элементов 10, 11, 12 отсутствуют, но есть сигнал на входе органа выдержки времени 23. По истечении заданной выдержки времени, выбираемой по условию селективности с защитами смежных линий, на выходе органа 23 появляется сигнал, который через орган сигнализации 24 поступает на исполнительный элемент 18. Выключатель линии отключается с выдержкой времени.

При КЗ «за спиной» защиты (при обратном направлении мощности КЗ) на выходах одного или всех ИОТ и пороговых элементов ПЭ могут появляться сигналы. Однако сигнал на исполнительный элемент ИЭ не поступает, так как сигналы на выходах всех ИОМ отсутствуют.

ВЫВОД

Предложенный принцип выполнения токовой направленной защиты линии благодаря введению принципа адаптивности позволяет уменьшить число измерительных органов тока, повысить защитоспособность и увеличить быстродействие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федосеев, А. М. Релейная защита электрических систем / А. М. Федосеев. – М.: Энергия, 1976. – С. 154–159.
2. Гельфанд, Я. С. Релейная защита распределительных сетей / Я. С. Гельфанд. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – С. 232–234.
3. Федосеев, А. М. Релейная защита электроэнергетических систем / А. М. Федосеев, М. А. Федосеев. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – С. 223–231.

Представлена кафедрой
электрических станций

Поступила 5.05.2007

УДК 621.3.061

О СОБСТВЕННЫХ ЧИСЛАХ МАТРИЦЫ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Докт. техн. наук САФАРЯН В. С.

ЗАО «Научно-исследовательский институт энергетики» (Республика Армения)

Уравнение состояния цепей с сосредоточенными параметрами представляется в виде

$$\dot{X}\; t = AX\; t + BW\; t\;, \qquad (1)$$

где для линейных и постоянных во времени цепей: **A** – квадратная матрица с постоянными элементами; W – вектор входного сигнала; **X** – вектор состояния цепи, компонентами которого являются напряжения на емкостях и токи в индуктивностях [1].

Элементы матриц **A** и **B** постоянны и определяются параметрами элементов цепи и ее конфигурацией. Матрицу **A** назовем матрицей уравнений состояния цепи. Точка над переменной означает производную по времени.

Если заданы начальное состояние цепи при $t = 0$ ($\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(0)$), а также форма входного сигнала для $t \geq 0$, то состояние цепи по (1) определяется однозначно [1].

Преимущества уравнения состояния цепи (1) заключаются в том, что ряд концепций системно-теоретического характера легко применяется к электрическим цепям, а также эта форма применима к нелинейным и (или) изменяющимся во времени электрическим цепям.

Рассмотрим линейные и инвариантные во времени электрические цепи. Предположим, что электрическая цепь не содержит контуров, состоящих только из емкостей, и сечений, состоящих только из индуктивностей. При этом порядок матрицы **A** равен числу элементов цепи, накапливающих энергию [1].

Свободное состояние цепи описывается линейной однородной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{AX}; \\ \mathbf{X}(0) &= \mathbf{X}_0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ матрицы **A** называются собственными частотами цепи [1]. В общем случае собственные частоты цепи могут быть также и сопряженно-комплексными, так как матрица **A** с действительными элементами несимметрична [2]. Известно также [1], что $\mathrm{Re}(\lambda_i) \leq 0, \; i = \overline{1,n}$, и компоненты вектора состояния цепи являются затухающими:

$$\mathbf{X}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} K_{ij} e^{\lambda_j t}, \quad i = \overline{1,n}, \qquad (3)$$

где K_{ij} зависит от начального состояния, параметров и топологии цепи.

Характер затухания компонентов вектора состояния и энергетические процессы (обмен и рассеивание) зависят от типа корней (простые, кратные, сопряженно-комплексные) характеристического многочлена матрицы **A.**

Целью настоящей работы является формализация составления матрицы состояния и исследование собственных чисел для монотонных электрических цепей.

Приведем некоторые определения.

Монотонной (L или C) назовем электрическую цепь, состоящую из однотипных реактивных элементов и активных сопротивлений. Дерево (дополнение) графа электрической цепи назовем R-типа, если его ветви содержат только активные сопротивления (R-ветви). R-контур (сечение) – это контур (сечение), образованный только R-ветвями.

Рассмотрим монотонную L-цепь. Все дальнейшие рассуждения сопровождаем рассмотрением примера цепи на рис. 1.

