

**ДИАКОПТИЧЕСКАЯ Z–Y МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
КОРРЕКЦИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА
БОЛЬШОЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Канд. техн. наук ХАЧАТРЯН К. В.

Государственный инженерный университет Армении

Перспективным направлением для решения задачи коррекции устанавлившегося режима сложной и большой электроэнергетической системы (БЭЭС) является применение методов диакоптики (декомпозиции), когда вся система представляется как совокупность радиально связанных подсистем. Впервые эта идея была опубликована в [1], спустя четыре года аналогичное предлагается в [2].

До настоящего времени при построении диакоптической математической модели коррекции установленного режима БЭЭС обычно используется *Y*–*Z* форма задания состояния пассивной части сети.

В отличие от существующих математических моделей в настоящей работе впервые предлагается пользоваться *Z*–*Y* формой задания состояния пассивной части сети. Рассматривается БЭЭС, состоящая из $M + 1$ узлов, которую после удаления определенного количества ветвей можно представить в виде совокупности радиально связанных N подсистем. Если полученные подсистемы будут состоять соответственно из M_1, M_2, \dots, M_N независимых узлов, то очевидно, что $M_1 + M_2 + \dots + M_N = M$. Предполагается, что один из станционных узлов первой подсистемы выбран в качестве базисного (балансирующего).

Для построения соответствующей диакоптической математической модели принимается следующая система индексов:

- для существующих узлов

$$i, j = (i_1, j_1; i_2, j_2; \dots; i_N, j_N);$$

- для вновь полученных узлов:

$$\delta, \gamma = (\delta_1, \gamma_1; \delta_2, \gamma_2; \dots; \delta_L, \gamma_L);$$

$$I, S = (I_1, S_1; I_2, S_2; \dots; I_L, S_L),$$

где L – число удаленных ветвей.

Матричные уравнения отдельных подсистем можно представить в виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{U}}_{i_1} = \dot{\mathbf{U}}_{B_{i_1}} + \mathbf{Z}_{i_1, j_1} \dot{\mathbf{I}}_{j_1}; \\ \dot{\mathbf{U}}_{i_2} = \dot{\mathbf{U}}_{B_{i_2}} + \mathbf{Z}_{i_2, j_2} \dot{\mathbf{I}}_{j_2}; \\ \dots \\ \dot{\mathbf{U}}_{i_N} = \dot{\mathbf{U}}_{B_{i_N}} + \mathbf{Z}_{i_N, j_N} \dot{\mathbf{I}}_{j_N}, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{U}}_{B_i} = \dot{\mathbf{U}}_B + \mathbf{Z}_{iM_1} \Delta \dot{\mathbf{I}}_{2,N} + \mathbf{Z}_{iS_1} \dot{\mathbf{I}}_\gamma \\ \dot{\mathbf{U}}_{B_2} = \dot{\mathbf{U}}_{M_1} + \mathbf{Z}_{i_2 M_2} \Delta \dot{\mathbf{I}}_{3,N} + \mathbf{Z}_{i_2 S_2} \dot{\mathbf{I}}_\gamma \\ \dots \\ \dot{\mathbf{U}}_{B_N} = \dot{\mathbf{U}}_{M_{N-1}} + \mathbf{Z}_{i_N M_N} \Delta \dot{\mathbf{I}}_{N,N} + \mathbf{Z}_{i_N S_N} \dot{\mathbf{I}}_\gamma. \end{array} \right. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{Z}_{iM_1}, \mathbf{Z}_{i_2 M_2}, \dots, \mathbf{Z}_{i_N M_N}$ – последние столбцы матриц $\mathbf{Z}_{i,j_1}, \mathbf{Z}_{i_2,j_2}, \dots, \mathbf{Z}_{i_N,j_N}$; $\mathbf{Z}_{iS_1}, \mathbf{Z}_{i_2 S_2}, \dots, \mathbf{Z}_{i_N S_N}$ – комплексные сопротивления вновь появившихся узлов (из-за разрезания БЭС), соответственно принадлежащих $1, 2, \dots, N$ подсистемам.

