

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра "ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА"

Дисперсия света. Определение вида дисперсии

Методические указания к лабораторной работе

Электронный учебный материал

Минск 2020

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Качан С.М.

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры "Лазерная физика и спектроскопия" БГУ Воропай Е.С.

В издании представлены методические указания к выполнению лабораторной работы по физике в разделе "Оптика и атомная физика" для студентов технических специальностей университетов, включающие в себя теоретическую часть, контрольные вопросы и порядок выполнения работы, заключающейся в наблюдении дисперсии света ртутной лампы в материале призмы, определении показателя преломления вещества методом угла наименьшего отклонения, и установлении вида дисперсии.

Белорусский национальный технический университет
Факультет информационных технологий и робототехники
ул. Б.Хмельницкого, 9, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: (017) 292-71-53
E-mail: tf@bntu.by
<http://www.bntu.by/fitr.html>
Регистрационный № БНТУ/ФИТР47-73.2020

Содержание

<u>Контрольные вопросы</u>	4
1. <u>Оптические постоянные. Закон Снеллиуса</u>	5
2. <u>Дисперсия света</u>	7
3. <u>Классическая теория дисперсии</u>	10
4. <u>Определение показателя преломления вещества по углу наименьшего отклонения</u>	16
<u>Метод расчета</u>	16
<u>Описание установки</u>	21
<u>Порядок снятия отсчёта на гониометре Г-5</u>	23
<u>Порядок проведения измерений и обработка результатов</u>	24
<u>Список литературы</u>	26

Цель работы.

1. Изучить явление дисперсии света
2. Измерить зависимость показателя преломления стеклянной призмы от длины волны излучения ртутной лампы, изобразить эту зависимость графически, определить вид дисперсии.

Приборы и принадлежности

1. Стеклянная призма
2. Ртутная лампа
3. Гониометр

Порядок теоретической подготовки к выполнению работы

Изучить теоретический материал и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Запишите комплексный показатель преломления вещества. Что характеризуют оптические постоянные?
2. Как оптические постоянные связаны с диэлектрической проницаемостью вещества?
3. Закон Снеллиуса.
4. Что называется дисперсией света? Какие существуют виды дисперсии?
5. Условия проявления нормальной и аномальной дисперсии?
6. Нарисуйте и объясните ход белого света через призму с нормальной дисперсией.
7. Как дисперсия проявляет себя в природных явлениях?
8. Дайте объяснение дисперсии с точки зрения электронной теории.
9. Нарисуйте и объясните ход монохроматических лучей в призме. Что такое преломляющий угол призмы и угол отклонения луча призмой?
10. Как зависит угол отклонения луча при прохождении его через призму от преломляющего угла призмы. В каком случае он минимален?
11. Выведите рабочую формулу для определения показателя преломления с помощью угла наименьшего отклонения.

1. Оптические постоянные. Закон Снеллиуса

Для описания оптических свойств вещества вводится комплексный показатель преломления \tilde{n} :

$$\tilde{n} = n + ik, \quad (1)$$

где n и k – **оптические постоянные** вещества.

Действительная часть комплексного показателя преломления, n , называется **абсолютным показателем преломления** (далее – просто показатель преломления). Показатель преломления n определяет, во сколько раз фазовая скорость¹ света v в данном веществе меньше фазовой скорости света в вакууме:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (2)$$

Чем медленнее распространяется свет, тем больше показатель преломления.

Мнимая часть комплексного показателя преломления, k , связана со скоростью затухания электромагнитной волны в веществе. Значения k положительны, если вещество поглощает свет, и равны нулю, если вещество прозрачно.

Другой способ описания оптических свойств вещества предполагает использование диэлектрической проницаемости. В общем случае диэлектрическая проницаемость также является комплексной величиной $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon'$, где ε – действительная часть, а ε' – мнимая часть диэлектрической проницаемости. Между \tilde{n} и $\tilde{\varepsilon}$, согласно уравнениям Максвелла, есть однозначная связь. Для магнитных сред $\tilde{\varepsilon}\mu = \tilde{n}^2$, где μ – магнитная проницаемость среды. Для немагнитных сред ($\mu \approx 1$):

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{n}^2. \quad (3)$$

Или, иначе, $\varepsilon + i\varepsilon' = (n + ik)^2$. Таким образом, оптические постоянные связаны с диэлектрической проницаемостью следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= n^2 - k^2 \\ \varepsilon' &= 2nk \end{aligned} \quad (4)$$

В области прозрачности вещества (т.е. на тех частотах, где вещество не поглощает электромагнитные волны) $k = 0$, $\varepsilon' = 0$. Тогда и комплексный показатель преломления и диэлектрическая проницаемость становятся

¹ Фазовая скорость волны – скорость движения поверхности постоянных фаз

вещественными: $\tilde{n} = n$, $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon$, и $n = \sqrt{\varepsilon}$.

При пересечении светом границы раздела сред с различными показателями преломления, изменение фазовой скорости света влечет за собой изменение направления его распространения. Закон, описывающий изменение направления распространения света при переходе из одной прозрачной среды в другую был сформулирован в 1621 году голландским математиком Снеллиусом и называется, соответственно, **закон Снеллиуса** (или закон преломления света). Этот закон гласит: *при переходе света из одной прозрачной среды в другую, отношение синуса угла падения света к синусу угла преломления равно отношению показателя преломления второй среды к показателю преломления первой*:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5)$$

Здесь i – угол падения света на поверхность раздела двух прозрачных сред (отсчитывается от нормали, т.е. перпендикуляра к поверхности раздела, построенной в точке падения), r – угол преломления света при прохождении во вторую среду², n_1 и n_2 - показатели преломления первой и второй среды, соответственно (см. рисунок 1).

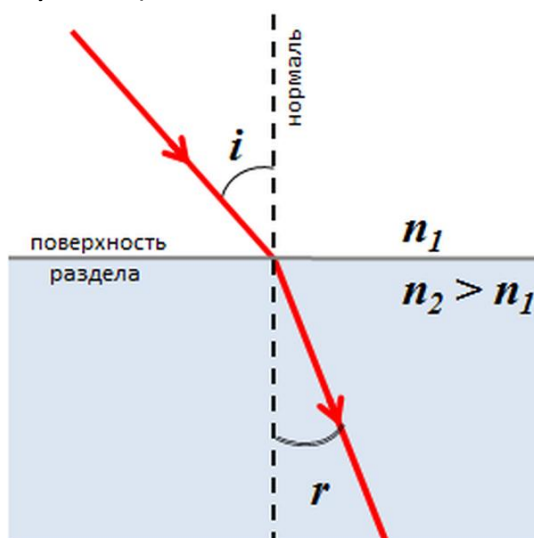


Рисунок 1. Преломление света на границе двух прозрачных сред

На рисунке 1 изображена ситуация, когда во второй среде свет распространяется медленнее, чем в первой ($v_2 < v_1$ и $n_2 > n_1$), при этом луч при переходе границы раздела отклоняется ближе к нормали. Если свет во второй среде распространяется быстрее ($n_1 > n_2$), то луч отклоняется дальше

² Общепринятые обозначения, возникшие от английских терминов «incidence» падение, и «refraction» - преломление.

