МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Физика»

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Пособие
для студентов специальностей
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция
и охрана воздушного бассейна»,
1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение
и охрана водных ресурсов»,
1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию
в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2020

УДК 534(075.8)
ББК 22.213я7
М55

С о с т а в и т е л и:
А. К. Есман, *Н. П. Юркевич*, *Г. К. Савчук*, *П. Г. Кужир*,
А. И. Бибик, *Г. Л. Зыков*, *В. А. Потачиц*, *С. В. Попко*,
Е. В. Журавкевич

Р е ц е н з е н т ы:
зав. кафедрой «Общая физика» Белорусского государственного университета *А. И. Слободянюк*;
канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники *В. В. Аксёнов*

Механические волны: пособие для студентов специальностей
М55 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» / А. К. Есман и [др.]. – Минск : БНТУ, 2020. – 49 с.
ISBN 978-985-583-526-5.

В пособии представлены материалы для проведения лабораторных работ по изучению темы «Механические волны». Подробно рассмотрены волновые процессы и условия образования упругих волн в воздухе и твердых телах. Приведено уравнение плоской бегущей волны и выполнен его анализ.

Описана методика определения скоростей распространения звуковых волн в металлических стержнях, а также модулей Юнга материалов, из которых изготовлены стержни. Представлен метод определения скорости звуковых волн в воздухе и показателя адиабаты воздуха в условиях адиабатного процесса.

УДК 534(075.8)
ББК 22.213я7

ISBN 978-985-583-526-5

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ И МОДУЛЯ ЮНГА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

***Цель работы*:** изучить условия образования упругих волн в среде, методом резонанса экспериментально измерить частоту звука в стержнях из латуни, меди и стали, определить скорости распространения звуковых волн в металлических стержнях, а также модули Юнга материалов, из которых изготовлены стержни.

***Приборы*:** стержни из латуни, стали и меди, электромагнит, генератор звуковой частоты, осциллограф.

1.1. Гармонические колебания

Колебательное движение *или* ***колебание*** – это повторяющееся с течением времени движение относительно положения устойчивого равновесия.

Гармоническими колебаниями частиц среды называются колебания, при которых смещение частиц ($S(t)$) от положения равновесия происходит с течением времени (t) по закону синуса или косинуса (рис. 1.1):

$$S(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда колебания – наибольшее смещения колеблющейся частицы от положения равновесия;

ω – циклическая (круговая) частота;

t – текущее время;

φ_0 – начальная фаза колебания, определяемая началом отсчета времени $t = 0$;

$(\omega t + \varphi_0)$ – фаза гармонического колебания.

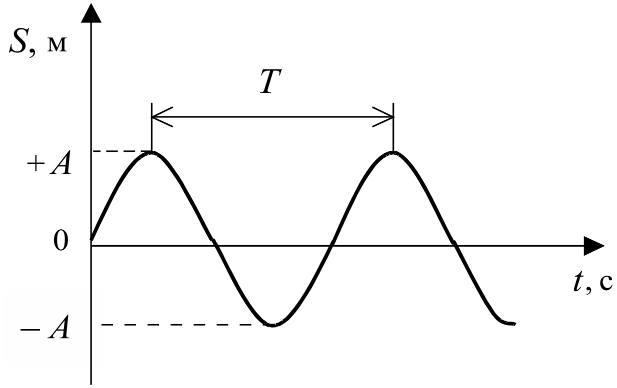

Рис. 1.1. Гармонические колебания

Фаза колебаний – это аргумент периодической функции (косинуса или синуса), которая характеризует состояние колебательной системы в любой момент времени (t).

Фаза колебания показывает**,** какая часть периода прошла с момента начала наблюдения колебаний.

Если периоду соответствует время одного полного колебания, равное 2π радиан (рис. 1.1), то время, равное части периода, прошедшего с момента начала наблюдения колебаний, можно выразить углом как долей от 2π.

Начальная фаза колебаний определяет состояние колебательной системы относительно положения равновесия в момент времени $t = 0$.

Фаза и начальная фаза измеряются в радианах.

Радиан – центральный угол, опирающийся на дугу окружности, длина которой равна радиусу данной окружности.

Периодом колебаний **(*T*)** называется время одного полного колебания.

Частотой колебаний **(ν)** называется число полных колебаний, происходящих за 1 секунду:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t},$$

где N – число полных колебаний;

Δt – промежуток времени.

Так как одно полное колебание совершается за промежуток времени, равный одному периоду $\Delta t = T$, то

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

***Единица частоты* 1 *герц* (Гц) *или* с$^{-1}$** – одно полное колебание за 1 секунду.

Связь между циклической частотой (ω) и частотой колебаний (ν) устанавливается выражением

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Циклическая частота (ω) измеряется в рад/с.

***Физический смысл циклической частоты* (ω):** циклическая частота численно равна числу полных колебаний, совершаемых за время 2π секунд.

Характерной особенностью колебаний является их локализация в пространстве относительно положения равновесия, ограниченная величиной амплитуды.

1.2. Волны в упругих средах

В современной жизни человек повсюду встречается с волновыми процессами. Компьютерные технологии и передача информации, телевизоры, навигаторы, мобильные телефоны и прочие элементы жизни современного общества немыслимы без понимания физики волновых процессов.

Волной называется процесс распространения колебаний в пространстве с течением времени.

Упругой волной называется процесс распространения механических деформаций в упругой среде.

Деформации сжатия и сдвига и связанная с ними энергия переносятся упругой волной из одной точки среды в другую. При этом потока массы вещества не возникает.

Для существования в среде упругих волн необходимо выполнение следующих условий:

– наличие источника колебаний;

– наличие упругой среды, частицы которой будут передавать колебания за счет связи с другими частицами.

Упругие волны бывают продольные и поперечные (рис. 1.2, 1.3).

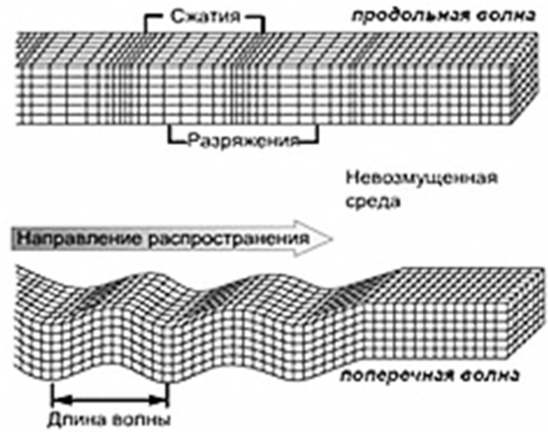

Рис. 1.2. Продольная и поперечная волны в твердом теле

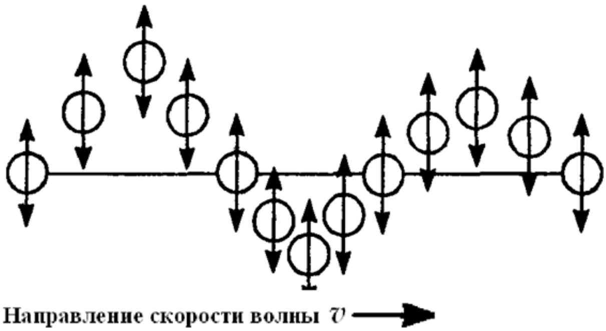

Рис. 1.3. Поперечная волна

Продольной волной называется волна, в которой колебания частиц среды происходят вдоль направления распространения волны.

Продольные волны возникают при ***деформациях сжатия и растяжения*** (рис. 1.2) и поэтому распространяются во всех средах: ***твердых, жидких и газообразных.***

Скорость продольных волн в жидкости или газе определяется как

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

где K – модуль всестороннего сжатия;

ρ – плотность среды.

Скорость распространения продольных волн в упругих стержнях определяется выражением

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга.

Примером продольной волны является звуковая волна.

