

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

Кафедра "ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА"

# **Изучение спектра излучения атома водорода**

Методические указания к лабораторной работе

***Электронный учебный материал***

**Минск 2020**

Составители: доктор физ.-мат. наук, профессор Зенькевич Э.И.  
канд. физ.-мат. наук, доцент Качан С.М.  
канд. физ.-мат. наук, доцент Митькина Н.Н.

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры "Лазерная физика и спектроскопия" БГУ Воропай Е.С.

В издании представлены методические указания к выполнению лабораторной работы по физике в разделе "Оптика и атомная физика" для студентов технических специальностей университетов, включающие в себя теоретическую часть, контрольные вопросы и порядок выполнения работы, заключающейся в наблюдении серии Бальмера в спектре излучения атома водорода с помощью призмного монохроматора и определении длин волн наблюдаемой серии как экспериментально, так и теоретически.

Белорусский национальный технический университет.  
Факультет информационных технологий и робототехники.  
ул. Б.Хмельницкого, 9, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: (017) 292-71-53  
E-mail: [tf@bntu.by](mailto:tf@bntu.by)  
<http://www.bntu.by/fitr.html>  
Регистрационный № БНТУ/ФИТР47-74.2020

## Содержание

<u>Контрольные вопросы</u> .....	4
1. <u>Введение</u> .....	5
2. <u>Постулаты Бора</u> .....	8
3. <u>Атом водорода по Бору</u> .....	10
4. <u>Спектральные серии атома водорода</u> .....	13
5. <u>Атом водорода в квантовой механике</u> .....	14
6. <u>Определение длин волн спектральных линий в серии Бальмера спектра излучения атома водорода</u> .....	17
<u>Описание установки</u> .....	17
<u>Порядок проведения измерений и обработка результатов</u> .....	19
<u>Градуировка монохроматора</u> .....	20
<u>Определение длин волн в серии Бальмера с помощью призменного монохроматора</u> .....	21
<u>Список литературы</u> .....	23

### Цель работы.

1. Изучить теорию атома водорода в модели Бора и в рамках квантовой механики.
2. Экспериментально определить длины волн в видимой области спектра излучения атома водорода и сопоставить их с теоретическими значениями.

### Приборы и принадлежности

1. Водородная лампа
2. Ртутная лампа
3. Призмный монохроматор УМ-2
4. Миллиметровая бумага формата А4

### Порядок теоретической подготовки к выполнению работы

Изучить теоретический материал и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

### Контрольные вопросы

1. Атом водорода по Резерфорду. Постулаты Бора.
2. Атом водорода по Бору. Какие физические величины, определяющие состояние электрона в атоме, принимают дискретные значения?
3. Энергия электрона в атоме водорода. Схема энергетических уровней атома водорода. Основное и возбужденные состояния атома водорода.
4. Определение энергии ионизации атома водорода и формула для ее оценки.
5. Определение спектральных серий в спектрах излучения атома водорода. Какая серия в спектре атома водорода расположена в видимой части спектра?
6. Стационарное уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода.
7. Квантовые числа, их связь с физическими величинами.
8. Принципиальная схема призмного монохроматора.
9. В чем заключается градуировка монохроматора?

## 1. Введение

Согласно философскому учению древних греков, все материальные вещи состоят из химически неделимых частиц – атомов. Сами атомы греки считали мельчайшими, невозникающими и исчезающими, качественно однородными, непроницаемыми частицами, обладающими определённой формой. В XVIII веке А. Лавуазье, М.В. Ломоносов, М. Фарадей, Д.И. Менделеев и другие ученые доказали реальность существования атомов. Однако вопрос об их внутреннем устройстве даже не возникал. Прошли века и вплоть до XIX века ученые предполагали, что атом является неделимым.

Первые модели строения атома появились лишь в конце XIX - начале XX веков. Так, в 1897 г. молодой английский физик Дж. Дж. Томсон, исследуя поведение катодных лучей под воздействием магнитного и электрического полей открыл электрон и измерил отношение заряда электрона к массе  $e/m$ . После этого открытия стало ясно, что электроны должны существовать в составе атомов, но несмотря на присутствие отрицательно заряженных электронов, атом в целом должен быть электронейтральным.

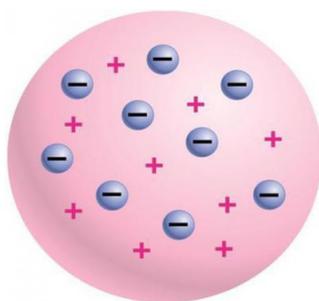


Рисунок 1. Модель атома Томсона

*В 1898-1903 г.г. Дж. Дж. Томсон разработал и предложил модель атома в виде положительно заряженного шара, в котором плавают электроны, нейтрализующие положительный заряд. Другое неофициальное название модели – «Пудинг с изюмом».* Согласно классическим представлениям атом в рамках такой модели может испускать монохроматическую световую волну (регистрируемую как спектральную линию в видимом диапазоне спектра) в том случае, когда

электрон в излучающем атоме совершает гармонические колебания и, следовательно, удерживается около положения равновесия квазиупругой силой. Расчеты в рамках этой модели позволили оценить радиус атома как  $R \sim 3 \cdot 10^{-10}$  м. Следует, однако, отметить, что модель атома Томсона (см. рисунок 1) имела два существенных недостатка: 1) она не могла объяснить дискретный характер испускания света атомами и 2) с ее помощью невозможно объяснить причины устойчивости атомов как единого целого. Вместе с тем, модель атома Томсона имела не меньшую ценность для науки

того времени, чем другие гипотезы. В настоящее время она имеет лишь исторический интерес как одно из звеньев в цепи развития представлений о строении атомов.