Приращения токов $\Delta \dot{\mathbf{I}}_{2,N}, \Delta \dot{\mathbf{I}}_{3,N}, \dots, \Delta \dot{\mathbf{I}}_{N,N}$ определяются на основе приведенных ниже выражений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \dot{\mathbf{I}}_{2N} = \sum_{M_2} \dot{\mathbf{I}}_{j_2} + \sum_{M_3} \dot{\mathbf{I}}_{j_3} + \dots + \sum_{M_N} \dot{\mathbf{I}}_{j_N}; \\ \Delta \dot{\mathbf{I}}_{3N} = \sum_{M_3} \dot{\mathbf{I}}_{j_3} + \sum_{M_4} \dot{\mathbf{I}}_{j_4} + \dots + \sum_{M_N} \dot{\mathbf{I}}_{j_N}; \\ \dots \\ \Delta \dot{\mathbf{I}}_{N-1,N} = \sum_{M_N} \dot{\mathbf{I}}_{j_N}; \\ \Delta \dot{\mathbf{I}}_{N,N} = 0. \end{array} \right.$$

Комплексный ток $\dot{\mathbf{I}}_\gamma$, который фигурирует во всех матричных уравнениях (2), является вектором токов разрезанных линий и определяется по формуле

$$\dot{\mathbf{I}}_\gamma = (\mathbf{Z}_B - \mathbf{Z}_n)^{-1} \Delta \dot{\mathbf{U}}_j. \quad (3)$$

Комплексное сопротивление \mathbf{Z}_n , входящее в (3), определяется с помощью выражения

$$\mathbf{Z}_n = (\mathbf{Z}_V - \mathbf{Z}_{IS}) - (\mathbf{Z}_{BY} - \mathbf{Z}_{YS}).$$

\mathbf{Z}_n является диагональной матрицей:

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{L\text{ЭП}}^1 & & & \\ & \mathbf{Z}_{L\text{ЭП}}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{Z}_{L\text{ЭП}}^L \end{bmatrix}.$$

В то же время

$$\Delta \dot{\mathbf{U}}_j = \Delta \dot{\mathbf{U}}_{j_1} + \Delta \dot{\mathbf{U}}_{j_2} + \dots + \Delta \dot{\mathbf{U}}_{j_N}.$$

Принимается следующая дополнительная система индексов:

$$\begin{aligned} i_1 j_1 &= (m_1, n_1; k_1, l_1), \\ i_2 j_2 &= (m_2, n_2; k_2, l_2), \\ \dots & \\ i_N j_N &= (m_N, n_N; k_N, l_N). \end{aligned}$$

При этом первое матричное уравнение из (1) можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{m_1} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\ell_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\text{Bl}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{m_1 n_1} & \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \\ \mathbf{Z}_{l_1 m_1} & \mathbf{Z}_{l_1 k_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{n_1} \\ \dot{\mathbf{I}}_{k_1} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В развернутой форме запишем:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_{m_1} &= \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} + \mathbf{Z}_{m_1 n_1} \dot{\mathbf{I}}_{n_1} + \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \dot{\mathbf{I}}_{k_1}; \\ \dot{\mathbf{U}}_{\ell_1} &= \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} + \mathbf{Z}_{l_1 m_1} \dot{\mathbf{I}}_{n_1} + \mathbf{Z}_{l_1 k_1} \dot{\mathbf{I}}_{k_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

После соответствующего преобразования системы (5) и их повторного объединения в одно подматричное уравнение, получим

