

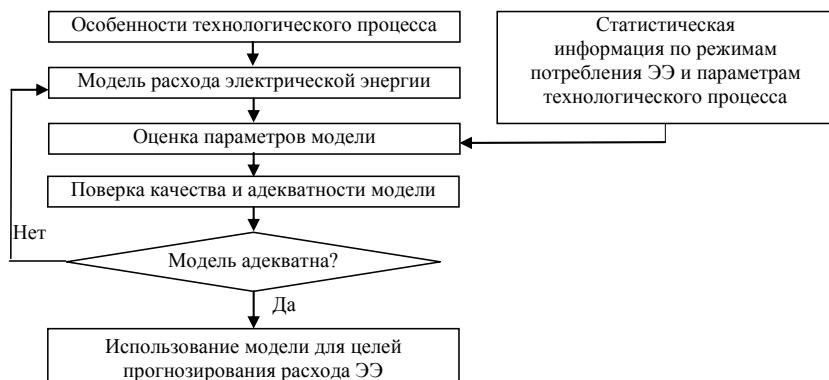
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
ПРОМЫШЛЕННЫМИ ПРЕДПРИЯТИЯМИ
С НЕОДНОЗНАЧНОЙ ВЗАИМОСВЯЗЬЮ
МЕЖДУ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЕМ
И ОТЧЕТНЫМ ВЫПУСКОМ ПРОДУКЦИИ**

Инженеры МОРОЗ Д. Р., ШЕНЕЦ Е. Л.

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого

Построение моделей потребления электрической энергии (ЭЭ) промышленными потребителями (ПП) является неотъемлемой частью изучения закономерностей потребления ЭЭ, прогнозирования ее расхода, оценки эффективности расхода. Поскольку модели потребления ЭЭ ПП отражают зависимость расхода ЭЭ от действующих факторов, они позволяют прогнозировать потребление электроэнергии при изменяющихся условиях производства.

Постановка задачи. В наиболее общем виде алгоритм построения модели [1] представлен на рис. 1.



Rис. 1. Алгоритм построения модели электропотребления ПП

Из рисунка видно, что в основе построения моделей электропотребления лежит изучение технологического процесса производства продукции. Это позволяет выявлять наиболее значимые факторы, воздействующие на режимы потребления ЭЭ для включения их в модель.

Важнейшим этапом при построении модели является определение вида модели. Вместе с тем наиболее простой для использования и интерпретации результатов является аддитивная модель вида

$$W = \sum_{i=1}^n A_i X_i + W_{\text{пост}}, \text{ кВт}\cdot\text{ч}, \quad (1)$$

где W – потребление электроэнергии ПП, кВт·ч; A_i – степень влияния i -го фактора на уровень потребления ЭЭ ПП, кВт·ч/ед. изм.; X_i – i -й фактор,

влияющий на уровень потребления ЭЭ ПП, ед. изм.; n – количество факторов, влияющих на уровень потребления ЭЭ ПП; $W_{\text{пост}}$ – условно-постоянная составляющая потребления ЭЭ, кВт·ч.

На основе накопленной статистической информации осуществляется оценка параметров модели. На потребление ЭЭ ПП в общем случае оказывает влияние большое количество факторов (температура окружающей среды, качество выпускаемой продукции, загрузка технологического оборудования и др.), однако влияние большинства из них незначительно и им можно пренебречь. Поэтому наиболее распространенным видом модели электропотребления ПП является однофакторная модель вида

$$W = \Pi W_{\text{уд.техн}} + W_{\text{пост}}, \text{ кВт·ч}, \quad (2)$$

где Π – объем произведенной продукции, ед. прод.; $W_{\text{уд.техн}}$ – удельный технологический расход ЭЭ, кВт·ч/ед. прод.

