*Рис. 2.* Зависимость: 1 – расчетных и 2 – экспериментальных значений продолжительности сгорания водородно-воздушной смеси от начального давления  $p_0$  в камере сгорания

Несогласованность расчетных значений с экспериментальными данными во всем диапазоне использованных начальных давлений объясняется, видимо, сложностью механизма горения водорода в разных условиях.

### вывод

Несмотря на неполноту, описанный метод расчета скорости распространения пламени в модельной камере сгорания может оказаться полезным при выполнении аналогичного моделирования для исследования реальных процессов сгорания альтернативных моторных топлив в тепловых двигателях определенных типов. С помощью данного приближенного метода расчета скорости распространения пламени в камере сгорания можно получить при давлениях, соответствующих концу такта сжатия в двигателях внутреннего сгорания, результаты вполне удовлетворительные с погрешностью не более 10 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Щ е л к и н, К. И. Газодинамика горения / К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. М.: Изд-во АН СССР, 1963. С. 76.
  - 2. Х и т р и н, Л. Н. Физика горения и взрыва / Л. Н. Хитрин. М.: МГУ, 1957. 442 с.
- 3. З е ль д о в и ч, Я. Б. Химическая физика и гидродинамика / Я. Б. Зельдович. М.: Наука, 1984. 374 с.
  - 4. Щ е т и н к о в, Е. С. Физика горения газов / Е. С. Щетинков. М.: Наука, 1965. 739 с.
- 5. С е м е н о в, Е. С. Исследование турбулентности в цилиндре поршневого двигателя / Е. С. Семенов, А. С. Соколик // Изв. АН СССР. 1958. № 8. С. 130—140.
- С о к о л и к, А. С. Самовоспламенение, пламя и детонация в газах / А. С. Соколик. М.: АН СССР, 1960. 427 с.
  - 7. К е й, Д. Справочник физика-экспериментатора / Д. Кей, Т. Лэби. М., 1949.

Представлена кафедрой физико-математических дисциплин

Поступила 20.04.2006

УДК 621.382

# РАСЧЕТ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ В ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Канд. техн. наук, доц. БОНДАРЕВ В. А.

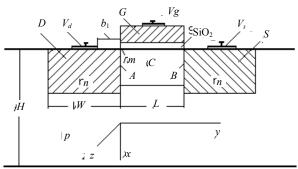
Белорусский национальный технический университет

Как показывает анализ, разработка эффективных физически обоснованных методов для расчета параметров транзисторов в интегральных схемах

является чрезвычайно актуальной проблемой. Аналитические решения и формулы, представленные в настоящей статье, основаны на использовании принципа сохранения электрических зарядов, что позволяет определить значения электрического тока в полупроводниковых элементах с учетом изменения параметров их работы. Необходимо отметить, что в настоящее время существуют только численные схемы, предлагаемые для этих расчетов. Такие алгоритмы также всегда требуют проверки сохранения электрических зарядов, что является основным условием для расчетов полупроводниковых приборов. Существующие программы обычно используются без проверки указанного принципа в различных точках, что часто приводит к нарушениям непрерывности тока и исключает теоретически обоснованные надежные расчеты микросхем [1].

Аналитический расчет вольт-амперных статических характеристик полевых транзисторов (рис. 1) должен выполняться с использованием дифференциального уравнения переноса зарядов при стационарных условиях





 $Puc.\ 1.$  Расчетная схема полевого n-канального транзистора: A и B — активные p—n-переходы; C — активный индуцированный канал; D — сток; G — затвор; S — исток; W — размер окна для истока и стока; V — напряжение

Это уравнение соответствует закону сохранения энергии в различных точках и определяет изменение плотности электрического тока J в направлениях x, y и z. При этом оно учитывает сохранение электрических зарядов в областях истока S и стока D, а также в различных точках активного индуцированного слоя C.

Значения плотности тока J в различных направлениях должны определяться таким образом, чтобы в результате интегрирования уравнения (1) электрический ток  $I_t$  в транзисторе был равен току  $I_C$  в активном канале C

$$I_t = I_C \tag{2}$$

для всех сечений этого канала в направлении y. Условие (2), которое является результатом непрерывности тока  $I_t$  в транзисторе и сохранения зарядов, должно всегда проверяться в различных сечениях активного канала.