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{m_1} \\ \dot{\mathbf{I}}_{k_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\text{Bl}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{m_1 n_1} & \dot{\mathbf{C}}_{m_1 l_1} \\ \mathbf{D}_{k_1 n_1} & \mathbf{Y}_{k_1 l_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{n_1} \\ \dot{\mathbf{U}}_{l_1} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} &= (1 - \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1}) \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} = (1 - \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \mathbf{Y}_{k_1 l_1}) \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}}; \\ \dot{\mathbf{I}}_{\text{Bl}} &= -\mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} = -\mathbf{Y}_{k_1 l_1} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}}; \\ \mathbf{Z}_{m_1 n_1} &= \mathbf{Z}_{m_1 n_1} - \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} \mathbf{Z}_{l_1 n_1}; \\ \dot{\mathbf{C}}_{m_1 l_1} &= \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} = \mathbf{Z}_{m_1 k_1} \mathbf{Y}_{k_1 l_1}; \\ \dot{\mathbf{D}}_{k_1 n_1} &= -\mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} \mathbf{Z}_{l_1 n_1} = -\mathbf{Y}_{k_1 l_1} \mathbf{Z}_{l_1 n_1}; \\ \mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} &= \mathbf{Z}_{k_1 l_1}^{-1} = \mathbf{Y}_{k_1 l_1}. \end{aligned}$$

Аналогичные матричные уравнения можно получить и для других подсистем. Для последней N -й подсистемы матричное уравнение представим следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{m_N} \\ \dot{\mathbf{I}}_{k_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\text{Bl}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{m_N n_N} & \dot{\mathbf{C}}_{m_N l_N} \\ \mathbf{D}_{k_N n_N} & \mathbf{Y}_{k_N l_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_{n_N} \\ \dot{\mathbf{U}}_{l_N} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} &= (1 - \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1}) \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} = (1 - \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Y}_{k_N l_N}) \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}}; \\ \dot{\mathbf{I}}_{\text{Bl}} &= -\mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}} = -\mathbf{Y}_{k_N l_N} \dot{\mathbf{U}}_{\text{Bl}}; \\ \mathbf{Z}_{m_N n_N} &= \mathbf{Z}_{m_N n_N} - \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1} \mathbf{Z}_{l_N n_N} = \mathbf{Z}_{m_N n_N} - \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Y}_{k_N l_N} \mathbf{Z}_{l_N n_N}; \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{m_N, l_N} = \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1} = \mathbf{Z}_{m_N k_N} \mathbf{Y}_{k_N, l_N};$$

$$\dot{\mathbf{D}}_{k_N, n_N} = -\mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1} \mathbf{Z}_{l_N n_N} = -\mathbf{Y}_{k_N, l_N} \mathbf{Z}_{l_N n_N};$$

$$\mathbf{Z}_{k_N l_N}^{-1} = \mathbf{Z}_{k_N, l_N}^{-1} = \mathbf{Y}_{k_N, l_N}.$$

Здесь величины $\dot{\mathbf{C}}$ и $\dot{\mathbf{D}}$ являются безразмерными и комплексными.

Для рассматриваемой БЭЭС блочно-диагональную $Z-Y$ диакоптическую модель можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{m_1} \\ \dot{\mathbf{I}}_{k_1} \\ \dots \\ \dot{\mathbf{U}}_{m_N} \\ \dot{\mathbf{I}}_{k_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{B}_1} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{B}_1} \\ \dots \\ \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{B}_N} \\ \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{B}_N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{m_1, n_1} & \mathbf{B}_{m_1, l_1} & & & & \mathbf{I}_{n_1} \\ \mathbf{C}_{k_1, n_1} & \mathbf{Y}_{k_1, l_1} & & & & \mathbf{U}_{l_1} \\ \vdots & \vdots & & & & \vdots \\ & & \mathbf{Z}_{m_N, n_N} & \mathbf{B}_{m_N, l_N} & & \mathbf{I}_{n_N} \\ & & \mathbf{C}_{k_N, n_N} & \mathbf{Y}_{k_N, l_N} & & \mathbf{U}_{l_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_1} \\ \mathbf{U}_{l_1} \\ \dots \\ \mathbf{I}_{n_N} \\ \mathbf{U}_{l_N} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Полученная $Z-Y$ форма (6) является исходной для построения соответствующей диакоптической математической модели установившегося режима БЭЭС

