

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра "ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА"

Дифракция света.

Изучение дифракции Фраунгофера

Методические указания к лабораторной работе

Электронный учебный материал

Минск 2020

Составители: канд. ф.-м.н., доцент Качан С.М.
канд. ф.-м.н., доцент Мартинович В.А.

Рецензент: канд. ф.-м.н., доцент кафедры "Физика" БНТУ Юркевич Н.П.

В издании представлены методические указания к выполнению лабораторной работы по физике в разделе "Оптика и атомная физика" для студентов технических специальностей университетов, включающие в себя теоретическую часть, контрольные вопросы и порядок выполнения работы, заключающейся в наблюдении дифракционных спектров при дифракции излучения немонахроматического источника на дифракционной решетке, и установлении длин волн наблюдаемого видимого спектра с помощью оптического гониометра.

Белорусский национальный технический университет
Факультет информационных технологий и робототехники
ул. Б.Хмельницкого, 9, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: (017) 292-71-53
E-mail: tf@bntu.by
<http://www.bntu.by/fitr.html>
Регистрационный № БНТУ/ФИТР47-72.2020

Содержание

<u>Контрольные вопросы</u>	4
1. <u>Основные понятия теории дифракции света</u>	5
2. <u>Многолучевая интерференция</u>	7
3. <u>Дифракция Фраунгофера на одной щели</u>	9
4. <u>Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке</u>	12
5. <u>Основные характеристики дифракционной решетки</u>	16
6. <u>Определение длин волн ртутной лампы с помощью дифракционной решетки</u>	18
<u>Метод расчета</u>	18
<u>Описание установки</u>	19
<u>Порядок снятия отсчёта на гониометре Г-5</u>	20
<u>Порядок проведения измерений и обработка результатов</u>	22
<u>Список литературы</u>	23

Цель работы:

1. Изучить дифракцию Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.
2. Определить длины волн излучения ртутной лампы с помощью дифракционной решетки.
3. Рассчитать угловую дисперсию дифракционной решетки для желтого дублета в спектре излучения ртутной лампы и сравнить с ее теоретическим значением.
4. Рассчитать максимальный порядок дифракции для желтого дублета.

Приборы и принадлежности:

1. Дифракционная решетка.
2. Гониометр.
3. Ртутная лампа.

Порядок теоретической подготовки к выполнению работы

Изучить теоретический материал и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление дифракции?
2. Принцип Гюйгенса-Френеля.
3. Какие виды дифракции вы знаете? При каких условиях они наблюдаются?
4. Дифракция Фраунгофера на одной щели. В каких направлениях получаются минимумы и максимумы на одной щели? Изобразить распределение интенсивности света при дифракции на щели.
5. Сформулируйте условия максимумов и минимумов при дифракции на одной щели.
6. Как зависит угол дифракции от длины волны?
7. Что такое дифракционная решетка? Что понимают под периодом дифракционной решетки?
8. Запишите условия главных и дополнительных максимумов, а также минимумов при дифракции света на решетке. Изобразите распределение интенсивности света при дифракции на решетке.
9. Дифракционные спектры. Различия между дисперсионным и дифракционным спектрами.
10. Дифракционная решетка как спектральный прибор. Критерий Рэля. Разрешающая сила и угловая дисперсия дифракционной решетки.

1. Основные понятия теории дифракции света

При прохождении света через малые отверстия, взаимодействии света с малыми частицами и распространении вблизи границ непрозрачного экрана световая волна испытывает отклонение от пути, предсказываемого законами геометрической оптики (в частности, законом прямолинейного распространения света). Свет огибает препятствия и попадает в область геометрической тени.

Дифракция света – это явление, связанное с отклонением от законов геометрической оптики при распространении света в оптически неоднородных средах.

При дифракции за препятствием наблюдается перераспределение светового потока, т.е. возникает дифракционная картина в виде чередующихся максимумов и минимумов интенсивности. Препятствием, или оптической неоднородностью, может служить любой объект, показатель преломления которого отличается от показателя преломления окружающей среды. Чем больше разница между показателями преломления, тем контрастней будет дифракционная картина.

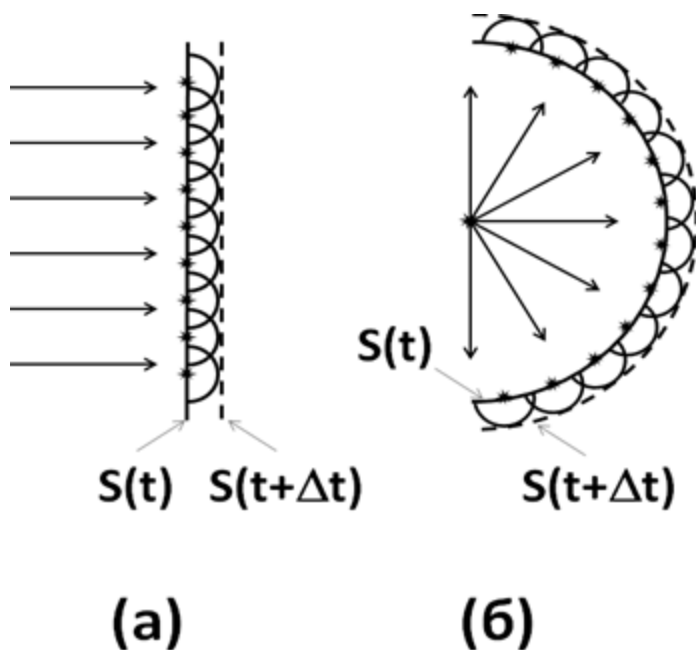
Явление дифракции обусловлено волновой природой света и не может быть объяснено с точки зрения корпускулярной теории, когда свет рассматривается как пучок фотонов.

Распределение интенсивности при дифракции света можно найти с помощью **принципа Гюйгенса-Френеля**. Он состоит из двух частей:

(1) *Каждая точка, до которой дошла волна, служит источником вторичных сферических волн. Огибающая вторичных волн даёт положение волнового фронта в следующий момент времени (принцип Гюйгенса).*

На рисунке 1 показан способ построения волнового фронта $S(t+\Delta t)$ плоской (а) и сферической (б) волн в момент времени $t+\Delta t$ по известному фронту $S(t)$ в момент времени t . Принцип Гюйгенса объясняет неизбежность отклонения световой волны от прямолинейного распространения при наличии преграды (см. рисунок 2). Однако он ничего не говорит об амплитуде (а значит и интенсивности) волн, распространяющихся в различных направлениях.