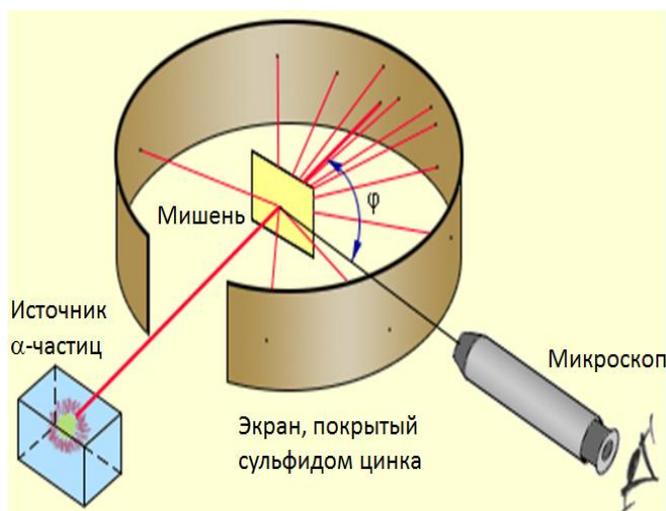


Рисунок 2. Схема опыта Резерфорда

В 1909–1911 гг. первые прямые эксперименты по исследованию строения атомов были выполнены Э. Резерфордом и его сотрудниками Э. Марсденом и Х. Гейгером. В этих экспериментах атомы мишени (тонкой фольги из тяжелого металла - золота, серебра, меди и др.) бомбардировались α-частицами с кинетической энергией около 5 МэВ (скорость ~

$10^7$  м/с). Отметим, что α-частицы – это дважды ионизированные атомы гелия, масса α-частиц приблизительно в 7300 раз больше массы электрона, а положительный заряд равен удвоенному элементарному заряду.

В экспериментах Резерфорда исследовались закономерности рассеяния, то есть изменения направления движения α-частиц при их столкновении с мишенью (схема опыта приведена на рисунке 2). Вылетая из источника, находящегося в защитном свинцовом контейнере, α-частицы достигали мишени (тонкая металлическая фольга). Рассеянные от мишени α-частицы попадали на экран, покрытый слоем кристаллов сульфида цинка, способных светиться в виде коротких вспышек под ударами быстрых частиц. Эти вспышки (сцинтилляции) на экране наблюдались глазом с помощью микроскопа, который устанавливался под различными углами φ к первоначальному направлению пучка α-частиц. В ходе этих экспериментов были установлены следующие принципиальные факты: 1) большинство α-частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения; 2) небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие 30°; 3) в очень редких случаях (приблизительно один на десять тысяч наблюдений) α-частицы испытывали отклонение на углы, близкие к 180°, т.е. практически рассеивались назад.

Эти результаты были объяснены следующим образом. Электроны, входящие в состав атомов, из-за малой собственной массы (по сравнению с массой  $\alpha$ -частиц) не могут заметно изменить траекторию  $\alpha$ -частицы. Поэтому рассеяние положительных  $\alpha$ -частиц на мишенях (т.е. изменение направления движения) способна вызвать только тяжелая положительно заряженная часть атома. В модели Томсона положительный заряд распределен по всему объему атома (см. рисунок 1) и не может создать сильное электрическое поле, способное отбросить  $\alpha$ -частицы назад. Однако, если бы радиус шара, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома, уменьшился в  $n$  раз, то максимальная сила отталкивания, действующая на  $\alpha$ -частицу, по закону Кулона увеличилась бы в  $n^2$  раз ( $F_{\text{Кул}} \propto \frac{1}{r^2}$ ). Эти соображения привели Резерфорда к выводу, что весь положительный заряд атома сосредоточен в малом объеме. Именно эта часть атома была названа **атомным ядром**.

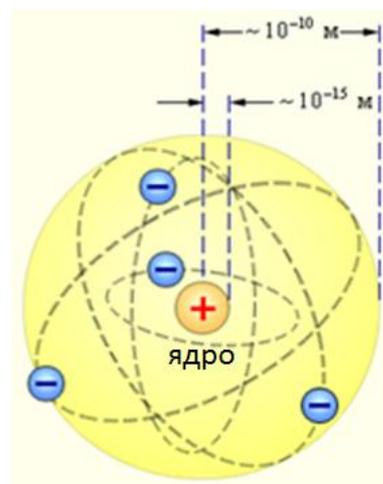


Рисунок 3. Планетарная модель атома Резерфорда

В результате, опыты Резерфорда с сотрудниками привели к созданию **ядерной (или планетарной) модели атома** (см. рисунок 3), согласно которой в центре атома находится плотное положительно заряженное ядро (содержащее около 99,95 % массы атома), диаметр которого не превышает  $10^{-14}$ – $10^{-15}$  м. Атом в целом нейтрален: отрицательный заряд электронов компенсируется положительным зарядом ядра. Электроны, подобно планетам, вращаются по орбитам вокруг ядра под действием кулоновских сил. Электроны не могут находиться в состоянии покоя, ибо в этом случае они должны притянуться к ядру.

Однако, несмотря на все достоинства, модель Резерфорда содержала в себе одно важное противоречие: она оказалась неспособной объяснить сам факт длительного существования атома, т.е. его устойчивость. Действительно, по законам классической электродинамики, электрон, движущийся с ускорением вокруг ядра, должен излучать электромагнитные волны, уносящие энергию электрона. Это означает, что за короткое время (порядка  $10^{-8}$ с) все электроны в атоме Резерфорда должны растратить всю свою энергию и упасть на ядро. Однако этого не происходит в устойчивых

состояниях атома. Отсюда следует вывод о том, что планетарная модель атома в классической физике оказывается недостоверной и внутренние процессы в атоме не подчиняются классическим законам физики. Истинная картина строения атома стала известна позднее.