Для построения модели потребления электроэнергии необходимо накопление статистической информации по объемам выпускаемой продукции

и соответствующему расходу ЭЭ. Система учета, организованная на большинстве ПП, позволяет накапливать статистическую информацию с суточной дискретизацией. Однако, когда технологический процесс производства продукции состоит из большого количества независимых процессов (табл. 1) и растянут во времени, отчетному суточному объему производства продукции не соответствует суточный расход ЭЭ. Так, на ПП машиностроительной отрасли производство продукции включает в себя ряд технологических операций, которые производятся в разных цехах (штамповка, окраска, сборка и т. д.) и могут занимать значительный промежуток времени (покраска и сушка деталей, термическая обработка материалов и т. д.). Отчетное значение готовой продукции при этом включает в себя только ту продукцию, которая поступила в течение текущего дня на склад или цех упаковки, т. е. прошла последнюю стадию технологического процесса. А суточный расход ЭЭ при этом включает в себя ЭЭ, потребленную в течение текущего дня на каждой технологической операции. Следовательно, ставится задача разработки метода построения моделей электропотребления для таких ПП.

Табл. 1 отражает структуру формирования электропотребления и отчетного объема выпуска продукции ПП, технологический процесс производства продукции которого включает в себя K технологических операций.

Таблица 1

Сутки	Объем произведенной продукции при K -й технологической операции K	...	Объем произведенной продукции при технологической операции 2	Объем произведенной продукции при технологической операции 1	Объем отчетной произведенной продукции, ед. прод.	Расход ЭЭ, кВт·ч
1	Π_{1K}	...	Π_{12}	Π_{11}	Π_1	W_1
2	Π_{2K}	...	Π_{22}	Π_{21}	Π_2	W_2
...

L	Π_{LK}	\dots	Π_{L2}	Π_{L1}	Π_L	W_L
-----	------------	---------	------------	------------	---------	-------

Для решения поставленной задачи необходимо определить понятия технологического процесса с точки зрения однозначной и неоднозначной взаимосвязи между электропотреблением и отчетным выпуском продукции в рамках ее решения. Под технологическим процессом с однозначной взаимосвязью между электропотреблением и отчетным объемом выпускаемой продукции будем понимать такой процесс, структура производства продукции которого не противоречит условию:

$$\Pi_{\text{отч}_i} = \sum_{j=1}^K \Pi_{ij}; \quad W_i = \sum_{j=1}^K W_{ij}, \quad (3)$$

где $\Pi_{\text{отч}_i}$ – отчетный объем произведенной продукции в i -е сутки; K – количество отдельных технологических операций, входящих в технологический процесс производства продукции; Π_{ij} – фактический объем производства продукции на j -й технологической операции в i -е сутки; W_i – фактическое электропотребление ПП в i -е сутки; W_{ij} – фактический расход ЭЭ электрооборудованием j -й технологической операции в i -е сутки.

Введем также понятие фактического выпуска продукции в i -е сутки

$\Pi_{\Phi i}$, сумма фактически выпущенной продукции в i -е сутки $\left(\sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{ij} \right)$ по

всем технологическим операциям.

На основании условий (3) можно отметить, что ПП с простым технологическим процессом считается такое, на котором технологический процесс получения готовой продукции занимает менее суток и оснащен системой технического учета готовой продукции. К таким предприятиям можно отнести ПП химического комплекса, например технологический процесс производства серной кислоты занимает несколько часов, а отчетное значение выпущенной продукции соответствует фактическому выпуску продукции в течение текущих суток. Аналогичная ситуация характерна и для предприятий транспорта нефти: система учета позволяет фиксировать ежесуточный объем перекачки нефти и расход ЭЭ.

Технологическим процессом с неоднозначной взаимосвязью между электропотреблением и отчетным выпуском продукции будем называть такой процесс, структура производства которого не описывается условиями (3). Тогда отчетное значение объема выпускаемой продукции и фактическое электропотребление описываются выражениями:

$$\Pi_{\text{отч}_i} = \sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{(i+1-j)j}; \quad W_i = \sum_{j=1}^{j=K} W_{ij}. \quad (4)$$

Потребление ЭЭ по отдельным технологическим линиям определяется по выражению

$$W_{ij} = \Pi_{ij} W_{\text{уд.техн.} j} + W_{\text{пост} j} + \xi_{ij}, \quad (5)$$

где Π_{ij} – объем произведенной продукции на j -м участке в i -е сутки, ед. прод.; $W_{уд.техн.j}$ – удельный технологический расход ЭЭ j -го участка, кВт·ч/ ед. прод.; $W_{постj}$ – постоянный расход ЭЭ на j -м участке, кВт·ч; ξ_{ij} – случайная составляющая электропотребления, которая формируется под воздействием большого количества малозначимых и трудноопределяемых параметров и в соответствии с центральной предельной теоремой имеет нормальный закон распределения, кВт·ч.