от нормали. В любом случае, падающий луч, преломленный луч и нормаль к поверхности раздела в точке падения лежат в одной плоскости.

2. Дисперсия света

В общем случае, несмотря на название «постоянные», оптические постоянные зависят от частоты падающего на вещество света.

Дисперсией называют зависимость показателя преломления вещества от частоты ω или длины волны λ падающего света: $n = n(\omega)$ или $n = n(\lambda)$.³

Дисперсия характерна для всех веществ.

Дисперсией света называется зависимость фазовой скорости света в веществе от длины волны или частоты падающего света. Очевидно, что причиной дисперсии света является частотная зависимость показателя преломления света в веществе $n = n(\omega)$.

Существует **два вида дисперсии** – **нормальная и аномальная**. Дисперсию считают **нормальной**, если показатель преломления с

увеличением длины волны уменьшается: $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. Нормальная дисперсия

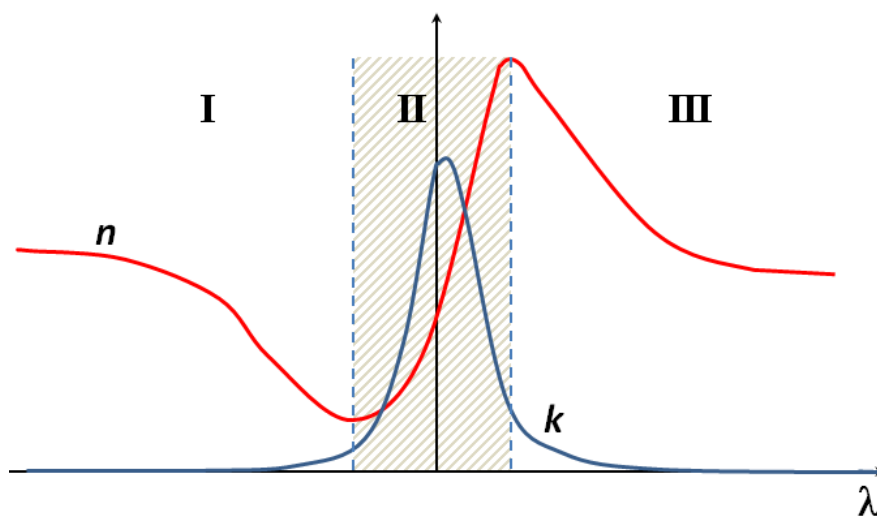
наблюдается в областях прозрачности вещества. Если с увеличением длины волны показатель преломления растет, $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, дисперсию называют

аномальной: Аномальная дисперсия тесно связана с поглощением света. Она наблюдается в тех относительно узких диапазонах длин волн, в которых свет сильно поглощается веществом (эти области спектра называют полосами поглощения). Для частотной зависимости показателя преломления условия наблюдения нормальной и аномальной дисперсии выглядят, соответственно, как $\frac{dn}{d\omega} > 0$ и $\frac{dn}{d\omega} < 0$.

На рисунке 2 спектральная область II соответствует сильному поглощению материала, в ее пределах отмечается резонансное увеличение k и аномальная дисперсия показателя преломления n . Спектральные области прозрачности I и III демонстрируют нормальную дисперсию, при этом значения k пренебрежимо малы.

³ $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}$

Так, например, для неокрашенных стекол нет полос поглощения в видимой области спектра (380 -760 нм) и в ближней инфракрасной области (760 нм – 4 мкм), поэтому в широком диапазоне длин волн от 0,38 до 2,4 мкм в стекле наблюдается нормальная дисперсия. Однако стекло сильно поглощает ультрафиолетовое излучение и излучение среднего инфракрасного диапазона. Соответственно, в указанных областях стекло демонстрирует аномальную дисперсию. Если вещество имеет несколько полос поглощения, то аномальная дисперсия наблюдается вблизи каждой из них.



I, III – спектральные области прозрачности вещества, II – область поглощения

Рисунок 2. Зависимость оптических постоянных вещества от длины волны падающего света

Важным следствием дисперсии света является пространственное разложение некогерентного света на составляющие при попадании в вещество с заметной дисперсией. Так, например, при падении белого света на трехгранную стеклянную призму в результате дисперсии в стекле происходит разложение падающего излучения в спектр на составляющие – от красного света до фиолетового (см. рисунок 3). Причиной пространственного разделения света с разной длиной волны является зависимость угла преломления света от длины волны при пересечении границы раздела воздух/стекло. При падении света из воздуха ($n_1 = 1$) на стекло, показатель преломления которого зависит от длины волны $n_2 = n_2(\lambda)$, закон преломления (5) можно записать в виде:

$$\sin r = \frac{n_1 \sin i}{n_2} = \frac{\sin i}{n_2(\lambda)} \quad (6)$$

Очевидно, что чем меньше показатель преломления n_2 , тем больше угол преломления r . А поскольку для прозрачных веществ с нормальной дисперсией показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны, то длинноволновой красный свет имеет меньший показатель преломления n_2 , и преломляется под большим углом, чем коротковолновой фиолетовый свет, для которого n_2 больше.

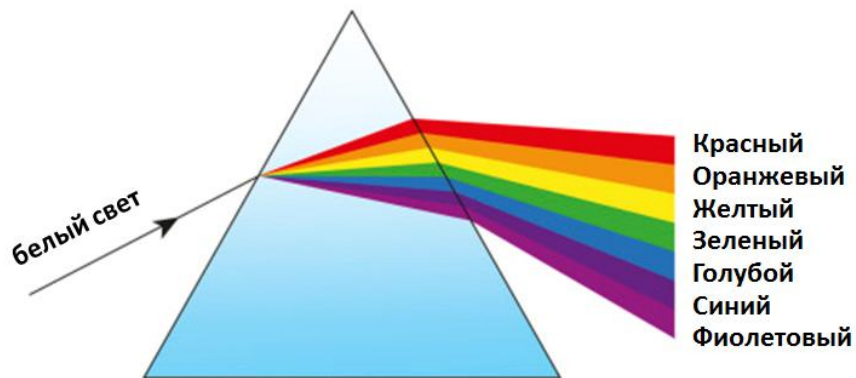


Рисунок 3. Дисперсия белого света в призме с нормальной дисперсией

Ярким примером дисперсии света в природе является **радуга**. Она возникает в результате дисперсии света на дождевых каплях. Белый свет падает на каплю, преломляется, в результате нормальной дисперсии разделяется на волны разных цветов, затем разложенное в спектр излучение испытывает полное внутреннее отражение от задней полусферы капли, на обратном пути происходит его дальнейшая дисперсия, и, наконец, разложенный в спектр свет преломляется и выходит обратно через переднюю поверхность капли (см. рисунок 4).