В МОП-транзисторах в режиме обогащения с каналом *п*-типа электрический заряд переносится электронами, что соответствует расчетной схеме, представленной на рис. 1. Поэтому плотность электрического тока в на-

правлении y определяется из следующего соотношения, которое обычно используется для потока электронов в полупроводниках [2]:

$$J(y) = \sigma_n E + e D_n \Pi_y, \tag{3}$$

где  $\sigma_n$  – электропроводность; E – напряженность электрического поля; e – заряд электрона;  $D_n$  – коэффициент диффузии электронов; n – концентрация электронов. Аналогичные выражения используются для расчета плотности токов J(x) и J(z) в направлениях x и z.

Так как при установившихся параметрах сила тока в транзисторе  $I_t$  имеет одинаковые значения для различных поперечных сечений активного канала C в направлении y, достаточно определить величину  $I_t$  только в какомто одном сечении этого канала, что значительно упрощает расчет. Ток в транзисторе  $I_t$  сильно зависит от проводимости области A, так как p-n-переход A между стоком D и каналом C имеет обратное смещение. При таких условиях значения тока  $I_t$  следует определять из граничного условия в p-n-переходе A

$$J_{AC}(x, y, z) = J_{AD}(x, y, z).$$
 (4)

В соответствии с этим уравнением плотность тока  $J_{AC}(x, y, z)$  на границе A в активном слое C равна значению плотности тока  $J_{AD}(x, y, z)$  на этой же границе в области стока D.

Следует учитывать, что распределение примесей в стоке не имеет каких-то определенных границ с подложкой p-типа, что всегда характерно для диффузионных технологий. Поэтому границы (рис. 1) для областей D и S часто не могут быть точно обозначены и фактически являются условными. Например, можно считать, что на этих границах число акцепторов равно количеству доноров. Границы переходов A и B становятся достаточно определенными под влиянием напряжения  $V_g$  затвора G. В этой ситуации p-n-переход A может рассчитываться с помощью граничного условия (4).

С учетом изложенного выше ток в транзисторе  $I_t$  может быть определен путем интегрирования уравнения (1) в пределах поверхности p–n-перехода A при заданном напряжении  $V_g$  затвора G. Ток I(y) в направлении y находим, интегрируя выражение (3):

$$I(y) = 2 \int_{0}^{h} \int_{0}^{w/2} J(y) dx dz, \qquad (5)$$

где h – глубина активной области C в направлении x; w – ширина транзистора.

Плотность тока J(x)в направлении x на границе затвора x=0 равна нулю, что также имеет место на границе подложки x=H:

$$J(0) = 0$$
 и  $J(H) = 0$ . (6)

Подобные граничные условия имеют место на границах транзистора z = w/2 и z = -w/2:

$$J(w/2) = 0$$
 и  $J(-w/2) = 0$ . (7)

При этих условиях в p-n-переходе A средняя величина электрического тока I(x) в направлении x в элементе толщиной  $\delta y$  равна нулю

$$I(x) = 2 \left( \int_{0}^{w/2} J(x) dz \right) \delta y = 0.$$
 (8)

Очевидно, что для выполнения этого условия функция J(x) должна изменять знак при увеличении x. Ток в p–n-переходе A в направлении z для элемента толщиной  $\delta y$  также равен нулю

$$I(z) = \left(\int_{0}^{h} J(z)dx\right)\delta y = 0.$$
 (9)

При расчетах с помощью интегралов и граничных условий (5)–(9) предполагается, что функции J(x) и J(z), которые удовлетворяют (1), существуют. Например, они могут быть получены как некоторые последовательности тригонометрических функций  $\beta$ cosvx с коэффициентами  $\beta$  и  $\nu$ , что можно подтвердить с помощью расчетов. Как известно, при использовании этих функций в рядах Фурье можно получить необходимые разложения для подобных аналитических решений. Кроме того, функции J(x) = 0 и J(z) = 0 также удовлетворяют дифференциальному уравнению (1) для потоков носителей зарядов и приводят к тем же значениям тока I(y). Поэтому ток транзистора  $I_t$  может быть рассчитан только с помощью интеграла (5), что значительно уменьшает объем вычислений по сравнению с известными численными алгоритмами.

При использовании расчетной схемы, которая основана на уравнениях (4)–(9) и представлена на рис. 1, напряженность поля E одинакова для всех сечений канала C длиной L. Поэтому после вычисления потенциалов  $V_A(x)$  и  $V_B(x)$  для p–n-переходов A и B напряженность E в различных точках границы A находится из соотношения

$$E = (V_A(x) - V_B(x))/L. (10)$$

Учитывая непрерывность тока в канале  $CI_t = I_C$ , эта формула применима также в условиях, когда толщина слоя окисла  $SiO_2$  изменяется в направлении y. Дело в том, что в таких случаях при условии  $I_t = I_C$  физические параметры в формуле (3) изменяются в зависимости от координаты y. Однако эти изменения всегда происходят таким образом, что интеграл (5) имеет одно и то же значение  $I(y) = I_t$ . Поэтому ток  $I_t$  может быть определен с помощью расчетной схемы (4)—(10) для различных значений y.