Звуковая *(акустическая)* ***волна*** *или* ***звук*** – процесс распространения в упругой среде колебаний с частотой от 16 Гц до 20 кГц.

Колебания с такой частотой воспринимаются человеческим ухом.

Поперечной волной называется волна, в которой колебания частиц среды происходят в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны (рис. 1.3).

Поперечные волны возникают при деформациях сдвига и поэтому распространяются ***только в твердых телах***.

При распространении упругой волны частицы среды не перемещаются с волной, а только совершают колебания возле положения равновесия. Скорость распространения волны зависит от свойств среды.

Фронт волны – геометрическое место точек, до которых дошли колебания в момент времени t.

Распространение волны происходит перпендикулярно волновому фронту (рис. 1.4) ***(т. е. вектор скорости волны перпендикулярен волновому фронту).***

Волновая поверхность – совокупность точек, колеблющихся в одной фазе (рис. 1.4).

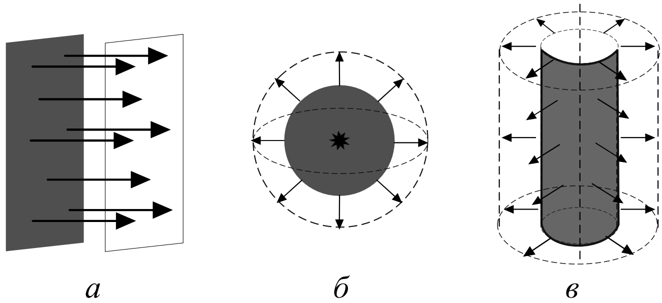

Рис. 1.4. Волновые поверхности волн:
а – плоские волны; *б* – сферические волны; *в* – цилиндрические волны

Волновой фронт является частным случаем волновой поверхности. Волновой фронт все время перемещается, в то время как волновые поверхности остаются неподвижными. В зависимости от вида волновой поверхности различают волны: плоские, сферические и цилиндрические (рис. 1.4).

Для ***плоских волн*** волновые поверхности представляют собой параллельные плоскости (рис. 1.4, *а*). Для ***сферических волн*** волновыми поверхностями являются сферы с общим центром (рис. 1.4, *б*). Сферическую волну может создать пульсирующий в однородной упругой среде шар (рис. 1.4, *б*).

Цилиндрическая волна – это волна, сходящаяся или расходящаяся от некоторой оси в пространстве (рис. 1.4, *в*). Волновая поверхность – цилиндр. Например, вертикальные колебания поплавка или брошенный в воду камень создают цилиндрические волны на воде.

В однородной изотропной среде упругие волны распространяются с постоянной скоростью v.

Бегущая волна – это волна, в которой происходит перенос энергии без переноса массы вещества.

1.3. Уравнение плоской бегущей волны

Получим уравнение ***плоской бегущей волны*** в одномерном случае распространения вдоль оси OX (рис. 1.5).

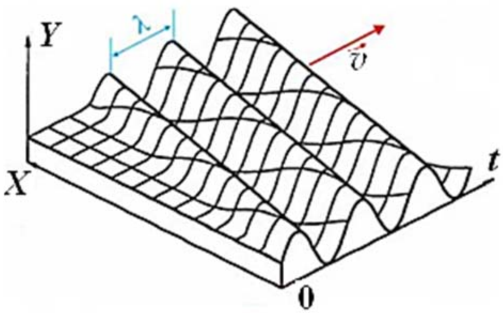

Рис. 1.5. Геометрическое изображение плоской бегущей волны

Необходимо получить зависимость смещения $S(x, t)$ частиц среды как функцию координаты x и времени t.

Совместим начало системы координат $x = 0$ с источником колебаний. Источник колебаний вызывает колебания частиц среды, которые вовлекают в колебательный процесс соседние частицы, в результате чего в среде идет волна.

Частицы среды, лежащие в плоскости $(0, Y)$, совершают незатухающие гармонические колебания с амплитудой A, частотой ω и начальной фазой φ_0.

Колебания источника, находящегося в точке $x = 0$, описываются уравнением

$$S(0, t) = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

На расстоянии x от источника колебаний частицы среды колеблются по тому же закону, что и источник колебаний. Однако колебания частиц среды будут ***отставать по времени*** от колебаний источника на величину τ:

$$\tau = \frac{x}{v},$$

где v – скорость волны.

Тогда, в точке с координатой ***x смещение частиц среды в момент времени t***

$$S(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]. \tag{1.1}$$

Выражение (1.1) представляет собой ***уравнение бегущей плоской волны.***

Фазой плоской волны **(φ)** является выражение, стоящее под знаком косинуса и содержащее время *t*:

$$\varphi = \left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]. \tag{1.2}$$

Длиной волны **(*λ*)** ***называется расстояние между ближайшими частицами среды, колеблющимися в одинаковой фазе*** (рис. 1.6).

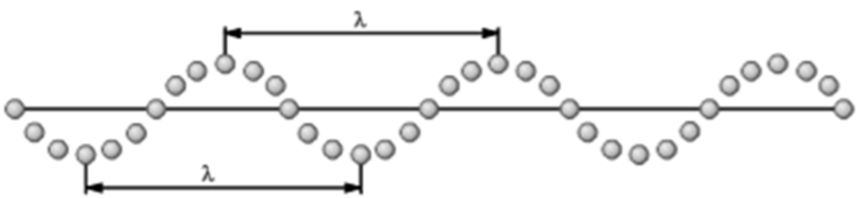

Рис. 1.6. Длина волны

Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется фаза колебания за период T:

$$\lambda = vT.$$

Скорость волны (v) можно записать в виде

$$v = \lambda \frac{1}{T} = \lambda \nu,$$

где ν – частота волны.

Для характеристики плоских волн используют ***волновое число k***:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}. \qquad (1.3)$$

Волновое число показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии 2π.

Волновой вектор $(\vec{k})$ численно равен волновому числу (1.3), а его направление совпадает с направлением распространения волны в данной точке волнового фронта

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к волновой поверхности.

С учетом выражения (1.3) для волнового числа k фазу волны (1.2) можно представить в виде

$$\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right] = \omega t - \frac{x\omega}{v} + \varphi_0 = \omega t - \frac{\omega}{v}x + \varphi_0 = \omega t - kx + \varphi_0. \qquad (1.4)$$

Подставляя выражение (1.4) в уравнение (1.1), ***уравнение плоской бегущей волны*** можно записать в виде

$$S(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0). \tag{1.5}$$

Уравнение отраженной волны, распространяющейся против направления оси OX, имеет вид

$$S(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0).$$

Уравнение ***сферической волны*** записывается следующим образом

$$S(r,t) = \frac{A_0}{r} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0) = A(r) \cdot \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

где r – расстояние от центра сферической волны до рассматриваемой точки среды;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от центра сферической волны до рассматриваемой точки среды.

Предположим, что при волновом процессе фаза плоской бегущей волны постоянна

$$\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right] = \text{const}. \tag{1.6}$$

Продифференцируем выражение (1.6)

$$\omega\left(\mathrm{d}t - \frac{\mathrm{d}x}{v}\right) = 0,$$

$$\omega \mathrm{d}t - \frac{\mathrm{d}x}{v}\omega = 0,$$

$$\omega \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{v}\omega.$$

Сократив на циклическую частоту, получим:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v.$$

Следовательно, ***скорость распространения волны есть скорость перемещения фазы волны, то есть фазовая скорость.***

Из выражения (1.3) найдем связь фазовой скорости (v) с циклической частотой (ω) и волновым числом (k):

$$v = \frac{\omega}{k}.$$

Волновое уравнение – это дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных вида

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \tag{1.7}$$

Уравнение бегущей волны (1.5) ***является решением волнового уравнения*** (1.7).

Волновое уравнение в общем случае описывает распространение волновых процессов в сплошных средах в направлении трех координатных осей. Уравнение (1.7) – одномерное волновое уравнение, описывающее распространение волновых процессов в сплошных средах в направлении оси *OX*.

