ЛИТЕРАТУРА

1. К о ж е у р о в, В. А. Термодинамика металлургических шлаков / В. А. Кожеуров. – Свердловск: ГНТИЛ, 1955. – 164 с.

2. D a r k e n, L. S. Thermodynamics of binary metallic solutions / L. S. Darken // Transactions of AIME. – 1967. – № 1. – P. 80–90.

3. К р а т к и й справочник физико-химических величин / под ред. К. П. Мищенко, А. А. Равделя. – Л.: Химия, 1974. – 200 с.

4. Б и г е е в, А. М. Металлургия стали / А. М. Бигеев. – Челябинск: Металлургия, 1988. – 480 с.

Представлена кафедрой
машин и технологии
литейного производства

Поступила 10.02.2006

УДК 66. 047

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ СТРУКТУРАХ

Докт. техн. наук, проф. ЕСЬМАН Р. И., инж. ШЕВЦОВ В. Ф.

Белорусский национальный технический университет

В настоящее время численные методы и интерактивная графическая техника составляют единое целое в программах систем автоматизации научных исследований и автоматизированного проектирования. В качестве вычислительного средства часто используется метод конечных элементов (МКЭ). Суть МКЭ состоит в замене математической модели исследуемого процесса или объекта системой алгебраических уравнений. Большинство математических моделей содержит систему дифференциальных или интегральных уравнений относительно тех функций от координат и времени, которые являются важнейшими характеристиками исследуемого процесса. При применении МКЭ исследуемый объект условно разбивается на небольшие части (конечные элементы). Каждый элемент включает некоторое количество узловых точек. Целью метода является вычисление искомых функций в этих узлах. Таким образом, МКЭ заменяет анализ сложной модели более простой задачей решения алгебраической системы, которая может содержать достаточно большое число неизвестных. С появлением компьютеров интерес к дискретному представлению объектов существенно возрос. МКЭ в отличие от метода конечных разностей основан на вариационном исчислении. В методе конечных разностей используется разностная аппроксимация производных, входящих в дифференциальные уравнения. При использовании метода конечных элементов, представляющего собой неявное применение метода Ритца (Рэлея – Ритца – Галёркина) на отдельных отрезках, физическая задача заменяется кусочно-гладкой моделью. Дифференциальное уравнение, описывающее задачу, и соответствующие граничные условия используются для постановки вариационной задачи, которая затем непосредственно решается.

Основными этапами применения метода являются следующие: дискретизация задачи, т. е. представление расчетной области в виде совокупности конечных элементов, взаимосвязанных в узловых точках; получение матриц элементов; построение общей матрицы для всей области и вектора нагрузки; наложение граничных условий; решение системы уравнений; расчет любой другой функции, зависящей от узловых неизвестных. Решение задачи конечных элементов начинается с разбиения области на элементы (подобласти). Простейшим элементом для двумерной области является треугольный элемент с тремя узлами в вершинах треугольника. Целесообразно использовать треугольники, близкие к равносторонним, что приводит к наиболее точным результатам.

Произвольная двумерная область сначала делится на подобласти, которые затем покрываются треугольными элементами. Границы между ними должны проходить там, где изменяются геометрия, приложенная нагрузка или свойства материала. Если имеется криволинейная граница, то криволинейные стороны элементов, лежащие на границе, заменяются на прямолинейные отрезки. Разбиение области или подобласти на элементы производится обычно неравномерно. В узлах концентрации напряжений, температурных градиентов и т. п. разбиение производится треугольниками малой площади, и, напротив, в зонах равномерного изменения функций размер треугольных элементов может быть увеличен.