Поскольку в монотонной L-цепи все сечения содержат хотя бы одну R-ветвь, можно утверждать, что монотонная L-цепь имеет хотя бы одно R-древо. Если R-деревьев несколько, значит, монотонная L-цепь содержит R-контур. В приведенном примере выберем дерево с ветвями r_1, r_2, r_3 (ветви с сопротивлениями R_1, R_2, R_3 не могут быть в дереве) и составим систему методом контурных токов:

$$\begin{cases} L_1\dot{i}_1 + \ R_1 + r_1 \ i_1 + r_1 i_4 = 0; \\ L_2\dot{i}_2 + \ R_2 + r_2 \ i_2 + r_2 i_4 = 0; \\ L_3\dot{i}_3 + \ R_3 + r_3 \ i_3 + r_3 i_4 = 0; \\ \ r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \ i_4 + r_1 i_1 + r_2 i_2 + r_3 i_3 = 0. \end{cases} \tag{4}$$

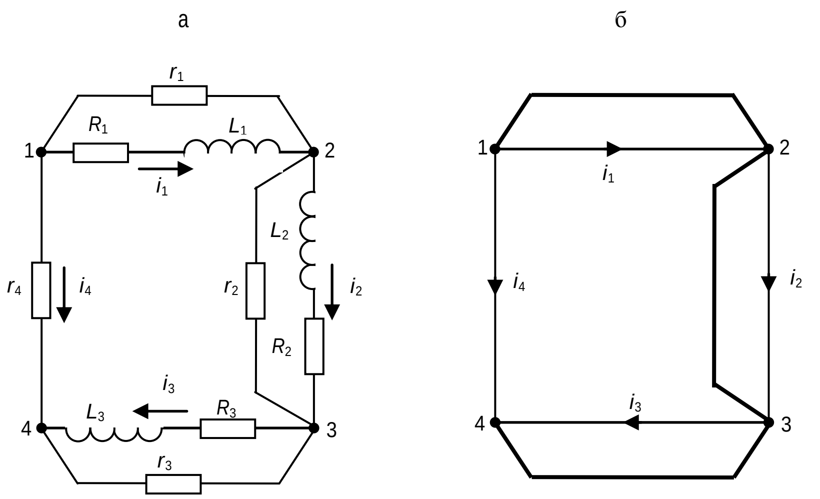

Рис. 1. Монотонная L-цепь и ее граф

Исключая ток i_4, получим:

$$\begin{matrix} L_1\dot{i}_1 + R_{11}i_1 - R_{12}i_2 - R_{13}i_3 = 0; \\ L_2\dot{i}_2 - R_{21}i_1 + R_{22}i_2 - R_{23}i_3 = 0; \\ L_3\dot{i}_3 - R_{31}i_1 - R_{32}i_2 + R_{33}i_3 = 0, \end{matrix} \tag{5}$$

где $R_{ii} = R_i + r_i + \dfrac{r\ \ r - r_i}{r}$; $R_{ij} = -\dfrac{r_i r_j}{r}$, $r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4$.

В матричной форме систему уравнений (5) представим в виде

$$\mathrm{L}_d \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{R}_э \mathbf{X} = 0, \tag{6}$$

где L_d – диагональная матрица индуктивностей; $\mathrm{R}_э$ – эквивалентная матрица контурных сопротивлений; $\mathbf{X}$ – вектор токов индуктивностей.

Сопоставляя (6) и (2), получим

$$\mathbf{A} = -\mathbf{L}_d^{-1}\mathbf{R}_э. \tag{7}$$

Матрицы $R_э$ и L_d являются симметричными и положительно определенными, а матрица их произведения – несимметричной. Покажем, что матрица **A** подобна некоторой симметричной матрице, т. е. ее собственные числа действительные.

Принимая в качестве матрицы преобразования $\mathbf{T} = \mathbf{L}_d^{1/2}$, получим

$$C = T\left(L_d^{-1}R_э\right)T^{-1} = L_d^{1/2}\left(L_d^{-1}R_э\right)L_d^{-1/2} = L_d^{-1/2}R_э L_d^{-1/2},$$

т. е. симметричная матрица **C** подобна матрице (–**A**). Покажем, что симметричная матрица **C** – положительно определенная. Для любого ненулевого вектора **X** имеем

$$\mathbf{X}^t\left(\mathbf{L}_d^{-1/2}\mathbf{R}_э\mathbf{L}_d^{-1/2}\right)\mathbf{X} = y^t\mathbf{R}_э y > 0,$$

так как матрица $R_э$ положительно определенная, а $y = L_d^{-1/2}X$.

Таким образом, можно утверждать, что собственные числа несимметричной матрицы **A** – действительные и отрицательные.