(2) *Вторичные волны являются когерентными и суммируются по принципу интерференции. Амплитуда вторичной волны пропорциональна площади элемента поверхности, испустившего эту волну (принцип Френеля).*



(а) – плоская волна; (б) – сферическая волна

Рисунок 1. К иллюстрации принципа Гюйгенса-Френеля

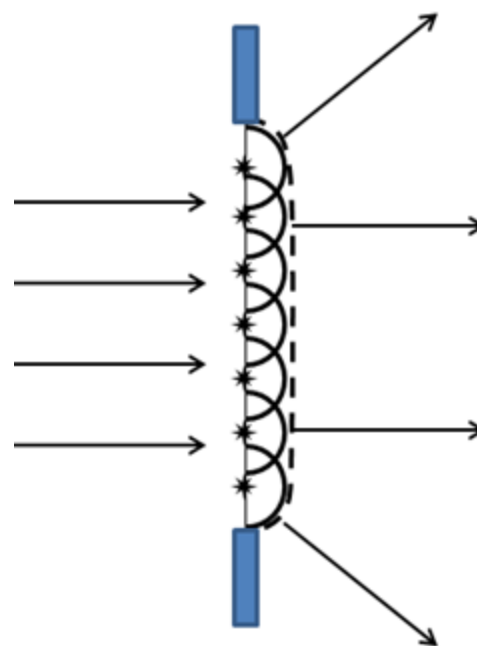


Рисунок 2. Изменение фронта волны вблизи краев препятствия

Согласно этому принципу огибающая вторичных волн является поверхностью, где благодаря взаимной интерференции вторичных волн результирующая волна имеет максимальную интенсивность. Если же на пути распространения света установить экран, то в результате интерференции вторичных волн на экране будет происходить перераспределение интенсивности светового потока в пространстве (минимумы и максимумы).

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля построение огибающей волны можно заменить расчетами интерференции вторичных волн, что дает возможность также рассчитать распределение интенсивности в дифракционной картине.

Различают два вида дифракции – дифракцию Френеля и дифракцию Фраунгофера.

Дифракция Френеля – это дифракция в сходящихся или расходящихся лучах, т.е. когда препятствие и экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находятся на конечном расстоянии друг от друга. В этом случае дифракционная картина формируется в «ближней зоне».

Дифракция Фраунгофера – это дифракция в параллельных лучах, т.е. источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Дифракционная картина формируется в «дальней зоне». Для осуществления этого условия источник света помещают в фокусе

собирающей линзы, установленной перед препятствием. Тогда дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости второй линзы, установленной за препятствием, или с помощью зрительной трубы, настроенной на бесконечность.

Дифракция Фраунгофера может наблюдаться и в случае падения сферической волны на объект, и при отсутствии линзы. Практически, если характерный размер b препятствия (отверстия), установленного на расстоянии r от источника и на расстоянии s от экрана, намного меньше радиуса первой зоны Френеля ($b \ll R_1 = \sqrt{\lambda f}$, где $\frac{1}{f} = \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$), то при рассмотрении явления дифракции можно пользоваться приближением Фраунгофера. Также это условие наблюдения дифракции Фраунгофера можно записать как $\frac{b^2}{\lambda r} \ll 1, \frac{b^2}{\lambda s} \ll 1$.

Если размер препятствия составляет одну или несколько зон Френеля, то в этом случае справедливо приближение Френеля. Если же размер препятствия велик и составляет сотни зон Френеля, то явления дифракции на нем практически не проявляются, а работает приближение геометрической оптики.

2. Многолучевая интерференция

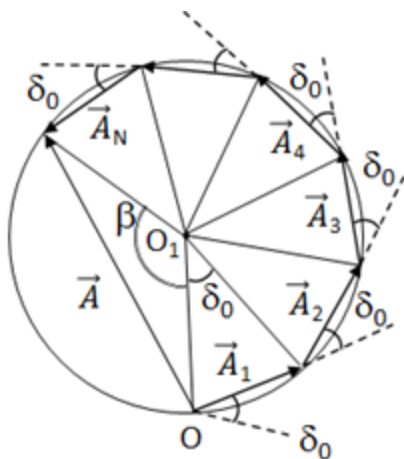


Рисунок 3. Векторная диаграмма сложения сонаправленных колебаний

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, дифракционная картина образуется в результате интерференции большого числа когерентных вторичных волн, поэтому рассмотрим многолучевую интерференцию.

Для нахождения амплитуды A результирующих колебаний и интенсивности света ($I \sim A^2$) в произвольной точке интерференционной картины воспользуемся методом векторных диаграмм для сложения одинаково направленных колебаний. В этом методе каждое колебание изображается вектором, длина которого равна амплитуде колебания, а сдвиг фаз между двумя складываемыми колебаниями равен углу

между соответствующими векторами. Сумма этих векторов представляет собой вектор, соответствующий результирующему колебанию.

На рисунке 3 показана векторная диаграмма сложения колебаний при интерференции N волн, возбуждающих в рассматриваемой точке пространства когерентные колебания вдоль одной оси с одинаковыми амплитудами $A_i=A_1$ и не зависящим от i сдвигом фаз δ_0 между $(i+1)$ -м и i -м колебаниями. Результирующая волна представлена вектором \vec{A} .

Из рисунка видно, что амплитуда результирующих колебаний равна

$$A = 2 \cdot OO_1 \left| \sin \frac{\beta}{2} \right|, \text{ где } \beta = 2\pi - N\delta_0 \text{ и } OO_1 = \frac{A_1}{2 \left| \sin \frac{\delta_0}{2} \right|}. \quad (1)$$

Поэтому для амплитуды A и интенсивности I можно записать выражение:

$$A = A_1 \left| \frac{\sin \frac{N\delta_0}{2}}{\sin \frac{\delta_0}{2}} \right|, \quad I = I_1 \frac{\sin^2 \frac{N\delta_0}{2}}{\sin^2 \frac{\delta_0}{2}}. \quad (2)$$

Главные максимумы многолучевой интерференции N волн наблюдаются при условии $\sin \frac{\delta_0}{2} \rightarrow 0$, т.е. $\delta_0 = \pm 2m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок максимума.

