УДК 528.1+622.1+519.85

ПРИМЕНЕНИЕ ПОИСКОВЫХ МЕТОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Елисеева Н. Н., аспирант

Санкт-Петербургский горный университет
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

На протяжении всей истории человеку в процессе его деятельности приходилось решать задачи различной сложности. С развитием науки и техники эти задачи усложнялись и зависели от большего количества внешних факторов. В то же время развивались и методы решения. Технический прогресс давал основу для их реализации. С появлением компьютеров появилась возможность решать многие производственные задачи практически без участия человека.

Д. Химмельблау [5] приводит методы решения, которые классифицируются следующим образом: графические, аналитические, численные, экспериментальные, методы исследования различных вариантов.

Однако не все из перечисленных методов одинаково эффективны. Практические задачи при наличии избыточных данных имеют несколько (а некоторые, возможно, даже бесконечное число) решений. В связи с этим возникает задача оптимизации процесса решения, целью которой является нахождение решения в соответствии с какой-либо целевой функцией (критерием эффективности или качества). Задача, допускающая лишь одно решение, не требует оптимизации.

Под оптимизацией понимают процесс выбора наилучшего варианта из всех возможных [4]. Целевая функция – это некоторая функция, которую требуется минимизировать или максимизировать. Она является критерием оптимальности (эффективности). Например, при решении геодезических задач в качестве целевой функции можно принять сумму квадратов поправок к результатам измерений $[V^2] = \min$ или сумму модулей поправок $[|V|] = \min$.

Как правило, при решении оптимизационных задач используется один критерий оптимальности, сформулированный в виде целевой функции. Но возможно составление целевой функции, включающей разные параметры, каждому из которых задаётся свой вес.

Оптимизационные задачи бывают двух видов: без ограничений и с ограничениями. В. А. Коугия приводит следующие определения этих видов. Задача без ограничения – это задача, в которой поиск экстремума целевой функции выполняется без каких-либо ограничений области изменения переменных. В задаче с ограничениями поиск экстремума функции многих переменных осуществляется с наложением каких-либо ограничений на область их изменения [2].

Раздел математики, который изучает решение оптимизационных задач, называется математическим программированием.

Современный уровень развития компьютеров расширяет область применения методов математического программирования и позволяет эффективно решать различные оптимизационные задачи. Математическое программирование постоянно развивается, появляются новые задачи и методы их решения.

Данные методы делятся на несколько разделов: линейное программирование, выпуклое (или нелинейное), дискретное, динамическое и стохастическое.

Начиная с середины XX века, большее развитие получили методы линейного программирования. Были достигнуты значительные результаты, и данные методы нашли широкое применение при решении реальных задач.

Задачей линейного программирования называется задача, в которой минимизируемым или максимизируемым критерием является линейная функция, причём на переменные налагаются ограничения, которые представляются линейными функциями [5]. Другими словами, в линейном программировании целевая функция и связи между параметрами линейные.

В области нелинейного программирования также было предложено большое число алгоритмов для решения, но только некоторые были успешно применены на практике. Ограниченная область использования методов нелинейного программирования объясняется несовершенством компьютерной техники. Нелинейное программирование имеет дело с оптимизацией нелинейных функций при линейных и (или) нелинейных ограничениях, т. е. целевая функция или (и) связи между параметрами нелинейные [5].

Уровень развития современных компьютеров позволяет реализовывать различные алгоритмы методов нелинейного программирования во многих программных средах, расширяя области их применения при решении практических задач.

Методы нелинейного программирования нашли применения и в геодезии, так как выполняют решение системы нелинейных уравнений без линеаризации исходных параметрических уравнений, также с их помощью можно уравнивать геодезические сети не только по методу наименьших квадратов, но и другими способами в соответствии с выбранной целевой функцией [3].

Методы нелинейного программирования подразделяются на две группы:

1) Методы оптимизации, использующие производные. К ним относятся:

– градиентный метод;
– метод вторых производных (метод Ньютона);
– метод сопряжённых направлений;
– методы переменной метрики.

2) Методы оптимизации, не использующие производные (методы поиска):

– прямой поиск;
– поиск по деформируемому многограннику;
– методы Розенброка и Дэвиса, Свенна, Кемпи;
– метод Пауэлла;
– методы случайного поиска.

Благодаря простоте алгоритма градиентный метод применяется при решении многих задач оптимизации. Напомним, что в градиентном методе поиск экстремума целевой функции основывается на вычислении её частных производных, которые определяют направление наискорейшего возрастания функции. Поэтому функция обязательно должна быть дифференцируемой по всем переменным. Градиентный метод имеет разные сценарии реализации, которые различаются в основном способом выбора шага [2, 3].

В геодезии градиентный метод может использоваться как один из вариантов уравнивания геодезических сетей.

Отличительной особенностью поискового метода является то, что при его реализации не требуются численные значения производных.

А направление минимизации полностью определяется на основании последовательных вычислений целевой функции.

Стоит отметить, что градиентные и поисковые методы способны найти только ближайший к начальной точке локальный экстремум. В случае выпуклой функции он является глобальным.

Методы поиска особенно эффективны на заключительной стадии минимизации, то есть тогда, когда градиентные методы требуют повышенную точность вычисления производных и сходятся сравнительно медленно [3].

Рассмотрим поисковые методы как альтернативные при решении инженерно-геодезических задач.

Современные геодезические приборы обеспечивают получение большого количества избыточной информации. Линейные и нелинейные геодезические задачи при наличии избыточных данных требуют оптимизации процесса решения.