Исходя из изложенного выше, приведем алгоритм формирования матрицы состояния для RL-цепей:

1. Выделяется в цепи произвольное R-дерево (отсутствие R-дерева означает, что нарушено условие независимости токов в индуктивностях).

2. Составляется матрица контурных сопротивлений для полученной системы независимых контуров закорачиванием индуктивностей в ветвях дополнения.

3. Исключаются те контуры, токи которых не являются индуктивными, и получается эквивалентная матрица контурных токов.

4. Составляется уравнение состояния цепи: $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX}$, где **X**-вектор токов в индуктивностях; $\mathbf{A} = -L_d R_э$; L_d – диагональная матрица индуктивностей; $R_э$ – эквивалентная матрица контурных сопротивлений.

Рассмотрим монотонную *C*-цепь (рис. 2). Предположим, что монотонная С-цепь не содержит контуров, состоящих только из емкостей.

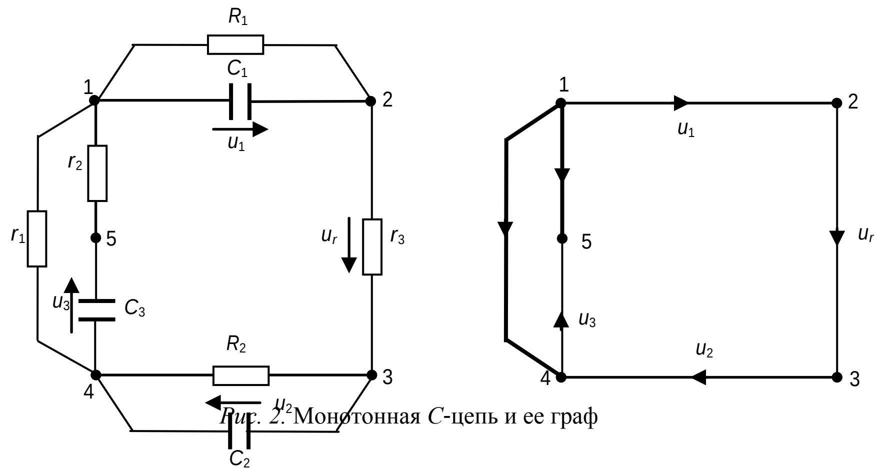

Рис. 2. Монотонная *C*-цепь и ее граф

Поскольку в монотонной *C*-цепи все контуры содержат хотя бы одну *R*-ветвь, можно утверждать, что монотонная *C*-цепь имеет хотя бы одно *R*-дополнение. Если *R*-дополнений несколько, значит, монотонная *C*-цепь содержит *R*-сечение. В приведенном примере выберем дополнение с ветвями r_1, r_2 (ветви с сопротивлениями R_1 и R_2 не могут быть в дополнении) и составим уравнение для сечений:

$$\begin{cases} C_1\dot{u}_1 + \ 1/R_1 + 1/r_2 + 1/r_i \ \ u_1 + \ 1/r_2 + 1/r_1 \ \ u_r + \ 1/r_1 + 1/r_2 \ \ u_2 + 1/r_2 u_3 = 0; \\ \ 1/r_3 + 1/r_2 + 1/r_1 \ \ u_2 + \ 1/r_1 + 1/r_2 \ \ u_1 + \ 1/r_1 + 1/r_2 \ \ u_2 + 1/r_2 u_3 = 0; \\ C_2\dot{u}_2 + \ 1/R_2 + 1/r_2 + 1/r_i \ \ u_2 + \ 1/r_2 + 1/r_1 \ \ u_1 + \ 1/r_1 + 1/r_2 \ \ u_r + 1/r_2 u_3 = 0; \\ C_3\dot{u}_3 + 1/r_2 u_3 + 1/r_2 u_1 + 1/r_2 u_r + 1/r_2 u_2 = 0. \end{cases}$$

Исходя из принципа дуальности, как и в рассмотренном случае, устанавливаем, что для монотонной C-цепи матрица уравнений состояния имеет только действительные (отрицательные) собственные числа.

Рассмотрим численный пример (рис. 3).