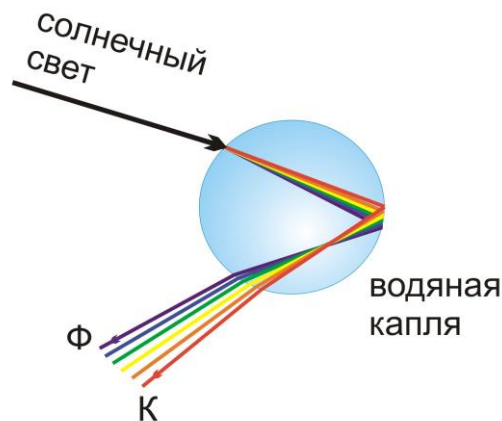


Рисунок 4. К возникновению радуги

Таким образом, радугу можем наблюдать только тогда, когда Солнце светит сзади наблюдателя, а дождь идет впереди него. Из-за дисперсии каждый цвет в отраженных лучах собирается под своим строго определенным углом, и это объясняет, почему радуга образует в небе дугу.

3. Классическая теория дисперсии

Свет представляет собой электромагнитные волны, которые характеризуются колебанием двух векторов, вектора электрической напряженности \vec{E} и вектора магнитной напряженности \vec{H} , с частотой от $4 \cdot 10^{14}$ до $8 \cdot 10^{14}$ Гц (что соответствует видимому диапазону излучения с длиной волны от 380 до 760 нм). Вектор \vec{E} часто также называют **световым вектором**, поскольку именно он определяет величину и направление переноса той части энергии электромагнитного излучения, которая может быть воспринята визуально (световой поток).

Чтобы построить теорию дисперсии для оптических констант, т.е. найти их зависимость от частоты (длины волны), необходимо рассмотреть движение заряженных частиц вещества под действием электрического поля световой волны. Заряженными частицами вещества могут быть *свободные электроны, заряженные оболочки атомов и молекул, ионы кристаллической решетки*.

Описывать их движение в рамках классической теории можно в том случае, если энергия фотонов электромагнитного излучения намного меньше средней тепловой энергии заряженных частиц, а сама энергия заряженных частиц может меняться непрерывно, а не дискретно.

С точки зрения классической теории дисперсии, предложенной голландским физиком Лоренцом в начале 20 века, взаимодействие света и вещества сводится к воздействию электромагнитного поля световой волны на заряженные частицы вещества, которые могут совершать собственные колебания с частотой ω_0 . Такие частицы называют **заряженными осцилляторами**.

Пусть на осциллятор с массой m и зарядом q , движущийся вдоль оси x , действуют следующие силы: внешняя движущая сила, обусловленная действием электрического поля, $\vec{F}_{внеш} = q\vec{E}$, линейная возвращающая сила

упругости $\vec{F}_{\text{упр}} = -K\vec{x}$ с коэффициентом упругости K , и тормозящая сила сопротивления среды $\vec{F}_c = -b\frac{d\vec{x}}{dt}$, где b - коэффициент сопротивления среды, \vec{x} - смещение осциллятора относительно положения равновесия. Сопротивление среды выражается в том, что в процессе колебаний заряженная частица постепенно теряет свою энергию, и амплитуда колебаний с течением времени уменьшается. Этот процесс называется затуханием. Затухание связано с излучением вторичных волн и взаимодействием частиц между собой. Явление затухания аналогично трению в механических колебаниях.

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось x :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_{\text{внеш}} - F_{\text{упр}} - F_c = qE - Kx - b\frac{dx}{dt} \quad (7)$$

Знак «-» перед $F_{\text{упр}}$ и $F_{\text{мп}}$ обусловлен тем, что и сила сопротивления среды, и сила упругости направлены противоположно внешней движущей силе. В канонической форме для **вынужденных затухающих колебаний** уравнение (7) можно переписать как:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = \frac{q}{m}E \quad (8)$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ - собственная циклическая частота колебаний осциллятора в отсутствие сопротивления среды и внешних сил, а постоянная затухания $\gamma = \frac{b}{m}$ определяет, насколько быстро уменьшается амплитуда колебаний осциллятора с течением времени из-за сопротивления среды.

Если рассматривать воздействие на заряженный осциллятор плоской монохроматической световой волны с частотой ω и амплитудой \vec{E}_0 , т.е. $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-i\omega t)$, то решением дифференциального уравнения (8) будет

$$x = x_0 \exp(-i\omega t) = \frac{q}{m} \frac{E}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \exp(-i\omega t), \quad (9)$$

где x_0 - комплексная амплитуда вынужденных затухающих колебаний заряженной частицы

$$x_0 = \frac{q}{m} \frac{E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}. \quad (10)$$

Рассмотрим поляризацию немагнитного вещества ($\mu \approx 1$) под

действием электромагнитного поля световой волны. В отсутствие внешнего воздействия заряженные частицы вещества находятся в равновесии. Под действием электрического поля \vec{E} световой волны заряженные частицы смещаются из положения равновесия на некоторое расстояние x . В результате возникает электрический диполь с дипольным моментом $\vec{p} = qx$. Если в единице объема среды имеется N заряженных частиц, то электрический дипольный момент единицы объема, называемый поляризованностью P , равен:

$$\vec{P} = N\vec{p} = Nqx. \quad (11)$$

Учтем связь между поляризованностью \vec{P} и вектором электрического смещения \vec{D} :

$$\vec{D} = \tilde{\epsilon}\epsilon_0\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad (12)$$

где ϵ_0 - электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость вакуума).

Тогда выразим P из (12), и с учетом (11) и полученного решения (9) для x , получим:

$$P = \epsilon_0 E (\tilde{\epsilon} - 1) = Nqx = \frac{Nq^2}{m} \frac{E}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}. \quad (13)$$

Отсюда комплексная диэлектрическая проницаемость среды равна

$$\tilde{\epsilon} = 1 + Nqx = 1 + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}. \quad (14)$$

В дальнейшем, объединим постоянный множитель перед вторым слагаемым в отдельную константу:

$$\omega_p^2 = \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m}. \quad (15)$$

Для действительной ϵ и мнимой ϵ' частей комплексной диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon} = \epsilon + i\epsilon'$ с использованием (15) можно записать отдельные выражения:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}. \quad (16)$$

$$\epsilon'(\omega) = \frac{\gamma\omega\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}. \quad (17)$$

На рисунке 5 схематически представлены зависимости от частоты

действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости. Соответствующие комплексной диэлектрической проницаемости значения оптических постоянных n и k , рассчитанные с учетом формул (4), представлены на рисунке 6.