$$\left[\begin{array}{c} F_{pm}(I'_{n_1}, I''_{n_1}) = 0, \\ F_{qm}(I'_{n_2}, I''_{n_2}) = 0; \\ \vdots \\ F_{pm}(U'_{l_1}, U''_{l_1}) = 0, \\ F_{qm}(U'_{l_2}, U''_{l_2}) = 0; \\ \vdots \\ F_{pm}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) = 0, \\ F_{qm}(I'_{n_{N+1}}, I''_{n_{N+1}}) = 0; \\ \vdots \\ F_{pm}(U'_{l_N}, U''_{l_N}) = 0, \\ F_{qm}(U'_{l_{N+1}}, U''_{l_{N+1}}) = 0. \end{array} \right] \quad (7)$$

В полученной диакоптической $Z-Y$ модели установившегося режима, отдельные блочные уравнения определяются следующим образом:

- для первой подсистемы:

$$\begin{cases} F_{pm}(I'_{n_1}, I''_{n_1}) = P_m - \left\{ P_{\mathbf{B}_m} + \sum_n [R_{m_1, n_1}(I'_m I'_{n_1} + I''_m I''_{n_1}) + X_{m_1, n_1}(I''_m I'_{n_1} - I'_m I''_{n_1})] \right\} = 0; \\ F_{qm}(I'_{n_1}, I''_{n_1}) = Q_m - \left\{ Q_{\mathbf{B}_m} + \sum_n [X_{m_1, n_1}(I'_m I'_{n_1} + I''_m I''_{n_1}) - R_{m_1, n_1}(I''_m I'_{n_1} - I'_m I''_{n_1})] \right\} = 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} F_{pk_1}(U'_{l_1}, U''_{l_1}) = P_{k_1} - \left\{ P_{\mathbf{B}_{k_1}} + \sum_{\ell_1} [g_{k_1, \ell_1}(U'_{k_1} U'_{\ell_1} + U''_{k_1} U''_{\ell_1}) + b_{k_1, \ell_1}(U''_{k_1} U'_{\ell_1} - U'_{k_1} U''_{\ell_1})] \right\} = 0; \\ F_{qk_1}(U'_{l_1}, U''_{l_1}) = Q_{k_1} - \left\{ Q_{\mathbf{B}_{k_1}} + \sum_{\ell_1} [g_{k_1, \ell_1}(U''_{k_1} U'_{\ell_1} - U'_{k_1} U''_{\ell_1}) - b_{k_1, \ell_1}(U'_{k_1} U'_{\ell_1} + U''_{k_1} U''_{\ell_1})] \right\} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

- для последней N -й подсистемы:

$$\begin{cases} F_{pm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) = P_{m_N} - \left\{ P_{\mathbf{B}m_N} + \sum_{n_N} [R_{m_N, n_N}(I'_{m_N} I'_{n_N} + I''_{m_N} I''_{n_N}) + X_{m_N, n_N}(I''_{m_N} I'_{n_N} - I'_{m_N} I''_{n_N})] \right\} = 0; \\ F_{qm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) = Q_m - \left\{ Q_{\mathbf{B}m_N} + \sum_{n_N} [X_{m_N, n_N}(I'_{m_N} I'_{n_N} + I''_{m_N} I''_{n_N}) - R_{m_N, n_N}(I''_{m_N} I'_{n_N} - I'_{m_N} I''_{n_N})] \right\} = 0; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} F_{pk_N}(U'_{l_N}, U''_{l_N}) = P_{k_N} - \left\{ P_{\mathbf{B}k_N} + \sum_{l_N} [g_{k_N, l_N}(U'_{k_N} U'_{l_N} + U''_{k_N} U''_{l_N}) + b_{k_N, l_N}(U''_{k_N} U'_{l_N} - U'_{k_N} U''_{l_N})] \right\} = 0; \\ F_{qk_N}(U'_{l_N}, U''_{l_N}) = Q_{k_N} - \left\{ Q_{\mathbf{B}k_N} + \sum_{l_N} [g_{k_N, l_N}(U''_{k_N} U'_{l_N} - U'_{k_N} U''_{l_N}) - b_{k_N, l_N}(U'_{k_N} U'_{l_N} + U''_{k_N} U''_{l_N})] \right\} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Выражения для величин $P_{\mathbf{B}m_1}, Q_{\mathbf{B}m_1}; P_{\mathbf{B}k_1}, Q_{\mathbf{B}k_1}; \dots; P_{\mathbf{B}m_N}, Q_{\mathbf{B}m_N}; P_{\mathbf{B}k_N}, Q_{\mathbf{B}k_N}$ (8)–(11) приведены в [3].