Нумерация узлов не является тривиальной операцией, так как влияет на величину оперативной памяти. Это вызвано тем, что используется метод конечных элементов в решении системы алгебраических уравнений, в матрице которой большое число коэффициентов равно нулю. Полоса коэффициентов между главной диагональю и параллельными ей линиями, отделяющими область матрицы с ненулевыми коэффициентами от области с нулевыми, называется шириной полосы и вычисляется по формуле

$$B = (R+1)Q,$$

где R – максимальная по элементам величина наибольшей разности между номерами в отдельном элементе; Q – число степеней свободы (неизвестных) в каждом узле, поэтому разумно нумеровать узлы в направлении наименьшего размера тела.

В узлах размещаются неизвестные функции, которые необходимо определить в данной задаче. Например, для плоской задачи термоупругости имеем температуру и два перемещения, для потока несжимаемой жидкости – составляющие скорости и давление и т. п. Пользуются двумя системами нумерации: при рассмотрении поведения изолированного элемента его узловые неизвестные нумеруются в локальной местной системе нумерации, а узловые неизвестные для совокупности элементов – в глобальной (общей).

Рассмотрим свойства отдельного треугольного элемента с тремя узлами, расположенными в вершине треугольника (рис. 1).

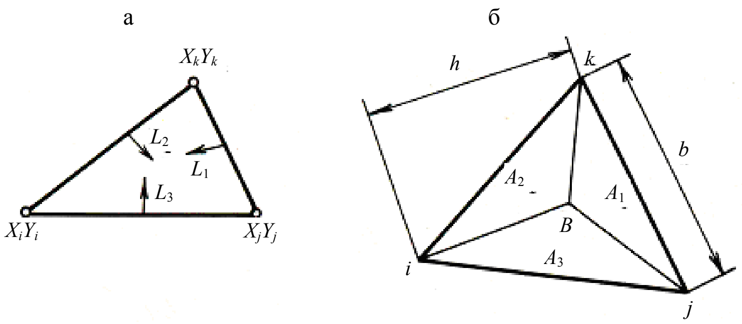

Рис. 1. Треугольный симплекс-элемент: а – L-координаты; б – геометрическая интерпретация L-координаты

Для треугольного элемента наиболее распространенной является естественная система координат, определяемая тремя относительными координатами L_1, L_2, L_3 (рис. 1а). Каждая координата – это отношение расстояния от выбранной точки треугольника B до одной из его сторон к высоте h, опущенной на эту сторону из противоположной вершины. Иначе говоря, L_1, L_2, L_3 представляют собой относительные значения площадей треугольников, на которые разбивается элемент линиями, проведенными в вершины из точки B (рис. 1б).

Одним из наиболее эффективных методов решения системы уравнений, получаемых при использовании метода конечных элементов, является метод Гаусса, суть которого состоит в том, что путем последовательного исключения переменных матрица системы приводится к треугольному виду, после чего решение получается обратной прогонкой.

Рассмотрим метод Гаусса на системе общего вида

$$K_{ij}u_j = F_i, \quad i, j = 1, 2, ..., N.$$

Вначале производят исключение первого неизвестного из всех уравнений, кроме первого, путем преобразования:

$$K_{ij}^{(1)} = K_{i,j} - K_{i1}\frac{K_{1j}}{K_{11}}; \;\; F_i^{(1)} = F_i - K_{i1}\frac{F_i}{K_{11}}, \;\; i, j > 1,$$

затем – второго неизвестного из третьего уравнения и всех последующих и так далее по редукционной формуле:

$$K_{ij}^{(n)} = K_{ij}^{(n-1)} - K_{in}^{(n-1)}\frac{K_{nj}^{(n-1)}}{K_{nn}^{(n-1)}};$$

$$F_i^{(n)} = F_i^{(n-1)} - K_{in}^{(n-1)}\frac{F^{(n-1)}}{K_{nn}}, \;\; i, j > n.$$

Можно отметить следующие особенности процесса. Если исходная матрица симметричная, то симметрия сохраняется после каждой редукции. Для ленточной матрицы на каждом шаге исключения изменяются только коэффициенты матрицы, расположенные в пределах ширины ленты. Эти два обстоятельства позволяют хранить и преобразовывать глобальную матрицу в виде прямоугольного массива размерностью $N \times B$. Блок-схема решения системы уравнений с ленточной матрицей методом Гаусса приведена на рис. 2.

