ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Том XXV, выпуск 1 Июль 1976 г.

УДК 535.391.4 : 538.56

Б. Б. Бойко, И. З. Джилавдари, Н. С. Петров

К ВОПРОСУ ОБ УСИЛЕНИИ СВЕТА ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ ИНВЕРСНОЙ СРЕДЫ

Экспериментально [1—3] и теоретически [4, 5] было показано, что коэффициент отражения от инверсной среды вблизи предельного угла полного отражения может быть больше единицы. В теоретических расчетах авторы исходили из модели полубесконечной усиливающей среды с постоянным по глубине усилением. При этом оказалось, что коэффициент отражения как функция угла падения терпит разрыв при предельном угле. В работе [6], однако, эти результаты подвергаются сомнению. Там предпринята попытка получить выражения для коэффициентов отражения полубесконечной инверсной среды на основе предельного перехода к ней от плоскопараллельного усиливающего слоя. По нашему мнению, такая процедура (устремление толщины инверсного слоя к бесконечности) не является корректной. Дело в том, что для усиливающего слоя при любом угле падения всегда имеется некая критическая толщина ($h_{\text{кр}}$), при которой коэффициент отражения обращается в бесконечность (!) (условия самовозбуждения). Это значит, что при заданном постоянном коэффициенте усиления неограниченное увеличение толщины слоя, вообще говоря, невозможно, так как при $h>h_{\text{кр}}$ усиление в слое будет превышать потери, что противоречит условиям стационарности задачи. Следовательно, с выводами [6] трудно согласиться.

Что касается результатов работ [4, 5], то, как будет видно ниже, они находят свое подтверждение в другой, более реальной модели усиливающей среды. При этом оказывается, что устраняется упомянутый выше разрыв коэффициента отражения при предельном угле падения.

Рассмотрим инверсную среду с переменным по глубине усилением. Такая ситуация может иметь место, например, при накачке среды со стороны границы раздела. Проведем расчет для простейшего случая, когда мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon_2+i\tau$ изменяется по закону

$$\tau = \tau_0 \exp(-2k\gamma z), \tag{1}$$

где $z\geqslant 0$ — расстояние от границы раздела; $\gamma>0$ — некоторый параметр, характеризующий скорость убывания величины τ (для усиливающей среды $\tau_0<0$); $k=\omega/c$ (введено здесь для удобства вычислений).

Пусть на границу раздела с такой средой из прозрачной среды (диэлектрическая проницаемость ее ε_1) падает плоская монохроматическая волна. Тогда электрический вектор напряженности поля преломленной волны для случая, например s-поляризации можно представить в виде

$$\mathbf{E} = f(z)\, e^{i(k\xi x - \omega t)}\mathbf{s}, \tag{2}$$

где $\mathbf{s}$ — единичный вектор нормали к плоскости падения (плоскости xz); $\xi = \sqrt{\varepsilon_1}\sin\alpha$; α — угол падения. При этом для амплитуды поля $f(z)$ из волнового уравнения получаем

$$f''(z) + k^2(\varepsilon_2 - \xi^2 + i\tau_0 e^{-2k\gamma z}) f(z) = 0. \tag{3}$$

Решением этого уравнения является функция Бесселя

$$f(z) = AZ_\nu\left(\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}e^{-k\gamma z}\right),$$

где $\nu^2 = -\frac{\varepsilon_2 - \xi^2}{\gamma^2}$, причем, как видно, для $\alpha < \alpha_0 \left(\alpha_0 = \arcsin\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$ ν — чисто мнимое, а для $\alpha > \alpha_0$ — вещественное.