Системы нелинейных алгебраических уравнений, определяющие диакоптическую математическую модель (7), решаются методом Ньютона – Рафсона, при котором соответствующие рекуррентные выражения имеют следующий вид:

- для первой подсистемы:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I'_{m_1} \\ \cdots \\ I''_{m_1} \end{bmatrix}^{N+1} &= \begin{bmatrix} I'_{m_1} \\ \cdots \\ I''_{m_1} \end{bmatrix}^N + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{pm_1}}{\partial I'_{n_1}} & \frac{\partial F_{pm_1}}{\partial I''_{n_1}} \\ \frac{\partial F_{qm_1}}{\partial I'_{n_1}} & \frac{\partial F_{qm_1}}{\partial I''_{n_1}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{pm_1}(I'_{n_1}, I''_{n_1}) \\ F_{qm_1}(I'_{n_1}, I''_{n_1}) \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} U'_{k_1} \\ \cdots \\ U''_{k_1} \end{bmatrix}^{N+1} &= \begin{bmatrix} U'_{k_1} \\ \cdots \\ U''_{k_1} \end{bmatrix}^N + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{pk_1}}{\partial U'_{l_1}} & \frac{\partial F_{pk_1}}{\partial U''_{l_1}} \\ \frac{\partial F_{qk_1}}{\partial U'_{l_1}} & \frac{\partial F_{qk_1}}{\partial U''_{l_1}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{pk_1}(U'_{l_1}, U''_{l_1}) \\ F_{qk_1}(U'_{l_1}, U''_{l_1}) \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

- для последней N -й подсистемы:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I'_{m_N} \\ \cdots \\ I''_{m_N} \end{bmatrix}^{N+1} &= \begin{bmatrix} I'_{m_N} \\ \cdots \\ I''_{m_N} \end{bmatrix}^N + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{pm_N}}{\partial I'_{n_N}} & \frac{\partial F_{pm_N}}{\partial I''_{n_N}} \\ \frac{\partial F_{qm_N}}{\partial I'_{n_N}} & \frac{\partial F_{qm_N}}{\partial I''_{n_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{pm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) \\ F_{qm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} U'_{k_N} \\ \cdots \\ U''_{k_N} \end{bmatrix}^{N+1} &= \begin{bmatrix} U'_{k_N} \\ \cdots \\ U''_{k_N} \end{bmatrix}^N + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{pk_N}}{\partial U'_{l_N}} & \frac{\partial F_{pk_N}}{\partial U''_{l_N}} \\ \frac{\partial F_{qk_N}}{\partial U'_{l_N}} & \frac{\partial F_{qk_N}}{\partial U''_{l_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{pk_N}(U'_{l_N}, U''_{l_N}) \\ F_{qk_N}(U'_{l_N}, U''_{l_N}) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Если пользоваться понятиями векторов состояния (\mathbf{X}), управления (\mathbf{U}) и возмущения (\mathbf{W}) [3–5], то можно записать:

$$\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\};$$

$$\mathbf{U} = \{U_1, U_2, \dots, U_N\};$$

$$\mathbf{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_N\}.$$

Векторы состояния, управления и возмущения будут иметь следующие структуры:

- для первой подсистемы:

$$\begin{aligned} [\mathbf{X}_1] &= \left[\begin{array}{l} P_0 \\ Q_0 \\ I'_1 \\ I''_1 \\ U'_1 \\ U''_1 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{– для базисного (балансирующего) станционного узла} \\ \text{типа } U - \Psi_u; \\ \text{– для станционных узлов типа } P - Q; \\ \text{– для нагрузочных узлов типа } P - Q; \end{array} \\ [\mathbf{U}_1] &= \left[\begin{array}{l} U_0 \\ \Psi_{u_0} \\ P_1 \\ Q_1 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{– для базисного (балансирующего) станционного узла} \\ \text{типа } U - \Psi_u; \\ \text{– для станционных узлов типа } P - Q; \end{array} \\ [\mathbf{W}_1] &= \left[\begin{array}{l} P_1 \\ Q_1 \end{array} \right] \quad \text{– для нагрузочных узлов типа } P - Q; \end{aligned}$$

- для N -й подсистемы:

$$\begin{aligned} [\mathbf{X}_N] &= \left[\begin{array}{l} I_N \\ I''_N \\ U'_N \\ U''_N \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{– для станционных узлов типа } P - Q; \\ \text{– для нагрузочных узлов типа } P - Q; \end{array} \\ [\mathbf{U}_N] &= \left[\begin{array}{l} P_N \\ Q_N \end{array} \right] \quad \text{– для станционных узлов типа } P - Q; \\ [\mathbf{W}_N] &= \left[\begin{array}{l} P_N \\ Q_N \end{array} \right] \quad \text{– для нагрузочных узлов типа } P - Q. \end{aligned}$$

Таким образом, диакоптическая математическая модель для БЭЭС (7) примет вид

| | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| $F_{Z_1(Y)}(X_1, U_1, W_1) = 0,$ | |
| | $F_{Y(Z_1)}(X_1, U_1, W_1) = 0;$ |
| | \dots |
| | $F_{Z_N(Y_N)}(X_N, U_N, W_N) = 0,$ |
| | $F_{Y_N(Z_N)}(X_N, U_N, W_N) = 0.$ |

Если вектор состояния \mathbf{X}_1 получит приращение $\Delta\mathbf{X}_1$, то соответствующие приращения $\Delta\mathbf{U}_1$ и $\Delta\mathbf{W}_1$ получат векторы управления \mathbf{U}_1 и возмущения \mathbf{W}_1 , и тогда для первой подсистемы можем написать выражения:

$$\mathbf{F}_{Z_1(Y)}(\mathbf{X}_1^P + \Delta\mathbf{X}_1; \mathbf{U}_1^0 + \Delta\mathbf{U}_1; \mathbf{W}_1^0 + \Delta\mathbf{W}_1) = 0; \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{Y(Z_1)}(\mathbf{X}_1^P + \Delta\mathbf{X}_1; \mathbf{U}_1^0 + \Delta\mathbf{U}_1; \mathbf{W}_1^0 + \Delta\mathbf{W}_1) = 0. \quad (13)$$

Разлагая (12) и (13) в ряд Тейлора и оставляя только члены, имеющие частные производные первого порядка, получим:

$$\Delta\mathbf{X}_{Z_1(Y)} = \mathbf{S}_{Z_1(Y)}^U \Delta\mathbf{U}_{Z_1(Y)} + \mathbf{S}_{Z_1(Y)}^W \Delta\mathbf{W}_{Z_1(Y)};$$

$$\Delta\mathbf{X}_{Y(Z_1)} = \mathbf{S}_{Y(Z_1)}^U \Delta\mathbf{U}_{Y(Z_1)} + \mathbf{S}_{Y(Z_1)}^W \Delta\mathbf{W}_{Y(Z_1)},$$

в которых приняты следующие обозначения:

$$\mathbf{S}_{Z_1(Y)}^U = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z_1(Y)}}{\partial \mathbf{X}_1}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z_1(Y)}}{\partial \mathbf{U}_1}; \quad (14)$$

$$\mathbf{S}_{Z_1(Y)}^W = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Z_1(Y)}}{\partial \mathbf{X}_1}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Z_1(Y)}}{\partial \mathbf{W}_1}; \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_{Y(Z_1)}^U = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z_1)}}{\partial \mathbf{X}_1}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z_1)}}{\partial \mathbf{U}_1}; \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{Y(Z_1)}^W = -\left(\frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z_1)}}{\partial \mathbf{X}_1}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{Y(Z_1)}}{\partial \mathbf{W}_1}. \quad (17)$$

Здесь выражения (14)–(17) являются матрицами чувствительности.