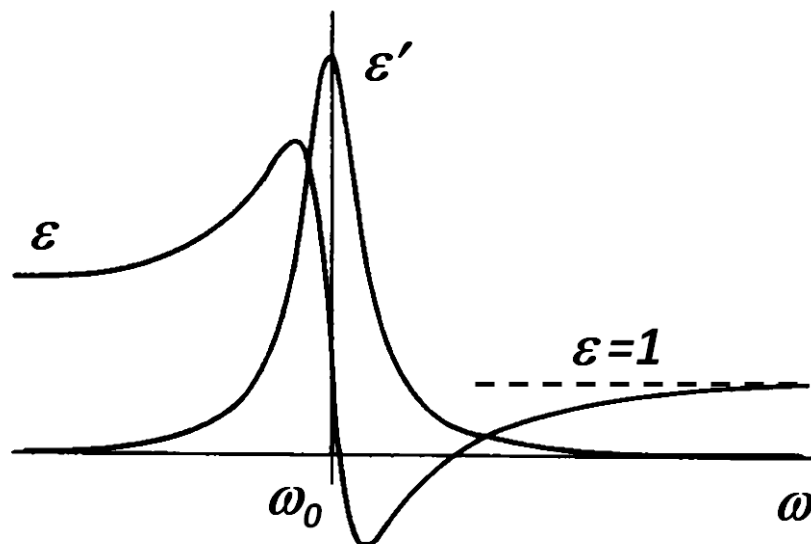


Рисунок 5. Частотная зависимость действительной ϵ и мнимой ϵ' частей комплексной диэлектрической проницаемости

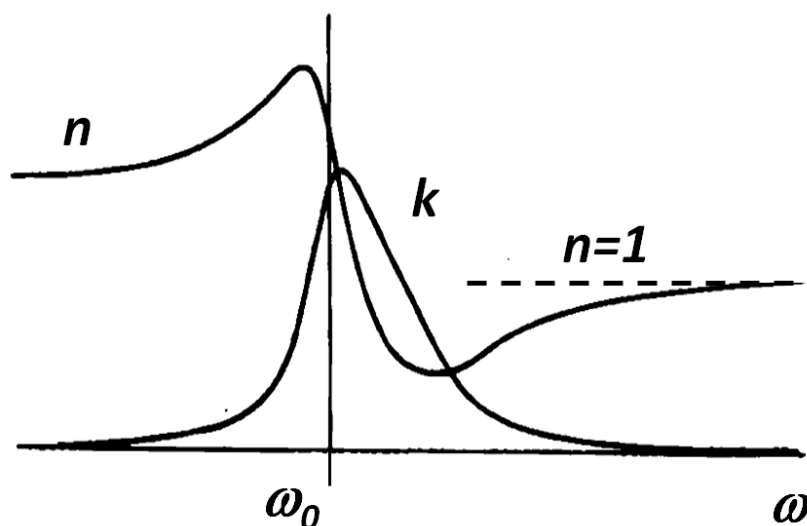


Рисунок 6. Частотная зависимость оптических постоянных (действительной n и мнимой k частей комплексного показателя преломления \tilde{n})

Как видим, в области частот света, близких к собственной частоте колебаний заряженных частиц $\omega \approx \omega_0$, мнимая часть диэлектрической

проницаемости ε' и мнимая часть показателя преломления k достигают резкого максимума (резонанс). В этой области вещество резонансно поглощает энергию падающего излучения. Поведение показателя преломления n и действительной части диэлектрической проницаемости ε в той же области спектра свидетельствуют о том, что при поглощении света вещество характеризуется аномальной дисперсией: $\frac{dn}{d\omega} < 0$ (или $\frac{dn}{d\lambda} > 0$).

В областях частот удаленных от резонансной частоты ω_0 показатель преломления n (как и ε) демонстрирует нормальную дисперсию: $\frac{dn}{d\omega} > 0$ (или $\frac{dn}{d\lambda} < 0$).

Анализ выражений (16) и (17) в пределе малых частот ($\omega \rightarrow 0$) показывает, что

$$\varepsilon(0) \approx 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}; \quad \varepsilon'(0) = 0 \quad (18)$$

Мнимая часть диэлектрической проницаемости стремится к нулю, а действительная становится константой, статическим значением диэлектрической проницаемости, зависящим от концентрации осцилляторов и их массы. Так, например, для воды значение статической диэлектрической проницаемости $\varepsilon(0) = 81$, а для трансформаторного масла 2.2. Показатель преломления при этом имеет только действительную часть $n(0) = \sqrt{\varepsilon(0)}$, поглощение отсутствует $k(0) = 0$.

В пределе больших частот ($\omega \gg \omega_0, \omega \rightarrow \infty$) из (16) и (17) получаем:

$$\varepsilon(\infty) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx 1; \quad \varepsilon'(\infty) = 0 \quad (19)$$

Действительная часть диэлектрической проницаемости стремится к 1 снизу, а мнимая стремится к нулю. Соответствующие компоненты комплексного показателя преломления равны $n(\infty) = \sqrt{\varepsilon(\infty)} \approx 1; k(\infty) = 0$. То есть, в пределе высоких частот показатель преломления стремится к 1 снизу, поглощение отсутствует.

Таким образом, представленная классическая модель правильно описывает дисперсию оптических постоянных в случае, если взаимодействие света с веществом можно описывать в рамках **одноосцилляторного**

приближения (т.е. рассматривая только один сорт заряженных частиц - осцилляторов).

Однако во многих случаях взаимодействия света с веществом будет необходимо учесть наличие заряженных частиц разных типов (электроны, ионы), или учесть, что заряженные частицы одного сорта могут иметь несколько собственных (резонансных) частот ω_0 . Тогда в формулах (14) – (17) потребуется провести суммирование по осцилляторам разных типов со своими массами, зарядами и собственными частотами. Такое приближение называют **многоосцилляторным**. Так для примера на рисунках 7 и 8 представлены частотные зависимости оптических постоянных при наличии в веществе осцилляторов двух сортов.

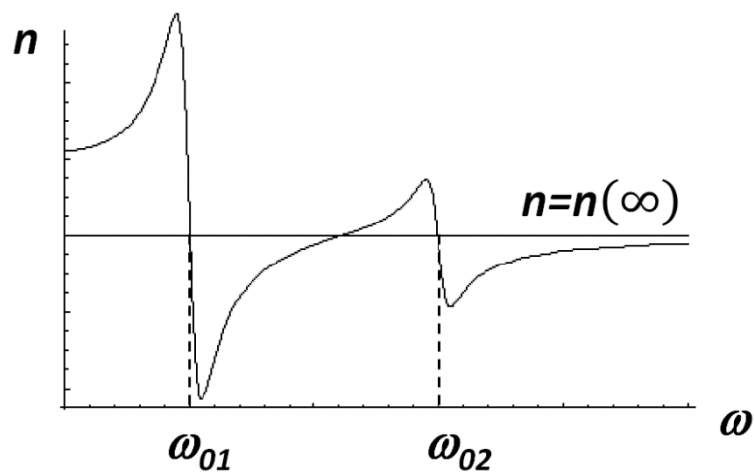


Рисунок 7. Дисперсия действительной части комплексного показателя преломления при наличии двух сортов осцилляторов в веществе

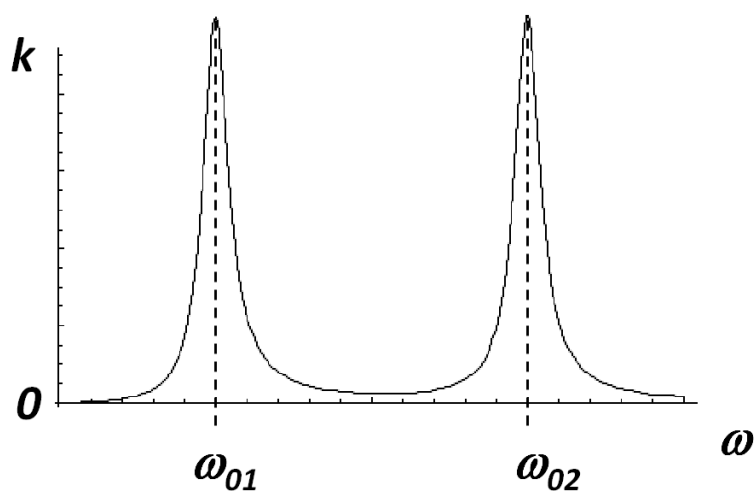


Рисунок 8. Дисперсия мнимой части комплексного показателя преломления при наличии двух сортов осцилляторов в веществе

Рассмотренная классическая теория дисперсии с достаточно хорошей точностью описывает поведение разного типа материалов – диэлектриков, металлов, полупроводников.

