culations are presented of the reflection coefficient for the two-film system of iron oxide on steel for the case of the normal decrease of radiation and it is shown that the reflection coefficient depends essentially on the temperature.

Литература

1. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики.— М.: Наука, 1970.— 855 с.
2. **Соболев В. В.** Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет.— М.: Гостехиздат, 1956.— 392 с.
3. **Попов Ю. А., Половников В. И.**— ЖПС, 1980, т. 32, № 1, с. 164—165.
4. **Schlegel A., Alvarado S. F., Wachter P.**— J. Phys. C: Solid State Phys., 1979, v. 12, N 6, p. 1157—1164.
5. **Пестряев А. С., Попов Ю. А.**— Изв. АН СССР. Металлы, 1984, № 4, с. 198—202.
6. **Ruiz-Urbieta M., Sparrow E. M., Eckert E. R. G.**— J. Opt. Soc. Amer., 1971, v. 61, N 3, p. 351—359.
7. **Асатрян С. Г., Киндурис А. С., Кривайте Г. З.** и др.— ЖТФ, 1983, т. 53, № 12, с. 2362—2366.
8. **Клепиков И. Н., Шарков Е. А.** Тепловое излучение слоисто-неоднородных неизотермических сред.— М., 1983.— 31 с. (Препринт/Ин-т космич. исслед. АН СССР: № 801).

Поступило в редакцию 30.01.84, после доработки — 11.02.85.

УДК 535.36:523.035:539.125.523

Н. Н. Роговцов

ОБ ОДНОМ ОБЩЕМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Настоящая работа посвящена краткому изложению основных понятий, идей, методов и их взаимосвязей, лежащих в основе одного общего подхода к решению задач теории переноса излучения для объектов произвольной конфигурации. В качестве его приложения найдена асимптотика для энергии излучения, поглощаемой непрозрачным зеркально отражающим плоским экраном любой формы, который помещен в однородную бесконечную рассеивающую среду.

Одним из фундаментальных и давно используемых общих способов анализа свойств физических объектов или систем является разбиение их на части или подсистемы и последующее получение следствий из рассмотрения «взаимодействия» искусственно образованных частей или подсистем. Родственным по отношению к указанному способу является метод, основанный на извлечении следствий из факта объединения частей или подсистем в единый физический объект или систему. Специфика получаемых при этом результатов существенно зависит не только от физики изучаемого процесса, но и от отношений величин, определяющих характерные геометрические и физические параметры частей и объекта в целом, а также и от типа их варьирования. При исследовании конкретных физических систем в качестве дополнительной содержательной информации обычно используются законы (в частности, законы сохранения), симметрия объекта или более общие свойства инвариантности (обычно в неявной форме) и т. д. Посредством применения указанных способов был получен, в частности, ряд основных уравнений (систем уравнений), соотношений, распределений, закономерностей и т. д. в механике сплошной среды, электродинамике, оптике, термодинамике и статистической физике, теории переноса излучения и т. д. (см. напр., [1—5]).

Особый вариант указанных выше общих способов исследования был изложен в работах [5], в которых был предложен метод «сложения слоев», сформулирован первый в теории переноса излучения принцип инвариантности (ПИ) и решен ряд важных задач, относящихся к определению интенсивностей излучения, выходящего из однородного плоскопараллельного слоя. Его отличительными чертами являются, в частности, явное использование инвариантности характеристик полей излучения на границах плоскопараллельных однородных сред по отношению к некоторым преобразованиям (группового характера) с целью получения уравнений, определяющих эти величины, а также возможность отыскания на его основе соотношений инвариантности, связывающих между собой решения задач теории переноса для слоев одинаковой и различной оптической толщины. Далее под принципами инвариантности будем понимать утверждения об инвариантности характеристик полей излучения по отношению к некоторым операциям, а под соотношениями инвариантности — их следствия (смысл терминологии подробнее обсуждается в [6]). Метод «сложения слоев» получил существенное развитие и применение в работах [7—9] (см. также ссылки в них). Там, в частности, был найден целый ряд соотношений инвариантности (для случая внешних источников) и асимптотик для однородных слоев большой оптической толщины. Затем в работах [10, 11] (см. ссылки в них) был предложен метод инвариантного погружения, основанный на изучении изменений, возникающих при варьировании величин, определяющих систему в целом (при его создании был использован ряд идей, изложенных в [5, 7]).