а б

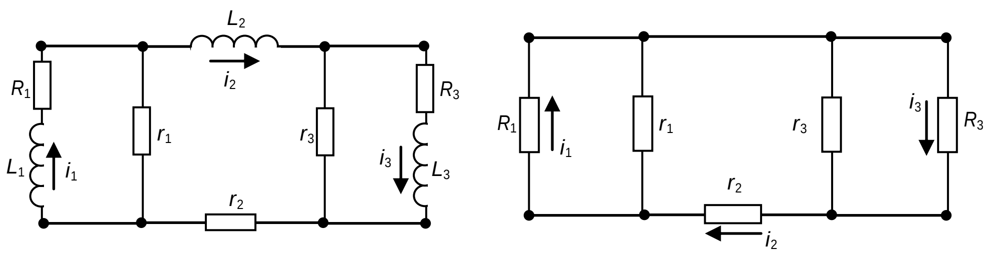

Рис. 3. Электрическая цепь численного примера

Значения параметров цепи на рис. 3 следующие; $r_1 = R_1 = 1$ Ом; $r_2 = R_2 = 2$ Ом; $r_3 = R_3 = 3$ Ом; $L_1 = 1$ Гн; $L_2 = 2$ Гн; $L_3 = 5$ Гн.

Выбирая в качестве R-дерева ветви с сопротивлениями r_1, r_2 и r_3, составляем матрицу контурных сопротивлений для схемы рис. 3б, которая получается из схемы рис. 3а закорачиванием индуктивностей:

$$R = \begin{bmatrix} R_1 + r_1 & -r_1 & 0 \\ -r_1 & r_1 + r_2 + r_3 & -r_3 \\ 0 & -r_3 & R_2 + r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 6 & -3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Матрицу состояния электрической цепи получаем по формуле (7):

$$A = -\begin{bmatrix} R_1 + r_1 \ /L_1 & -r_1/L_1 & 0 \\ -r_1/L_2 & r_1 + r_2 + r_3 \ /L_2 & -r_3/L_2 \\ 0 & -r_3/L_3 & R_2 + r_3 \ /L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0,5 & -3 & 1,5 \\ 0 & 0,6 & -1 \end{bmatrix}.$$

Составляем характеристический многочлен матрицы **A** и определяем ее собственные числа:

$$\lambda^3 + 6\lambda^2 + 9,6\lambda + 3,7 = 0;$$

$$\lambda_1 = -3,644; \ \lambda_2 = -1,788; \ \lambda_3 = -0,569.$$

Следовательно, все собственные числа матрицы **A** действительные и отрицательные.

ВЫВОДЫ

1. Разработан алгоритм формирования матрицы уравнения состояния монотонных цепей, который сводится к следующему:

а) в монотонной $L(C)$-цепи выделяется произвольное R-дерево (дополнение). Отсутствие R-дерева (дополнения) в монотонной $L(C)$-цепи означает, что нарушено условие независимости токов (напряжений) в индуктивностях (емкостях);

б) составляется матрица контурных сопротивлений (сечений проводимостей) для полученной системы независимых контуров (сечений) закорачиванием индуктивностей (размыкание емкости) в ветвях дополнения (дерева);

в) исключаются те контуры (сечения), контурные токи (напряжение сечений) которых не являются индуктивными токами (емкостными напряжениями), и получается эквивалентная матрица контурных токов (проводимостей сечений);

г) составляется уравнение состояния цепи $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX}$, где $\mathbf{X}$ – вектор токов в индуктивностях (напряжений на емкостях); $\mathbf{A} = -\mathrm{L}_d\mathrm{R}_э$; $\mathbf{A} = -\mathbf{C}_d\mathrm{G}_э$; $\mathrm{L}_d(\mathbf{C}_d)$ – диагональная матрица индуктивностей (емкостей); $\mathrm{R}_э(\mathrm{G}_э)$ – эквивалентная матрица контурных сопротивлений (проводимостей сечений).

2. Показано, что собственные числа несимметричной матрицы уравнений состояний для монотонной цепи действительные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д е з о е р, Ч. А. Основы теории цепей / Ч. А. Дезоер, Э. С. Ку. – М.: Связь, 1976. – 286 с.

2. Г а н т м а х е р, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 575 с.

Представлена Ученым советом Поступила 5.05.2006

УДК 621.311.017

О ПОИСКЕ ЗОН ОПТИМАЛЬНОЙ РАБОТЫ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ И ТРАНСФОРМАТОРОВ

Канд. техн. наук, доц. ГОНЧАР А. А.

Белорусский национальный технический университет

В литературе по электротехнике появляются материалы, посвященные поискам зон оптимальной загрузки одних из основных элементов систем электроснабжения – силовых трансформаторов и асинхронных двигателей [1–9].

Цель настоящей публикации – критическая оценка используемых методик, а также некоторые комментарии к результатам и рекомендациям, полученным на основании принятых ими методик. Означенные поиски «оптимумов» по разным критериям прежде всего связаны с величиной сум-