В случае если вещество – **диэлектрик**, в качестве заряженных частиц могут выступать электроны атомной оболочки и ионы кристаллической решетки, причем эти частицы могут совершать колебания с разными собственными частотами, т.е. в общем случае следует использовать многоосцилляторную модель. Характерные примеры дисперсии в диэлектриках приведены на рисунках 2, 5-8.

Если вещество – **металл**, то взаимодействие со светом в основном происходит за счет вынужденных колебаний свободных электронов, и в этом случае собственная частота колебаний отдельных электронов $\omega_0 = 0$. Тогда

введенная в формуле (15) константа $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}}$ - называется плазменной

частотой и представляет собой собственную частоту колебаний электронного газа в металлах относительно ионов кристаллической решетки. Применение модели Лоренца для металлов дает широкую область пренебрежимо малых значений n и больших значений k для частот меньше плазменной ($\omega < \omega_p$ - область поглощения и отражения света металлом), и область нормальной дисперсии при $\omega > \omega_p$.

Если вещество – **полупроводник**, то это значит, что у него как в металлах есть свободные носители заряда (электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне), но есть и ионы кристаллической решетки, которые ведут себя как заряженные осцилляторы в диэлектриках. Таким образом, полупроводники обладают свойствами как металлов, так и диэлектриков. Вследствие этого для полупроводников формулы (16), (17) для вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости должны включать вклады и от ионов кристаллической решетки, и от свободных носителей заряда.

4. Определение показателя преломления вещества по углу наименьшего отклонения

Метод расчета

Рассмотрим метод определения показателя преломления,

применимый для прозрачных веществ ($k=0$). Метод состоит в измерении минимального угла отклонения лучей при прохождении света через треугольную призму, изготовленную из исследуемого материала.

На окруженную воздухом призму направляют параллельный пучок света. Грани, через которые свет входит в призму и выходит из нее, называют **боковыми гранями**. Угол между боковыми гранями называют **преломляющим углом призмы** δ . Грань, противоположная преломляющему углу призмы, называется **основанием призмы**. Для простоты рассмотрим равнобедренную призму, т.е. призму с боковыми гранями равной длины. Поскольку свет падает параллельным пучком, достаточно рассмотреть ход одного из лучей в плоскости поперечного сечения призмы, проходящей вдоль ее боковых граней. (см. рисунок 9, плоскость ABC).

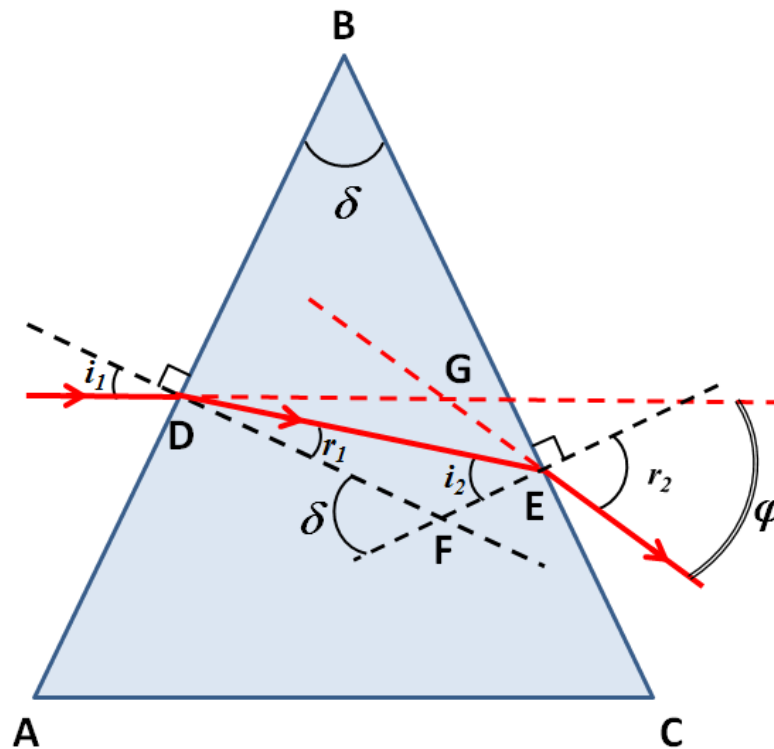


Рисунок 9. Ход монохроматического луча через призму

Пусть свет с длиной волны λ падает на левую грань призмы под углом i_1 к нормали. Ход луча через призму рассчитывается на основании закона преломления света. Согласно (5) угол преломления после пересечения лучом левой грани будет равен r_1 :

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n, \quad (20)$$

где n – показатель преломления призмы для длины волны λ падающего луча; показатель преломления для воздуха принят равным 1.

Если обозначить как i_2 угол падения на правую грань луча, прошедшего сквозь призму, то угол преломления из призмы в воздух будет составлять r_2 :

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n} \quad (21)$$

Внутренние углы призмы r_1 и i_2 не поддаются измерениям для небольших призм. Чтобы иметь возможность определить показатель преломления n призмы из эксперимента, необходимо получить его зависимость от практически измеряемых внешних углов i_1 , r_2 , и преломляющего угла призмы δ .

Рассмотрим на рисунке 9 четырехугольник $DBEF$, образованный боковыми гранями и нормалью к ним. Так как сумма углов четырехугольника равна 2π , то $\angle DFE = 2\pi - \pi/2 - \pi/2 - \delta = \pi - \delta$. Тогда из треугольника DEF , с учетом равенства суммы углов треугольника π , получаем:

$$\delta = i_2 + r_1 \quad (22)$$

Подставляем (22) в (20):

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sin(i_1)}{\sin(r_1)} = \frac{\sin(i_1)}{\sin(\delta - i_2)} = \frac{\sin(i_1)}{\sin(\delta)\cos(i_2) - \sin(i_2)\cos(\delta)} = \\ &= \frac{\sin(i_1)}{\sin(\delta)\sqrt{1 - \sin^2(i_2)} - \sin(i_2)\cos(\delta)} \end{aligned} \quad (23)$$

Выразим $\sin(i_2)$ из (21) и подставим в (23). Выполнив преобразования, получим зависимость показателя преломления призмы от внешних углов i_1 , r_2 , и преломляющего угла призмы δ :

$$n = \frac{1}{\sin(\delta)} \sqrt{\sin^2(i_1) + \sin^2(r_2) + 2\sin(i_1)\sin(r_2)\cos(\delta)}. \quad (24)$$

Измерение углов i_1, r_2 является возможным, но не является удобным, поскольку отсчитываются они от разных граней призмы. Гораздо удобнее при выполнении эксперимента проводить измерение углов, которые отсчитываются от одного и того же направления. На практике вместо углов i_1, r_2 удобнее измерять **угол отклонения лучей** призмой от своего первоначального направления. На рисунке 9 угол отклонения лучей обозначен φ . Он отсчитывается между направлением падения луча на призму и направлением выхода из нее.