Подставив выражение (5) в (4), получим

$$W_i = \sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{ij} W_{уд.техн.j} + \sum_{j=1}^{j=K} W_{постj} + \sum_{j=1}^{j=K} \xi_{ij}. \quad (6)$$

Удельный технологический расход ЭЭ на производство готовой продукции можно найти по формуле

$$W_{уд.техн} = \frac{\sum_{j=1}^{j=K} \Pi_j W_{уд.техн.j}}{\sum_{j=1}^{j=K} \Pi_j}. \quad (7)$$

Постоянная составляющая потребления ЭЭ определится следующим образом:

$$W_{пост} = \sum_{j=1}^{j=K} W_{постj}. \quad (8)$$

Обозначим величину $\sum_{j=1}^{j=K} \xi_{ij}$ как ε_i . В соответствии с правилом аддитивности нормального закона распределения случайная величина ε_i , которая является суммой случайных нормально распределенных величин ξ_{ij} , имеет нормальный закон распределения.

С учетом выражений (7) и (8) суточный расход ЭЭ можно определить как

$$W_i = W_{уд.техн} \sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{ij} + W_{пост} + \varepsilon_i. \quad (9)$$

Отметим, что в случае технологического процесса с однозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным выпуском продукции последний совпадает с фактическим и проблем с построением моделей потребления ЭЭ не возникает. Из условий (4) видно, что в случае технологического процесса с неоднозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным выпуском продукции отчетный и фактический объем выпуска продукции не совпадают. Выразим значение отчетного объема выпуска продукции через фактический

$$\Pi_{\text{отч}i} = \sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{(i+1-j)j} = \Pi_{\Phi i} + \sum_{j=2}^{j=K} \Pi_{(i+1-j)j} - \sum_{j=2}^{j=K} \Pi_{jj} = \Pi_{\Phi i} + \sum_{j=2}^{j=K} (\Pi_{(i+1-j)j} - \Pi_{jj}). \quad (10)$$

Из выражения (10) видно, что в случае технологического процесса с неоднозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным объемом выпускаемой продукции последний будет отличаться от фактического на сумму разностей двух значений случайной величины π_j в разные моменты времени. Тогда суточный расход ЭЭ для сложного технологического процесса

$$W_i = W_{\text{уд.техн}} \Pi_{\text{отч}i} + W_{\text{пост}} + \varepsilon_i - W_{\text{уд.техн}} \sum_{j=2}^{j=K} (\Pi_{(i+1-j)j} - \Pi_{jj}). \quad (11)$$

Поскольку объем выпуска продукции по отдельной технологической линии Π_{jj} является случайной величиной, а значение удельного технологического расхода ЭЭ – константой [2], то величина $\Delta W_i = W_{\text{уд.техн}} \sum_{j=2}^{j=K} (\Pi_{(i+1-j)j} - \Pi_{jj})$,

$\times (\Pi_{(i+1-j)j} - \Pi_{jj})$, являясь линейной комбинацией K случайных величин, сама представляет собой случайную величину.

В случае нормального распределения случайной величины ΔW_i основные предпосылки регрессионного анализа не нарушены и возможно построение регрессионных моделей потребления ЭЭ ПП с помощью метода наименьших квадратов на основе отчетной статистической информации. Следует предположить, что в большинстве случаев выпуск продукции по отдельным технологическим операциям не имеет нормального закона распределения. Поскольку ΔW_i является линейной комбинацией π_{jj} , ее закон распределения будет отличаться от нормального. В данном случае нарушаются одна из основных предпосылок регрессионного анализа [3] о нормальном распределении стохастической составляющей.