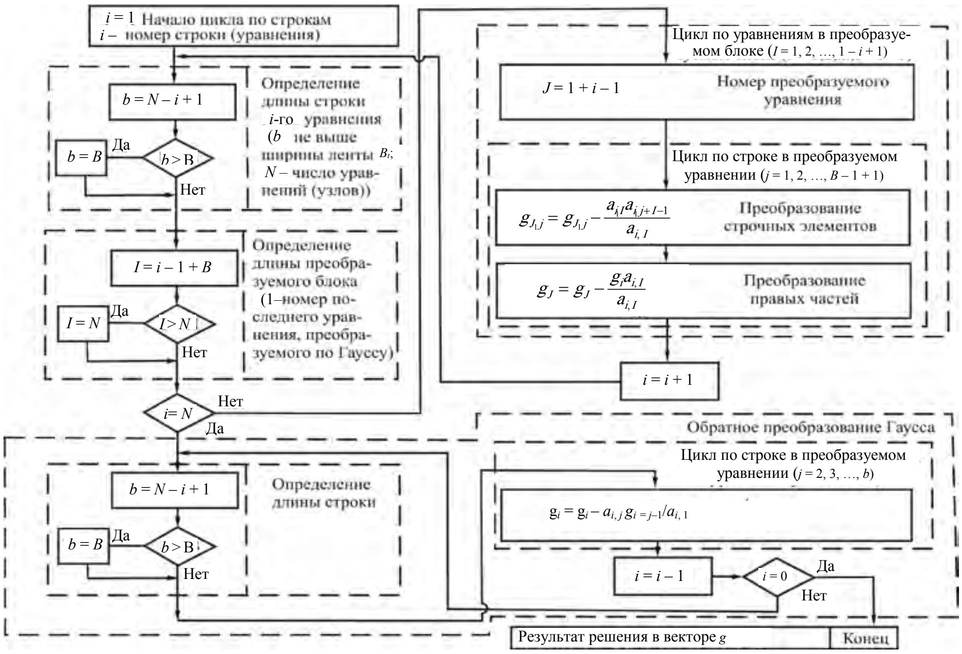

Рис. 2

Компьютерное моделирование тепловых процессов в многослойной теплоизоляции проведено на примере стенки печи первичного реформинга. Моделирование тепловых процессов выполнялось с помощью инженерной системы программ ELCUT, предназначенной для моделирования двумерных температурных полей методом конечных элементов. Эта интегрированная диалоговая система программ позволяет решать плоские и осесимметричные задачи различных типов, в том числе линейной и нелинейной теплопроводности. С помощью гибкой архитектуры программ можно весьма быстро описать и решить задачу. Последовательность шагов при решении новой задачи представлена на блок-схеме (рис. 3).

Объектом исследования в задаче служила теплоизоляция печи первичного реформинга, представлявшая собой двухслойную стенку, образованную металлическим листом обшивки толщиной 3 мм и слоем теплоизоляционного материала, толщина которого изменялась от 114 до 180 мм. На рис. 4 изображена геометрическая модель, используемая в дальнейших расчетах. Экспериментальное определение коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала стенки печи показало, что его значение составляет 0,35 Вт/(м $\cdot$ К). Коэффициент конвективного теплообмена для свободной конвекции лежит в пределах 5–30 Вт/(м$^2 \cdot$ К). При вынужденной конвекции эта величина может достигать значения 500 Вт/(м$^2 \cdot$ К). Если решить задачу нахождения теплоотдачи, используя результаты, полученные при обследовании, то это значение находится в пределах 30–35 Вт/(м$^2 \cdot$ К). Эти значения и фигурируют в большинстве моделей.