Из треугольника DGE видно, что сумма углов треугольника $\pi = (i_1 - r_1) + (r_2 - i_2) + (\pi - \varphi)$, откуда с учетом (22) получаем:

$$\varphi = i_1 + r_2 - \delta. \quad (25)$$

Оценим поведение φ в приближении малых углов i_1 и r_2 . Поскольку для малых углов синус угла приблизительно равен значению самого угла, выраженному в радианах ($\sin(x) \approx x$), соотношения (20) и (21) можно представить в виде

$$n \approx \frac{i_1}{r_1} \approx \frac{r_2}{i_2}, \quad (26)$$

Тогда, подставляя в (25) выражения для i_1 и r_2 из (26), получаем $\varphi = i_1 + r_2 - \delta \approx nr_1 + ni_2 - \delta = n(r_1 + i_2) - \delta = n\delta - \delta = \delta(n-1)$, т.е.

$$\varphi \approx \delta(n-1). \quad (27)$$

Из чего можно сделать важный вывод, что **чем больше преломляющий угол призмы δ , тем сильнее отклоняется луч**. Этот вывод качественно справедлив также и для больших углов. Поэтому, если хотят добиться большего отклонения луча от первоначального направления, для эксперимента выбирают призмы с большим преломляющим углом.

Итак, как следует из формулы (25), значение угла отклонения меняется с изменением угла падения света на призму. Можно показать, что **минимальный угол отклонения φ_{min} наблюдается в ситуации, когда свет идет через призму симметрично**, т.е. угол падения света на призму и угол преломления при выходе света из призмы равны между собой:

$$i_1 = r_2, \quad (28)$$

а $r_1 = i_2$, соответственно. Если призма является равнобедренной, то внутри призмы свет при этом будет распространяться параллельно основанию (см. рисунок 10). Минимальный угол отклонения φ_{min} называют **углом наименьшего отклонения**.

Подставив условие (28) в формулу (25), получим

$$i_1 = \frac{\varphi_{min} + \delta}{2}, \quad (29)$$

в то время как подстановка (28) в (25) дает

$$r_1 = \frac{\delta}{2}. \quad (30)$$

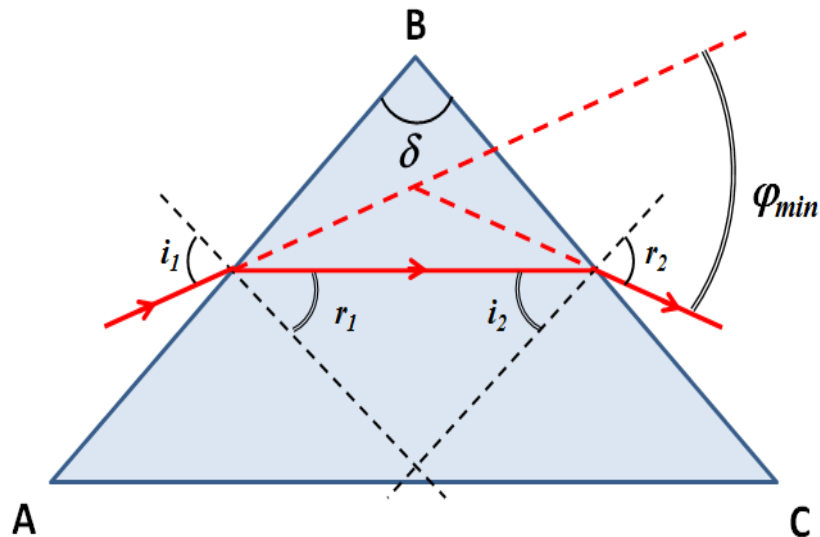


Рисунок 10. Симметричный ход луча через призму ($i_1 = r_2$; $r_1 = i_2$; $\varphi = \varphi_{min}$)

Используя выражения (29) и (30), из закона преломления (20) мы получаем рабочую формулу для определения показателя преломления призмы путем измерения угла наименьшего отклонения для светового луча:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi_{min} + \delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}, \quad (31)$$

То же самое выражение получается из формулы (24) при подстановке в нее условия (29) и тригонометрических преобразований.

Следовательно, определение показателя преломления вещества сводится к измерению преломляющего угла призмы δ и угла наименьшего отклонения лучей φ_{min} .

Следует отметить, что метод определения показателя преломления призмы путем измерения угла наименьшего отклонения φ_{min} не только более удобен, чем метод измерения внешних углов i_1 и r_2 (упрощается и само измерение угла, и расчетная формула), но также и более точен (сокращает число измеряемых углов, а значит, уменьшает полную погрешность измерений).

Относительная и абсолютная погрешности показателя преломления призмы определяются по следующим формулам. Относительная погрешность показателя преломления:

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{ctg} \left(\frac{\varphi_{\min} + \delta}{2} \right) - \operatorname{ctg} \left(\frac{\delta}{2} \right) \right] \Delta \delta + \left| \operatorname{ctg} \left(\frac{\varphi_{\min} + \delta}{2} \right) \right| \Delta \varphi_{\min}. \quad (32)$$

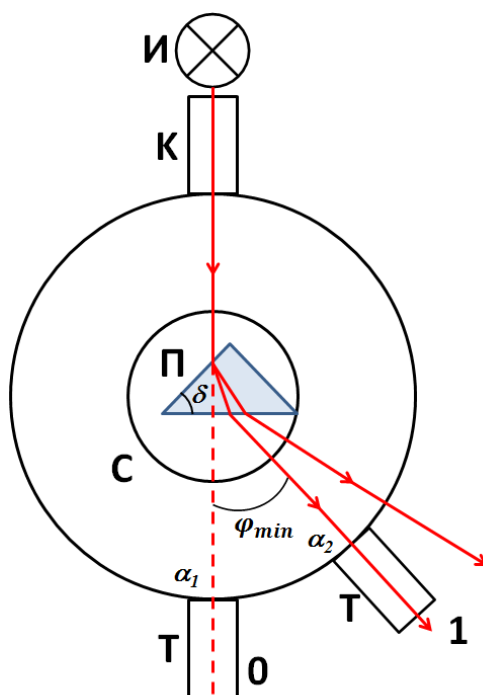
Абсолютная погрешность показателя преломления:

$$\Delta n = \varepsilon_n \cdot n. \quad (33)$$

Здесь $\Delta \varphi_{\min}$ и $\Delta \delta$ - абсолютные погрешности угла наименьшего отклонения и преломляющего угла призмы, соответственно.

