Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Интеллектуальные системы»

В.М. Зайцев

СИСТЕМОТЕХНИКА И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ МИКРОСИСТЕМ

Методическое пособие
по выполнению практических работ
для студентов специальности 1-55 01 02
«Интегральные сенсорные системы»

Минск 2005

УДК 681.586 (075.8)
ББК 32.965я7
З 17

Рецензенты:
В.М. Колешко, Ю.Д. Корякин

Зайцев, В.М.

З 17 Системотехника и системный анализ микросистем: метод. пособие по выполнению практических работ для студ. спец. 1-55 01 02 «Интегральные сенсорные системы» / В.М. Зайцев. – Мн.: БНТУ, 2005. – 50 с.

ISBN 985-479-148-3.

Методическое пособие предназначено для оказания помощи студентам в освоении методологических приемов решения задач системотехники и системного анализа микросистем. В пособии содержатся практические задания и методические рекомендации, которые обеспечивают формирование у будущих специалистов определенного системно-математического базиса, изучение ими методов синтеза графов реализации и взаимодействия системных процессов, освоение приемов построения конструктивных моделей систем с конечным множеством дискретных состояний и приемов создания вероятностно-статистических моделей.

УДК 681.586(075.8)
ББК 32.965я7

ISBN 985-479-148-3

СОДЕРЖАНИЕ

В в е д е н и е

Теоретическая дисциплина «Системотехника и системный анализ микросистем» ориентирована на формирование у студентов единого системного подхода к практическому решению задач анализа и синтеза систем различного класса. Указанная дисциплина базируется на ряде специальных разделов математики и насыщена многообразными методическими приемами, позволяющими получать прагматические результаты системных исследований. Как показывает опыт решения задач системотехники и системного анализа, помимо общетеоретической подготовки будущие специалисты должны освоить указанные методические приемы и приобрести навыки оценки допустимости их применения в конкретных ситуациях. Эту цель преследует настоящее методическое пособие по практическому решению важнейших системных задач.

Пособие включает пять практических работ и приложение.

В первой из них приведены задания и даны рекомендации по освоению специальных разделов математики, применяемых при практическом решении задач системотехники и системного анализа. Освоение этой информации обязательно, поскольку независимо от исходной математической подготовки студентов им необходимо приобрести определенные специфические знания и сформировать исходный системно-математический базис. Вторая работа содержит задания и методику решения задач синтеза графов реализации и взаимодействия системных процессов для стохастических систем с множеством дискретных состояний. На основе указанных графов осуществляется построение конструктивных аналитических моделей стохастических систем, задания и рекомендации по практической реализации которых даны в третьей работе пособия. Четвертая практическая работа содержит задания и методы исследования систем с применением аппарата теории массового обслуживания. Для систем высокой размерности, а также для систем со сложными функциональными связями между процессами наиболее результативным исследовательским приемом является построение вероятностно-статистических моделей. Задания и рекомендации по этим вопросам приведены в пятой работе. В приложении содержатся постановки задач системотехники и системного анализа применительно к конкретным типам микросистем. На основе этих постановок иллюстрируется применение различных методов и приемов получения прагматических параметров и характеристик исследуемых систем. В конце пособия приводится перечень рекомендуемой литературы.

Практическая работа № 1

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО БАЗИСА ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СИСТЕМОТЕХНИКИ И СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Цель работы: освоение методов практического применения положений теории множеств, теории графов, а также элементов теории вероятностей, теории линейных дифференциальных и алгебраических уравнений в решении задач системотехники и системного анализа.

Работа рассчитана на два академических часа.

1.1. Задание на проведение практической работы

1.1.1.Освоение методов практического применения положений теории множеств производится путем спецификации отдельных дискретных состояний и построения множеств возможных состояний для одного из типов систем, лингвистические описания которых приведены в постановках задач 1-3 приложения. Тип исследуемой системы определяет преподаватель.