Рис. 3

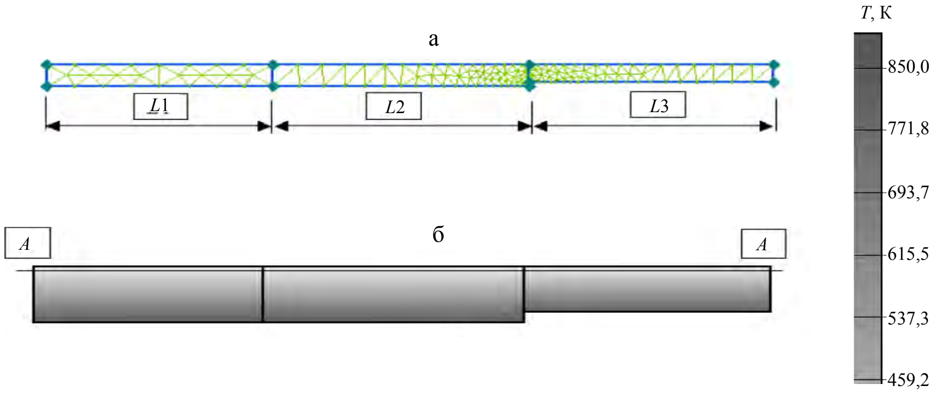

Рис. 4. Геометрическая модель фрагмента слоя теплоизоляции с сеткой конечных элементов, применяемая при расчетах

В задаче можно задавать различные параметры: толщину и теплопроводность, граничные условия на внешней и внутренней поверхности. На рисунках эти параметры приводятся в таблице для каждой модели. На графиках представлены распределения температуры вдоль внешней поверхности теплоизоляционного слоя (разрез *А–А*). По графикам можно оценить влияние изменения параметров задачи. Данные характеристики используются при эксплуатации печи, проведении ремонтных работ и реконструкции.

ВЫВОД

Для исследуемой стенки теплоотдача по всей ее поверхности приблизительно одинакова, и градиенты температуры на рядом расположенных участках могут быть вызваны различной температурой на ее внутренней поверхности либо разной толщиной или теплопроводностью изоляции стенки. Различие средних температур стенок может быть вызвано их разной теплоотдачей. Результаты моделирования, приведенные на рисунках, хорошо согласуются с результатами термометрических исследований.

Данная методика использована при расчете нагревания многослойных тел в процессах радиационно-конвективной сушки композиционных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е с ь м а н, Р. И. Теплофизика литейных процессов / Р. И. Есьман, В. А. Бахмат, В. М. Королев. – Минск: Беларуская навука, 1998. – 144 с.

Представлена кафедрой
промышленной теплоэнергетики
и теплотехники

Поступила 5.05.2006

УДК 536.24

ТЕПЛООТДАЧА ПРИ НИСХОДЯЩЕМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ДАВЛЕНИЙ

Докт. техн. наук, проф. ИСАЕВ Г. И.

Азербайджанская государственная нефтяная академия

В области сверхкритических давлений к настоящему времени проведено значительное число экспериментальных работ по исследованию конвективной теплоотдачи с использованием различных теплоносителей, охватывающих в основном турбулентный режим вынужденного движения. Однако результаты этих исследований являются недостаточными для полного понимания физической сущности механизма теплообмена и разработки расчетных уравнений для оценки интенсивности процесса теплообмена.

Указанные обстоятельства потребовали расширения области исследований в условиях сверхкритических давлений теплоносителей. В настоящей работе приведен ряд результатов экспериментальных исследований теплоотдачи к ламинарному потоку н-гептана в условиях сверхкритических давлений. Рассматривается случай, когда направления вынужденного и свободного движений взаимно противоположны (нисходящее движение жидкости).

Основные преимущества углеводородов заключаются в том, что последние обладают сравнительно низкой величиной критического давления