Таким образом, возникает задача разработки метода построения регрессионной модели для ПП со сложным технологическим процессом.

Предлагаемые способы решения. Одним из возможных решений поставленной задачи может служить сглаживание статистических данных методом скользящего среднего:

$$\bar{W}_t = \frac{1}{\tau} \sum_{i=t}^{i=t+\tau-1} W_i; \quad \bar{\Pi}_t = \frac{1}{\tau} \sum_{i=t}^{i=t+\tau-1} \Pi_i, \quad (12)$$

где τ – период усреднения, сутки.

При сглаживании статистических данных, даже в случае сложного технологического процесса, величины \bar{W}_t и $\bar{\Pi}_t$ будут в большей степени соответствовать друг другу, поскольку уменьшится величина стохастической составляющей:

$$\bar{W}_t = \frac{1}{\tau} \sum_{i=t}^{i=t+\tau-1} \sum_{j=1}^{j=K} W_{ij}; \quad \bar{\Pi}_t = \frac{1}{\tau} \sum_{i=t}^{i=t+\tau-1} \sum_{j=1}^{j=K} \Pi_{(i+1-j)j}. \quad (13)$$

Однако даже при сглаживании основная проблема применения математического аппарата регрессионного анализа (в частности, метода наименьших квадратов) не будет решена, и после ряда несложных математических преобразований выясняется, что в сглаженном значении потребления ЭЭ \bar{W}_t будет присутствовать величина ΔW_i , не имеющая нормального закона распределения.

Для построения модели потребления ЭЭ ПП предлагается использовать правила композиции законов распределения. Поскольку потребление ЭЭ может быть представлено линейной комбинацией объемов выпускаемой продукции (2), закон распределения потребления электроэнергии совпадает с законом распределения объемов выпускаемой продукции, а все отличия законов распределения должны объясняться случайными явлениями.

Проверку соответствия законов распределения потребления ЭЭ и объемов выпускаемой продукции целесообразно производить по одному из самых мощных критериев – χ^2 [4]. Отметим, что соответствие законов распределения является необходимым условием построения модели потребления ЭЭ ПП вида (2). Если гипотеза о соответствии законов распределения потребления ЭЭ и объемов выпускаемой продукции будет отвергнута, то становится очевидным, что в модель потребления электроэнергии необходимо вводить дополнительные факторы, поскольку они оказывают значительное влияние на потребление ЭЭ.

На рис. 2 показано, что соответствие законов распределения потребления ЭЭ и объемов выпускаемой продукции позволяет определить параметры модели потребления ЭЭ по параметрам законов распределения. Так, математическому ожиданию объема выпускаемой продукции M_{Π} будет соответствовать математическое ожидание потребления ЭЭ M_W . Величине объема выпускаемой продукции, равной сумме математического ожидания и среднеквадратического отклонения ($M_{\Pi} + \sigma_{\Pi}$), будет соответствовать величина потребления электроэнергии, равная сумме математического ожидания и среднеквадратического отклонения потребления ЭЭ ($M_W + \sigma_W$), и т. д.

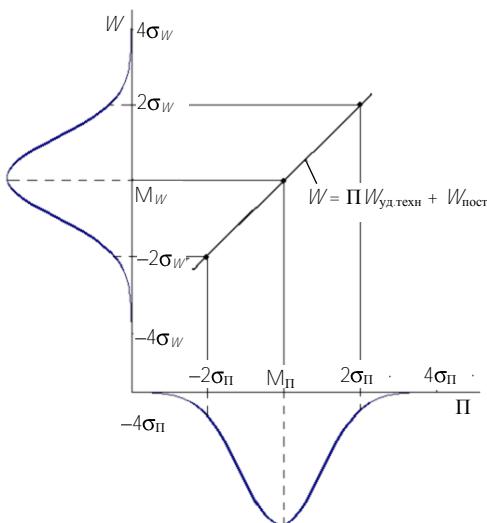


Рис. 2. Определение параметров модели потребления ЭЭ ПП на основе законов распределения

На рисунке рассмотрен случай, когда объем выпуска продукции имеет закон распределения, близкий к нормальному, однако такая ситуация не является характерной для ПП, но определение параметров модели в остальных случаях будет производиться аналогично.