Учитывая, что для малых углов синус угла стремится к значению самого угла в радианах, можно показать, что в формулах (2) отношение синусов в этом случае равно N . Поэтому амплитуда и интенсивность колебаний в главных максимумах равны: $A_{max} = NA_1$ и $I_{max} = N^2 I_1$.

Интерференционные минимумы ($A=0$) удовлетворяют условию:

$$\delta_0 = \pm \frac{2\pi m}{N}, \quad (3)$$

где m принимает любые целые положительные значения, кроме кратных N . При этом условии в формулах (2) равен нулю только числитель, но не знаменатель.

Характер зависимости интенсивности от δ_0 показан на рисунке 4. Между каждой парой соседних интерференционных минимумов находится один максимум – либо главный, либо побочный. Отметим, что при больших N интенсивности побочных максимумов пренебрежимо малы по сравнению с интенсивностью главных максимумов.

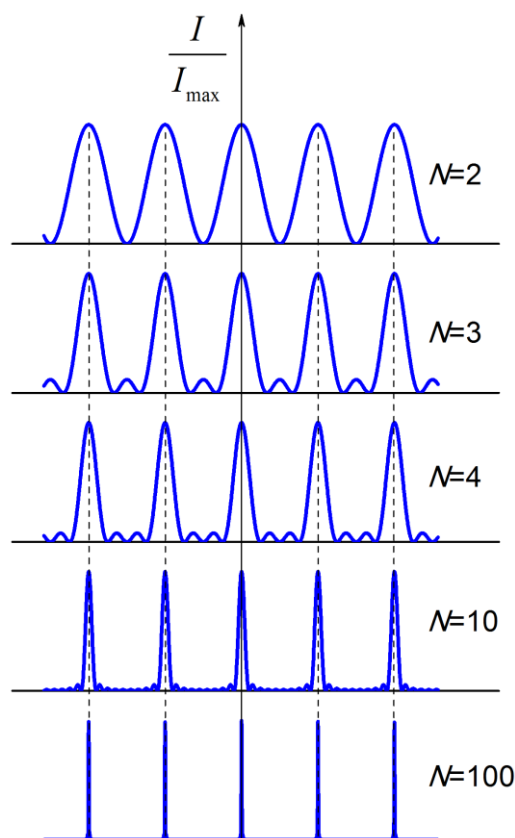


Рисунок 4. Распределение интенсивности при многолучевой интерференции

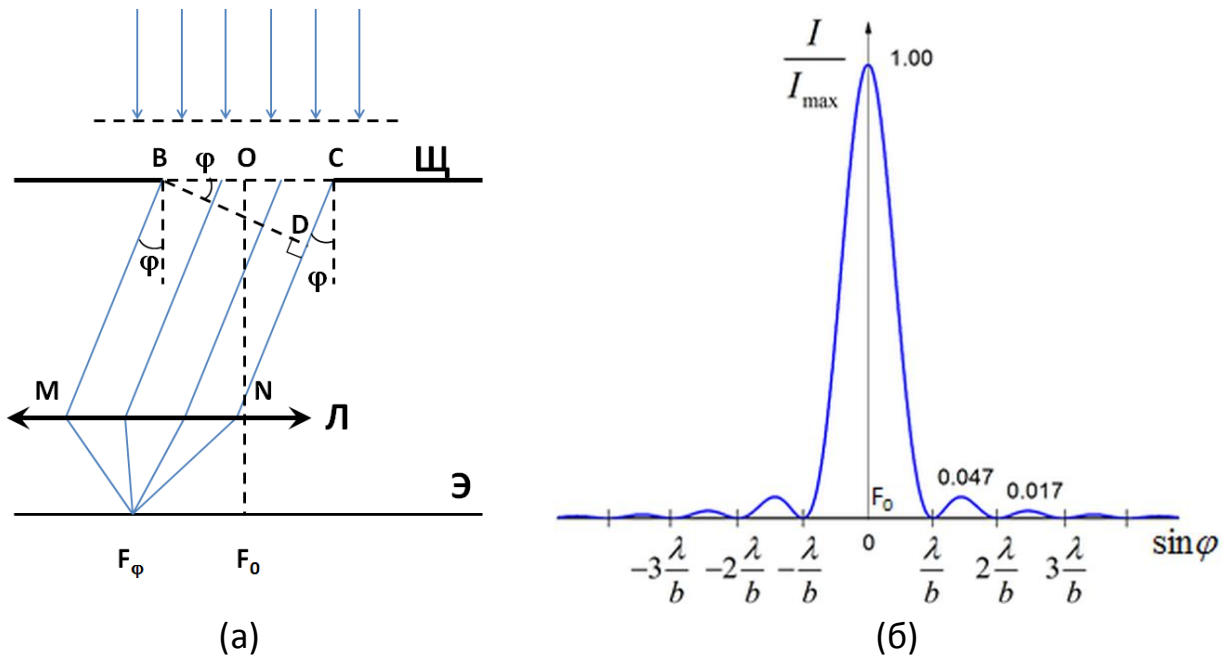
3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Пусть параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ падает нормально на щель в непрозрачной плоскости (см. рисунок 5а), в котором прорезана прямоугольная щель с шириной $b = |BC|$ и длиной намного большей b . Дифракционную картину наблюдают на экране параллельном щели и расположенном в фокальной плоскости линзы, установленной за щелью.

В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля каждая точка щели является источником вторичных когерентных волн. Так как плоскость щели совпадает с фронтом падающей плоской волны, вторичные волны колеблются в одной фазе.