## 2. Постулаты Бора

Выполненные к тому времени оптические эксперименты показали, что спектры излучения (испускания) атомов состоят из отдельных узких спектральных линий, и их называют линейчатыми. Кроме того, эти спектральные линии расположены не беспорядочно, а образуют серии линий. Так, для атома водорода было открыто несколько спектральных серий, детальное рассмотрение которых будет представлено ниже. Объяснение этих спектральных закономерностей в рамках классической физики оказалось невозможным.

В итоге, неустойчивость атома в планетарной модели Резерфорда и удивительные закономерности спектров испускания атомов привели Н. Бора к формулировке в 1913 г. двух важнейших постулатов:

**Первый постулат – постулат стационарных состояний.** Электрон в атоме может двигаться только по определенным (разрешенным) стационарным орбитам, каждой из которых можно приписать определенный номер  $n = 1, 2, 3...$ . Атом при этом не поглощает и не излучает энергию, а находится в стационарном состоянии с неизменной полной энергией  $E_n$ .

**Правило квантования орбит.** Разрешенными стационарными орбитами являются только те, для которых момент импульса электрона  $\vec{L}$  равен целому кратному приведенной постоянной Планка<sup>1</sup>

$$L_n = m_e v_n r_n = n\hbar, n = 1, 2, 3... \quad (1)$$

где  $n$  – номер орбиты электрона,  $L_n$  – величина момента импульса электрона на  $n$ -й орбите,  $m_e$  – масса электрона,  $v_n$  – линейная скорость электрона на  $n$ -й орбите, а  $r$  – её радиус.

Это означает, что движущийся по стационарной замкнутой орбите электрон, вопреки законам классической электродинамики, не излучает энергии.

---

<sup>1</sup> Приведенная постоянная Планка  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , где  $h = 6,62607004 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

**Второй постулат – правило частот Бора.** При переходе атома из одного стационарного состояния в другое электрон испускает или поглощает квант электромагнитного излучения (фотон).

Если переход происходит на более низкий энергетический уровень, фотон излучается и уносит избыток энергии (см. рисунок 4). При этом частота  $\nu$  излучения атома определяется разностью энергий атома в двух стационарных состояниях, т.е.

$$E_{\phi} = h\nu_{nk} = E_n - E_k, \text{ при } n > k. (2)$$

Такое же соотношение выполняется и в случае поглощения, когда падающий фотон с энергией  $h\nu_{nk}$  переводит атом с нижнего энергетического уровня (состояния)  $k$  на более высокий уровень  $n$ , а сам при этом исчезает.

Из соотношения (2) следует, что атом переходит из одного стационарного состояния в другое скачками (их называют квантовыми). Отметим, что переходы атома на более высокие энергетические уровни могут также происходить и при неупругих столкновениях с другими атомами. Вместе с тем, постулаты Бора не дают ответа на вопрос, что происходит с атомом в процессе перехода, этот вопрос остается открытым.

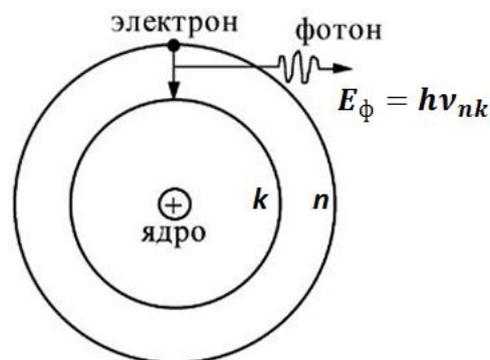


Рисунок 4. Излучение фотона при переходе атома в стационарное состояние с меньшей энергией

### 3. Атом водорода по Бору

Для объяснения результатов спектральных закономерностей в спектрах испускания атома водорода ядро атома рассматривается неподвижным, а электронные орбиты – круговыми орбитами. Запишем второй закон Ньютона для вращения электрона с массой  $m_e$  по круговой орбите радиуса  $r$  под действием кулоновской силы притяжения со стороны ядра (выполняющей роль центростремительной силы) и формулу Бора (1) для квантования момента импульса электрона

$$\begin{cases} \frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} \\ L_n = m_e v_n r_n = n\hbar \end{cases} (3)$$

Решая эту систему уравнений, находим для радиусов стационарных орбит электрона в атоме водорода следующее выражение

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2 n^2}{m_e e^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Вводя в качестве универсальной константы так называемый боровский радиус  $a$  (как радиус первой стационарной орбиты,  $n=1$ , электрона в атоме водорода)

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}, \quad (5)$$

формулу (4) можно записать в виде:

$$r_n = a n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Для скорости электрона на  $n$ -ой стационарной орбите из (3) получаем значение

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar n}. \quad (7)$$

Отсюда находим, в частности, что на первой стационарной орбите электрон движется со скоростью  $v_1 = 2,2 \cdot 10^6$  м/с, совершая один полный оборот за время  $T_1 = 1,5 \cdot 10^{-16}$  с.

Соответственно, полная энергия  $E_n$  электрона, движущегося по  $n$ -ой стационарной орбите, складывается из его кинетической энергии

$$E_n^{\text{кин}} = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} \quad (8)$$

и потенциальной энергии кулоновского взаимодействия электрона с ядром

$$U_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{m_e e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} \quad (9)$$

Итак, с учетом (8) и (9), получаем важную формулу теории Бора - формулу квантования энергии электрона в атоме водорода

$$E_n = E_n^{\text{кин}} + U_n = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \quad (10)$$

Таким образом, полная энергия электрона в атоме является отрицательной, так как, по определению, отрицательна потенциальная электростатическая энергия взаимодействия электрона с ядром. С ростом номера орбиты полная энергия электрона в атоме возрастает. При этом номер орбиты  $n$  является квантовым числом в теории Бора. Если заряд ядра водородоподобных атомов (т.е. систем с положительно заряженным ядром

и одним электроном на оболочке: H, He<sup>+</sup>, Li<sup>++</sup> и т.д.) равен Z, то полная энергия электрона в таких атомах имеет вид

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}. \quad (11)$$

На рисунке 5 в соответствии с (10) представлен энергетический спектр электрона в атоме водорода. В области положительных энергий энергетический спектр свободного электрона является сплошным спектром, т.е. энергия электрона в этом случае не является квантованной величиной и его поведение описывается в рамках классической физики. В области отрицательных значений полной энергии энергетический спектр связанного с атомом электрона становится дискретным. Для наглядности на рисунке 5 каждому возможному значению энергии соответствует энергетический уровень. В стационарном состоянии электрон может находиться на одном из этих дискретных энергетических уровней.