Из выражений (4) и (9) видно, что фактический и отчетный объемы выпускаемой продукции являются суммами одних и тех же случайных величин и соответственно имеют одни и те же параметры распределения. Поэтому для построения модели потребления ЭЭ может использоваться статистика отчетного выпуска продукции.

Произведем верификацию предложенного метода определения параметров модели потребления ЭЭ с использованием опытов Монте-Карло. Опыты Монте-Карло заключаются в генерации искусственных случайных величин и проверке на созданных выборках разрабатываемых методов.

В рамках верификации предлагаемого метода необходимо:

- создать математическую модель ПП с технологическим процессом с неоднозначной взаимосвязью между потреблением электроэнергии и отчетным объемом выпускаемой продукции;
- определить параметры законов распределения потребления ЭЭ и отчетного объема выпускаемой продукции;
- определить параметры модели потребления ЭЭ ПП;
- проверить значимость полученных параметров и сравнить их с искусственными, заложенными в математическую модель ПП, а также проверить прогнозирующую способность построенной модели.

На первом этапе создадим математическую модель ПП с технологическим процессом и неоднозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным объемом выпускаемой продукции, который включает в себя три технологические операции. Зададимся удельным технологическим расходом ЭЭ $W_{уд.техн} = 5 \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{ед. прод.}$, и постоянной составляющей электропотребления $W_{пост} = 50 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$. На рис. 3 показаны взаимосвязи между фактическими и отчетными значениями потребления ЭЭ и объема выпускаемой продукции.

Объем моделируемой выборки равен 365 дней, что соответствует объему, используемому при построении моделей потребления ЭЭ с помощью математического аппарата регрессионного анализа [5].

На корреляционное поле наносятся точки отчетных объемов выпускаемой продукции и соответствующего отчетного потребления ЭЭ (рис. 4). На рисунке показано, что построение модели потребления электроэнергии с использованием метода наименьших квадратов приводит к неверному определению параметров модели $W_{уд.техн} = 1,8545 \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{ед.}$, $W_{пост} = 144,33 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$.

На рис. 5 приведен результат построения модели потребления электроэнергии смоделированного ПП с использованием параметров законов рас-

пределения объемов выпускаемой продукции и расхода электрической энергии.

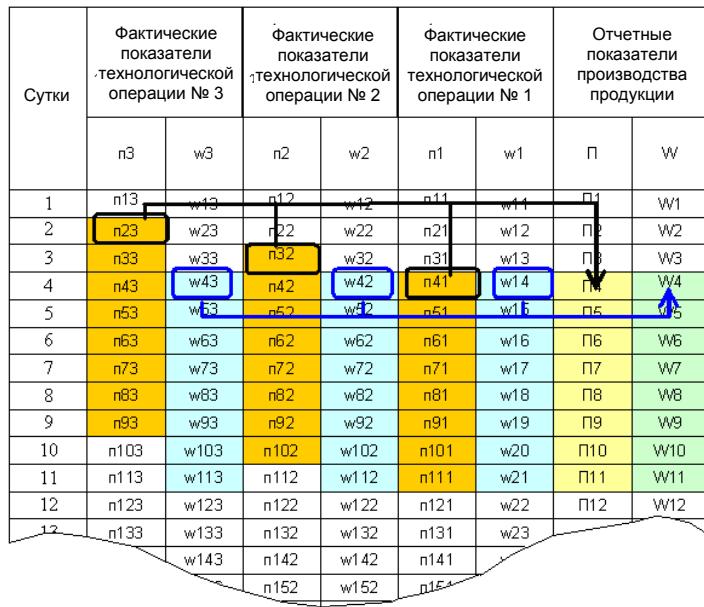


Рис. 3. Взаимосвязи между отчетными и фактическими показателями производства продукции моделируемого ПП