Описание установки

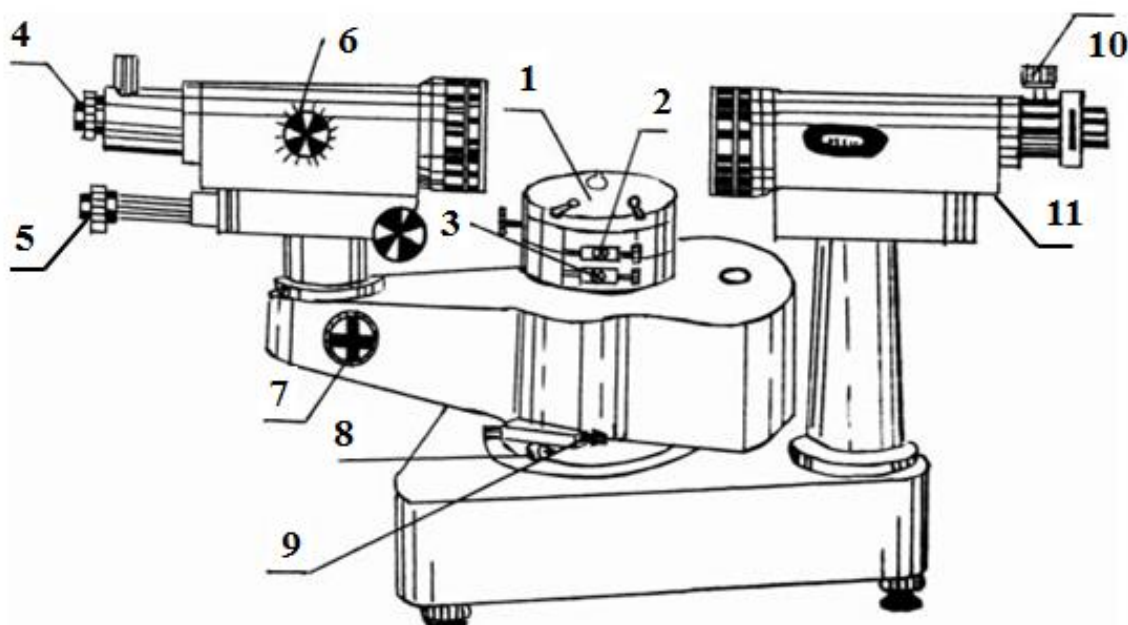
Экспериментальная установка состоит из ртутной лампы, гониометра и стеклянной треугольной призмы (один из углов равнобедренного треугольника в основании призмы является прямым). Гониометром называют оптический прибор, предназначенный для бесконтактного измерения углов с высокой точностью (в нашем случае – с точностью до 1"). Схематичное изображение установки представлено на рисунке 11.



И – источник света (ртутная лампа); *К* – коллиматор со спектральной щелью; *С* – предметный столик; *П* – стеклянная призма; *Т* – зрительная труба гониометра; 0 и 1 – положения зрительной трубы, установленной, соответственно, на направление падения луча на призму (α_1) и направление выхода луча из призмы при $\varphi = \varphi_{\min}$ (α_2)

Рисунок 11. Схема экспериментальной установки.

Детальное изображение гониометра приведено на рисунке 12. Немонохроматическое излучение ртутной лампы *И* падает на спектральную щель коллиматора *К* гониометра. Оптическая система коллиматора преобразует пучок в параллельный и направляет его на стеклянную призму *Л*. Призма устанавливается на предметный столик *С* гониометра таким образом, чтобы прямой угол треугольника был обращен к коллиматору (см. рисунок 11). Благодаря явлению дисперсии призма раскладывает белый свет в спектр. Таким образом, излучение различных цветов (с соответствующей длиной волны λ) выходит из призмы под разными углами. Спектральные линии различных цветов наблюдаются в окуляре зрительной трубы *Т* гониометра после ее поворота в соответствующем направлении. Измерение угла проводится путем снятия показаний в окуляре отсчетного устройства гониометра после юстировки трубы на *угол наименьшего отклонения для света с данной длиной волны λ* (см. раздел «Порядок проведения измерений и обработки результатов»).

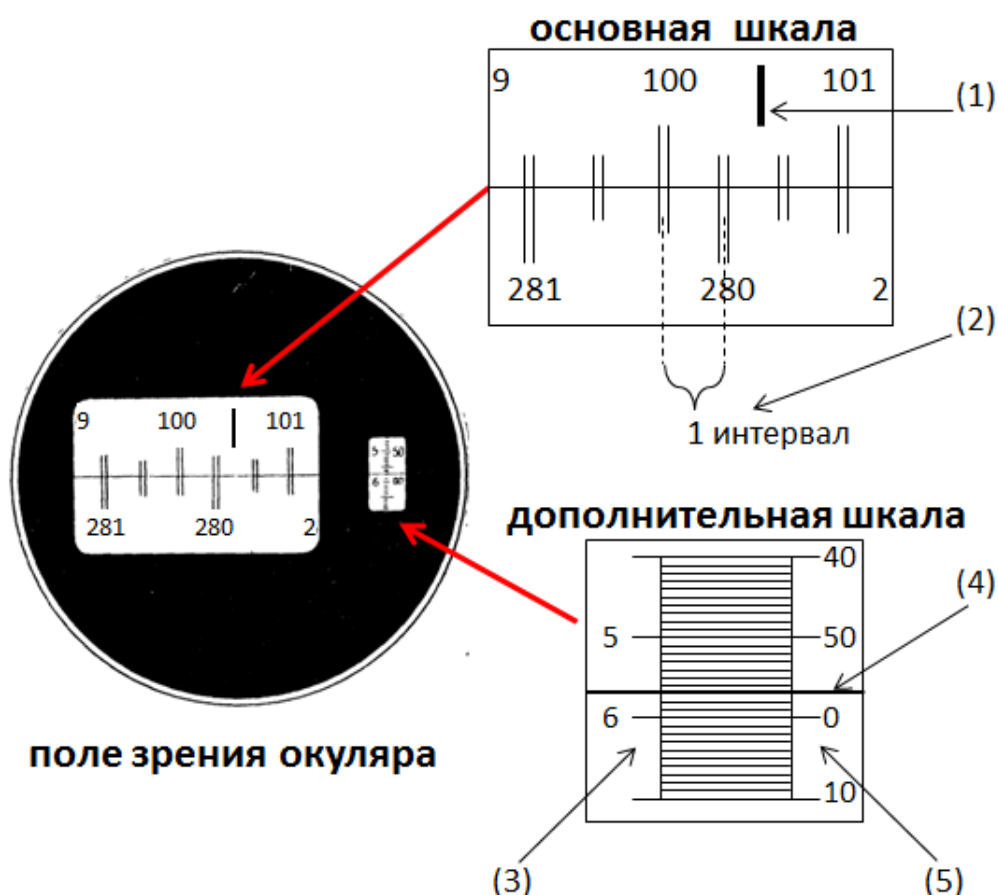


1- предметный столик; 2,3 – зажимные винты предметного столика; 4 – окуляр зрительной трубы; 5 – окуляр отсчетного устройства; 6 – маховичок фокусировки зрительной трубы; 7 – маховичок оптического микрометра; 8 – зажимной винт зрительной трубы; 9 – микрометрический винт; 10 – винт регулировки ширины спектральной щели коллиматора; 11 – коллиматор

Рисунок 12. Гониометр

Порядок снятия отсчёта на гониометре Г-5

1. Включить освещение поля зрения отсчётного устройства с помощью тумблера, расположенного в нижней левой части основания гониометра.
2. Отрегулировать резкость изображения шкалы отсчётного устройства окуляра 5 путем вращения оправы окуляра.
3. Найти в поле зрения отсчётного устройства основную шкалу и дополнительную (см. рисунок 13).