Процесс переноса волной энергии описывается вектором Умова $(\vec{j})$ – ***вектором плотности потока энергии. Вектор Умова*** численно равен количеству переносимой волной энергии за единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны.

Величина плотности потока энергии, переносимой волной, определяется следующим образом:

$$j = wv,$$

где w – объемная плотность энергии.

Если ввести вектор $\vec{v}$, равный по величине фазовой скорости волны и направленный вдоль волнового вектора $\vec{k}$, то получим выражение для вектора плотности потока энергии

$$\vec{j} = w\vec{v}.$$

Из полученного равенства следует, что направление вектора плотности потока энергии $(\vec{j})$ совпадает с направлением скорости распространения волны $(\vec{v})$.

***Интенсивность волны* (*I*)** – это скалярная величина, показывающая, какое количество энергии в среднем переносится волной за единицу времени через единицу площади поверхности, которая перпендикулярна к направлению распространения волны.

1.4. Стоячие волны в однородных одномерных структурах

Стоячие волны – это волны, образующиеся при наложении двух когерентных бегущих волн с одинаковыми частотами и амплитудами, распространяющихся навстречу друг другу.

Когерентными называются волны одинаковой частоты, у которых разность фаз с течением времени не изменяется.

Интерференция – это явление перераспределения интенсивности волн в пространстве при наложении двух и более когерентных волн, в результате чего происходит усиление интенсивности в одних точках среды и ослабление в других.

Стоячие волны возникают при наложении бегущей и отраженной от границы раздела сред когерентных волн.

Рассмотрим образование стоячих волн в струне.

Пусть струна длины l закреплена так, что один из ее концов находится в точке $x = 0$, а другой – в точке $x_1 = L$ (рис. 1.7). В струне создано натяжение T. По струне одновременно распространяются в противоположных направлениях две волны одной и той же частоты.

Тогда волна, бегущая справа налево, будет описываться уравнением

$$S_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1), \tag{1.8}$$

а волна, бегущая слева направо, – уравнением

$$S_2 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2). \tag{1.9}$$

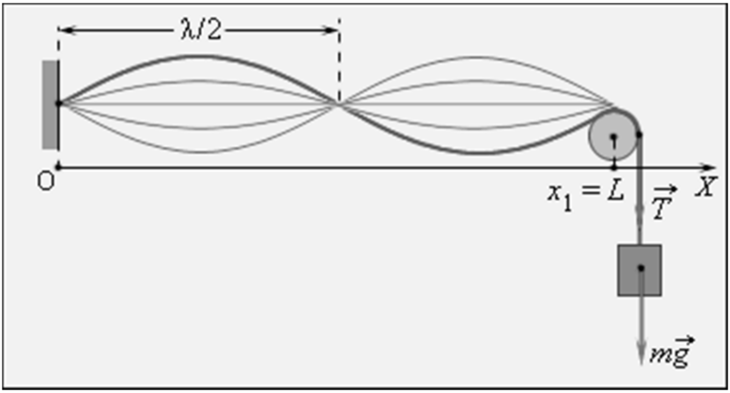

Рис. 1.7. Образование стоячей волны в струне, закрепленной на обоих концах

Результирующее смещение (S) точки среды, будет равно алгебраической сумме смещений (S_1) и (S_2), вызываемых каждой из этих волн в отдельности.

Тогда, сложив уравнения (1.8) и (1.9) и учитывая, что $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ и (sinα + sinβ) = 2cos[(α – β) / 2]sin[(α + β) / 2], получим ***уравнение стоячей волны***:

$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\sin\left(\omega t + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right). \quad (1.10)$$

Из уравнения (1.10) видно, что амплитудой стоячей волны является выражение

$$A_{\text{ст}} = \left|2A\cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\right|. \quad (1.11)$$

Из (1.11) следует, что ***амплитуда стоячей волны* (*$A_{\text{ст}}$*) *является периодической функцией.***

Пусть начальные фазы волн $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 0$.

Тогда, уравнение стоячей волны (1.10) примет вид

$$S = S_1 + S_2 = 2A\cos kx \cdot \sin\omega t,$$

где амплитуда стоячей волны

$$A_{\text{ст}} = |2A\cos kx|.$$

Максимальное значение амплитуды составляет $2A$ при $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 1.$ Это условие выполняется при $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi.$

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \ldots, \quad (1.12)$$

амплитуда колебаний достигает значения $2A$.

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \ldots, \qquad (1.13)$$

значение $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 0$, амплитуда стоячей волны обращается в нуль.

Точки, в которых амплитуда стоячей волны максимальна, называются пучностями, а в которых равна нулю – узлами.

Из условий (1.12) и (1.13) можно найти координаты пучностей и узлов стоячей волны:

координаты пучностей: $x_{\text{п}} = \pm\frac{\lambda}{2}m, \quad m = 0, 1, 2, \ldots,$ (1.14)

координаты узлов $x_{\text{узл}} = \frac{\lambda}{2}\left(m + \frac{1}{2}\right), \quad m = 0, 1, 2, \ldots .$ (1.15)

Из формул (1.14) и (1.15) можно показать, ***что расстояние между двумя соседними узлами и между двумя соседними пучностями одинаковы и равны половине длины бегущей волны*** (рис. 1.7).

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе, все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами.

В направлении распространения бегущей волны переносится энергия колебательного движения. ***Стоячая волна энергию не переносит, так как падающая и отраженная волны одинаковой амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях.***

Полная энергия результирующей стоячей волны остается постоянной. Только в пределах расстояний, равных половине длины волны, происходят взаимные превращения кинетической энергии в потенциальную энергию и обратно. Образующие стоячую волну падающая и отраженная волны, распространяясь во взаимно противоположных направлениях, переносят одинаковую энергию колебательного движения. В итоге результирующий поток энергии в каком-либо из направлений, представляющий собой сумму двух одинаковых по величине, но противоположно направленных потоков, равен нулю. Именно поэтому ***стоячая волна не переносит энергию,*** откуда и следует название волны.

Приведенные выше выводы относятся не только к струне, но и к стержням, закрепленным различным образом – в середине, на одном конце и т. д. Отличие заключается лишь в том, что свободный конец стержня является пучностью. Это касается как поперечных, так и продольных колебаний.

Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, чем та, в которой распространяется волна, то на границе отражения образуется пучность (рис. 1.8). Если среда, от которой происходит отражение более плотная, чем та, в которой распространяется волна, то на границе отражения образуется узел (рис. 1.9).

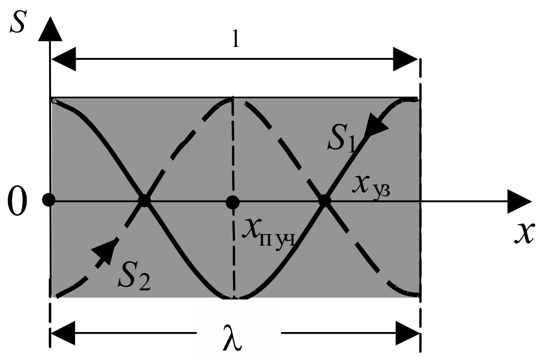

Рис. 1.8. Узлы и пучности стоячей волны при отражении волны от менее плотной среды

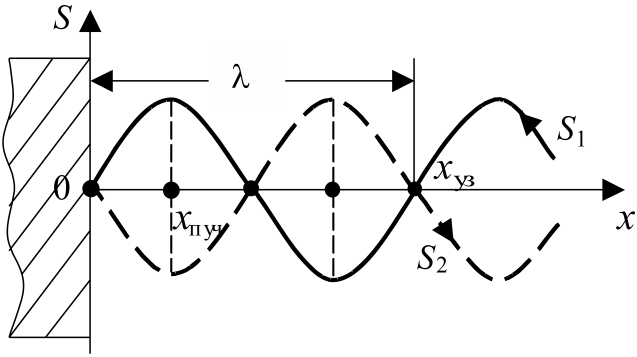

Рис. 1.9. Отражение стоячей волны от более плотной среды

В стоячей волне все точки между соседними узлами колеблются с одинаковой фазой – все они одновременно проходят положение равновесия и одновременно достигают максимальных смещений. Точки, расположенные по разные стороны узла, колеблются в противофазе – они одновременно проходят положение равновесия, но в противоположных направлениях, одновременно достигают максимальных смещений, но с противоположных сторон от положения равновесия.