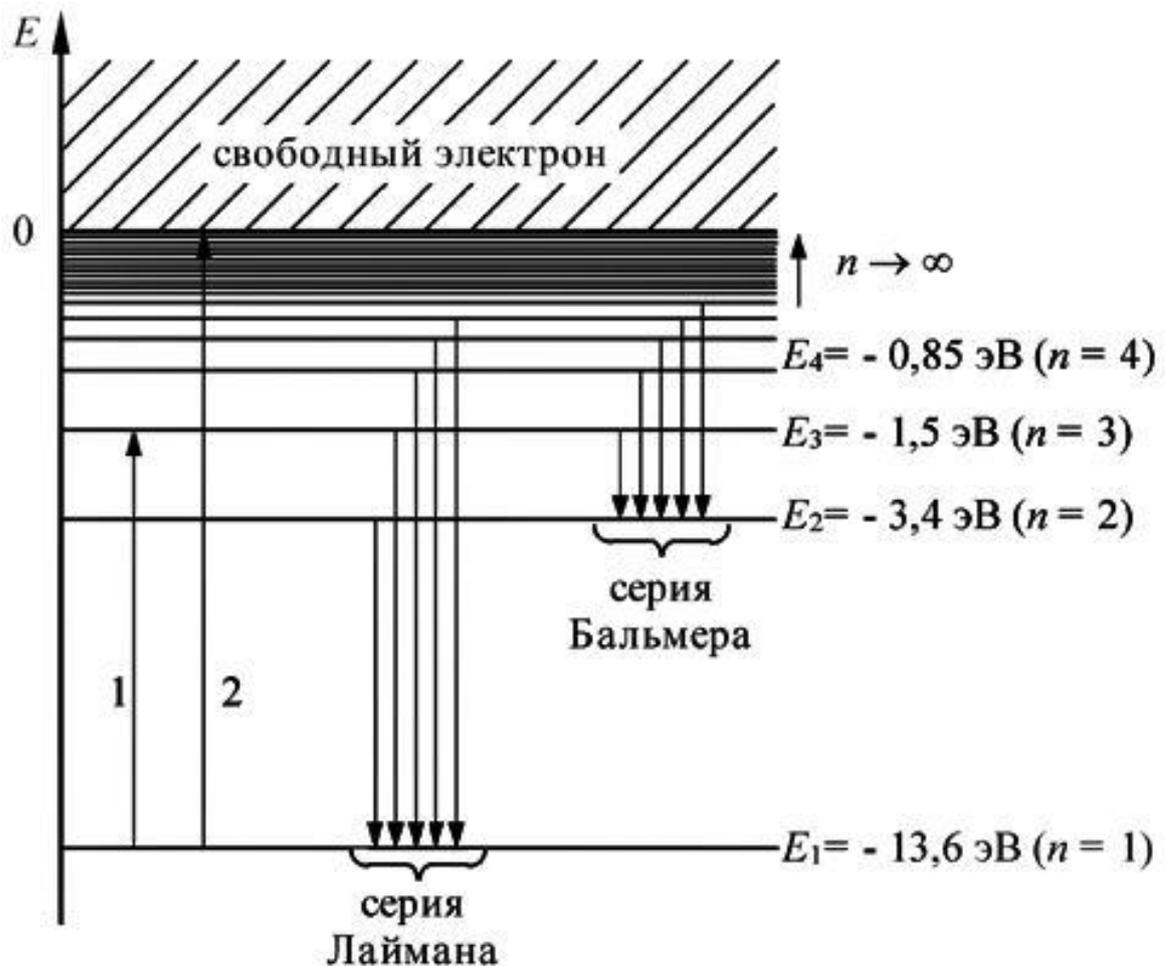


Рисунок 5. Энергетический спектр атома водорода

Переход электрона с одного уровня на другой (обусловленный изменением энергии электрона) изображен соответствующей стрелкой, начало и конец которой указывают энергетические уровни, между которыми происходит переход.

Обычно атом находится в **основном состоянии** с наименьшим значением энергии, равным  $E_1$  (т.е. при  $n=1$ ). В этом состоянии атома электрон движется по первой стационарной орбите, имеющей минимальный радиус, равный боровскому радиусу  $a$ . Если атому (т.е. электрону) сообщить дополнительную энергию, то атом может перейти в **возбужденное состояние** (см. например, переход 1 на рисунке 5). Электрон при этом переходит на орбиту большего радиуса. К возбуждению атомов могут приводить различные процессы: столкновение атомов при хаотическом тепловом движении, пропускание через газ потока высокоэнергетических частиц (электронов, альфа-частиц и др.), отдающих энергию при соударении с атомами, и, наконец, поглощение атомами электромагнитного излучения в широкой области спектра.