При использовании выражения (3) концентрация свободных электронов n в активном канале C может быть вычислена с помощью формул, предлагаемых различными авторами, в зависимости от квазиуровней Ферми  $E_{qF}$  [2]

$$n = N_C \exp((E_{qF} - E_C)/kT), \tag{11}$$

где  $N_C$  – плотность квантовых состояний;  $E_C$  – энергия дна зоны проводимости; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Для технологий на кремниевых подложках параметр  $N_C$  определяется по формуле [2]

$$N_C = 6.36 \cdot 10^{14} T^{3/2}, \text{ cm}^{-3}.$$
 (12)

Концентрация электронов n в области стока D на границе A вычисляется таким же образом в зависимости от концентрации примесей  $C_i$ , которая определяется в этой области при расчете диффузионных профилей [3].

Квазиуровни Ферми  $E_{qF}$  учитывают влияние потока носителей заряда. Как известно, уровень Ферми  $E_F$  может быть использован только при условиях, когда потоки носителей равны нулю и транзистор закрыт  $I_t = 0$ . Так как значения  $E_{qF}$  могут определяться только на основе экспериментальных данных, (11) является экспериментальным соотношением. При этом квазиуровни Ферми  $E_{qF}$  используются в экспоненциальной функции (11), которая выбирается таким образом, чтобы она определяла концентрацию носителей зарядов аналогично распределению Больцмана.

Значения электропроводности  $\sigma_n$  в (3) для потока электронов обычно вычисляются как линейная функция подвижности электронов  $\mu_n$  из соотношения

$$\sigma_n = en\mu_n. \tag{13}$$

Как следует из выражений (3) и (13), величина  $\mu_n$  может рассматриваться как некоторый параметр, определяющий количество электронов  $n\mu_n$ , которые переносят заряд в единице объема при E=1. При расчетах полупроводниковых приборов обычно используются значения  $\mu_n$ , полученные с помощью экспериментальных данных. Расчеты подвижности электронов  $\mu_n$  по теоретическим формулам обычно не обеспечивают приемлемых результатов, что объясняется достаточно сложным влиянием электрического поля и структуры полупроводников на поток носителей зарядов.

Учитывая, что на поверхности x = 0 плотности тока в направлениях x и z равны нулю J(x) = 0 и J(z) = 0, потенциал  $V_m$  в точке m находится в зависимости потенциала стока  $V_d$  и плотности тока  $J_m$  в поверхностном слое x = 0 (рис. 1)

$$V_m = V_d - J_m b_1 / \sigma_n, \tag{14}$$

где  $b_1$  – расстояние между контактом стока и затвором (рис. 1).

Электрический потенциал  $V_A(x)$  в различных точках p–n-перехода A при x>0 определяется из уравнения Пуассона

$$V_{xx}^{"} = -(-n + p - N_a)e/\varepsilon, \qquad (15)$$

где n — концентрация электронов, рассчитанная с помощью квазиуровней Ферми;  $p, N_a$  — концентрации дырок и акцепторов;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость.

Аналогичным образом находится электрический потенциал  $V_B(x)$  в различных точках границы B в области истока S при x > 0.

Расчеты выполняются с помощью математических функций

$$U = U(x)U(y)U(z), (16)$$

которые определяют концентрацию электронов n на границе A в зависимости от концентрации примесей  $C_i$  в стоке D после термической разгонки. Поэтому они аналогичны функциям, применяемым при расчетах диффузионных процессов [3].