Возникновение собственных колебаний в стержне можно использовать для нахождения скорости звука в твердых телах.

1.5. Закон Гука. Модуль Юнга

Упругие волны представляют собой упругие деформации, распространяющиеся в среде.

Деформацией называется изменение формы, размера и объема тела под влиянием внешних воздействий.

Упругой называется деформация, исчезающая после прекращения внешнего воздействия, в противном случае деформация – ***пластическая.***

Под действием внешних сил в сечениях тела возникают напряжения σ, [σ] = Па.

***Напряжение* (σ)** – это отношение деформирующей силы (F) к площади поперечного сечения (S) тела

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

***Абсолютная деформация тела* (Δ*l*)** – это модуль разности длины (l) деформированного тела и его начальной длины (l_0):

$$\Delta l = l - l_0.$$

Относительная деформация – это отношение абсолютной деформации (Δl) к первоначальной длине тела (l_0):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Для малых упругих деформаций справедлив ***закон Гука*:** при малых упругих деформациях напряжение прямо пропорционально относительной деформации

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{1.16}$$

где E – ***модуль Юнга***.

Из закона Гука (1.16) следует, что модуль Юнга

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \tag{1.17}$$

Из выражения (1.17) вытекает физический смысл модуля Юнга: ***модуль Юнга численно равен такому напряжению, при котором относительная деформация равна единице.***

Модуль Юнга измеряется в паскалях (Па).

Скорость распространения продольной волны в упругой среде связана с модулем Юнга (E) и плотностью среды (ρ) соотношением:

$$v_{\text{прод}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{1.18}$$

Используя соотношения (1.17) и (1.18), можно получить модуль Юнга для различных сред, в которых распространяются продольные волны.

1.6. Метод измерения

Схема установки для определения скорости распространения продольных волн в твердых телах методом резонанса изображена на рис. 1.10.

Стержни *5* исследуемых материалов (медь, латунь, сталь) с ферромагнитными наконечниками закреплены посередине. Вблизи наконечников каждого из стержней закреплены электромагниты *3* и *4* (рис. 1.10).

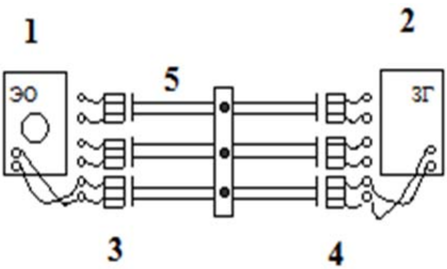

Рис. 1.10. Схема установки:
1 – осциллограф; *2* – звуковой генератор; *3*, *4* – электромагниты;
5 – стержни

Электромагнит *3*, расположенный у концов стержней, соединяется с осциллографом *1*, а на электромагнит *4*, у другого конца стержня, подается синусоидальное напряжение от генератора звуковой частоты (ЗГ) *2*. При включенном генераторе по обмотке электромагнита *4* идет переменный ток. При этом ферромагнитный наконечник, прикрепленный к стержню, притягивается к сердечнику электромагнита с разной силой, и в стержне возбуждаются упругие продольные звуковые волны с частотой колебаний (ν), равной частоте задающего звукового генератора.

В обмотке электромагнита *3*, расположенного вблизи второго ферромагнитного наконечника колеблющегося стержня, возникает переменная ЭДС индукции, амплитудное значение которой пропорционально амплитуде колебаний частиц стержня. Подавая сигнал с обмотки этого электромагнита на осциллограф, можно следить за изменением амплитуды колебаний конца стержня.

Резонансом называется резкое увеличение амплитуды колебаний при совпадении частоты вынуждающей внешней силы (звукового генератора) с собственной частотой колебания тела.

Звуковой генератор возбуждает звуковые колебания в стержне, которые распространяются по стержню в виде волны. Когда частота звукового генератора совпадает с частотой собственных колебаний стержня, наступает резонанс. При резонансе в стержне возникнет стоячая волна. Стержень начнет звучать, а на экране осциллографа ***будет наблюдаться резкое возрастание амплитуды колебаний.***

В описанной выше установке каждый из стержней закреплен посередине. В неподвижно закрепленных точках должны быть узлы стоячей волны, а на свободных концах стержня – пучности. Это условие выполняется, если на длине l стержня укладывается нечетное число полуволн $\frac{\lambda}{2}$, т. е.

$$l = (2n-1)\frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ . \qquad (1.19)$$

Длина волны (λ_n), частота колебаний (ν_n) и скорость распространения волн (v) связаны соотношением $v = \lambda_n \nu_n$, откуда

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n}. \tag{1.20}$$

Из формул (1.19) и (1.20) получаем выражение для собственных частот колебаний закрепленного посередине стержня

$$\nu_n = (2n-1)\frac{v}{2l}, \quad n = 1, 2, \ldots . \tag{1.21}$$

Частота ν_1, соответствующая $n = 1$, называется ***основным тоном***.

Резонансные колебания стержня возникают при совпадении частоты вынуждающей силы (частоты генератора) с любой из собственных частот, определяемых уравнением (1.21).

Экспериментально определив частоту (ν_1) основного тона и длину стержня (l), из формулы (1.21) найдем скорость распространения продольных волн в веществе

$$v = 2l\nu_1. \tag{1.22}$$

Из уравнений (1.18) и (1.22) получаем выражение для определения модуля Юнга вещества

$$E = 4\rho l^2 \nu_1^2.$$

Таким образом, рассматривая процесс распространения волн в стержне, можно определить модуль Юнга материала стержня.

1.7. Порядок выполнения работы

1. Зарисуйте в тетрадь схему установки (рис. 1.10).

Проверьте, включены ли вилки шнуров генератора ***1*** (рис. 1.11) и осциллографа ***6*** в сеть.

2. Включите тумблер ***5*** **«СЕТЬ» на генераторе.**

3. Подключите клеммы ***12*** входа осциллографа ***6*** на латунный стержень ***8***.

4. Поставьте переключатель стержней ***9*** **в положение «Л» (латунь).**

5. Ручкой ***2*** **«регулировка выхода»** на ЗГ **по верхней шкале *3*** подайте напряжение на генератор **10–14 В.**

6. Включите тумблер ***13*** **«СЕТЬ»** на осциллографе, для чего ручку ***13*** потяните на себя. В центре экрана *7* осциллографа **получите линию развертки.**

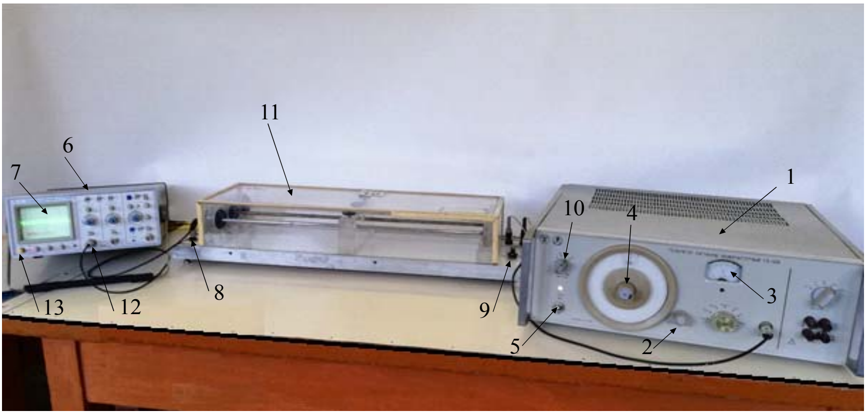

Рис. 1.11. Внешний вид установки

7. Плавно изменяя частоту генератора **ручкой *4* «Hz», найдите резонансную частоту звука** для стержня из латуни. **Поиск ведите в интервале частот:**

- латунный – в пределах **2500–3400 Гц.**

Резонансной считать частоту, при которой на осциллографе амплитуда колебаний электронного луча достигает максимального значения.