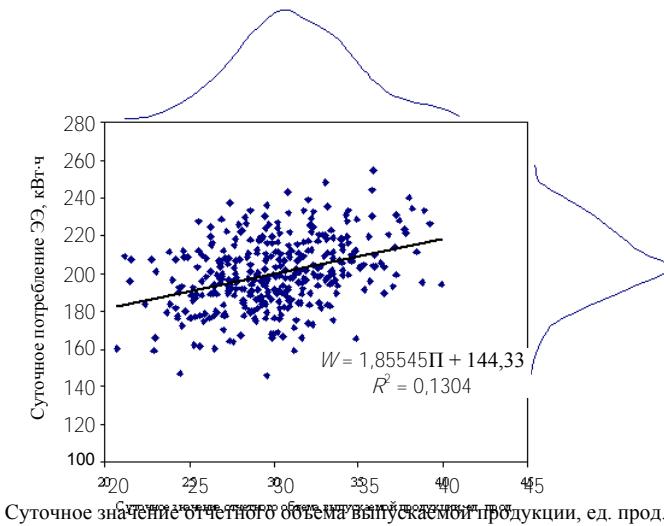


Рис. 4. Построение модели потребления ЭЭ методом наименьших квадратов

Как видно из рисунка, удельный технологический расход ЭЭ, определенный рассматриваемым методом, составил $W_{уд.техн} = 5,072 \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{ед.}$, т. е. погрешность равна 1,4 %, а постоянная составляющая потребления ЭЭ $W_{пост} = 48,75 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ и соответствующая погрешность – 2,5 %.

Модели потребления ЭЭ ПП используются в основном для прогноза потребления ЭЭ, поэтому целесообразно проверить статистическую значимость полученных параметров модели и ее прогнозирующую способность. В качестве периода прогнозирования принят промежуток в 30 дней,

поскольку для большинства ПП характерна ежемесячная отчетность по использованию топливно-энергетических ресурсов. Фактические месячные значения электропотребления и объемов выпускаемой продукции получим, суммируя соответствующие параметры за периоды по 30 дней.

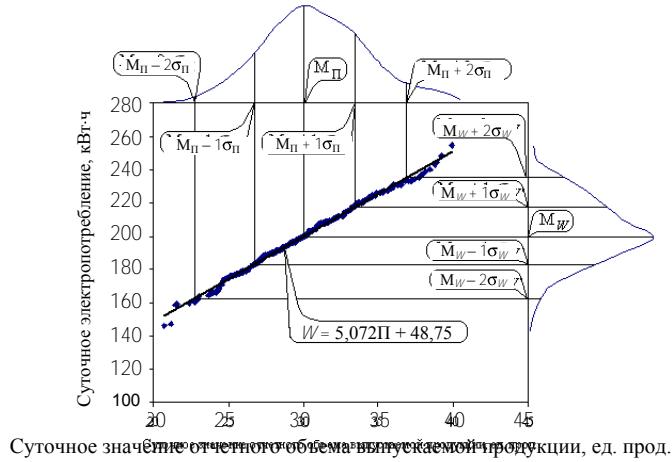


Рис. 5. Построение модели потребления ЭЭ с использованием параметров законов распределения объемов выпускаемой продукции и расхода электрической энергии

Перед тем как приступать к проверке статистической значимости полученных параметров модели, необходимо проверить нормальность распределения ошибки полученной модели. На рис. 6 представлены фактические месячные данные потребления ЭЭ и отчетных объемов выпускаемой продукции, а также модели потребления ЭЭ, полученные прямым применением метода наименьших квадратов и с использованием параметров законов распределения потребления ЭЭ и объемов выпускаемой продукции.