Отметим, что в [5, 7—9], кроме ПИ [5, 7] (в нем говорится, в частности, об инвариантности коэффициентов диффузного отражения и пропускания однородной плоскопараллельной среды по отношению к прибавлению и отнятию слоев с характеристиками исходной среды (это групповая операция)), по существу использовалась в неявной форме также и инвариантность поля излучения по отношению к двум основным полугрупповым операциям (этот факт в общем виде был установлен в [6]). Первая операция представляет собой разбиение слоя на подслои посредством разреза его плоскостью, не вносящей никаких изменений в характеристики поля и среды. Второй операцией является «выделение» подслоя из плоскопараллельного слоя с одновременным облучением его границ внешним излучением, равным тому, которое имело место на плоскостях, проведенных в исходной среде и взятых в качестве границ подслоя. Эти свойства инвариантности носят более общий характер и без их использования (хотя бы и в неявном виде) метод «сложения слоев» не нашел бы столь широкого применения, которое он приобрел в теории переноса излучения. В частности, в работах [9, 12—16] он применялся при решении различных задач для случая неоднородных слоев, для которых не имеет места ПИ [5, 7]. В [15, 16] использовались рассуждения, основанные на многократном применении отмеченных выше полугрупповых операций, а в [15] был высказан принцип, по существу родственный утверждению об инвариантности поля излучения по отношению ко второй операции.

На основе сформулированных выше свойств инвариантности и вероятностной трактовки теории переноса [8] было получено большое число соотношений инвариантности для плоскопараллельных сред и даны их приложения к решению различных задач (см., напр., ссылки в [9, 17—20]). Эти соотношения в большинстве своем являются с физической точки зрения балансными соотношениями, найденными зачастую посредством разбиения «траекторий» фотонов на топологически неэквивалентные типы.

В работах [21—23] при изучении переноса излучения в полубесконечных плоскопараллельных средах были получены соотношения инвариантности, вывод которых был основан на одном общем свойстве инвариантности, выходящем за рамки описанных ранее. Его формулировка в виде общего принципа инвариантности (ОПИ) была дана в четкой и «образной» форме соответственно для плоскопараллельных сред и тел сложной формы в [24]. При этом обобщение было сделано на основе материала работы [23], в которой хотя и не формулировался данный принцип, но на его неявном использовании был предложен достаточно общий способ построения соотношений инвариантности. Смысл ОПИ [24] сводится к утверждениям об инвариантности поля излучения по отношению ко второй полугрупповой операции (см. выше) и равенстве поля излучения в выделенной части с соответствующими внешними источниками на ее границе полю в исходной среде в точках, соответствующих указанной части. Подчеркнем, что ОПИ [24] не эквивалентен полностью теореме единственности [25], утверждающей, что задание внешних источников на границе неразмножающей среды и внутренних источников в ней однозначно определяет поле излучения внутри ее. Использование свойства инвариантности такого рода позволило, например, предложить эффективный метод расчета внутренних полей излучения [23, 26], найти высокоточные приближенные решения для слоев конечной оптической толщины [27] и развить теорию для оптически толстых неоднородных плоскопараллельных сред [28].