ТЕКУЩИЙ ОТСЧЕТ $100^{\circ} 15' 57''$

- (1) – вертикальный индикатор; (2) – число интервалов, соответствующее числу десятков минут; (3) – шкала единиц минут; (4) – горизонтальный индикатор; (5) – шкала секунд

Рисунок 13. К снятию показаний гониометра

Основная шкала находится в центре поля зрения окуляра. Она позволяет измерить число градусов и число десятков минут. Дополнительная шкала находится в правой части поля зрения окуляра. Она дает возможность измерить число единиц минут и число секунд.

4. Снять отсчет по основной шкале. Для этого поверните маховичок оптического микрометра так, чтобы верхние и нижние изображения штрихов точно совместились. Найдите вертикальный индикатор (1) над штрихами. **Число градусов** будет равно ближайшему числу, расположенному слева от индикатора. **Число десятков минут** равно числу интервалов (2), заключенных между верхним сдвоенным штрихом, соответствующим отсчитанному числу градусов, и нижним сдвоенным штрихом, показание которого отличается от верхнего на 180° .

5. Снять отсчет по дополнительной шкале. **Число единиц минут** отсчитывается по левой части шкалы (3) согласно показанию горизонтального индикатора (4). **Число секунд** отсчитывается по правой части шкалы (5) согласно показанию того же индикатора.

6. Объединить показания, снятые по обеим шкалам. Записать значение угла с точностью до секунды.

На рисунке 13 приведен пример отсчёта. При затруднении в измерении углов обращайтесь к преподавателю или лаборанту.

Порядок проведения измерений и обработки результатов

Внимание: при работе на установке необходимо строго соблюдать правила техники безопасности:

1. Категорически запрещено включать ртутную лампу в нагретом состоянии. Если есть необходимость повторного включения лампы после ее выключения, следует подождать охлаждения в течение 10 минут.

2. Не применяйте усилие при работе с гониометром. Перед поворотом зрительной трубы гониометра убедитесь, что труба не зафиксирована.

Перед началом работы студент обязан внимательно изучить описание гониометра и усвоить порядок снятия отсчета по гониометру (см. раздел «Описание установки»). **Ртутную лампу при этом не включать.**

Только после этого приступать к выполнению работы:

1. Включить ртутную лампу и установить зрительную трубу гониометра напротив источника света. Найти изображение щели коллиматора в поле зрения трубы и совместить его с двойной визирной линией (четкость изображения достигается при помощи винта 6 (рисунок 12)).

Снять отсчет угла α_1 , соответствующего направлению падения белого света на призму, которая будет установлена впоследствии (см. рисунок 11). Угол падения одинаков для всех длин волн немонахроматического излучения ртутной лампы. Внести значение α_1 в таблицу 1.

Таблица 1. Параметры спектральных линий в дисперсионном спектре

Линия спектра	α_1	α_1	φ_{\min}	n	Δn
Красная $\lambda=623$ нм					
Желтая $\lambda=579$ нм					
Желтая $\lambda=576,4$ нм					
Зеленая $\lambda=546$ нм					
Зелено-голубая $\lambda=491$ нм					
Синяя $\lambda=434$ нм					

2. В работе применяется прямоугольная равнобедренная призма. Установить на предметном столике гониометра призму прямым углом к источнику света, как показано на рисунке 11. При таком расположении преломляющий угол призмы будет равен $\delta = 45^\circ$.

3. Невооруженным глазом найти направление, в котором видно разложение в спектр изображения щели коллиматора. Затем поворачивать зрительную трубу вправо (или влево) до тех пор, пока двойная желтая спектральная линия (дублет) не окажется в середине поля зрения окуляра зрительной трубы. Остановить зрительную трубу, закрепить ее с помощью винта 8 (рисунок 12).

4. Медленно поворачивать рукой предметный столик с призмой по часовой стрелке (если труба повернута вправо относительно оси коллиматора) или против часовой стрелки (если труба повернута влево относительно оси коллиматора) и одновременно наблюдать в окуляре зрительной трубы за движением линий спектра. Во время вращения столика меняется угол φ отклонения лучей призмой. При этом спектр сначала

движется в одном направлении, затем останавливается, и начинает двигаться в обратном направлении. Нужно остановить столик в тот момент, когда останавливается спектр. Тем самым мы фиксируем направление α_2 , соответствующее углу наименьшего отклонения луча призмой $\varphi = \varphi_{\min}$. (см. рисунок 11).

5. Произвести измерения угла α_2 для каждой линии в спектре. Для этого нужно совместить визирную линию с линией спектра с помощью винта 9 (рисунок 12). Снять отсчет α_2 . Внести значение в таблицу 1. Повторить действия для следующей линии в спектре.

6. Рассчитать значение угла наименьшего отклонения $\varphi_{\min} = |\alpha_2 - \alpha_1|$ для каждой линии в спектре. Внести значения в таблицу 1.

7. Вычислить показатель преломления n для каждой линии спектра по формуле (31), где $\delta = 45^\circ$. Рекомендуется рассчитывать показатель преломления с точностью до трех десятичных знаков после запятой. Внести значения в таблицу 1.

8. По формулам (32) и (33) рассчитать абсолютные погрешности измерения показателя преломления Δn . Следует учесть, что $\Delta \varphi_{\min} = \Delta \alpha_1 + \Delta \alpha_2$ и использовать значения абсолютных погрешностей $\Delta \alpha = \Delta \delta = 0,5'' = 2,4 \cdot 10^{-6}$ рад. Внести значения в таблицу 1.

9. Построить график зависимости показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$. Масштаб при этом следует выбрать согласно диапазону имеющихся значений n и λ . Каждую точку отображать с учетом погрешности Δn .

10. По виду зависимости $n(\lambda)$ установить вид дисперсии материала призмы.

Список литературы

1. Саржевский, А.М. Оптика. Полный курс. Изд. 2-е. - М.: Едиториал УРСС, 2004. – 608 с.
2. Трофимова Т.И. Физика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования, обучающихся по техническим направлениям подготовки, - Москва : Академия, 2012. - 316 с.
3. Детлаф, А.А., Яворский, Б.М. Курс общей физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 720 с.