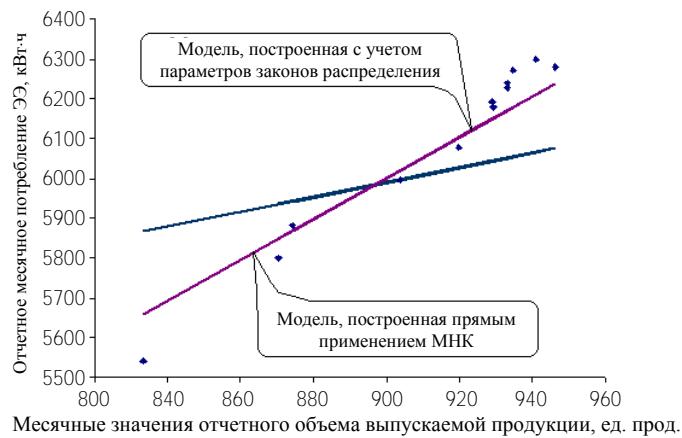


Рис. 6. Фактические и прогнозные, по двум моделям электропотребления, значения месячного электропотребления

Как видно из рисунка, модель электропотребления, построенная прямым применением МНК, в меньшей степени соответствует фактическим данным при прогнозе, чем модель, полученная с учетом законов распределения.

ления потребления ЭЭ и объемов выпускаемой продукции. На рис. 7 представлена динамика погрешностей обеих моделей, откуда видно, что погрешность модели, полученной с учетом законов распределения, не превышает 2 %.

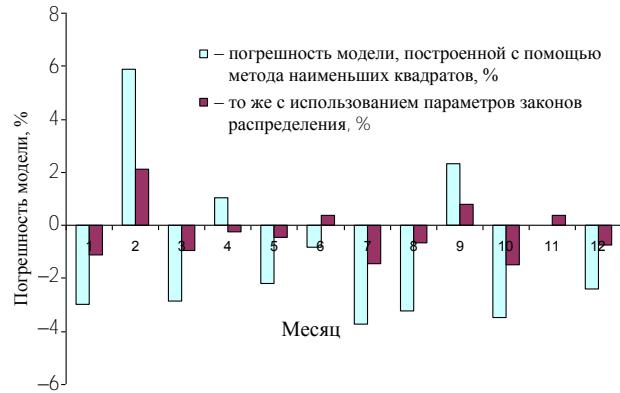


Рис. 7. Динамика погрешностей моделей при прогнозе ^{месяц} месячного потребления ЭЭ

Поскольку объем статистической информации по погрешности модели составляет 12 значений, то нормальность распределения ошибки модели потребления ЭЭ, построенной с использованием параметров распределения потребления электроэнергии и объемов выпускаемой продукции, будем проверять с использованием непараметрического критерия согласия Колмагорова – Смирнова. Проверка соответствия фактического и теоретического распределения по этому критерию производится на основе статистики

$$\hat{D} = \frac{\max |F_{\text{факт}} - F_{\text{теор}}|}{n}, \quad (14)$$

где $F_{\text{факт}}$ – функция накопленной частоты фактического распределения (количество попаданий погрешности в определенный интервал); $F_{\text{теор}}$ – то же теоретического распределения; n – объем выборки.

Вычисленные по выражению (14) значения сравнивают с критическими, которые при объеме выборки менее 35 значений определяют по таблицам [4] с учетом принятого уровня надежности $(1 - \alpha)$ и объема выборки. Уровень надежности $(1 - \alpha)$ обычно принимают равным 0,95. Наблюданное значение отклонения фактического распределения от теоретического признается значимым, если оно достигает табличного или превосходит его. Рассчитанное значение \hat{D} по (14) составило 0,151 при табличном 0,375, это подтверждает, что наблюдаемый закон распределения ошибки модели не противоречит нормальному на 5%-м уровне значимости. Внешний вид распределения ошибки модели и сравнение его с нормальным представлены на рис. 8.