Вольт-амперные статические характеристики МОП-транзистора, рассчитанного с помощью рассмотренных выше аналитических решений и формул, представлены на рис. 2. Эти характеристики определены для режима обогащения при следующих условиях: размер окна для истока и стока  $W=0.22\,$  мкм; длина индуцированного канала  $L=0.19\,$  мкм; толщина слоя поликремниевого затвора  $-0.08\,$  мкм; толщина слоя окисла в области  $A-0.02\,$  мкм. Имплантация фосфора в области стока и истока производится с энергией  $20\,$  кэВ и дозой  $5\cdot 10^{15}\,$  см $^{-2}.$ 

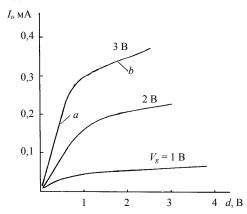


Рис. 2. Статические вольт-амперные характеристики полевого транзистора

Расчеты показывают, что линейный участок характеристики a соответствует условиям, когда значения плотности тока определяются проводимостью активного канала в режиме, близком к насыщению. При этом во многих точках на границе A фактически все свободные электроны переносят электрический заряд. Поэтому ток  $I_t$  в транзисторе определяется значениями плотности тока  $J_{AC}$  (x, y, z), которые в основном зависят от параметров канала и могут быть вычислены из граничного условия (4).

При дальнейшем увеличении напряжения затвора  $V_g$  плотности тока ограничиваются количеством свободных электронов в стоке D. В этих условиях транзистор приближается к режиму насыщения в различных сечениях в области стока, что приводит к пологой характеристике b, тогда как в канале C влияние режимов насыщения уменьшается. Как следует из расчетов, напряжению отсечки соответствуют некоторые квазиуровни Ферми, когда в канале C p-типа значительно уменьшается поток дырок. Дальнейшее повышение напряжения затвора увеличивает число свободных электронов в канале и ток транзистора. Необходимо отметить, что такой анализ влияния параметров индуцированного канала и стока на характеристики МОП-транзисторов является результатом физически обоснованных аналитических расчетов. В то же время при использовании существующих численных программ до настоящего времени такие расчеты оказываются невозможными, что усложняет оптимизацию технологических параметров [1,4].

### выводы

Как следует из изложенного выше, аналитические точные решения и формулы, основанные на дифференциальном уравнении (1) и граничном условии (4), обеспечивают проверку сохранения зарядов в различных точках, что позволяет выполнить эффективные расчеты параметров МОПтранзисторов. Такие алгоритмы могут надежно предсказать возможные параметры приборов в случае различных изменений технологических параметров. При использовании существующих численных программ проверка условий сохранения зарядов (1), (4) и (6) не производится. Так как в этом случае закон сохранения энергии не выполняется, при использовании подобных алгоритмов расчеты микросхем часто оказываются невозможными. Данные алгоритмы могут также рассматриваться как ошибочные расчетные схемы, аналогичные модели вечного двигателя. При падобных условиях дополнительный электрический ток, который имеет место в расчетах, не требует никаких затрат энергии.

Существующие вычислительные схемы содержат другие нарушения физических принципов, что также приводит к большим ошибкам и исключает физически обоснованные расчеты. Авторы этих алгоритмов вычисляют плотности тока только в направлениях x и y, т. е. рассчитывают нереальные двумерные технологии. Это также значительно искажает физическую модель. Так как в подобных случаях нельзя рассчитать электрический ток в новых приборах, применяемые численные алгоритмы ухудшают повторяемость параметров микросхем. Это может стать одной из причин, которые снижают выход годных изделий.

Полученные алгоритмы включают также аналитические решения, ранее определенные автором для расчетов диффузионных технологий и кривых распределения примесей. Анализ показывает, что коммерческие программы получены с использованием ошибочных алгоритмов для расчета диффузионных профилей [3, 4]. Эти алгоритмы приводят к большим нарушениям фундаментального закона сохранения массы и содержат ошибочные коэффициенты диффузии примесей, что не позволяет применять основное граничное условие (4).

При использовании таких численных ошибочных программ невозможно разработать алгоритмы для определения различных важных параметров и коэффициентов с помощью экспериментальных данных. Например, при подобных расчетах трудно найти реальные значения подвижности носителей зарядов и квазиуровней Ферми. В то же время выполненные расчеты подтверждают, что аналитические формулы являются чрезвычайно эффективными для определения различных коэффициентов и физических параметров в таких задачах.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. М О П–С Б И С. Моделирование элементов и технологических процессов. М.: Радио и связь, 1988.
- 2. Е ф и м о в, И. Е. Микроэлектроника / И. Е. Ефимов, И. Я. Козырь, Ю. И. Горбунов. М.: Наука, 1986.

- 3. Б о н д а р е в, В. А. Расчет диффузии примесей в кремнии / В. А. Бондарев // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). -2004. -№ 4.
- 4. S s u p r e m 4. Компьютерная программа для моделирования технологических процессов при производстве интегральных схем. Компания Silvaco International.

Представлена кафедрой ПТ и Т

Поступила 20.04.2006