Параллельные лучи, идущие от щели под углом дифракции φ к направлению лучей падающего света, собираются линзой в побочном фокусе F_φ на экране. Оптическая разность хода между крайними лучами BM и CN , идущими от краёв щели, равна:

$$\Delta = |CD| = b \sin \varphi, \quad (4)$$



(а) ход лучей через щель Щ и собирающую линзу Л; (б) распределение интенсивности света на экране Э

Рисунок 5. Дифракция Фраунгофера на одной щели

где CD – основание перпендикуляра, опущенного из точки В на луч CN. При этом разность фаз δ между колебаниями, создаваемыми в точке F_ϕ крайними лучами

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi. \quad (5)$$

Для решения задачи о дифракции Фраунгофера щель разбивается на очень большое число N одинаковых, очень узких полосок, параллельных ребру В. Вторичные волны, излучаемые этими элементами щели, возбуждают в точке F_ϕ экрана колебания с одинаковой (т.к. площади полосок одинаковы) амплитудой A_1 , которые сдвинуты по фазе от предыдущего колебания на одну и ту же малую величину δ_0 , зависящую от угла дифракции φ . Таким образом, на экране имеет место многолучевая интерференция. Разность фаз между этими колебаниями

$$\delta_0 = \frac{\delta}{N} = \frac{2\pi}{\lambda N} b \sin \varphi. \quad (6)$$

Подставляя δ_0 в (2) и учитывая, что δ_0 – мало, $(\sin \frac{\delta_0}{2} \approx \frac{\delta_0}{2} = \frac{\pi b \sin \varphi}{N \lambda})$,

получим амплитуду A_φ и интенсивность I_φ результирующего колебания:

$$A_{\varphi} = A_1 \left| \frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{N \lambda}} \right|, I_{\varphi} = I_1 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{N \lambda} \right)^2}, \quad (7)$$

Обозначим $A_0 = A_1 N$ – алгебраическая сумма амплитуд колебаний, создаваемых всеми элементами щели (A_0 прямо пропорциональна b), тогда (7) преобразуется к виду:

$$A_{\varphi} = A_0 \left| \frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right|, I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)^2}. \quad (8)$$

Здесь $I_0 = N^2 I_1$ – интенсивность в центре дифракционной картины ($\varphi=0$), создаваемая всей щелью. Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели представлено на рисунке 5б.

Формулы (8) содержат функцию типа $\left| \frac{\sin x}{x} \right|$, где $x = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$. Минимум данной функции будет при условии $\sin x = 0$, при этом $x \neq 0$. Таким образом, **положение минимумов** можно получить из условия $x = \pm \pi m$, где $m = 1, 2, 3, \dots$

Положения максимумов данной функции получают из условия равенства нулю первой производной данной функции по x , т.е. $\frac{d}{dx} \left| \frac{\sin x}{x} \right| = 0$. Взяв

производную, получаем условие максимумов $\text{tg}(x) = x$. Это трансцендентное уравнение,

решением которого будут значения $x_{1\max} = 1.43 \approx \frac{3\pi}{2}$, $x_{2\max} = 2.46 \approx \frac{5\pi}{2}$, $x_{3\max} = 3.47 \approx \frac{7\pi}{2}, \dots$ Таким образом,

$x_{\max} = \frac{(2m+1)\pi}{2}$. Отметим, что при $x \rightarrow 0$, функция $\left| \frac{\sin x}{x} \right| \rightarrow 1$, что

соответствует центральному максимуму, по обе стороны от которого расположены меньшие по величине вторичные максимумы.

Таким образом, **условие дифракционных минимумов при дифракции Фраунгофера на одной щели** будет следующим:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (9)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ – порядок дифракционных минимумов.

Условие дифракционных максимумов на одной щели будет следующим:

$$b \sin \varphi = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad (10)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ - порядок дифракционных максимумов.

Важно заметить, что в направлении $\varphi=0$ свет распространяется с наибольшей интенсивностью. То есть в точке F_0 (см. рисунок 5) наблюдается центральный дифракционный максимум с интенсивностью I_0 . В центральном максимуме сосредоточено почти 90% светового потока, проходящего через щель. Если на щель падает белый свет, а не монохроматический, то центральный максимум – белый с радужной окраской по краям. Все же остальные полосы цветные, так как угол дифракции из условия (10) зависит от длины волны.

Чем меньше ширина b щели, тем шире центральный максимум, так как возрастают углы дифракции, которые соответствуют минимумам первого порядка, ограничивающим центральный максимум.

4. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Явление дифракции положено в основу действия некоторых спектральных приборов, в частности – дифракционной решетки.

Дифракционная решетка – это спектральный прибор, предназначенный для пространственного разделения лучей с разной длиной волны, т.е. для разложения света в спектр. Она представляет собой совокупность большого числа одинаковых щелей шириной b в непрозрачном экране, разделенных одинаковыми непрозрачными участками шириной a . Таким образом, щели расположены периодически. Расстояние $d = a + b$ называется **периодом дифракционной решетки** или **постоянной решетки**.

Пусть N_0 – число щелей решетки, приходящихся на единицу длины. Очевидно, что период решетки d связан с числом щелей соотношением

$d = \frac{1}{N_0}$. Если l – длина решетки, измеренная перпендикулярно щелям, то

полное число щелей $N = lN_0$.

Пусть на решетку падает нормально монохроматическая волна с длиной волны λ . Каждая щель в результате дифракции становится источником вторичных волн, идущих за решеткой по всем направлениям. Амплитуды вторичных волн от различных щелей одинаковы ($A_1 = A_\varphi$) и зависят только от угла дифракции. Если за дифракционной решеткой установить собирающую линзу, то когерентные вторичные волны, идущие от различных щелей в одном

направлении φ соберутся на экране в одной точке и в результате наложения будут интерферировать.

На рисунке 6 представлены схема наблюдения дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке и распределения интенсивности световых полей в ближней и дальней от решетки зонах. Распределение интенсивности дифрагировавшего света в дальней зоне, после фокусировки линзой на экран, представлено на нижней панели рисунка 6а. Карта распределения интенсивности дифрагировавшего света в пространстве вблизи решетки представлена на рисунке 6б.