Значение резонансной частоты, снятое по шкале «**Hz**», **умноженное на «МНОЖИТЕЛЬ ЧАСТОТЫ» (см. переключатель 10) 10^2**, запишите в табл. 1.1.

Таблица 1.1

№ п/п	Вещество	ν, Гц	Δν/ν	v, м/с	$\Delta v/v$	Δ Δv, м/с	$E\cdot 10^{11}$, Па	$\Delta E/E$	$\Delta E\cdot 10^{11}$, Па
1	Латунь								
2	Медь								
3	Сталь								

8. Повторите пункты 5–7 и определите частоту звука (основного тона) медного и стального стержней, соответственно, переключая вход осциллографа и генератора на данные стержни. **Поиск ведите в интервале частот:**

- для медного – в пределах **3300–3800 Гц**;
- для стального – в пределах **4500–4900 Гц**.

Измеренные значения частот занесите в таблицу.

9. Вычислите скорость распространения продольных звуковых волн по формуле

$$v = 2l\nu,$$

где l – длина стержня (**l = 0,550 м**);

ν – частота звука в стержне. Вычисленные значения занесите в табл. 1.1.

10. Вычислите модуль Юнга меди, латуни и стали по формуле

$$E = \rho v^2,$$

где ρ – плотность вещества.

Плотности **латунного, медного и стального стержней:** $\boldsymbol{\rho_л = 8{,}6\cdot10^3}$ **кг/м**$^{\mathbf{3}}$**,** $\boldsymbol{\rho_м = 8{,}8\cdot10^3}$ **кг/м**$^{\mathbf{3}}$**,** $\boldsymbol{\rho_{ст} = 7{,}8\cdot10^3}$ **кг/м**$^{\mathbf{3}}$**.** Вычисленные значения занесите в табл. 1.1.

11. Вычислите абсолютную (Δl) и относительную (ε) погрешности.

Относительная погрешность для скорости

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \nu}{\nu},$$

где $\dfrac{\Delta \nu}{\nu} = 0{,}01;$ $\Delta l = 0{,}001$ м.

Абсолютная погрешность для скорости

$$\Delta v = v \cdot \varepsilon_v.$$

Относительная погрешность для модуля Юнга

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + 2\frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta \nu}{\nu},$$

где $\boldsymbol{\Delta\rho = 0{,}1\cdot10^3}$ **кг/м**$^{\mathbf{3}}$**.**

Абсолютная погрешность для модуля Юнга

$$\Delta E = E\cdot\varepsilon_E.$$

Вычисленные значения занесите в табл. 1.1.

12. Произведите округления абсолютных погрешностей по правилам округления, а затем физических величин (скорости, модули Юнга) для каждого стержня.

13. Полученный результат запишите в виде:

$$\Delta v \pm \Delta v,$$

$$E \pm \Delta E.$$

14. Для каждого стержня округлите относительные погрешности скорости и модуля Юнга. Укажите, с какой точностью получены значения физических величин на эксперименте.

15. Сделайте выводы.

1.8. Контрольные вопросы

1. Дайте определение гармонических колебаний, амплитуды, фазы, начальной фазы, частоты, циклической частоты.
2. Что называется фронтом волны, волновой поверхностью, длиной волны, волновым числом?
3. Дайте определение упругой волны. Какие условия необходимы для возбуждения упругой волны?
4. Запишите уравнение упругой волны и поясните физический смысл всех величин, входящих в это уравнение.
5. Запишите волновое уравнение. Как связаны волновое уравнение и уравнение волны?
6. Что такое звуковая волна? Дайте определение продольных и поперечных волн. Звук – продольная или поперечная волна?
7. Какая волна называется стоячей? Запишите уравнение стоячей волны. Что такое узел и пучность?
8. Каковы основные различия между бегущей и стоячей волнами?
9. Запишите закон Гука через модуль Юнга. Каков физический смысл модуля Юнга?
10. Что такое резонанс?
11. Какой физической величиной описывается процесс переноса волной энергии? Дайте определение этой величины.
12. Опишите метод получения стоячих волн в данной работе.

Лабораторная работа № 2

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель работы: изучить классическую теорию теплоемкости и политропный процесс для идеальных газов. Для адиабатного процесса с помощью звуковой стоячей волны в трубке-резонаторе (методом акустического резонанса) определить скорость звука в воздухе и показатель адиабаты воздуха.

Приборы и принадлежности: осциллограф С1-68; звуковой генератор Г3-109; полый цилиндр с телефоном и микрофоном.

2.1. Первое начало термодинамики. Теплоемкости газов

Термодинамика – раздел физики, изучающий наиболее общие свойства макроскопических систем и способы передачи и превращения энергии в таких системах.

Под ***макроскопической системой*** понимается любая физическая система, состоящая из достаточно большого числа частиц, например атомов или молекул. Как правило, под словом «большого» подразумевается количество атомов или молекул, сравнимое с их количеством в одном моле. Число молекул в одном моле называется **числом Авогадро** N_A. Оно приблизительно равно $6{,}02 \cdot 10^{23}$, то есть числу атомов углерода ^{12}C, суммарная масса которых составляет 12 граммов.

Одним из основных термодинамических законов является первое начало термодинамики. ***Первое начало термодинамики*** есть закон сохранения энергии для термодинамических систем. В дальнейшем в качестве термодинамической системы будем рассматривать только идеальный газ.

Идеальный газ – это газ, удовлетворяющий следующим условиям:

1) молекулы газа малы по сравнению с линейными размерами сосуда, в котором они находятся, то есть их суммарный объем принимается равным нулю;

2) взаимодействие молекул между собой и со стенками сосуда происходит по законам абсолютно упругого удара;

3) молекулы не взаимодействуют между собой на расстоянии;

4) между столкновениями молекулы движутся по инерции.

Состояние идеального газа описывается **уравнением Клапейрона-Менделеева**:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \tag{2.1}$$

где m – масса газа;

μ – молярная масса;

T – абсолютная температура по шкале Кельвина ($T = t\,°\mathrm{C} + 273$);

R = 8,31 Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.

Таким образом, состояние идеального газа описывается термодинамическими параметрами: ***при нормальных условиях*** (***P*** **= 101,3 кПа,** ***T*** **= 273,15 К (0 °С)**) ***воздух очень близок к идеальному газу.***

Первое начало термодинамики гласит: ***теплота δQ, сообщаемая системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы*** **d*U*** ***и на совершение системой работы δA над внешними телами, т. е.***

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A. \tag{2.2}$$

Под ***теплотой*** в термодинамике понимается энергия, передаваемая системе в результате столкновений ее молекул с молекулами окружающей среды.

Внутренняя энергия для идеального газа складывается только из кинетической энергии поступательного, вращательного и колебательного хаотического (теплового) движений молекул газа. В модели идеального газа не учитывают потенциальную энергию взаимодействия молекул. Символ **d*U* означает бесконечно малое изменение внутренней энергии** и показывает, что внутренняя энергия газа есть полный дифференциал, т. е. функция состояния системы. Это означает, что после совершения системой кругового процесса и возвращения ее в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии равно нулю.

Символом **δ** обозначается **бесконечно малое значение величин**, которые не являются полными дифференциалами, например, бесконечно малое значение теплоты **δ*Q*** и бесконечно малое значение работы **δ*A***. Это означает, что количество теплоты и работа есть функции процесса, т. е. зависят от вида процесса, который совершается над системой.