Решая граничную задачу для уравнений Максвелла, получим выражение для амплитудного коэффициента отражения

$$r_s = \frac{(\eta_0 - i\gamma\nu) Z_\nu\left(\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right) + i\sqrt{i\tau_0}\, Z_{\nu+1}\left(\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right)}{(\eta_0 + i\gamma\nu) Z_\nu\left(\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right) - i\sqrt{i\tau_0}\, Z_{\nu+1}\left(\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right)}, \tag{4}$$

где $\eta_0 = \sqrt{\varepsilon_1}\cos\alpha$. Отметим, что знак ν для $\alpha \geqslant \alpha_0$ выбирается из условия затухания поля преломленной волны при $\tau_0 \to 0$, а для $\alpha \leqslant 0$ — из условия, чтобы при $\tau_0 \to 0$ выражение (4) переходило в соответствующую формулу Френеля.

Рассмотрим случай, когда аргумент функции Бесселя велик, т. е. $\left|\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right| \gg 1$ и, кроме того, $\left|\frac{\sqrt{i\tau_0}}{\gamma}\right| \gg \nu$. На опыте такая ситуация может реализоваться вблизи предельного угла α_0 для достаточно малых τ_0. При этих условиях функция Бесселя допускает асимптотическое разложение [7] $Z_\nu(p) \approx \left(\frac{2}{\pi p}\right)^{1/2}\cos\left(p - \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$. Тогда для энергетических коэффициентов отражения имеем

$$R_s^{\alpha\leqslant\alpha_0} = \frac{(\eta_0 - \eta)^2 + |\tau_0| + (\eta_0 - \eta)\sqrt{2|\tau_0|}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)}{(\eta_0 + \eta)^2 + |\tau_0| - (\eta_0 + \eta)\sqrt{2|\tau_0|}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)},$$

$$R_s^{\alpha\geqslant\alpha_0} = \frac{\eta_0^2 + \zeta^2 + |\tau_0| + (\eta_0 + \zeta)\sqrt{2|\tau_0|}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)}{\eta_0^2 + \zeta^2 + |\tau_0| - (\eta_0 - \zeta)\sqrt{2|\tau_0|}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)}, \tag{5}$$

где $\eta = \sqrt{\varepsilon_2 - \xi^2}$; $\zeta = \sqrt{\xi^2 - \varepsilon_2}$.

Нетрудно видеть, что в обоих случаях вблизи предельного угла коэффициент отражения больше единицы. При предельном угле ($\alpha_0 \pm 0$) оба выражения (5) совпадают и принимают наибольшее значение, равное

$$R_s^{\max} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + |\tau_0| + \sqrt{2|\tau_0|(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - |\tau_0| - \sqrt{2|\tau_0|(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}\,\mathrm{th}\left(\frac{1}{\gamma}\sqrt{2|\tau_0|}\right)}, \tag{6}$$

причем здесь $R_s > 1$ независимо от знака ν. При этом, как легко видеть, переходя в (6) к случаю однородной усиливающей среды ($\gamma \to 0$), при выполнении соотношения $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = |\tau_0|$ (условие максимума коэффициента отражения для однородной среды [5]) здесь также получается $R_s^{\max} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \simeq 5{,}83$, что совпадает с уже известным результатом.

Таким образом, в данной более близкой к реальной модели усиливающей среды коэффициент отражения оказывается непрерывной функцией угла падения и достигает максимума именно при предельном угле.

Литература

1. Ch. J. Koester. J. Quantum Electronics, **QE-2**, 580, 1966.
2. Б. Я. Коган, В. М. Волков, С. А. Лебедев. Письма в ЖЭТФ, **16**, 144, 1972.
3. С. А. Лебедев, В. М. Волков, Б. Я. Коган. Опт. и спектр., **35**, 976, 1973.
4. Г. Н. Романов, С. С. Шахиджанов. Письма в ЖЭТФ, **16**, 298, 1972.
5. Б. Б. Бойко, Н. С. Петров, И. З. Джилавдари. ЖПС, **18**, 727, 1973; в сб.: «Квантовая электроника и лазерная спектроскопия». Минск, «Наука и техника», 1974, стр. 449.
6. А. А. Колоколов. Письма в ЖЭТФ, **21**, 660, 1975.
7. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. М., «Наука», 1968.

Поступило в редакцию 20 января 1976 г.