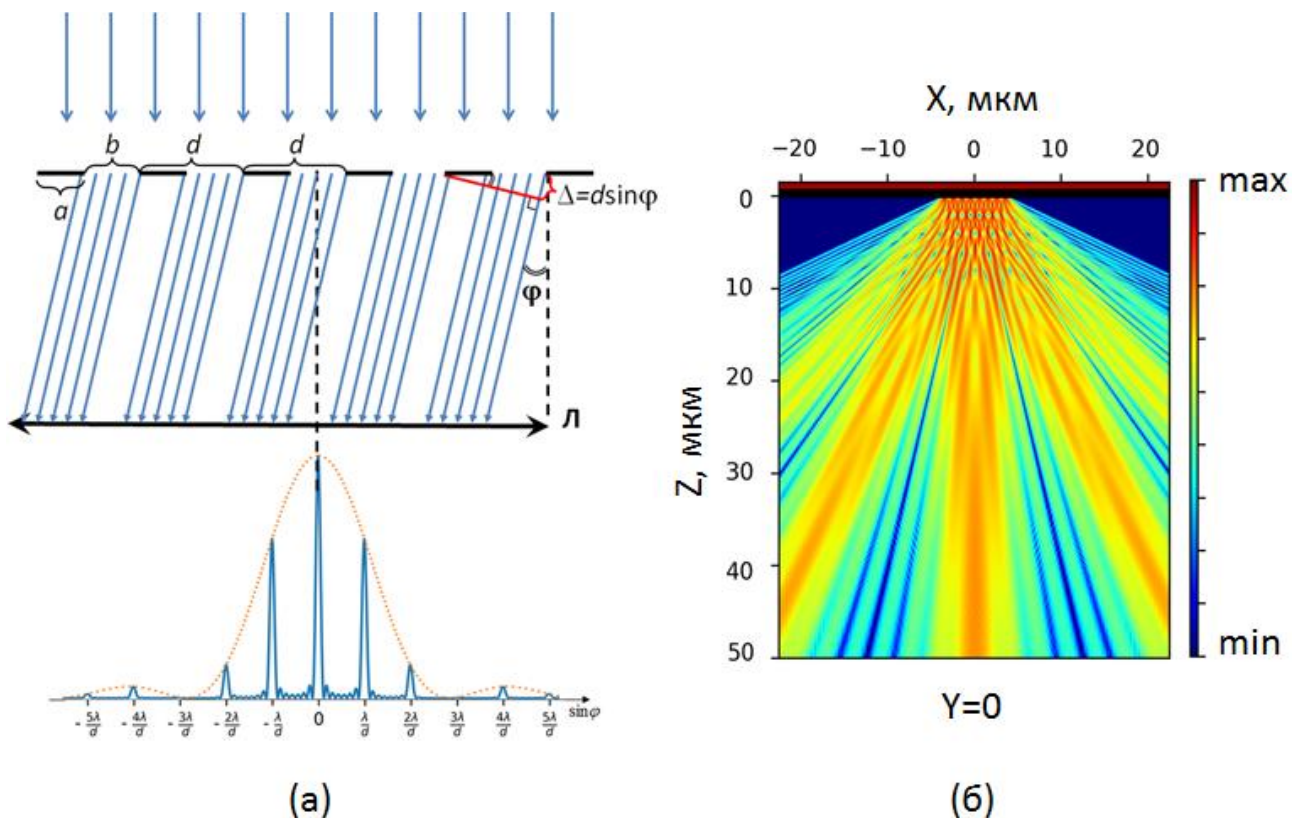


Рисунок 6. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке: (а) – схема наблюдения дифракции (верхняя панель), распределение интенсивности дифрагировавшего света на экране после фокусировки линзой (нижняя панель); (б) – карта распределения интенсивности дифрагировавшего света в ближней зоне

В произвольной точке экрана, положение которой определяется углом дифракции φ , осуществляется многолучевая интерференция волн, идущих от отдельных щелей. Видно, что оптическая разность хода Δ вторичных волн,

идущих от соседних щелей, равна $d \sin \varphi$, и, соответственно, разность фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$.

В тех точках экрана, для которых разность фаз удовлетворяет соотношению $\delta = \pm 2\pi m$ ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$), вторичные волны придут в одинаковой фазе, и колебания в этих точках будут взаимно усиливать друг друга. Таким образом, **условие главных максимумов при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке** имеет вид:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (11)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ - порядок главного максимума,

Если полное число щелей в решетке N , то между главными максимумами расположится $N-1$ минимумов. Условие наблюдения этих минимумов вытекает из условия нахождения в противофазе вторичных волн, идущих от отдельных щелей в одну точку. Согласно (3) в этом случае разность фаз $\delta = \pm \frac{2\pi m}{N}$ (m - любые целые числа, кроме кратных N), а значит **условие минимумов** принимает вид:

$$d \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N}, \quad (12)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$, кроме $m = N, 2N, 3N, \dots$, т.к. в этих случаях условие минимумов (12) переходит в условие максимумов (11).

Минимумы, определяемые условием (12), называются **добавочными**, в отличие от **главных минимумов**, получающихся при дифракции на одной щели. Главные минимумы, согласно (9) удовлетворяют условию

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (13)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, полная картина при дифракции на N щелях определяется из условий:

Главные максимумы: $d \sin \varphi = \pm m \lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$

Главные минимумы: $b \sin \varphi = \pm m \lambda$, $m = 1, 2, 3, \dots$

Добавочные минимумы: $d \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N}$, $m = 1, 2, 3, \dots$, кроме $m = N, 2N, 3N, \dots$

Между добавочными минимумами располагаются слабые вторичные максимумы. Число таких максимумов, приходящееся на промежуток между соседними главными максимумами равно $N-2$.

Распределения интенсивностей света в ближней и дальней зоне решетки после дифракции на рисунке 6 соответствует следующим параметрам: число щелей $N=8$, $d=3b$. Пунктирная кривая на нижней панели рисунка 6а изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 . Число главных максимумов внутри пунктирной кривой зависит от соотношения между постоянной решетки d и шириной щели b . Если отношение постоянной решетки к ширине щели есть целое число, то условие (11) переходит в условие (13), и данный главный максимум пропадает.

Возникновение добавочных минимумов при дифракции на большом числе щелей приводит к тому, что главные максимумы становятся более узкими и яркими, происходит концентрация световой энергии в направлениях, соответствующих главным максимумам.

Амплитуды колебаний, исходящих от всех N щелей решетки в направлениях усиления, складываются. Амплитуда результирующего колебания получается в N раз больше амплитуды колебания от одной щели, а результирующая интенсивность в N^2 раз больше интенсивности нулевого максимума от одной щели, так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды.

Таким образом, по мере увеличения числа щелей вся энергия проходящего через решетку света сосредоточена в направлениях главных максимумов, во всех же остальных направлениях свет почти не проходит.

Из условия (11) следует, что направление φ на главный максимум для конкретной решетки зависит от длины волны λ . Чем больше длина волны λ , тем больше угол φ , при котором будет наблюдаться максимум данного порядка m . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m=0$), разлагаются в спектр, фиолетовая граница которого будет обращена к центральному максимуму, а красная будет расположена дальше от центра. В этом **разница между дифракционным и дисперсионным спектрами**, в котором фиолетовые лучи, напротив, отклоняются сильнее красных.

