n} & \dfrac{\partial F_{pm}}{\partial I''_n} \\ \hline \dfrac{\partial F_{qm}}{\partial I'_n} & \dfrac{\partial F_{qm}}{\partial I''_n} \end{array}\right]^{-1} \begin{bmatrix} F_{pm} \\ \hline F_{qm} \end{bmatrix}, \tag{16}$$

где И – номер итерации.

Систему нелинейных алгебраических уравнений (15) необходимо решить относительно составляющих комплексных напряжений нагрузочных узлов, при которых соответствующее рекуррентное выражение, вытекающее из метода Ньютона – Рафсона, будет записано следующим образом:

$$\begin{bmatrix} U'_k \\ \hline U''_k \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} U'_k \\ \hline U''_k \end{bmatrix}^{И} + \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial F_{pk}}{\partial U'_l} & \dfrac{\partial F_{pk}}{\partial U''_l} \\ \hline \dfrac{\partial F_{qk}}{\partial U'_l} & \dfrac{\partial F_{qk}}{\partial U''_l} \end{array}\right]^{-1} \begin{bmatrix} F_{pk} \\ \hline F_{qk} \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Частные производные, входящие в рекуррентные выражения (16) и (17), приведены в [8].

Для построения математической модели коррекции установившегося режима пользуемся понятиями вектора состояния, управления и возмущения, которые соответственно обозначаются буквами **X**, **U**, **W**.

Обозначим:

$$[\mathbf{X}] = \begin{bmatrix} \left.\begin{matrix} P_0 \\ Q_0 \end{matrix}\right\} \text{– для базисного (балансирующего) станционного узла типа } U-\Psi_u; \\ \left.\begin{matrix} I' \\ I'' \end{matrix}\right\} \text{– для станционных узлов типа } P-Q; \\ \left.\begin{matrix} U' \\ U'' \end{matrix}\right\} \text{– для нагрузочных узлов типа } P-Q; \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{U}] = \begin{bmatrix} \left.\begin{matrix} U_0 \\ \Psi_{u_0} \end{matrix}\right\} \text{– для базисного (балансирующего) станционного узла типа } U-\Psi_u; \\ \left.\begin{matrix} P \\ Q \end{matrix}\right\} \text{– для станционных узлов типа } P-Q; \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{W}] = \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \text{ – для нагрузочных узлов типа } P - Q.$$

При этом системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима (12) и (13) можно представить в виде:

$$\mathbf{F}_{Z(Y)}(\mathbf{X},\ \mathbf{U},\ \mathbf{W}) = 0; \tag{18}$$

$$\mathbf{F}_{Y(Z)}(\mathbf{X},\ \mathbf{U},\ \mathbf{W}) = 0\,. \tag{19}$$

Когда вектор состояния $\mathbf{X}$ получает приращения, соответствующие приращения получают также вектор управления $\mathbf{U}$ и вектор возмущения $\mathbf{W}$, при котором векторные уравнения (18) и (19) принимают вид:

$$\mathbf{F}_{Z(Y)}\left(\mathbf{X}^{P} + \Delta\mathbf{X};\ \mathbf{U}^{0} + \Delta\mathbf{U};\ \mathbf{W}^{0} + \Delta\mathbf{W}\right) = 0; \tag{20}$$

$$\mathbf{F}_{Y(Z)}\left(\mathbf{X}^{P} + \Delta\mathbf{X};\ \mathbf{U}^{0} + \Delta\mathbf{U};\ \mathbf{W}^{0} + \Delta\mathbf{W}\right) = 0, \tag{21}$$

где $\mathbf{X}^{P}$ – вектор состояния в точке решения; $\mathbf{U}^{0}$, $\mathbf{W}^{0}$ – заданные векторы управления и возмущения.

Если разложить функции (20) и (21) в ряд Тейлора и пренебречь членами, имеющими частные производные выше первого порядка, получим:

$$\mathbf{F}_{Z(Y)}\left(\mathbf{X}^{P} + \Delta\mathbf{X};\ \mathbf{U}^{0} + \Delta\mathbf{U};\ \mathbf{W}^{0} + \Delta\mathbf{W}\right) = \mathbf{F}_{Z(Y)}\left(\mathbf{X}^{P},\ \mathbf{U}^{0},\ \mathbf{W}^{0}\right) + \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} +$$
$$+ \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{U}}\Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{W}}\Delta\mathbf{W};$$

$$\mathbf{F}_{Y(Z)}\left(\mathbf{X}^{P} + \Delta\mathbf{X};\ \mathbf{U}^{0} + \Delta\mathbf{U};\ \mathbf{W}^{0} + \Delta\mathbf{W}\right) = \mathbf{F}_{Y(Z)}\left(\mathbf{X}^{P},\ \mathbf{U}^{0},\ \mathbf{W}^{0}\right) + \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} +$$
$$+ \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{U}}\Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{W}}\Delta\mathbf{W},$$

или в компактном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{U}}\Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{W}}\Delta\mathbf{W} = 0; \tag{22}$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{U}}\Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{W}}\Delta\mathbf{W} = 0. \tag{23}$$

Частные производные $\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}/\partial \mathbf{X}$ и $\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}/\partial \mathbf{X}$ изображают матрицы Якоби при решении систем нелинейных векторных уравнений методом Ньютона – Рафсона, которые являются квадратными и неособенными, т. е. их можно обращать.