*Если энергия, переданная электрону, будет достаточно велика, то он может преодолеть силу притяжения к ядру и оторваться от атома, т.е. происходит процесс, называемый **ионизацией атома**. Энергией **ионизации** называют наименьшую энергию, необходимую для удаления электрона из свободного атома в его низшем энергетическом состоянии на бесконечность.*

Из рисунка 5 видно, что минимальная энергия, необходимая для ионизации атома водорода (переход 2), равна  $E_{\text{ион}} = E_{\infty} - E_1 = |E_1| = 13,6 \text{ эВ}$ , что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Как и любая физическая система, атом стремится занять состояние с наименьшей энергией, т.е. в возбужденном состоянии, характеризующимся большей энергией, он долго находиться не может. Поэтому через время  $\sim 10^{-8}$  с возбужденный атом самопроизвольно (спонтанно) переходит в состояние с меньшей энергией, испуская при переходе фотон. Такой процесс продолжается до тех пор, пока атом не окажется в основном состоянии.

Набор спектральных линий, соответствующих излучению атома, возникающему при всевозможных переходах с понижением энергетического уровня называют **спектром излучения атома**.

#### 4. Спектральные серии атома водорода

Итак, если установлена структура энергетических уровней атома водорода, то согласно второму постулату Бора можно рассчитать и частоты спектральных линий спектра излучения этого атома, используя правило частот (формула 2) и выражение для энергии состояний (формула 10):

$$\nu_{nk} = \frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \cdot \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > k. \quad (12)$$

Так как частота  $\nu$  и длина волны  $\lambda$  связаны соотношением  $\nu = c/\lambda$  ( $c$  - скорость света в вакууме), то для определения длин волн соответствующих переходов формула (12) преобразуется к виду:

$$\frac{1}{\lambda_{nk}} = R \cdot \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (13)$$

где  $R$  – постоянная Ридберга, равная

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}. \quad (14)$$

Из уравнений (12) и (13) следует, что при заданных значениях  $k$  и меняющихся значениях  $n$  ( $n > k$ , см. рисунок 5) спектральные линии образуют группы или серии. Как видно из (13) в спектре излучения атома водорода можно выделить следующие спектральные серии (экспериментально наблюдавшиеся еще до появления теории Бора):

**Серия Лаймана** (ультрафиолетовая область спектра), соответствует переходам электрона на первый энергетический уровень со всех вышестоящих:

$$\frac{1}{\lambda_{n1}} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{где } n=2,3,4,\dots \quad (15)$$

**Серия Бальмера** (видимая область спектра), соответствует переходам электрона на второй энергетический уровень со всех вышестоящих:

$$\frac{1}{\lambda_{n2}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{где } n=3,4,5,\dots \quad (16)$$

**Серия Пашена** (инфракрасная область спектра), соответствует переходам электрона на третий энергетический уровень со всех вышестоящих:

$$\frac{1}{\lambda_{n3}} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{где } n=4,5,6,\dots \quad (17)$$

**Серия Бреккета** (далекая инфракрасная область спектра), соответствует переходам электрона на четвертый энергетический уровень со всех вышестоящих:

$$\frac{1}{\lambda_{n4}} = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n=5,6,7,\dots \quad (18)$$

Переходы для серий Лаймана и Бальмера приведены на рисунке 5. Помимо прочего, формула (13) позволяет оценить энергию ионизации атома водорода:

$$E_{\text{ион}} = h\nu_{\infty 1} = \frac{hc}{\lambda_{\infty 1}} = hcR \cdot \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = hcR \quad (19)$$

Формулы (15) - (18), полученные теоретически в рамках полуклассической боровской модели для расчета длин волн (частот) спектральных линий атома водорода, совпадают с обобщенной формулой Бальмера-Ридберга, ранее полученной эмпирически путем обобщения экспериментальных данных.

$$\nu_{nk} = cR \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Отметим, наконец, что серия Лаймана может наблюдаться как в спектрах излучения, так и в спектрах поглощения из основного стационарного состояния атома водорода. Все остальные серии регистрируются только в спектрах излучения из-за короткого времени жизни возбужденных состояний.

## 5. Атом водорода в квантовой механике

Квантовая механика – это раздел физики, описывающий свойства и законы движения квантовых объектов: электронов, протонов, нейтронов и других элементарных частиц (корпускул), а также их соединений (атомных ядер, атомов, молекул и др.). Она основывается на гипотезе Де Бройля о том, что не только свету присущи одновременно свойства волны и частицы (т.е. корпускулярно-волновой дуализм), но и электроны и любые другие элементарные частицы материи наряду с корпускулярными свойствами (энергия  $E$  и импульс  $p$ ) обладают также и волновыми характеристиками (длина волны  $\lambda$  и частота  $\nu$ ). По Де Бройлю, любой частице, обладающей импульсом  $p$ , сопоставляется волновой процесс с длиной волны  $\lambda$ , определяемой по формуле

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (20)$$

а полная энергия частицы определяется частотой волн Де Бройля

$$E = h\nu. \quad (21)$$

Интенсивность волн Де Бройля в данной точке пространства связана с числом микрочастиц, находящихся в этой точке. Поэтому волновые свойства таких частиц следует описывать на основании статистического подхода. Соответственно, для описания поведения квантовых систем вводится волновая функция (или так называемая пси-функция  $\Psi(x, y, z, t)$ ), которая в общем случае зависит от координат и времени. Эта функция  $\Psi$  выбирается таким образом, чтобы квадрат ее модуля  $|\Psi|^2$  удовлетворял следующему соотношению

$$p_w = \frac{dW}{dV} = |\Psi|^2, \quad (22)$$

где  $dW$  – вероятность нахождения частицы в элементе объема  $dV$ . Таким образом, *физический смысл имеет не сама функция  $\Psi$ , а квадрат ее модуля  $|\Psi|^2$ , который определяет плотность вероятности  $p_w$  нахождения микрочастицы в точке с координатами  $(x, y, z)$  в момент времени  $t$* . В результате, на основании расчета квадрата модуля  $|\Psi|^2$  волновой функции можно перейти к вычислению средних значений физических величин, характеризующих рассматриваемую микрочастицу или любой микрообъект. В квантовой механике расчет волновых функций  $\Psi(x, y, z, t)$  и величин  $|\Psi|^2$  проводится на основании решения уравнения Шрёдингера.