1.1.2. Освоение методов практического применения положений теории графов производится путем синтеза графов реализации и взаимодействия системных процессов по следующим матрицам смежности системных процессов:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} \quad \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix} \quad \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

1.1.3. Освоение методов практического применения элементов теории вероятностей осуществляется путем построения законов распределения интервалов времени между случайными системными событиями для следующих вариантов стационарных потоков событий:

– простейших (пуассоновских) потоков с интенсивностями 3, 7, 10;

– эрланговских потоков с параметрами (3; 0), (7; 3), (10; 6), при этом первый параметр определяет интенсивность потока, а второй – порядок потока;

– рекуррентных потоков с нормальными законами распределения интервалов времени и параметрами (8; 10), (3; 2), (7; 1),при этом первый параметр определяет математическое ожидание, а второй – средне-квадратическое отклонение интервала времени.

1.1.4. Освоение вопросов практического применения элементов теории линейных дифференциальных и алгебраических уравнений производится путем решения операторным методом следующей системы уравнений:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\cdot L_1 + L_2\cdot\left[P_2(t)+P_3(t)+P_4(t)+P_5(t)\right];$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -P_2(t)\cdot(L_2+3L_3)+L_1\cdot P_1(t)+L_4\cdot P_3(t);$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = -P_3(t)\cdot(L_2+2L_3+L_4)+3L_3\cdot P_2(t)+2L_4\cdot P_4(t);$$

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = -P_4(t)\cdot(L_2+L_3+2L_4)+2L_3\cdot P_3(t)+3L_4\cdot P_5(t);$$

$$\frac{dP_5(t)}{dt} = -P_5(t)(L_2+3L_4)+L_3P_4(t);$$

$$\sum_{i=1}^{5} P_i(t) = 1\,.$$

Параметры системы задает преподаватель.

1.2. Методические рекомендации

1.2.1. Под состоянием системы здесь и далее будем понимать определенное внешне различимое или инструментально различимое положение ее компонентов и подсистем, которое характеризуется набором конкретных параметров, связанных с целенаправленной переработкой вещества, энергии или информации.

Под событием будем понимать свершившийся факт, связанный с изменением положения системных компонентов или подсистем, а также с изменением параметров целенаправленной переработки вещества, энергии или информации.

1.2.2. Для освоения понятий, законов и операций теории множеств необходимо ознакомление с соответствующими разделами монографий [6, 11].

1.2.3. Приложение теории графов к описанию структур систем и системных процессов подробно изложено в литературе [1, 8, 12].

1.2.4. Для освоения положений теории вероятностей, статистических методов и теории случайных потоков целесообразно ознакомление с соответствующими разделами учебников [2, 3, 4, 10].

1.2.5. Различные приемы решения систем линейных дифференциальных и алгебраических уравнений представлены в справочнике [5].

1.3. Порядок выполнения работы

1. По указанию преподавателя для одного из вариантов систем специфицировать все ее возможные состояния и построить множество состояний системных процессов.
2. По матрицам смежности синтезировать графы реализации и взаимодействия системных процессов.
3. Построить функции распределения интервалов времени между случайными событиями для требуемых вариантов стационарных потоков системных событий.
4. Провести решение системы дифференциальных уравнений операторным методом для значений параметров, заданных преподавателем.
5. Составить отчет.

1.4. Контрольные вопросы

1. Что такое множество и какие типы множеств используются в системном анализе?
2. Какие операции определены на множествах?
3. Как формулируются основные законы теории множеств?
4. Что такое граф?
5. Как синтезируются графы по матрицам смежности и по матрицам инциденций?
6. Какие важнейшие законы распределения случайных величин применяются в системном анализе?
7. Каковы особенности усеченных законов распределения?
8. Как классифицируются потоки случайных событий?
9. Какова последовательность решения систем линейных дифференциальных уравнений с помощью операторного метода?

Практическая работа № 2

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ СИНТЕЗА ГРАФОВ РЕАЛИЗАЦИИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СИСТЕМНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ СИСТЕМ С МНОЖЕСТВОМ ДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ

Цель работы: освоение практической методики синтеза графов реализации и взаимодействия системных процессов для систем с множеством дискретных состояний.

Работа рассчитана на четыре академических часа.

2.1. Задание на проведение практической работы

Построить графы реализации и взаимодействия системных процессов для систем с множеством дискретных состояний, лингвистические описания которых приведены в постановках задач 1-3 приложения.