Простота конфигурации плоскопараллельных сред позволяет избежать изучения ряда дополнительных вопросов, которые неминуемо возникают при попытке построения реализации указанного в начале статьи общего подхода применительно к теории переноса излучения для объектов произвольной конфигурации. Кратко остановимся на результатах, приведенных в литературе и которые имеют отношение к рассматриваемой проблеме. В работе [29] посредством обобщенного толкования ПИ [5] были получены уравнения для характеристик излучения на границе однородного тела сложной формы. В теореме, сформулированной в [30], утверждается, что решение уравнения переноса излучения внутри некоторого тела V^* останется тем же, если его вместе с содержащимися в нем внутренними источниками «погрузить» в бесконечную среду V_∞ и одновременно на границе V^* ввести соответствующие псевдоисточники. Так как псевдоисточники, вообще говоря, неположительны, то эта теорема (точную ее формулировку см. в [30]) с физической точки зрения не является ни свойством, ни принципом инвариантности, хотя на ее основе нетрудно сразу выписать соотношение инвариантности «первого пересечения» (см. ниже и [31]). В [30] был фактически реализован применительно к теории переноса излучения метод доопределения (см., напр., [32]). В работах [19, 33] его вариант (инвариантное доопределение (ИД)) был использован при решении задачи о восстановлении внутренних полей излучения по его характеристикам на границах среды. Заметим, что задача, решенная Кирхгофом [34] с целью обоснования принципа Гюйгенса — Френеля, имеет формально много общего с указанным вопросом не только по постановке, но и потому, что ее легко можно решить и посредством метода ИД. В методе поверхностных псевдоисточников (ПП) [35] в качестве исходного пункта использовалась теорема единственности [25], что роднит его с подходом, основанным на ОПИ. Однако псевдоисточники не всегда имеют физическую интерпретацию и к тому же в методе ПП не используются соотношения инвариантности, полученные на основе ОПИ [24]. В работе [36] было выведено важное соотношение, связывающее между собой стационарные функции Грина для бесконечной V_∞ и конечной сред. Результаты, приведенные в [30, 35, 36], были получены прямо из уравнения переноса излучения без привлечения физических соображений (считалось, что подстилающих поверхностей нет). Заметим, что методы ПП и ИД в значительной мере пересекаются, так как на основе последнего можно получить основные соотношения, выводимые посредством первого.

Введем ряд обозначений. Пусть V — произвольный рассеивающий поглощающий объект (тело), а σ — его граница (считаем ее носителем геометрических и физических свойств; V может быть частью другого тела). Допустим, что σ представима в виде объединения конечного или счетного числа ее частей, для которых можно ввести понятие стороны и которые почти везде имеют нормали, причем направление внешней нормали $\mathbf{n}'$

для заданной стороны и точки на σ, которая определяется радиус-вектором $\mathbf{r}'$, согласуется с переходом через σ к другой стороне. Любая часть σ может быть подстилающей поверхностью, т. е. такой поверхностью, для которой локальные операторы отражения R и пропускания T не могут быть одновременно соответственно нулевым и единичным (R и T задают свойства выбранной стороны части σ в окрестности точки, лежащей на ней; в работе [33] использовалось более общее определение подстилающей поверхности, а именно часть σ считалась таковой, если хотя бы доля излучения, падающего на нее изнутри V, каким-либо образом попадала в V). Обозначим через $\overset{0}{V}=V\setminus\sigma$ внутреннюю часть тела V (знак $\setminus$ задает операцию разности двух множеств), а через $\sigma(\overset{0}{V})$ — объединение тех сторон частей, упоминавшихся выше, которые соприкасаются с $\overset{0}{V}$. В любой точке σ для каждой стороны указанных выше частей зададим полную единичную сферу Ω и полусферы Ω_+, Ω_-, которые определяются условиями $(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{\Omega}')>0$, $(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{\Omega}')<0$ (если $\mathbf{n}'$ не существует, то Ω_+ и Ω_- не определены).

В работах [6, 19, 33] было построено множество операций, оставляющих инвариантным поле излучения в любом V, а также было показано, что оно представляет собой полугруппу, которую нельзя погрузить в группу. Указанные выше полугрупповые операции при корректном обобщении порождают два основных типа операций для случая объектов любой формы [6]. Ключевым моментом при обобщении второй операции явилось введение в [6, 33] абсолютно поглощающей оболочки (поглотителя). Это позволило придать ясный и корректный физический смысл операции выделения части из всего объекта. Заметим, что в отличие от случая плоскопараллельных сред для тел сложной формы введение такой идеализации необходимо. В [6] был сформулирован общий принцип инвариантности, который включает в себя наиболее содержательную общую часть утверждений типа принципов инвариантности, известных в теории переноса излучения (ОПИ, предложенный в [24], является его важным частным случаем). Этот принцип позволяет в рамках теории переноса излучения получить и результаты, найденные с помощью методов ПП и ИД. На его основе в [6, 37] была предложена общая схема вывода соотношений инвариантности, не зависящая от физического содержания процессов, происходящих в элементарном объеме (она включает в себя, в частности, рассуждения, приведенные в [38]). В качестве ее конкретной реализации для случая монохроматического рассеяния и тел, не меняющихся со временем, в [6] было приведено следующее общее соотношение инвариантности:

$$\theta_V(\mathbf{r})\,I(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega},\ t,\ V)=I_1(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega},\ t,\ V_1)-$$
$$-\iint\limits_{\sigma(\overset{0}{V})} d\sigma'\int\limits_{\Omega}(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{\Omega}')\,d\Omega'\int\limits_{0-}^{t}G_*(\ldots,\ t-t',\ \sigma_2,\ V_1)\,I(\mathbf{r}',\ \mathbf{\Omega}',\ t',\ V)\,dt',\quad t\geqslant 0. \tag{1}$$

Здесь $\theta_M(\mathbf{r})$ — характеристическая функция множества M (см. [39]); V_1 — любое тело, которое содержит часть, с точки зрения свойств среды идентичную $\overset{0}{V}\cup\sigma_2$, где поверхность σ_2 в геометрическом смысле совпадает с σ и характеризуется произвольными линейными операторами R и T (свойства среды тела V_1 не зависят от поля; операторы R и T на σ_2 не обязаны совпадать с таковыми на σ); v — скорость света; $I(\mathbf{r},\Omega,t,V)$ — интенсивность излучения, реализующегося в теле V (в $\overset{0}{V}$ содержатся внутренние источники $g(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},t)$) в момент времени t в точке, заданной радиус-вектором $\mathbf{r}$ ($\mathbf{\Omega}$ — единичный вектор, указывающий направление распространения или испускания излучения); $I_1(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},t,V_1)$ — интенсивность излучения в теле V_1, когда оно содержит внутренние источники $\theta_0(\mathbf{r})(g(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},t)+\delta(t)I(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},0,V)v^{-1})$, где $\delta(t)$—дельта-функция Дирака; $\overset{V}{G_*}(...,t,\sigma_2,V_1)=G_*(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},\mathbf{r}',\mathbf{\Omega}',t,\sigma_2,V_1)$ — объемная функция Грина для тела V_1 ($V_1\setminus\overset{0}{V}$ и $\overset{0}{V}$ могут иметь любые подстилающие поверхности). Для правильного уяснения физического смысла (1) и его вывода необходимо под непересечением фотона поверхности σ_2 до прихода его в точку наблюдения (этот термин использовался при выводе (1) в [6]) понимать отсутствие его отражения от σ_2 и перехода через σ_2. В свою очередь поглотители и излучатели [6, 33] надо представлять себе расположенными соответственно на σ и $\sigma(\overset{0}{V})$. В подходе, изложенном в [6, 19, 31, 33], важную роль играет относительность понятия границы тел и возможность конструирования объектов с нужными свойствами. Частные случаи общего соотношения инвариантности типа (1), а также ряд других соотношений были получены в [6, 19, 31, 33, 36, 38, 39] (в [36] соответствующий результат был найден прямо из уравнения переноса). В частности, в [31, 38] были приведены важные соотношения «первого и последнего пересечения», имеющие наиболее простую физическую интерпретацию (для случая плоскопараллельных сред соотношения такого рода встречаются, напр., в [17]). Покажем, что такие соотношения, полученные в работе [38], специально посвященной их выводу, являются частными вариантами соотношений типа (1). Пусть σ — поглотитель, и имеются источники только в $\overset{0}{V}$. Тогда интегрирование в (1) будет вестись только по Ω_+. В итоге получим соотношение инвариантности первого пересечения в общем виде. Взяв дополнительно σ таковой (это всегда возможно), чтобы она разбивала V на два тела V_2 и V_3 (т. е. $V=V_2\cup V_3$; их общую границу обозначим через σ_{23}), выбрав V_1 и σ_2 такими, чтобы $\overset{0}{V}_1=\overset{0}{V}$ и $\sigma^*=\sigma_2\setminus\sigma_{23}$ была поглотителем, и положив $I(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},0,V)\equiv 0$, получим из этого соотношения формулу типа (1) работы [38]. Если взять в качестве σ_2 в (1) поглотитель, то получим соотношение инвариантности последнего пересечения в общей форме. Положив в нем $\overset{0}{V}_1=\overset{0}{V}$, $I(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},0,V)\equiv 0$ и $V=V_2\cup V_3$, придем к выражению типа (2), приведенному в [38] (учет перераспределения излучения по частотам, сделанный в [38], не приводит по существу к изменению структуры соотношений инвариантности первого и последнего пересечений).