Важным частным случаем общего уравнения Шрёдингера является уравнение Шрёдингера для стационарных состояний, описывающее движение микрочастиц со скоростями  $v < c$  в силовом поле  $U$ , не зависящем от времени. В этом случае исключена зависимость  $\Psi$  от времени. Поэтому значения энергии этих состояний являются фиксированными (не изменяются со временем), а силовое поле, в котором движется частица, является стационарным, т.е. функция  $U(x, y, z)$  не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В этом случае стационарное уравнение Шрёдингера имеет вид:

$$\Delta\Psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2} \cdot (E - U) \cdot \Psi(x, y, z) = 0, \quad (23)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $E$ ,  $U$  – соответственно, полная и потенциальная энергии частицы,  $m$  – ее масса.

С позиции современной физики, атом водорода является физической системой, которая заведомо не может быть описана классической теорией, не учитывающей волновых свойств движущегося в атоме электрона. В атоме водорода потенциальная энергия кулоновского взаимодействия электрона, движущегося по круговой орбите вокруг ядра в центрально-симметричном поле, описывается следующей формулой:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (24)$$

где  $r$  – расстояние от электрона до ядра.

Решение уравнения Шредингера (23) в стационарном поле с потенциальной энергией (24) для атома водорода возможно только в сферической системе координат  $r, \vartheta, \varphi$ . Атом водорода – простейшая реальная атомная система, для которой были получены точные решения уравнений квантовой механики.

Мы не будем воспроизводить здесь все этапы решения уравнения (23) в сферической системе координат, поскольку оно слишком громоздко. Остановимся лишь на анализе важнейших окончательных результатов, которые следуют из его решения, пояснив их физический смысл.

Решение уравнения (23) с учетом (24) проводится методом разделения переменных с учетом естественных требований, налагаемых на функцию  $\Psi(r, \theta, \varphi)$ : она должна быть однозначной, конечной, непрерывной и гладкой. В процессе решения обнаруживается, что этим требованиям можно удовлетворить при *любых* положительных значениях полной энергии  $E$ , однако в области отрицательных значений энергии – только при дискретных (собственных) значениях  $E$ , а именно

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3... \quad (25)$$

Именно этот случай ( $E_n < 0$ ) представляет особый интерес, поскольку он соответствует связанным состояниям электрона (т.е. электрону в атоме). При  $E > 0$  движение электрона свободное, т.е. атом водорода ионизирован.

Последовательное решение уравнения Шрёдингера в случае  $E_n < 0$  приводит к формуле (25) для энергетических уровней без использования каких-либо дополнительных постулатов (в отличие от теории Бора). При этом полученная из квантовомеханических соображений формула совпадает с

формулой (11), выведенной в рамках боровской модели. Мы приходим к той же самой системе энергетических уровней атома водорода.

Различие – в интерпретации состояния электрона. В теории Бора предполагается, что электрон движется по стационарным орбитам. В квантовой теории орбиты теряют смысл, их место занимают пси-функции  $\Psi(r, \theta, \varphi)$ . Каждому собственному значению энергии  $E_n$  соответствуют собственные волновые функции  $\Psi = \Psi(r, \theta, \varphi)$ , которые, как выяснилось, содержат три целочисленных параметра  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Таким образом,  $\Psi_{nlm} = \Psi(r, \theta, \varphi)$ , где  $n$  называют **главным квантовым числом** (определяет собственные значения энергии связанного электрона);  $l$  – **орбитальное квантовое число** (определяет модуль момента импульса электрона  $L$ ) и  $m$  – **магнитное квантовое число** (определяет проекцию момента импульса электрона  $L_z$  на направление внешнего поля). Все указанные квантовые числа меняются дискретно. Значения квантовых чисел определяют уникальное состояние электрона в атоме.

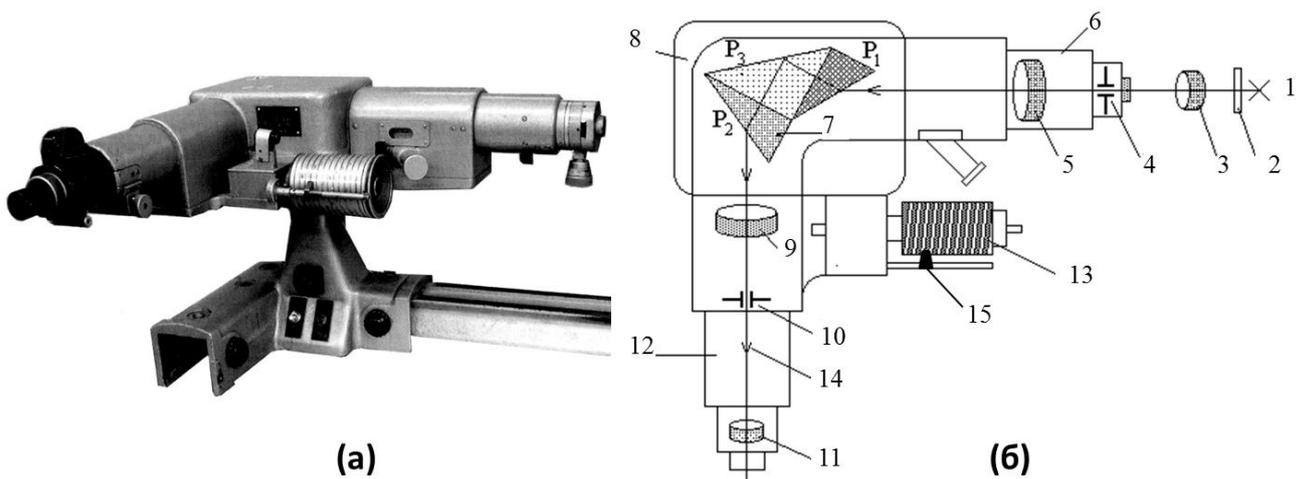
Квантово-механические расчеты показывают, что вероятность  $dW$  обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон как бы «размазан» по всему объему, образуя облако отрицательного заряда, густота и форма которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. В такой ситуации, как отмечалось выше, понятие орбиты электрона теряет всякий смысл.