На рисунке 7 изображено разложение белого света в спектры различных порядков при помощи дифракционной решетки. Максимум нулевого порядка остается белым. Спектры первого, второго и других порядков расположены симметрично относительно спектра нулевого порядка. Расстояние между линиями с одинаковой длиной волны λ в спектрах возрастает по мере увеличения порядка спектров. Спектры более высоких порядков могут накладываться друг на друга.

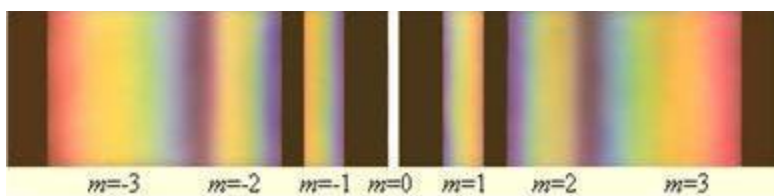
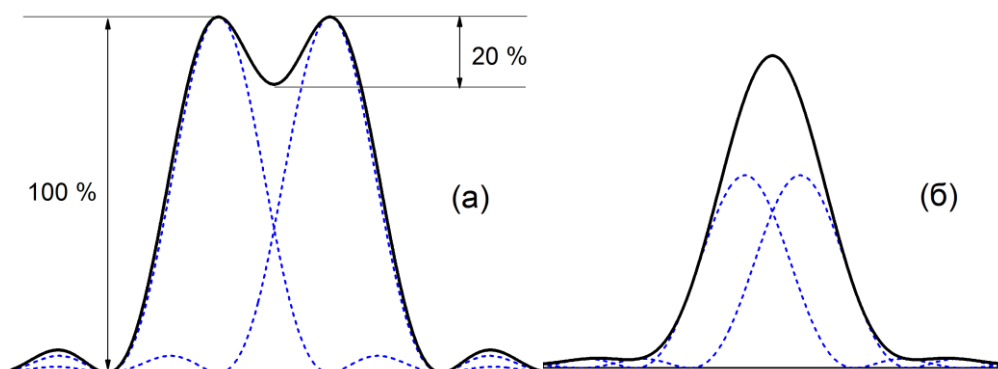


Рисунок 7. Разложение света в спектр с помощью дифракционной решетки

5. Основные характеристики дифракционной решетки

Если бы существовала идеальная оптическая система без дефектов и aberrаций, то все равно изображение любой светящейся точки вследствие волновой природы света наблюдалось бы в виде центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами.

Согласно **критерию Рэлея** изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (т.е. разделены для восприятия), если *центральный максимум дифракционной картины от одного источника совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого*. При этом провал интенсивности в центре суммарной кривой составляет 20 % от максимальной интенсивности. Этого достаточно для разрешения двух линий. Если критерий Рэлея нарушен, то наблюдается одна широкая линия (см. рисунок 8).



(а) критерий выполняется; (б) критерий нарушен

Рисунок 8. Иллюстрация критерия Рэлея

Разрешающей способностью R спектрального прибора называют безразмерную величину, численно равную отношению длины волны к разрешаемому спектральному интервалу:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (14)$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются отдельно (разрешаемый спектральный интервал).

Рассчитаем разрешающую способность дифракционной решетки. Пусть максимум m -го порядка для длины волны λ_2 наблюдается под углом φ_{\max} (согласно (11) $d \sin \varphi_{\max} = m\lambda_2$). В том же порядке ближайший дифракционный минимум для волны λ_1 находится под углом φ_{\min} (согласно (12)

$d \sin \varphi_{\min} = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$). По критерию Рэля $\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$, откуда

$m\lambda_2 = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N} \Rightarrow \delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{mN}$. Таким образом,

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (15)$$

Разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна порядку спектра m и числу N щелей решетки.

Дифракционные решетки имеют преимущества перед призмами, так как обеспечивают более высокую разрешающую способность.

Второй характеристикой дифракционной решетки является **угловая дисперсия D_φ** :

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (16)$$

где $d\varphi$ - угловое расстояние между спектральными линиями с длинами волн λ и $\lambda+d\lambda$. В системе СИ единицы измерения D_φ - рад/м, внесистемные единицы – мин/нм.

Таким образом, угловую дисперсию D_φ можно определить как *угловое расстояние между спектральными линиями, разность длин волн которых составляет 1 нм.*

Дифференцируя условие главных максимумов (11), получим $d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$. Так как угол φ для низших порядков мал, то $\cos \varphi \rightarrow 1$, тогда

$$D_\varphi = \frac{m}{d}. \quad (17)$$

В результате для решетки длиной l , используя выражения (16) и (17), получим:

$$D_\varphi l = \frac{m}{d} \cdot l = mN = R, \text{ т. е.}$$

$$R = D_\varphi l. \quad (18)$$

С точки зрения повышения угловой дисперсии (а значит и разрешающей способности) спектрального прибора выгодно работать в высшем порядке спектра. Однако порядок спектра ограничен, т.к. $\sin \varphi_{\max} = 1$ и поэтому

$$|m_{\max}| = \frac{d}{\lambda}. \quad (19)$$

Кроме того, интенсивность спектра очень быстро убывает с увеличением порядка, а спектры высших порядков часто накладываются друг на друга.

В низшем порядке спектра дифракционной решетки удобно работать еще и потому, что здесь мы можем считать дисперсию с большой степенью точности величиной постоянной (и по φ , и по λ):

$$\left(\frac{d\varphi}{d\lambda} \right)_{\varphi \rightarrow 0} = \frac{m}{d} = \text{const}.$$

В спектрах высоких порядков придется учитывать, что $D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$

6. Определение длин волн ртутной лампы с помощью дифракционной решетки

Метод расчета

Если дифракционная решетка освещается некогерентным излучением, то, как следует из формулы (11), направления на максимумы будут различаться для разных длин волн:

$$\lambda = \frac{d}{m} \sin \varphi_m, \quad (20)$$

где φ_m – угол дифракции для данной линии в спектре m -го порядка.

При экспериментальном определении угла дифракции φ_m точность повышается, если проводить измерения угла не между направлением на интересующий нас максимум m -го порядка и направлением на центральный максимум ($\varphi=0$), а измерить угол между направлениями на максимум m -го порядка справа и слева от центрального максимума:

$$\varphi_m = \frac{|\alpha_{1m} - \alpha_{2m}|}{2}. \quad (21)$$

Здесь α_{1m} и α_{2m} – отсчеты по гониометру при установке зрительной трубы на соответствующую линию m -го порядка слева и справа от центрального максимума.