Работа газа характеризует изменение его энергии в результате макроскопического воздействия (например, давления на поршень) и при изменении его объема на $\mathrm{d}V$ задается соотношением

$$\delta A = P\mathrm{d}V, \tag{2.3}$$

где P – давление газа.

Способность тела накапливать тепловую энергию характеризуется величиной, называемой теплоемкостью.

***Теплоемкость тела* (*C*)** численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить или отнять от него, чтобы изменить его температуру на 1 кельвин, т. е.

$$C = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}. \tag{2.4}$$

Единица измерения $[C]$ = Дж/К.

***Удельная теплоемкость* (*c*)** численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на 1 кельвин, т. е.

$$c = \frac{\delta Q}{m\mathrm{d}T}, \tag{2.5}$$

где m – масса вещества. Размерность $[c]$ = Дж/(кг·К).

***Молярная теплоемкость* (C_μ)** численно равна количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 молю вещества для изменения температуры на 1 кельвин, т. е.

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu \mathrm{d}T}, \tag{2.6}$$

где ν – число молей вещества, размерность $[C_\mu]$ = Дж/(моль·К).

Из выражений (2.5) и (2.6) следует, что удельная теплоемкость связана с молярной соотношением

$$c = \frac{C_\mu}{\mu}. \tag{2.7}$$

Теплоемкость газа зависит от вида процесса. Найдем молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_p. Для вычисления этих теплоемкостей необходимо ввести понятие о числе степеней свободы молекулы вещества.

***Числом степеней свободы* (*i*)** молекулы вещества называется число независимых параметров (координат), однозначно определяющих положение молекулы в пространстве.

Для одноатомного газа (например, гелия He) число степеней свободы атома $i = 3$, т. к. три координаты, например (x, y, z) задают положение атома (который принимается аналогом материальной точки) в пространстве.

Молекулы двухатомного газа, например, кислорода O_2, можно рассматривать как гантель (пренебрегая колебаниями атомов при низких температурах), положение которой определяется тремя независимыми декартовыми координатами ее центра масс и двумя независимыми координатами, описывающими вращение вокруг центра масс (вращение «гантели» вокруг ее оси не рассматривается). Тогда число степеней свободы двухатомного газа равно $i = 3 + 2 = 5$. Для газов, молекулы которых состоят из трех и более атомов и являются трехмерными объектами, число степеней свободы равно сумме трех поступательных и трех вращательных координат, то есть $i = 3 + 3 = 6$.

При высоких температурах (порядка 1000 К и более) необходимо также учитывать степени свободы, связанные с колебательным движением атомов, образующих молекулу, относительно ее центра масс.

Термодинамическим определением температуры является выражение, связывающее среднюю кинетическую энергию теплового поступательного движения молекулы одноатомного газа с числом степеней свободы, равным 3, с абсолютной термодинамической температурой

$$\langle E_0 \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где T – абсолютная температура;

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

По ***закону о равномерном распределении энергии по степеням свободы*** на одну степень свободы молекулы газа в состоянии равновесия при нормальных условиях при температуре T приходится в среднем энергия, равная $\frac{1}{2} kT$.

Для одного моля идеального газа с числом степеней свободы i, содержащего $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул, внутренняя энергия равна

$$U_\mu = \langle E_0 \rangle \cdot N_A = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT. \qquad (2.8)$$

Здесь учтено, что универсальная газовая постоянная $R = kN_A$.

Тогда внутренняя энергия $\nu = \frac{m}{\mu}$ молей идеального газа равна

$$U = \nu U_{\mu} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT. \qquad (2.9)$$

Необходимо учитывать, что не всегда подведение к системе тепла приводит к изменению ее внутренней энергии.

Например, при изотермическом расширении идеального газа подведение тепла не сопровождается увеличением внутренней энергии газа. Внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и при изотермическом процессе не меняется, но газ совершает работу, и величина этой работы равна подводимому к системе количеству тепла.

Точно так же и совершение внешними силами механической работы над системой может не сопровождаться изменением ее внутренней энергии. Если сжимать идеальный газ, принимая меры к тому, чтобы его температура при этом не увеличивалась, то внутренняя энергия газа останется без изменения, а к окружающим телам перейдет некоторое количество тепла, равное совершенной над газом работе при его сжатии. Применяя первый закон термодинамики, необходимо всегда внимательно оценивать параметры термодинамической системы.

Покажем, что при увеличении температуры внутренняя энергия системы может оставаться неизменной. Казалось бы, что данное утверждение противоречит выражению (1.10) для внутренней энергии. Однако, если, используя уравнение Клапейрона-Менделеева (2.1), мы преобразуем его к виду $U = \frac{i}{2}PV$, то легко сможем сделать вывод, что внутренняя энергия газа, находящегося в ***негерметичном*** помещении с постоянным объемом, будет оставаться неизменной вследствие утечки части молекул в окружающую среду для выравнивания давления ***даже при повышении температуры***.

Первое начало термодинамики (2.2) и выражение для внутренней энергии (2.9) позволяют установить связь молярных теплоемкостей для изохорного (V = const) и изобарного (P = const) процессов с числом степеней свободы молекул.

Первое начало термодинамики для V = const ($\delta A = 0$) принимает вид $\delta Q = \mathrm{d}U$.

Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме в силу (2.6) и (2.9) равна

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_V = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T} = \frac{i}{2}R. \tag{2.10}$$

С учетом (2.10) изменение внутренней энергии (2.9) запишется как

$$\mathrm{d}U = C_V \frac{m}{\mu}\mathrm{d}T. \tag{2.11}$$

Первое начало термодинамики для изобарного процесса (P = const) запишется как

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A = \mathrm{d}U + P\mathrm{d}V.$$

Тогда молярная теплоемкость при постоянном давлении равна

$$C_P = \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_P = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T} + \frac{P\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}. \tag{2.12}$$

Последнее слагаемое в выражении (2.12) легко определяется из уравнения состояния идеального газа (Клапейрона-Менделеева) для $\nu = 1$ моль: $P\mathrm{d}V = R\mathrm{d}T$. Окончательно выражение (2.12) с учетом (2.10) примет вид

$$C_P = C_V + R. \tag{2.13}$$

Формула (2.13) называется ***формулой Майера***.

Так как $C_V = \frac{i}{2} R,$ то

$$C_P = \frac{i+2}{2} R.$$

Из выражений (2.10) и (2.13) следует, что молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении ***не зависят от рода газа, а определяются только степенями свободы молекулы***, то есть для всех одноатомных газов C_V = 12,47 Дж/(моль·К), C_P = 20,78 Дж/(моль·К); двухатомных – C_V = 20,78 Дж/(моль·К), C_P = 29,09 Дж/(моль·К); трехатомных – C_V = 24,93 Дж/(моль·К), C_P = 33,24 Дж/(моль·К).

2.2. Политропный процесс

Состояние термодинамической системы (например, сосуда с газом) характеризуется набором ***термодинамических параметров***: давлением (P), объемом (V), абсолютной температурой (T), концентрацией молекул (их числом в единице объема) и т. д.

Термодинамическим процессом называется переход системы из одного состояния в другое, когда меняется хотя бы один из термодинамических параметров.

Изопроцесс – это процесс, при котором остается постоянным один из термодинамических параметров.

Политропным называется процесс, протекающий при постоянной теплоемкости тела C = const.

Политропный процесс включает в себя, как частные случаи, так и другие процессы: изотермический (T = const), изобарный (P = const), изохорный (V = const), адиабатный (без теплообмена δQ = const).