В поисковых методах направление оптимизации (уменьшение или увеличение аргументов) полностью определяется на основании последовательных вычислений целевой функции. Ранее упоминалось, что в качестве целевой функции можно принять любую функцию линейного или нелинейного вида. Важно, чтобы она являлась достоверным критерием эффективности при решении задачи оптимизации.

Укажем начальные условия, которые необходимо определить при решении задач поисковыми методами:

– задать целевую функцию;

– задать начальное значение переменной (-ых);

– задать начальный шаг изменения переменной (если переменных несколько, то шаг задаётся отдельно для каждой из них);

– определить условия и коэффициент изменения шага;

– определить условие остановки поискового процесса.

На основе уже известных алгоритмов поисковых методов [5, 6] был разработан метод простого поиска с переменным шагом и реализован в программе Visual Basic for Applications [1]. Новым методом были решены следующие задачи:

– комбинированная угловая засечка;

– определение параметров связи двух систем координат;

– аппроксимация результатов обмеров окружностью.

На рисунке 1 представлена упрощённая визуализация поискового метода на примере аппроксимации окружностью.

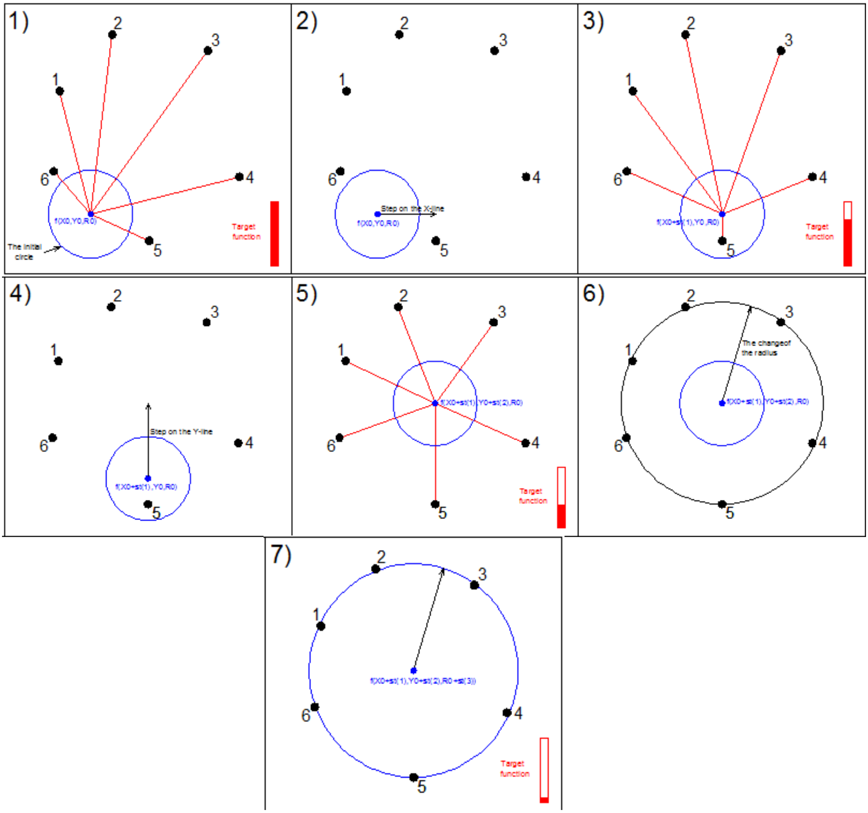

Рисунок 1 – Визуализация поискового метода на примере аппроксимации окружностью

Решение последней задачи было положено в основу автоматизированного комплекса для определения кренов строительных сооружений башенного типа путём аппроксимации результатов обмером окружностью по двум или более сечениям.

В процессе работы с поисковыми методами были выделены следующие преимущества:

– большое разнообразие уже разработанных математических алгоритмов;

– возможность комбинирования этих алгоритмов между собой и с другими методами нелинейного программирования;

– простота программной реализации;

– независимость от точности предварительных значений определяемых величин (можно взять значения, далекие от истинных, процесс решения при этом не нарушится);

– не нужно составлять уравнения поправок или уравнения связи;

– не нужно переходить к системе нормальных уравнений и решать их;

– нет необходимости в линеаризации процесса вычисления.

Наши поступки (решения, действия) обычно направлены на достижение какой-либо цели (целевой функции). Ограниченность времени на принятие решения вынуждает применять такие алгоритмы, в которых заранее известно направление движения и скорость (методы оптимизации, использующие производные). Однако современные компьютеры позволяют выполнять тысячи итераций в секунду и находить решение, не используя производные (поисковые методы).

Развитие этих методов не ограничивается только реализацией уже существующих алгоритмов. Необходимо разрабатывать новые методы оптимизационного поиска. Так как поисковые методы являются перспективной областью развития не только для геодезии, но и для других производственных оптимизационных задач.

Список литературы

1. Зубов, А. В. Решение маркшейдерско-геодезических задач поисковыми методами / А. В. Зубов, Н. Н. Елисеева // Маркшейдерский вестник. – 2017. – №5. – 35-38.

2. Коугия, В. А. Математическое моделирование при обработке геодезических измерений: Учеб. Пособие / В. А. Коугия. – СПб, 2007.– 100 с.

3. Мицкевич, В. И. Теория математической обработки геодезических построений методами нелинейного программирования: Дис. д-р. техн. наук: 25.00.32 / В. И. Мицкевич. – Новополоцк, 2004. – 133 с.

4. Турчак, Л. И. Основы численных методов: Учеб. Пособие / Л. И. Турчак. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.

5. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование. Перевод с англ / Д. Химмельблау. – М.: Мир, 1975. – 536 с.

6. Методы оптимизации (базовый курс) [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=MO/base.cou.