Умножая матричные выражения (22) и (23) соответственно на $\left(\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}/\partial \mathbf{X}\right)^{-1}$ и $\left(\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}/\partial \mathbf{X}\right)^{-1}$, получим:

$$\Delta \mathbf{X}_{Z(Y)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{U}} \Delta \mathbf{U} - \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{W}} \Delta \mathbf{W}; \tag{24}$$

$$\Delta \mathbf{X}_{Y(Z)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{U}} \Delta \mathbf{U} - \left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{W}} \Delta \mathbf{W}. \tag{25}$$

Обозначив:

$$\mathbf{S}^{U}_{Z(Y)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{U}};$$

$$\mathbf{S}^{W}_{Z(Y)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z(Y)}}{\partial \mathbf{W}};$$

$$\mathbf{S}^{U}_{Y(Z)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{U}};$$

$$\mathbf{S}^{W}_{Y(Z)} = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z)}}{\partial \mathbf{W}},$$

получим матрицы чувствительности, и тогда матричные выражения (24) и (25) соответственно принимают следующий вид:

$$\Delta \mathbf{X}_{Z(Y)} = \mathbf{S}^{U}_{Z(Y)} \Delta \mathbf{U}_{Z(Y)} + \mathbf{S}^{W}_{Z(Y)} \Delta \mathbf{W}_{Z(Y)};$$

$$\Delta \mathbf{X}_{Y(Z)} = \mathbf{S}^{U}_{Y(Z)} \Delta \mathbf{U}_{Y(Z)} + \mathbf{S}^{W}_{Y(Z)} \Delta \mathbf{W}_{Y(Z)}.$$

Приращения векторов состояния или вектора зависимых переменных характеризуют приращения составляющих комплексных токов независимых станционных узлов и комплексных напряжений нагрузочных узлов:

$$\Delta \mathbf{X}_{Z(Y)} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}'_m \\ \hline \Delta \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}; \quad \Delta \mathbf{X}_{Y(Z)} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_k \\ \hline \Delta \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}.$$

Тогда скорректированные режимные параметры определятся следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^{\text{Н}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^{\Phi} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}'_m \\ \hline \Delta \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^{\text{Н}}; \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^{\text{Н}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^{\Phi} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_k \\ \hline \Delta \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}, \tag{27}$$

где Н – новый; Ф – функционирующий (существующий) режимы.

При этом матрицы чувствительности получают вид:

$$\mathbf{S}_{Z(Y)}^{U} = -\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \end{array}\right];$$

$$\mathbf{S}_{Z(Y)}^{W} = -\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right];$$

$$\mathbf{S}_{Y(Z)}^{U} = -\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right];$$

$$\mathbf{S}_{Y(Z)}^{W} = -\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{array}\right].$$

С учетом матриц чувствительности выражения (26) и (27) можно представить:

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{array}\right]^{\text{Н}} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{array}\right]^{\Phi} - \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta\mathbf{P}_n \\ \hline \Delta\mathbf{Q}_n \end{array}\right] -$$

$$- \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta\mathbf{U}'_l \\ \hline \Delta\mathbf{U}''_l \end{array}\right]; \qquad (28)$$

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{array}\right]^{\text{Н}} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{array}\right]^{\Phi} - \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial I'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial I''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial I'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial I''_n} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta\mathbf{I}'_n \\ \hline \Delta\mathbf{I}''_n \end{array}\right] -$$

$$- \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \Delta\mathbf{P}_k \\ \hline \Delta\mathbf{Q}_k \end{array}\right]. \qquad (29)$$

Матричные выражения (28) и (29) получены для самого общего случая, когда одновременно изменяются как вектор управления $\mathbf{U}$, так и вектор возмущения $\mathbf{W}$. На практике чаще всего изменяются активные и реактивные мощности нагрузочных узлов, т. е. компоненты вектора возмущения $\mathbf{W}$. При этом матричные выражения (28) и (29) можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^{\text{Н}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \hline \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^{\Phi} - \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_l \\ \hline \Delta \mathbf{U}''_l \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^{\text{Н}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \hline \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^{\Phi} - \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array}\right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \hline \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \dfrac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_k \\ \hline \Delta \mathbf{Q}_k \end{bmatrix}.$$

Другие типы частных производных, входящие в приведенные выше выражения, определяются аналогично с учетом параметров исследуемого установившегося режима.

ВЫВОД

Получены универсальные выражения для коррекции параметров установившегося режима ЭЭС в гибридной Z–Y-форме, использующие матрицы чувствительности, формируемые для генерирующих и нагрузочных узлов разного типа в сложной ЭЭС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян В. С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем // Электричество. – 1964. – № 10. – С. 47–57.
2. Happ H. H. Z-diakoptics, torn subdivisions radially attached // IEEE Transactions. – 1967. – V. PAS-86, № 6. – P. 751–769.
3. Хачатрян В. С., Бадалян Н. П. Расчет установившегося режима большой электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество. – 2003. –№ 6. – С. 13–17.
4. Хачатрян В. С., Бадалян Н. П. Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. – 2003. – № 11. – С. 11–16.
5. Бадалян Н. П. Реализация математической модели установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. – 2005. – № 6. – С. 33–40.
6. Хачатрян К. В. Новая диакоптическая обобщенная математическая модель коррекции установившегося режима сложной электроэнергетической системы // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2005. – № 1. – С. 76–88.
7. Хачатрян В. С., Хачатрян К. В. Новый метод коррекции установившегося режима сложной электроэнергетической системы // Вестник инженерной академии Армении. – 2005. – № 1. – С. 19–26.
8. Хачатрян К. В. Метод коррекции установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. – 2005. – № 5. – С. 8–11.

Поступила 17.10.2005