Поскольку погрешность модели потребления ЭЭ ПП, построенная с использованием параметров законов распределения потребления ЭЭ и объе-

мов выпускаемой продукции, распределена нормально, для проверки значимости параметров модели может быть использован t -критерий Стьюдента. Значимость коэффициентов линейной регрессии определяют с помощью t -критерия Стьюдента, например для коэффициента $W_{уд.техн}$:

$$t_{W_{уд.техн}} = \left| W_{уд.техн} \right| \sqrt{\frac{\sum (\Pi - \bar{\Pi})^2}{n-2 \cdot \frac{\sum W - W_{mod}}{\sum W^2}}}, \quad (15)$$

где $\bar{\Pi}$ – среднеарифметическое значение объема выпускаемой продукции, ед. прод.; W – фактическое значение электропотребления, кВт·ч; W_{mod} – прогнозное потребление ЭЭ, кВт·ч.

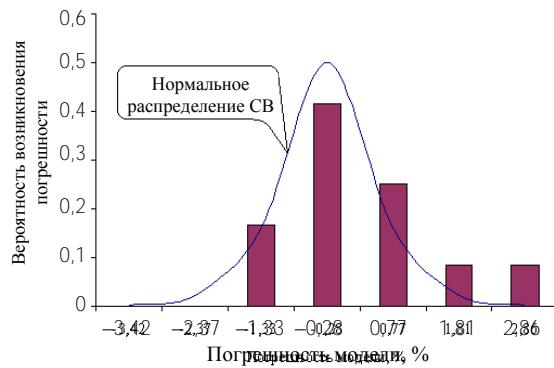


Рис. 8. Закон распределения погрешности модели потребления ЭЭ ПП

Вычисленные по выражению (15) значения сравнивают с критическими, которые определяются по таблице Стьюдента [4] с учетом принятого уровня надежности $(1 - \alpha)$ и объема выборки. Параметр признается значимым (существенным) при условии, если $t_{расч} > t_{табл}$. В таком случае практически невероятно, что найденное значение коэффициента регрессии обусловлено только случайными совпадениями. При проверке значимости найденных параметров модели потребления ЭЭ расчетное значение коэффициента Стьюдента составило 9,232, при табличном – 2,201, что подтверждает статистическую значимость полученных параметров модели.

ВЫВОДЫ

1. Проанализирована закономерность формирования потребления электроэнергии для ПП с технологическим процессом с неоднозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным объемом выпускаемой продукции и выявлена невозможность использования прямого применения МНК к моделированию потребления ЭЭ таких предприятий.

2. Предложен способ построения моделей потребления ЭЭ для ПП с технологическим процессом с неоднозначной взаимосвязью между потреблением ЭЭ и отчетным объемом выпускаемой продукции, отличаю-

щийся сопоставлением законов распределения потребления ЭЭ и воздействующих факторов (объем выпускаемой продукции) и позволяющий достоверно определять удельный технологический расход ЭЭ и постоянную составляющую потребления электроэнергии.

3. Проведена верификация предложенного метода с помощью опытов Монте-Карло. Установлено, что погрешность определения удельного технологического расхода ЭЭ составила 1,4 %, а постоянной составляющей потребления электроэнергии – 2,5 %. Погрешность модели при прогнозе месячного потребления ЭЭ не превышает 2 %.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Токачакова, Н. В. Разработка математических моделей режимов электропотребления промышленных потребителей на примере предприятий транспорта нефти / Н. В. Токачакова, Д. Р. Мороз // Вестн. Гом. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – № 1. – С. 71–84.
2. Олейников, В. К. Анализ и управление электропотреблением на металлургических предприятиях: учеб. пособие / В. К. Олейников, Г. В. Никифоров. – Магнитогорск: МГТУ им. Г. И. Носова, 1999. – 219 с.
3. Бородич, С. А. Вводный курс эконометрики: учеб. пособие / С. А. Бородич. – Минск: БГУ, 2000. – 354 с.
4. Закс, Л. Статистическое оценивание / Л. Закс; пер. В. Н. Варыгина; под ред. Ю. П. Адлера, В. Г. Горского. – М.: Статистика, 1976. – 597 с.
5. Токачакова, Н. В. Способы построения расчетно-статистических моделей электропотребления промышленных потребителей / Н. В. Токачакова, Д. Р. Мороз // Вестн. Гом. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – № 2. – С. 37–46.

Представлена кафедрой
электроснабжения

Поступила 5.05.2007