2.2. Методические рекомендации

2.2.1. Обширный класс реальных систем допускает выделение конечного (счетного) или бесконечного множества дискретных состояний, которые образуют функционально полный набор возможных состояний системы. Функционально полный набор возможных состояний системы отличается тем свойством, что суммарная вероятность нахождения системы в этих состояниях равна 1. Допустим, что выделено множество возможных состояний системы $H = \{h_i\}, i = \overline{1,K}$, Card $H = K$, а $\{P_i(t)\}$, $i = \overline{1,K}$ - вероятности нахождения системы в момент времени t в состояниях $\{h_i\}, i = \overline{1,K}$. Набор возможных состояний будет функционально полным, если для любого момента времени *t* будет выполняться равенство

$$\sum_{i=1}^{K} P_i(t) = 1.$$

2.2.2. Построение функционально полного набора дискретных состояний реальной системы позволяет определить ее возможные переходы из одних состояний в другие под действием внешних и внутренних системных процессов. В результате возникают предпосылки синтеза ориентированного графа, который отражает общую динамику функционирования системы и схему изменения ее возможных состояний.

Синтез ориентированных графов реализации и взаимодействия системных процессов для систем с множеством дискретных состояний является важнейшей задачей системотехники.

2.2.3. Уровень детализации возможных состояний системы определяет размерность будущего графа, а следовательно и всех системных уравнений. Желание разработчика подробно специфицировать все детали и особенности функционирования системы неминуемо сопровождается ростом размерности. Разумная граница детализации должна определяться целями системного исследования.

2.2.4. Общая методика решения задач синтеза графов реализации и взаимодействия системных процессов для систем с множеством дискретных состояний предполагает выполнение следующих этапов [4]:

– специфицировать возможные дискретные состояния в соответствии с целями системного исследования и построить функционально полный набор состояний;

– для каждого возможного состояния системы специфицировать процессы и события, под действием которых система может переходить в другие состояния;

– построить граф реализации и взаимодействия процессов путем замыкания для каждого возможного состояния системы дуг переходов в другие состояния;

– верифицировать граф, т.е. провести проверку в целях установления истинности синтезированного графа.

2.2.5. Пример. Для практического освоения методики рассмотрим синтез графа для задачи 1, постановка которой приведена в приложении.

Изучение постановки задачи позволяет специфицировать следующие состояния системы:

1 – в зоне ответственности системы отсутствуют объекты, подлежащие взятию под контроль;

2 – в зону ответственности системы поступил объект, подлежащий взятию под контроль, но ни по одной из координат такое взятие не произошло;

3 – в зоне ответственности системы находится объект, подлежащий взятию под контроль, и по одной из координат такой контроль установлен;

4 – в зоне ответственности системы находится объект, подлежащий взятию под контроль, и по двум координатам такой контроль установлен;

5 – в зоне ответственности системы находится объект, подлежащий взятию под контроль, и по трем координатам такой контроль установлен.

В рамках постановки задачи выделить какие-либо другие функциональные состояния системы невозможно. В силу этого набор выделенных состояний предварительно принимается функционально полным.

Спецификация процессов и событий, которые могут привести систему к изменению состояний, позволяет установить следующее.

Состояние 1 допускает сохранение этого состояния или переход в состояние 2, если в зону ответственности поступает объект, подлежащий взятию под контроль.

Состояние 2 допускает сохранение этого состояния или переход:

– в состояние 1, если объект покинул зону ответственности, а ни по одной из координат контроль установлен не был;

– в состояние 3, если объект не успел покинуть зону ответственности и был взят под контроль по одной из координат (так как потоки ординарные, вероятность одновременного взятия объекта под контроль по нескольким координатам близка к нулю).

Состояние 3 допускает сохранение этого состояния или переход:

– в состояние 1, если объект покинул зону ответственности, при этом по второй координате он не был взят под контроль и не произошла потеря контроля по первой координате;

– в состояние 2, если объект не успел покинуть зону ответственности, при этом по второй координате он не был взят на контроль, но произошла потеря контроля по первой координате;

– в состояние 4, если объект не успел покинуть зону ответственности и произошло взятие под контоль по двум координатам.

Состояние 4 допускает сохранение этого состояния или переход:

– в состояние 1, если объект покинул зону ответственности, при этом по третьей координате он не был взят под контроль и не произошла потеря контроля ни по одной из двух координат;

– в состояние 3, если объект не успел покинуть зону ответственности, при этом по третьей координате он не был взят на контроль, но произошла потеря контроля по одной из двух координат;

– в состояние 5, если объект не успел покинуть зону ответственности и произошло взятие под контроль по третьей координате.