Схема применения подхода, кратко описанного выше, и ряд его приложений изложены в работах [19, 31, 33, 37, 39, 40]. В них получен ряд точных, асимптотических и приближенных решений задач для случая сред сложной формы, ограниченных изотропно отражающими и прозрачными поверхностями. Приведем здесь асимптотику для энергии E излучения, поглощаемой в единицу времени плоским непрозрачным зеркально отражающим экраном σ произвольной формы (считаем его «бесконечно тонким» и эффектами на его торцах будем пренебрегать; σ может состоять из любого числа несвязных частей), который «погружен» в однородную среду V_∞. Пусть σ лежит на плоскости K, единичную внешнюю нормаль которой для какой-нибудь фиксированной ее стороны обозначим через $\mathbf{n}$. Допустим, что стационарные источники $g(\mathbf{r},\mathbf{\Omega})$ в $\overset{0}{V}=V_\infty\setminus\sigma$ и локальные операторы R зеркально симметричны относительно K. Переходя к стационарному аналогу (1) и затем к пределу $\mathbf{r}\to\mathbf{r}_\sigma\pm 0\cdot\mathbf{n}$ (пояснения см. в [33]; $\mathbf{r}_\sigma$ задает точку на σ), получим интегральное уравнение для интенсивности излучения на $\sigma(\overset{0}{V})$. Если положить $V_1=V_\infty$, то его ядро будет выражаться через функцию Грина $G_\infty(...)$ для V_∞ и $R=R(\mathbf{r}_\sigma,|\mathbf{n}\cdot\mathbf{\Omega}|)$ ($G_\infty(...)$ в принципе может считаться известной). Это уравнение при ограниченности площади σ и достаточно малых значениях $\beta=1-\min[R(...)]$ можно решить методом итераций, причем получаемый при этом ряд будет асимптотическим при $\beta \to 0$. Из него уже нетрудно найти асимптотическое разложение для E при $\beta \to 0$. В частности, при $\beta \to 0$ имеет место следующая асимптотика:

$$E = 2 \iint\limits_{\overset{0}{\sigma}(V_+)} d\sigma \int\limits_{\Omega_+} (\mathbf{n} \cdot \Omega)(1 - R) I_\infty d\Omega + O(\beta^2), \ \beta \to 0, \tag{2}$$

где I_∞ — интенсивность излучения в V_∞ при наличии в ней источников $\theta^0_V(\mathbf{r})\, g(\mathbf{r}, \Omega)$; V_+ — полупространство пространства V_∞, для которого $\mathbf{n}$ является внешней нормалью. Если $\overset{0}{V}$ содержит произвольные источники $g_1(\mathbf{r}, \Omega)$, то для справедливости формулы (2) в ней под I_∞ уже надо понимать интенсивность излучения при наличии в V_∞ источников $\theta^0_V(\mathbf{r})(g_1(...) + g_2(...))/2$, где $g_2(...)$ — источники, полученные посредством операции зеркального отражения $g_1(...)$ относительно K.

Summary

In the paper the short statement is made of the main conceptions, ideas, methods and their interrelations existing in the foundation of the one general approach to a solution of problems on the radiation transfer theory for the arbitrary-configuration objects. As the application, the method is suggested to calculate the radiation energy absorbable per time unit by the plane opaque specularly reflecting screen of the arbitrary form which is placed into a homogeneous infinite scattering medium containing the arbitrary stationary sources.