Учитывая формулы (20) и (21), можно записать рабочую формулу для определения длины волны спектральной линии в дифракционном спектре:

$$\lambda = \frac{d}{m} \sin \left| \frac{\alpha_{1m} - \alpha_{2m}}{2} \right|. \quad (22)$$

Относительная и абсолютная погрешности длины волны определяются по следующим формулам. Относительная погрешность длины волны:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta d}{d} + \Delta\alpha \operatorname{ctg} \left| \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right|, \quad (23)$$

где Δd и $\Delta\alpha$ - абсолютные погрешности периода дифракционной решетки и измерения угла, соответственно.

Абсолютная погрешность длины волны:

$$\Delta\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot \lambda \quad (24)$$

Описание установки

Экспериментальная установка состоит из ртутной лампы, гониометра и дифракционной решетки. Гониометром называют оптический прибор, предназначенный для бесконтактного измерения углов с высокой точностью (в нашем случае – с точностью до 1"). Схематичное изображение установки представлено на рисунке 9.

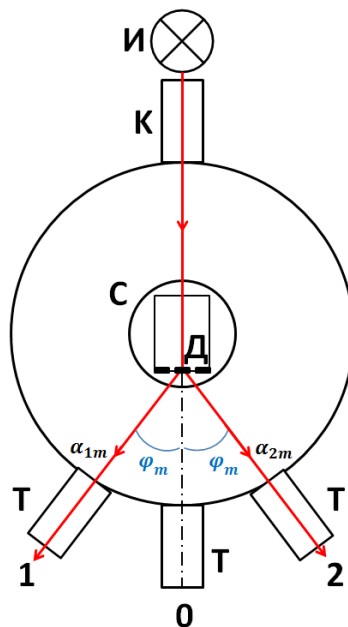


Рисунок 9. Схема экспериментальной установки

И – источник света (ртутная лампа); *К* – коллиматор со спектральной щелью; *С* – предметный столик; *Д* – дифракционная решетка на подставке; *Т* – зрительная труба гониометра; 0, 1, 2 – положения зрительной трубы,

установленной, соответственно, на центральный максимум ($m=0$), и максимумы m -го порядка слева и справа.

Детальное изображение гониометра приведено на рисунке 10. Немонохроматическое излучение ртутной лампы I падает на спектральную щель коллиматора K гониометра. Оптическая система коллиматора преобразует пучок в параллельный и направляет его на дифракционную решетку D , установленную вместе с подставкой на предметный столик C гониометра. Дифракционная решетка раскладывает немонахроматическое излучение в спектр. Спектральные линии наблюдаются в окуляре зрительной трубы T гониометра после ее поворота в соответствующем направлении. Измерение угла проводится путем снятия показаний в окуляре отсчетного устройства гониометра, при этом зрительная труба должна быть зафиксирована.

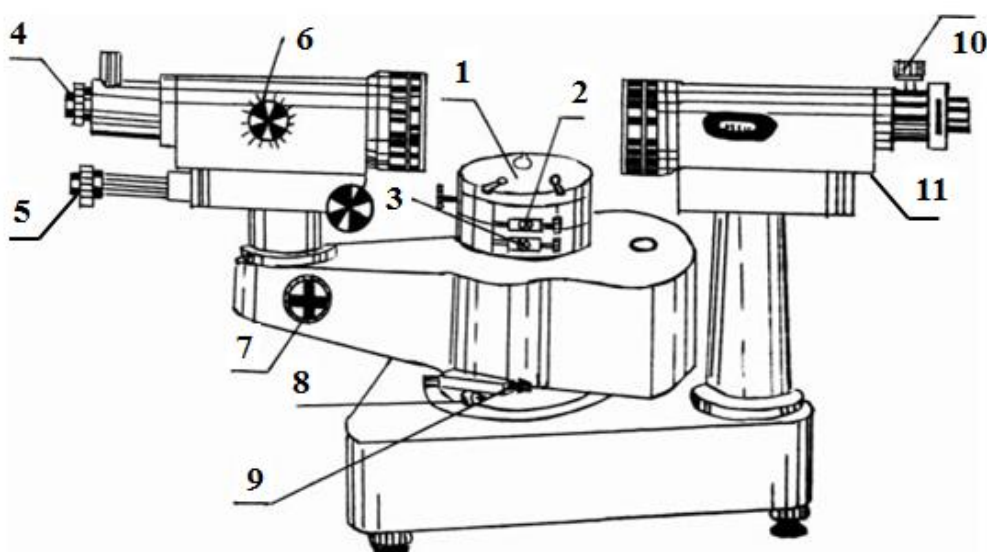


Рисунок 10. Гониометр

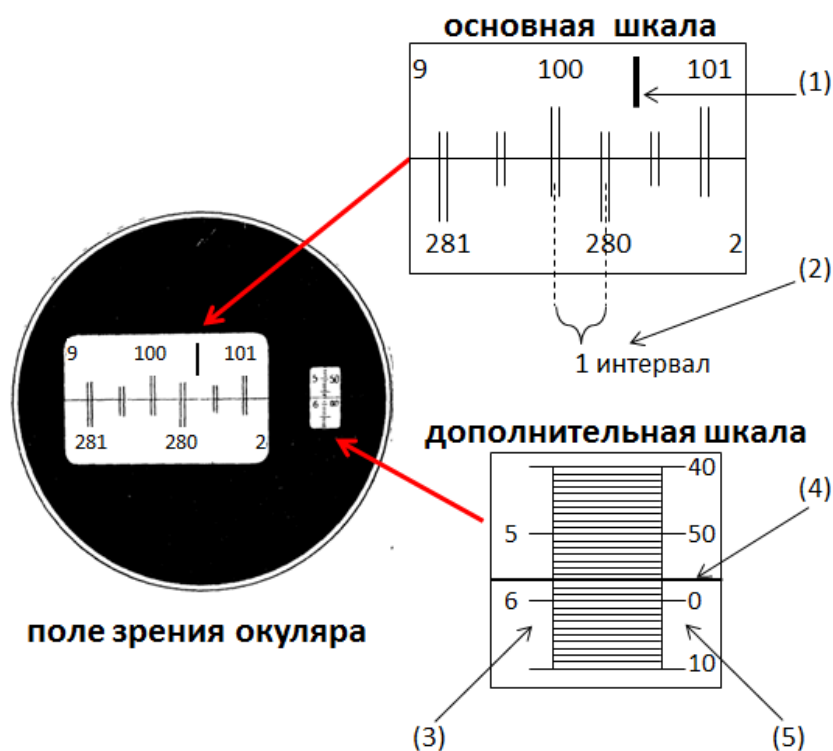
1- предметный столик; 2,3 – зажимные винты предметного столика; 4 – окуляр зрительной трубы; 5 – окуляр отсчетного устройства; 6 – маховичок фокусировки зрительной трубы; 7 – маховичок оптического микрометра; 8 – зажимной винт зрительной трубы; 9 – микрометрический винт; 10 – винт регулировки ширины спектральной щели коллиматора; 11 – коллиматор.