Скорректированные векторы состояния для первой подсистемы будут:

$$\mathbf{X}_{Z_1(Y)}^H = \mathbf{X}_{Z_1(Y)}^\Phi + \Delta\mathbf{X}_{Z_1(Y)}; \quad (18)$$

$$\mathbf{X}_{Y(Z_1)}^H = \mathbf{X}_{Y(Z_1)}^\Phi + \Delta\mathbf{X}_{Y(Z_1)}, \quad (19)$$

где H – новый; Φ – функционирующие (установившиеся) режимы.

В развернутом виде уравнения (18) и (19) можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \vdots \\ \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \vdots \\ \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^\Phi - \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{P}_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{Q}_n} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_n \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_n \end{bmatrix} - \quad (20)$$

$$- \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_l \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{U}''_l \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_k \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_k \end{bmatrix}^\Phi - \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_l \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_l \end{bmatrix} - \quad (21)$$

$$- \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \hline \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_l \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_l \end{bmatrix}.$$

Аналогичным образом можем записать соответствующие выражения для других подсистем, следовательно, и для N -й подсистемы:

$$\mathbf{F}_{Z_N(Y_N)}(\mathbf{X}_N^P + \Delta \mathbf{X}_N; \mathbf{U}_N^0 + \Delta \mathbf{U}_N; \mathbf{W}_N^0 + \Delta \mathbf{W}_N) = 0;$$

$$\mathbf{F}_{Y_N(Z_N)}(\mathbf{X}_N^P + \Delta \mathbf{X}_N; \mathbf{U}_N^0 + \Delta \mathbf{U}_N; \mathbf{W}_N^0 + \Delta \mathbf{W}_N) = 0,$$

из которых следует:

$$\Delta \mathbf{X}_{Z_N(Y_N)} = \mathbf{S}_{Z_N(Y_N)}^U \Delta \mathbf{U}_{Z_N(Y_N)} + \mathbf{S}_{Z_N(Y_N)}^W \Delta \mathbf{W}_{Z_N(Y_N)}; \quad (22)$$

$$\Delta \mathbf{X}_{Y_N(Z_N)} = \mathbf{S}_{Y_N(Z_N)}^U \Delta \mathbf{U}_{Y_N(Z_N)} + \mathbf{S}_{Y_N(Z_N)}^W \Delta \mathbf{W}_{Y_N(Z_N)}. \quad (23)$$

В (22), (23) приняты следующие обозначения:

$$\mathbf{S}_{Z_N(Y_N)}^U = - \left(\frac{\partial F_{Z_N(Y_N)}}{\partial X_N} \right)^{-1} \frac{\partial F_{Z_N(Y_N)}}{\partial U_N};$$

$$\mathbf{S}_{Z_N(Y_N)}^W = - \left(\frac{\partial F_{Z_N(Y_N)}}{\partial X_N} \right)^{-1} \frac{\partial F_{Z_N(Y_N)}}{\partial W_N};$$

$$\mathbf{S}_{Y_N(Z_N)}^U = - \left(\frac{\partial F_{Y_N(Z_N)}}{\partial X_N} \right)^{-1} \frac{\partial F_{Y_N(Z_N)}}{\partial U_N};$$

$$\mathbf{S}_{Y_N(Z_N)}^W = - \left(\frac{\partial F_{Y_N(Z_N)}}{\partial X_N} \right)^{-1} \frac{\partial F_{Y_N(Z_N)}}{\partial W_N}.$$

Аналогично можем записать:

$$\mathbf{X}_{Z_N(Y_N)}^H = \mathbf{X}_{Z_N(Y_N)}^\Phi + \Delta \mathbf{X}_{Z_N(Y_N)};$$

$$\mathbf{X}_{Y_N(Z_N)}^H = \mathbf{X}_{Y_N(Z_N)}^\Phi + \Delta \mathbf{X}_{Y_N(Z_N)},$$