Литература

1. **Гиббс В.** Термодинамика. Статистическая механика.— М.: Наука, 1982.— 584 с.
2. **Эйнштейн А.**— Собр. соч. М.: Наука, 1966, т. 2.— 878 с.
3. **Планк М.** Избранные труды. Термодинамика. Теория излучения и квантовая теория. Теория относительности. Статьи и речи.— М.: Наука, 1975.— 788 с.
4. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды.— М.: Физматгиз, 1970, т. 2.— 568 с.
5. **Амбарцумян В. А.** Научные труды.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960, т. 1.— 430 с.
6. **Роговцов Н. Н.**— Докл. АН БССР, 1981, т. 25, № 5, с. 420—423.
7. **Чандрасекар С.** Перенос лучистой энергии.— М.: ИЛ, 1953.— 431 с.
8. **Соболев В. В.** Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет.— М.: ГИТТЛ, 1956.— 392 с.
9. **Соболев В. В.** Рассеяние света в атмосферах планет.— М.: Физматгиз, 1972.— 335 с.
10. **Bellman R., Kalaba R.**— Proc. Nat. Acad. Sci. USA., 1956, v. 42, p. 629—632.
11. **Касти Дж., Калаба Р.** Методы погружения в прикладной математике.— М.: Мир, 1976.— 223 с.
12. **Яновицкий Э. Г.**— Астрон. журн., 1971, т. 48, № 2, с. 323—332.
13. **Романова Л. М.**— Изв. АН СССР. ФАО, 1976, т. 12, № 8, с. 820—833.
14. **Мнацаканян М. А.**— Сообщ. Бюраканской обсерв., 1978, вып. 50, с. 59—78.
15. **Hunt G. E., Grant I. P.**— J. Atmos. Sci., 1969, v. 26, p. 963—972.
16. **Гермогенова Т. А., Коновалов Н. В.**— Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 1974, т. 14, № 4, с. 928—946.
17. **Иванов В. В.**— Астрофизика, 1976, т. 12, № 4, с. 565—578.
18. **Яновицкий Э. Г.**— Астрон. журн., 1979, т. 56, № 4, с. 833—844.
19. **Роговцов Н. Н.**— Изв. АН СССР. ФАО, 1980, т. 16, № 3, с. 244—253.
20. **Domke H., Yanovitskij E. G.**— J.Q.S.R.T., 1981, v. 26, N 5, p. 389—396.
21. **Shimizu A.**— Nucl. Sci. and Engineer., 1968, v. 32, N 2, p. 184—194.
22. **Енгибарян Н. Б., Мнацаканян М. А.**— Докл. АН СССР, 1974, т. 217, № 3, с. 533—535.
23. **Иванов В. В.**— Астрон. журн., 1975, т. 52, № 2, с. 217—226.
24. **Яновицкий Э. Г.**— Астрон. журн., 1981, т. 58, № 1, с. 119—129.
25. **Кейз К., Цвайфель П.** Линейная теория переноса.— М.: Мир, 1972.— 384 с.
26. **Длугач Ж. М.**— Астрон. журн., 1976, т. 53, № 6, с. 1295—1305.
27. **Мнацаканян М. А.**— Астрофизика, 1980, т. 16, № 3, с. 514—533.
28. **Яновицкий Э. Г.**— Астрон. журн., 1980, т. 57, № 6, с. 277—286.
29. **Кадомцев Б. Б.**— Докл. АН СССР, 1957, т. 112, № 5, с. 831—834.
30. **Case K., Hoffmann F., Placzek G.** Introduction to the Theory of Neutron Diffusion.— Washington, 1953, p. 129.
31. **Роговцов Н. Н.**— ЖПС, 1981, т. 35, № 6, с. 1044—1050.
32. **Гахов Ф. Д., Черский Ю. И.** Уравнения типа свертки.— М.: Физматгиз, 1978.— 296 с.

33. **Роговцов Н. Н.**— ЖПС, 1981, т. 34, № 2, с. 335—342.
34. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики.— М.: Физматгиз, 1970.— 855 с.
35. **Лалетин Н. И.**— В кн.: Вычислительные методы в теории переноса / Под ред. Г. И. Марчука. М.: Атомиздат, 1969, с. 228—245.
36. **Case K.**— SIAM-AMS proceedings, 1969, v. 1, p. 17—36.
37. **Роговцов Н. Н.**— Докл. АН БССР, 1983, т. 27, № 10, с. 901—903.
38. **Пикичян О. В.**— Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 4, с. 860—863.
39. **Роговцов Н. Н.**— Докл. АН БССР, 1983, т. 27, № 1, с. 34—37.
40. **Роговцов Н. Н.**— ЖПС, 1985, т. 42, № 5, с. 839—843.

Поступило в редакцию 22.03.84.