Получим уравнение политропы идеального газа в переменных P, V (на плоскости переменных давление, объем). Исходя из первого начала термодинамики, имеем:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + V\delta A.$$

Для одного моля, исходя из выражений (2.3), (2.4) и (2.11) $dU_\mu = C_V dT$, $\delta A = P dV$, $\delta Q = C dT$, тогда

$$C dT = C_V dT + P dV \quad \text{или} \quad (C - C_V) dT = P dV. \quad (2.14)$$

Возьмем дифференциал от обеих частей уравнения состояния идеального газа (2.1), записанного для одного моля газа $PV = RT$:

$$V dP + P dV = R dT,$$

откуда

$$dT = \frac{V dP + P dV}{R}. \quad (2.15)$$

Подставляем (2.15) в (2.14):

$$(C - C_V)\frac{(V dP + P dV)}{R} = P dV.$$

Преобразуем последнее равенство

$$(C - C_V) V dP + (C - C_V) P dV = RP dV,$$

$$(C - C_V) V dP + (C - C_V - R) P dV = 0.$$

Так как из выражения (2.13) $R = C_P - C_V$, то

$$(C - C_V) V dP + (C - C_P) P dV = 0.$$

Разделяя переменные (делим обе части выражения на PV), получаем:

$$\left(C-C_V\right)\frac{\mathrm{d}P}{P}+\left(C-C_P\right)\frac{\mathrm{d}V}{V}=0$$

или

$$\frac{\mathrm{d}P}{P}+\frac{\left(C-C_P\right)}{\left(C-C_V\right)}\frac{\mathrm{d}V}{V}=0.$$

После интегрирования получим:

$$\ln P+\frac{C-C_P}{C-C_V}\ln V=\ln(\text{const})$$

или $$\ln P+\ln V^{\frac{C-C_P}{C-C_V}}=\ln(\text{const});$$

$$\ln\left(PV^{\frac{C-C_P}{C-C_V}}\right)=\ln(\text{const});$$

$$PV^{\frac{C-C_P}{C-C_V}}=\text{const}. \qquad (2.16)$$

Введем ***показатель политропы*** (***n***)

$$n=\frac{C-C_P}{C-C_V}. \qquad (2.17)$$

Подставив (2.17) в (2.16), приходим к искомому ***уравнению политропы***

$$PV^n=\text{const}. \qquad (2.18)$$

В качестве частных случаев уравнение политропы (2.18) содержит уравнения других изопроцессов.

Все изопроцессы можно представить в виде табл. 2.1.

Таблица 2.1

n	C	Уравнение изопроцесса	Название процесса
0	C_P	$P = \text{const}$	изобарный
1	$\pm\infty$	$PV = \text{const}$	изотермический
∞	C_V	$V = \text{const}$	изохорный
γ	0	PV^{γ}	адиабатный

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена, т. е. $\delta Q = 0.$ На практике адиабатными являются быстро протекающие процессы, когда не успевает произойти теплообмен системы с окружающими телами.

Теплоемкость $C = \dfrac{\delta Q}{\mathrm{d}T}$ при адиабатном процессе, когда $\delta Q = 0$, равна нулю, т. е. $C = 0$. Тогда из показателя политропы, согласно (1.18) $n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V} = \dfrac{C_P}{C_V} = \gamma,$ где γ – показатель адиабаты. ***Уравнение адиабаты*** в переменных P, V имеет вид

$$PV^{\gamma} = \text{const}.$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{2.19}$$

есть отношение молярных теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме.

2.3. Определение скорости звука в воздухе

Звук или ***акустические волны*** представляют собой процесс распространения колебаний в упругой среде с частотой колебаний 16 Гц $\leq \nu \leq$ 20 кГц.

В воздухе (газе) возможны только деформации сжатия и растяжения (не сдвига) и потому наблюдаются только ***продольные звуковые волны***, когда смещение частиц среды при прохождении волны происходит вдоль направления распространения волны.

Для определения скорости звука применяют акустический резонатор, представляющий собой трубку, в которой заключен столб воздуха, ограниченный с обеих сторон. Звуковая волна, идущая от источника колебаний, в данном случае от закрепленного на конце трубы микрофона, связанного со звуковым генератором, достигнув противоположного конца трубы, распространяется в обратном направлении. При наложении падающей и отраженной волны вследствие интерференции образуется стоячая волна (рис. 2.1).

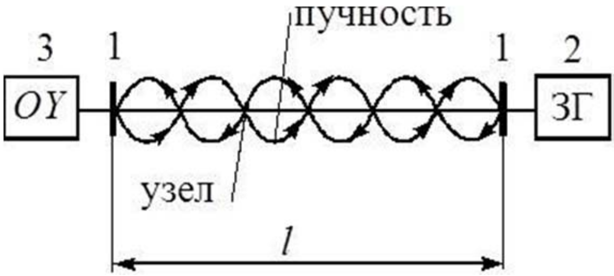

Рис. 2.1. Возникновение стоячих звуковых волн в полом цилиндре
(*1* – микрофоны, *2* – звуковой генератор, *3* – осциллограф)

В закрытом резонаторе звуковая волна отражается от среды с большей плотностью, при этом волна меняет фазу на противоположную, т. е. на π, и на концах образуются ***узлы***, в которых колебания частиц воздуха отсутствуют (амплитуда равна 0).

Точки стоячей волны, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются ***пучностями***.

Так как в закрытом резонаторе укладывается целое число длин полуволн, то условие возникновения стоячей волны в закрытом резонаторе имеет вид

$$l = \frac{\lambda}{2} k, \qquad (2.20)$$

где l – длина резонатора;

λ – длина бегущей волны;

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Стоячую волну можно получить либо изменяя длину резонатора (l) при постоянной частоте (ν) колебаний источника, либо изменяя ν при неизменной длине резонатора.

Пусть при некоторой частоте ν_0 возникает N стоячих полуволн, при частоте ν_k – $(N + k)$ стоячих полуволн, при частоте ν_m – $(N + m)$ стоячих полуволн. Тогда $l = \frac{\lambda_1}{2}(N + k)$, $l = \frac{\lambda_2}{2}(N + m)$.

Так как скорость волны в среде $v = \lambda\nu$, то для частот ν_k и ν_m имеем

$$v = \frac{2l}{N + k}\nu_k, \qquad v = \frac{2l}{N + m}\nu_m.$$

Исключая из последних уравнений N, получаем ***рабочую формулу*** для определения скорости звука в воздухе:

$$v = \frac{2l\left(\nu_m - \nu_k\right)}{m - k}. \qquad (2.21)$$

2.4. Определение показателя адиабаты акустическим методом

Известно, что скорость распространения звуковой продольной волны в сплошной среде, в частности в воздухе, равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где ρ – плотность среды;

E – модуль Юнга (модуль упругости).

Физический смысл модуля Юнга следует из закона Гука для деформации растяжения – сжатия

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad (2.22)$$

где σ – ***механическое напряжение***, равное отношению силы, приложенной к телу, к площади его поперечного сечения, т. е.

$$\sigma = \frac{F}{S};\ [\sigma] = \text{Па};$$

ε – относительная деформация, равная отношению абсолютной деформации $\Delta l = l - l_0$ (l – конечные размеры тела) к первоначальной длине тела l_0.

Тогда из (2.22) следует: ***модуль Юнга равен*** такому напряжению (σ), при котором относительная деформация $\varepsilon = 1$, а длина тела увеличивается в 2 раза ($\Delta l = 2\ l_0 - l_0 = l_0$).

При прохождении звука в воздухе закон Гука приобретает вид

$$\mathrm{d}P = -E\frac{\mathrm{d}V}{V},$$

где $\mathrm{d}P$ – изменение давления воздуха при прохождении звуковой волны, аналогично механическому напряжению (σ) из (2.22);

$\frac{dV}{V}$ – относительное изменение объема воздуха, аналогично относительной деформации (ε) из (2.22).

Знак минус означает, что при увеличении объема происходит уменьшение давления.

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$E = -V\frac{dP}{dV}. \tag{2.23}$$

Опыт показывает, что звуковые колебания протекают столь быстро, что сжатие и расширение воздуха являются адиабатными (без теплообмена).