и, следовательно:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{m_N} \\ \mathbf{I}''_{m_N} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{m_N} \\ \mathbf{I}''_{m_N} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{P}_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{Q}_{n_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{P}_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{Q}_{n_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{n_N} \\ \Delta \mathbf{Q}_{n_N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{U}'''_{l_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{U}'''_{l_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_{l_N} \\ \Delta \mathbf{U}''_{l_N} \end{bmatrix}; \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_N} \\ \mathbf{U}''_{k_N} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_N} \\ \mathbf{U}''_{k_N} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}'_{n_N} \\ \Delta \mathbf{I}''_{n_N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{P}_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{Q}_{l_N}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{P}_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{Q}_{l_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{k_N} \\ \Delta \mathbf{Q}_{k_N} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Необходимо отметить, что матричные выражения (20), (21) и (24), (25) получены для самого общего случая, когда одновременно изменяются как вектор управления \mathbf{U} , так и вектор возмущения \mathbf{W} . На практике чаще изменяются активные и реактивные мощности нагрузочных узлов, т. е. компоненты вектора возмущения \mathbf{W} .

При этом матричные выражения (20), (21) и (24), (25) соответственно принимают вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_m \\ \mathbf{I}''_m \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}'_n} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{I}''_n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_l \\ \Delta \mathbf{U}''_l \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_l} \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_{k_l} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_l} \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_{k_l} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_l}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_l}}{\partial \mathbf{U}''_l} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_l}}{\partial \mathbf{U}'_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_l}}{\partial \mathbf{U}''_l} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_l}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_l}}{\partial \mathbf{Q}_l} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_l}}{\partial \mathbf{P}_l} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_l}}{\partial \mathbf{Q}_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{k_l} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_{k_l} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{m_N} \\ \vdots \\ \mathbf{I}''_{m_N} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{I}'_{m_N} \\ \vdots \\ \mathbf{I}''_{m_N} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{I}'_{n_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{I}''_{n_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pm_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qm_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}'_{l_N} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{U}''_{l_N} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_N} \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_{k_N} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_{k_N} \\ \vdots \\ \mathbf{U}''_{k_N} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}'_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{U}''_{l_N}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{P}_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{pk_N}}{\partial \mathbf{Q}_{l_N}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{P}_{l_N}} & \frac{\partial \mathbf{F}_{qk_N}}{\partial \mathbf{Q}_{l_N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{k_N} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_{k_N} \end{bmatrix}.$$

Частные производные, входящие в матрицы Якоби, приведены в [3]. Другие частные производные определяются на основании соответствующих аналитических выражений установившегося режима БЭЭС.

ВЫВОД

Полученные аналитические выражения для коррекции параметров установившегося режима БЭЭС в гибридной Z - Y -форме позволяют оперативно корректировать значения мощностей контролируемых узлов в БЭЭС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян, В. С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем / В. С. Хачатрян // Электричество. – 1964. – № 10. – С. 47–57.
2. Happ, H. H. Z-diakoptics, torn subdivisions radially attached / H. H. Happ // IEEE Transactions. – 1967. – V. PAS-86. – No. 6. – P. 751–769.
3. Хачатрян, К. В. Метод коррекции установившегося режима электроэнергетической системы / К. В. Хачатрян // Электричество. – 2005. – № 5. – С. 8–11.
4. Хачатрян, К. В. Новая диакоптическая обобщенная математическая модель коррекции установившегося режима сложной электроэнергетической системы / К. В. Хачатрян // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2005. – № 1. – С. 76–88.
5. Хачатрян, В. С. Новый метод коррекции установившегося режима сложной флюктуационно-энергетической системы / В. С. Хачатрян, К. В. Хачатрян // Вестник инженерной Академии Армении. – 2005. – № 1. – С. 19–26.

Поступила 17.10.2005