Порядок снятия отсчёта на гониометре Г-5

1. Включить освещение поля зрения отсчётного устройства с помощью тумблера, расположенного в нижней левой части основания гониометра.

2. Отрегулировать резкость изображения шкалы отсчетного устройства окуляра 5 путем вращения оправы окуляра.

3. Найти в поле зрения отсчетного устройства основную шкалу и дополнительную (см. рисунок 11). Основная шкала находится в центре поля зрения окуляра. Она позволяет измерить число градусов и число десятков минут. Дополнительная шкала находится в правой части поля зрения окуляра. Она дает возможность измерить число единиц минут и число секунд.



ТЕКУЩИЙ ОТСЧЕТ 100° 15' 57"

Рисунок 11. К снятию показаний гониометра

- (1) – вертикальный индикатор; (2) – число интервалов, соответствующее числу десятков минут; (3) – шкала единиц минут; (4) – горизонтальный индикатор; (5) – шкала секунд

На рисунке 11 приведен пример отсчёта. При затруднении в измерении углов обращайтесь к преподавателю или лаборанту.

4. Снять отсчет по основной шкале. Для этого поверните маховичок оптического микрометра 7 так, чтобы верхние и нижние изображения штрихов точно совместились. Найдите вертикальный индикатор (1) над штрихами. **Число градусов** будет равно ближайшему числу, расположенному слева от индикатора. **Число десятков минут** равно числу интервалов (2), заключенных

между верхним сдвоенным штрихом, соответствующим отсчитанному числу градусов, и нижним сдвоенным штрихом, показание которого отличается от верхнего на 180° .

5. Снять отсчет по дополнительной шкале. **Число единиц минут** отсчитывается по левой части шкалы (3) согласно показанию горизонтального индикатора (4). **Число секунд** отсчитывается по правой части шкалы (5) согласно показанию того же индикатора.

6. Объединить показания, снятые по обеим шкалам. Записать значение угла с точностью до секунды.

Порядок проведения измерений и обработки результатов

Внимание: при работе на установке необходимо строго соблюдать правила техники безопасности:

1. Категорически запрещено включать ртутную лампу в нагретом состоянии. Если есть необходимость повторного включения лампы после ее выключения, следует подождать охлаждения в течение 10 минут.

2. Не применяйте усилие при работе с гониометром. Перед поворотом зрительной трубы гониометра убедитесь, что труба не зафиксирована.

Перед началом работы студент обязан внимательно изучить описание гониометра и усвоить порядок снятия отсчета по гониометру (см. раздел «Описание установки»). Ртутную лампу при этом не включать. Только после этого приступать к выполнению работы:

1. Включить ртутную лампу и установить зрительную трубу гониометра напротив источника света.

2. Сфокусировать окуляр зрительной трубы на отчетливое видение визирной линии.

3. Установить на предметном столике 1 (рисунок 10) гониометра дифракционную решетку перпендикулярно оси коллиматора.

4. Повернуть зрительную трубу так, чтобы ее визирная линия совпала с линией спектра первого порядка ($m=1$), длину волны которой следует определить. Зафиксировать зажимным винтом 8 (рисунок 10) трубу в этом положении. После снятия показания ослабить зажимной винт 8.

5. Последовательно произвести отсчет углов α_1 слева для всех изучаемых спектральных линий согласно п.4. Записать значения в таблицу 1.

Таблица 1 Параметры спектральных линий в дифракционном спектре

Линия	α_1	α_2	λ , нм	$\Delta\lambda$, нм
Синяя				
Сине-зеленая				
Зеленая				
Желтая 1				
Желтая 2				
Красная				

6. Аналогично снять отсчет углов α_2 справа для всех спектральных линий и занести эти значения в таблицу 1.

7. По формуле (22) рассчитать длины волн λ для спектральных линий и результаты расчетов занести в таблицу 1. В лабораторной работе используется дифракционная решетка с периодом $d = 2$ мкм.

8. По формулам (23) и (24) рассчитать абсолютные погрешности измерения длин волн $\Delta\lambda$. Используйте значения абсолютных погрешностей

$$\Delta d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ мкм}, \Delta \alpha = 0.5'' = 2.4 \cdot 10^{-6} \text{ рад.}$$

9. По формуле (16) определить угловую дисперсию D_φ дифракционной решетки для желтого дублета, где $d\varphi$ - угловое расстояние между близкими желтыми линиями, равное разности показаний φ_1 или φ_2 для данных линий; $d\lambda$ - разница длин волн желтого дублета. Выразите угловую дисперсию в системных единицах (рад/м) и внесистемных единицах (мин/нм).

$$1^\circ = 1,74 \cdot 10^{-2} \text{ рад}; 1' = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад}; 1'' = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$$

10. Рассчитать теоретическое значение угловой дисперсии D_φ в первом порядке ($m=1$) по формуле (17) и сравнить экспериментальное и теоретическое значения угловой дисперсии.

11. Рассчитать максимальный порядок спектра, в котором будет наблюдаться желтый дублет для данной дифракционной решетки, используя формулу (19). Полученный результат округлить до целого значения в меньшую сторону.

Список литературы:

1. Саржевский, А.М. Оптика. Полный курс. Изд. 2-е. - М.: Едиториал УРСС, 2004. – 608 с.

2. Трофимова Т.И. Физика: учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования, обучающихся по техническим направлениям подготовки, - Москва : Академия, 2012. - 316 с.

3. Детлаф, А.А., Яворский, Б.М. Курс общей физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 720 с.

4. Апенко М.И., Гвоздева Н.П. Физическая оптика. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.