Найдем выражение $\frac{dP}{V}$, дифференцируя уравнение адиабаты $PV^{\gamma} = \text{const}$

$$V^{\gamma}dP + \gamma V^{\gamma-1}PdV = 0.$$

Откуда получаем

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma\frac{P}{V}. \tag{2.24}$$

Подставляя (2.24) в (2.23), имеем

$$E = V(-\gamma)\frac{P}{V} = \gamma P.$$

Тогда скорость продольной звуковой волны в воздухе с учетом $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, равна

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \qquad (2.25)$$

где P и ρ – давление и плотность невозмущенного волной воздуха.

Так как из уравнения Клапейрона-Менделеева $\rho = \frac{P\mu}{RT}$, то выражение для скорости звука в воздухе принимает вид

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \qquad (2.26)$$

откуда получаем ***рабочую формулу для показателя адиабаты***:

$$\gamma = \frac{v^2 \mu}{RT}. \qquad (2.27)$$

Таким образом, для вычисления ***показателя адиабаты*** необходимо определить скорость звука (v) в воздухе и температуру (T) воздуха.

2.5. Описание установки

Схема лабораторной установки для определения скорости звука в воздухе и показателя адиабаты акустическим методом приведена на рис. 2.2.

Мембрана телефона совершает звуковые колебания с частотой задающего звукового генератора. Эти колебания возбуждают колебания воздушного столба в цилиндре с той же частотой. При этом в цилиндре возникает стоячая волна. Колебания принимаются через микрофон осциллографом.

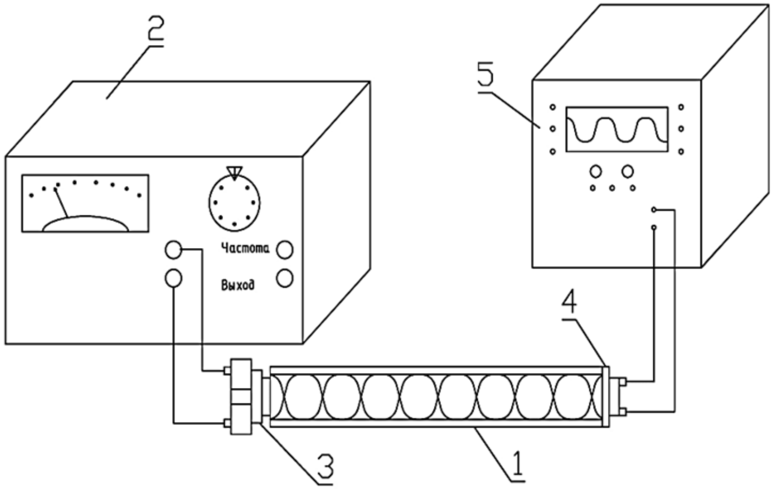

Рис. 2.2. Схема установки для определения скорости звука в воздухе:
1 – полый цилиндр; *2* – задающий частоту звуковой генератор;
3 – телефон; *4* – микрофон; *5* – осциллограф

В работе предлагается найти максимумы амплитуды сигнала осциллографа, которые соответствуют пучностям стоячей волны. В табл. 2.2 записать значения частот, соответствующие этим максимумам. По формуле (2.21) вычислить скорость звука (v), а затем по формуле (2.27) вычислить γ. Зная γ (из опыта), рассчитать число степеней свободы молекул воздуха по формуле (2.19).

2.6. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Подготовьте приборы к работе.

Для этого выполните переключение тумблеров в соответствующие положения:

<u>на генераторе:</u>

– положение тумблера ⊓⊔⊓, ~–~

– множитель частоты $\times 10^2$;

на осциллографе:

Переключатель $\sim$, $\approx - \approx$
Развертка Время/см – 0,5 mS/см
Умнож. – норм. × 1
Усиление – 10 mV/см
Умнож. × 10

2. Проверьте соединение входа осциллографа с микрофоном и входа генератора с телефоном.

3. Включите вилки приборов в сеть, включите тумблеры «Сеть».

4. В центре экрана осциллографа получить линию развертки ручками «↔», «↕», подать напряжение на генераторе 10–12 В ручкой регулятора выхода. "**Рег. Выхода**".

5. Изменяя частоту **ручкой «Hz»** на генераторе, найдите частоты, соответствующие максимумам амплитуды сигнала, то есть пучностям стоячей волны. Ориентировочные значения этих частот близки к значениям:

2000, 2300, 2600, 2880, 3220, 3450, 3800 Гц.

6. Результаты измерений занесите в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Частоты, Гц						
ν_1	ν_2	ν_3	ν_4	ν_5	ν_6	ν_7

7. Определите четыре значения скорости стоячей волны по формуле

$$v = \frac{2l\left(\nu_m - \nu_k\right)}{m - k},$$

где l = 0,52 м – длина цилиндра, в котором происходят звуковые колебания;

m и k – порядковые номера измеряемых частот, при которых на концах резонатора образуются пучности***. Значения m и k, желательно, выбирать таким образом, чтобы их разность была не менее 3.***

8. Вычислите среднее значение скорости по формуле

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4}.$$

9. Измерьте температуру воздуха в комнате и переведите ее значение в градусы Кельвина.

10. Рассчитайте показатель адиабаты для воздуха по формуле

$$\gamma = \frac{v_{\text{ср}}^2 \mu}{RT}.$$

R = 8,31 Дж/моль·К, $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

11. Определите абсолютную и относительную погрешность для данных величин: v_1, v_2, v_3, v_4, $v_{\text{ср}}$.

$$\Delta v_i = \left| v_{\text{ср}} - v_i \right|, \quad i = 1, 2, 3, 4, \qquad \Delta v = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \Delta v_4}{4},$$

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta v}{v_{\text{ср}}} \cdot 100\ \%.$$

12. Запишите результат в виде $v = v_{\text{ср}} \pm \Delta v$.

2.7. Контрольные вопросы

1. Сформулировать первое начало термодинамики.
2. Какой газ можно считать идеальным?
3. Определить понятия внутренней энергии и работы идеального газа.

4. Дать определение теплоемкости тела, удельной и молярной теплоемкостей.

5. Что такое число степеней свободы молекулы газа и как оно связано с её энергией?

6. Получить формулу Майера для молярных теплоемкостей C_P и C_V.

7. Пояснить качественно (без формулы Майера) почему C_P больше, чем C_V.

8. Записать теплоемкости для адиабатного и изотермического процессов.

9. Дать определение политропного процесса и вывести его уравнение в переменных (P, V).

10. Какой процесс называется адиабатным? Получить уравнения изопроцессов используя уравнение политропы.

11. Вывести формулу для определения скорости звука в воздухе.

12. Вывести формулу для определения показателя адиабаты акустическим методом.

Литература

1. Акимов, А. И. Колебания кристаллической решетки твердых растворов цирконата-титаната свинца / А. И. Акимов, Г. К. Савчук, Т. М. Акимова // Журнал прикладной спектроскопии. – 2003. – Т. 70. – № 4. – С. 444–447.
2. Сборник задач по общему курсу физики. В 2 ч. Ч. 1 Механика. Статистическая физика и термодинамика / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук; кол. авт. БНТУ. – 3-е изд. – Минск: БНТУ, 2014. – 219 с.
3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Академия, 2008. – 720 с.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – М.: Лань, 2018. – Т. 1. – 436 с.
5. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – Т. 1. – 560 с.
6. Матвеев, А. Н. Курс общей физики / А. Н. Матвеев. – М.: ОНИКС 21 век, 2003. – Т. 1. – 432 с.
7. Наркевич, И. И. Физика для втузов. Механика. Молекулярная физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Мн.: Вышэйш. школа, 1992. – 431 с.

Учебное издание

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Пособие
для студентов специальностей
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция
и охрана воздушного бассейна»,
1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение
и охрана водных ресурсов»,
1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены»

Составители:
ЕСМАН Александр Константинович
ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна
САВЧУК Галина Казимировна и др.

Редактор *Е. О. Германович*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 18.05.2020. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,91. Уч.-изд. л. 2,27. Тираж 200. Заказ 215.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.