## 6. Определение длин волн спектральных линий в серии Бальмера спектра излучения атома водорода

### Описание установки

Для экспериментального определения длин волн в серии Бальмера в работе используется универсальный призмный монохроматор УМ-2, предназначенный для спектральных исследований излучения в видимой области спектра.

Внешний вид монохроматора и полная оптическая схема экспериментальной установки приведены на рисунке 6.



1 – источник света; 2 – защитное стекло (для ртутной лампы); 3 – конденсор; 4 – входная щель; 5 – объектив коллиматора; 6 – коллиматор; 7 – сложная спектральная призма склеенная из трех призм ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ); 8 – столик с поворотным механизмом; 9 – объектив зрительной трубы; 10 – выходная щель; 11 – окуляр зрительной трубы; 12 – зрительная труба; 13 – отсчетный барабан с указателем угла поворота; 14 – указатель зрительной трубы (в виде треугольника); 15 – указатель угла поворота на барабане.

Рисунок 6. Внешний вид призмного монохроматора УМ-2 (а) и оптическая схема экспериментальной установки (б)

Излучение от исследуемого источника света 1 (ртутная или водородная лампа) с помощью конденсорной линзы 3 концентрируется на входной щели 4. Если источником света служит ртутная лампа, то на пути излучения ставится защитное стекло 2, поглощающее мощную ультрафиолетовую часть излучения.

Как правило, конденсорную линзу 3 устанавливают так, чтобы на входной щели прибора получить уменьшенное изображение источника света. Входная щель имеет форму вертикального узкого прямоугольника высотой 14 мм, ее ширина меняется в пределах от 0 до 4 мм, и в зависимости от светосилы источника варьируется микрометрическим винтом с ценой деления 0.01 мм.

Объектив 5 коллиматора 6, удаленный от входной щели на расстояние, равное фокусному, формирует строго параллельный световой пучок, падающий на призму 7.

Призма 7, называемая призмой Аббе, является призмой постоянного отклонения и имеет сложное строение. Она состоит из трех склеенных стеклянных призм  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ . Призмы  $P_1$  и  $P_2$  идентичны между собой, имеют

преломляющий угол  $30^\circ$  и изготовлены из специального стекла (флинта), обладающего высокой дисперсией. Промежуточная призма  $P_3$  полностью отражает своей гипотенузной гранью проходящие лучи и поворачивает их на  $90^\circ$ . Из-за высокой дисперсии материала призм  $P_1$  и  $P_2$  излучение с разными длинами волн выходит из призмы 7 под разными углами. Призма Аббе 7 жестко установлена на горизонтальном столике 8, который может вращаться вокруг вертикальной оси при помощи микрометрического винта. Поворот столика позволяет плавно перестраивать длину волны того излучения, которое попадает в виде параллельного пучка на объектив 9 вдоль оси зрительной трубы 12. Излучение с другими длинами волн будет отклоняться влево и вправо от оси зрительной трубы, формируя изображение спектра излучения.

Изображение спектра фокусируется объективом на выходной щели 10. Часть спектра излучения, прошедшая через щель, рассматривается наблюдателем через окуляр 11.

В центре поля зрения окуляра есть треугольный указатель 14, с которым необходимо совместить изучаемую линию спектра. Совмещение линии производится путем вращения отсчетного барабана 13, поворачивающего призму 7 на столике 8. На барабане нанесены градусные деления, обозначенные цифрами через каждые  $50$  градусов, цена каждого деления  $2^\circ$ . Отсчет угла поворота производится согласно указателю на барабане 15.

Оптические детали монтируют на массивном литом основании, закрытом сверху металлическим кожухом, так что монохроматор является единым жестко связанным прибором.

### **Порядок проведения измерений и обработки результатов**

Сложность определения длин волн излучения с помощью монохроматора заключается в том, что прибор не позволяет измерить их непосредственно. Монохроматор дает лишь возможность измерить угол поворота призмы  $\varphi$ , соответствующий спектральной линии, наблюдаемой в центре окуляра. Однако, связь длины волны  $\lambda$  наблюдаемой спектральной линии с  $\varphi$  неизвестна.

Установление зависимости  $\lambda(\varphi)$  называется **градуировкой монохроматора**. Для выполнения градуировки необходимо использовать эталонный источник света с большим количеством спектральных линий,

длины волн которых известны. Одним из наиболее удобных в использовании эталонных источников является лампа ДРШ (Дуговая Ртутная Шаровая), в колбе которой заключены пары ртути под очень высоким давлением. Такая лампа имеет линейчатый спектр излучения, покрывающий весь видимый диапазон.

**Внимание! Существует реальная опасность взрыва лампы ДРШ в случае повторного включения в неостывшем виде, т.е. сразу после выключения. Повторное включение ртутной лампы можно производить только через 10-15 минут после ее выключения!**

Таким образом, данная лабораторная работа состоит из двух этапов:

1. Градуировка монохроматора по длинам волн;
2. Определение длин волн спектральных линий в спектре излучения атома водорода с помощью монохроматора.

### Градуировка монохроматора

Для проведения спектральных исследований монохроматор должен быть предварительно проградуирован по длинам волн, т.е. нужно установить зависимость длины волны излучения от угла поворота призмы,  $\lambda(\varphi)$ .

Градуировку проводят с помощью эталонной ртутной лампы. Излучение паров ртути имеет линейчатый спектр, длины волн которого полагаются заранее известными и приводятся в таблице 1.

Таблица 1. Данные для градуировки монохроматора

№ п/п	Цвет	Интенсивность	$\lambda$ , нм	Отсчет по барабану, °		
				$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_{cp}$
1	Фиолетовая	Высокая	404,6			
2	Фиолетовая	Средняя	408,0			
3	Синяя	Высокая	435,8			
4	Зелено-голубая	Средняя	491,1			
5	Зеленая	Высокая	546,1			
6	Желтый Дублет	Высокая	576,4			
7		Высокая	579,0			
8	Пять линий в оранжево- красной области	Низкая	607,0			
9			614,0			
10			623,4			
11			671,1			
12			690,7			

1. Установить на рельсе монохроматора ртутную лампу. **Установка производится инженером или преподавателем.**
2. Включить тумблер «Сеть» на блоке питания ртутной лампы.
3. Включить тумблер «Лампа ДРШ». Должна зажечься ртутная лампа, поджиг лампы сопровождается характерным звуком.
4. Если лампа не загорелась, нажать кнопку «Пуск».
5. Установить указатель на барабане в начало шкалы отсчета.
6. Поворачивая барабан, совместить первую (высокоинтенсивную) фиолетовую линию спектра с измерительным треугольным указателем, который виден внизу зрительного поля.
7. Произвести отсчет угла поворота призмы по барабану и занести его в таблицу 1 как угол  $\varphi_1$  (напомним, что одно деление шкалы соответствует  $2^\circ$ ).
8. Аналогичные измерения произвести для всех линий спектра ртути.
9. Действия, указанные в пп. 6-8, провести для всех линий спектра, двигаясь в обратном порядке, т.е. из красной области спектра в фиолетовую. Занести в таблицу 1 отсчеты углов поворота по барабану как  $\varphi_2$ .
10. Выключить тумблер «Лампа ДРШ» на блоке питания ртутной лампы.
11. Выключить тумблер «Сеть» на блоке питания ртутной лампы.
12. Вычислить средние значения отсчетов барабана  $\varphi_{cp} = (\varphi_1 + \varphi_2) / 2$ .
13. Построить на миллиметровой бумаге формата А4 в альбомной ориентации градуировочный график для монохроматора УМ-2. По горизонтальной оси откладывать средние значения отсчетов по барабану  $\varphi_{cp}$ , по вертикальной оси – соответствующие значения длин волн  $\lambda$ . Следует выбрать следующий масштаб: для  $\lambda$  – 20 нм на 1 см, для  $\varphi_{cp}$  –  $100^\circ$  на 1 см. Градуировочный график должен представлять собой плавную кривую, соединяющую экспериментальные точки.

#### **Определение длин волн в серии Бальмера с помощью призмного монохроматора**

1. Установить на рельсе монохроматора водородную лампу. **Установка производится инженером или преподавателем.**
2. Включить тумблер на блоке питания водородной лампы. **Включение производится инженером или преподавателем.**

3. Поворачивая барабан, совместить синюю линию спектра излучения атома водорода с измерительным треугольным указателем.

4. Произвести отсчет угла поворота по барабану и занести его в таблицу 2 как угол  $\varphi_1$ .

5. Аналогичные измерения произвести для голубой и красной линий спектра, указанных в таблице 2.

6. Действия, указанные в пп. 4 и 5, провести для всех указанных линий спектра, двигаясь в обратном порядке, т.е. из красной области спектра в фиолетовую. Занести в таблицу 2 отсчеты углов поворота по барабану как  $\varphi_2$ .

Таблица 2. Параметры спектральных линий серии Бальмера

№ п/п	Цвет	Интенсивность	Отсчет по барабану, °			$\lambda_{\text{эксп}}$ , нм	$\lambda_{\text{теор}}$ , нм	n	$\varepsilon$ , %
			$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_{\text{ср}}$				
1	Синяя	Низкая							
2	Голубая	Средняя							
3	Красная	Высокая							

7. Выключить блок питания водородной лампы. **Производится инженером или преподавателем.**

8. Вычислить средние значения отсчетов барабана  $\varphi_{\text{ср}} = (\varphi_1 + \varphi_2) / 2$ .

9. По ранее построенному вами градуировочному графику определить длины волн в спектре атома водорода.

10. Измеренные значения длин волн занести в таблицу 2 как  $\lambda_{\text{эксп}}$ .

11. Зарисовать схему энергетических уровней атома водорода и указать, каким квантовым переходам соответствуют экспериментально наблюдаемые линии в серии Бальмера. Запишите в таблицу 2 значения  $n$  уровней с которых происходит переход.

12. Рассчитать по формуле (16) теоретические значения длин волн спектральных линий в серии Бальмера и занести их в таблицу 2 как  $\lambda_{\text{теор}}$ .

13. Сравнить теоретически рассчитанные значения длин волн с экспериментально измеренными и рассчитать относительную ошибку экспериментальных измерений:

$$\varepsilon = \frac{\lambda_{\text{эксп}} - \lambda_{\text{теор}}}{\lambda_{\text{теор}}} \cdot 100\% .$$

### Список литературы

1. Трофимова Т.И. Физика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования, обучающихся по техническим направлениям подготовки, - Москва : Академия, 2012. - 316 с.
2. Фриш С. Э. Оптические спектры атомов / С. Э. Фриш. – Москва: Лань, 2010. - 644 с.
3. Кустанович И. М. Спектральный анализ / И. М. Кустанович. - М., Высшая школа, 1972. – 352 с.