Состояние 5 допускает сохранение этого состояния или переход:

– в состояние 1, если объект покинул зону ответственности, при этом не произошла потеря контроля ни по одной координате;

– в состояние 4, если объект не успел покинуть зону ответственности, но произошла потеря контроля на одной из трех координат (так как в соответствии с постановкой задачи потоки ординарные, то вероятность потери контроля одновременно по нескольким координатам близка к нулю).

В рамках постановки задачи выделить какие-либо другие функциональные процессы и события, которые могут привести к изменениям состояний системы, не представляется возможным.

Отображая возможные состояния системы в виде вершин графа, а возможные переходы в виде дуг графа, получаем следующее графическое отображение реализации и взаимодействия системных процессов(рис 2.1).

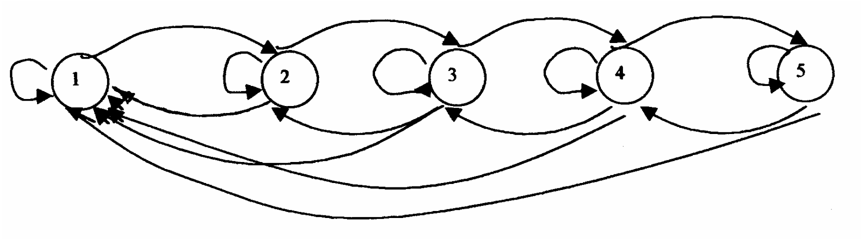

Рис 2.1

Проведение проверок графа связано с попытками синтеза других возможных состояний системы, а также поиска других возможных переходов системы из одних состояний в другие. Дополнительный анализ постановки задачи показывает, что набор возможных состояний системы действительно является функционально полным. Переходы иного типа, чем отображены в графе, не возможны или маловероятны, если базироваться на ординарности потоков событий.

2.3. Порядок выполнения работы

1. По каждой системе, подлежащей анализу, специфицировать все ее возможные состояния и построить множество состояний системных процессов.
2. По каждой системе, подлежащей анализу, специфицировать все возможные переходы между состояниями процессов.
3. Для каждой из заданных систем синтезировать графы реализации и взаимодействия процессов.
4. Составить отчет.

2.4. Контрольные вопросы

1. Как специфицируются возможные состояния системы?
2. Как специфицируются возможные переходы системы из одних состояний в другие?
3. Как синтезируются графы реализации и взаимодействия системных процессов?

Практическая работа № 3

ПОСТРОЕНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ МНОЖЕСТВОМ ДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ

Цель работы: освоение методов построения конструктивных моделей для стохастических систем с конечным множеством дискретных состояний.

Работа рассчитана на четыре академических часа.

3.1. Задание на проведение практической работы

Осуществить построение конструктивных моделей стохастических систем, лингвистическое описание которых приведено в задачах 1-3 приложения. Выбор исследуемой системы и задание параметров осуществляет преподаватель.

3.2. Методические рекомендации

3.2.1. Системный анализ предполагает, что в соответствии с принципом моделируемости сложных объектов и явлений реального мира для изучения конкретных свойств определенной системы может быть применена ее модель. Под моделью понимается вспомогательное средство, которое для достижения конкретных целей заменяет сложный объект или явление реального мира.

3.2.2. Схема системного анализа требует последовательного перехода от общесистемной модели функционирования к системной модели, а от системной – к конструктивной. Именно конструктивная модель системы позволяет получить желаемые прагматические параметры и характеристики.

3.2.3. Значительное множество систем при изучении может быть заменено линейными стохастическими моделями с конечным множеством дискретных состояний и с простейшими потоками [8].

Для подобных систем существуют регулярные методы построения аналитических конструктивных моделей, которые описывают динамику реализации и взаимодействия системных процессов и позволяют оценить интерактивные свойства системы. Синтез аналитических конструктивных моделей заключается в построении базовых уравнений, последующее решение которых позволяет получить вероятности нахождения системы в отдельных состояниях как для нестационарного, так и для стационарного режима функционирования.

Знание вероятностей нахождения системы в отдельных состояниях создает основу для определения различных прагматических параметров и характеристик.

3.2.4. Первым этапом построения конструктивной модели системы с конечным множеством дискретных состояний является синтез графа реализации и взаимодействия системных процессов.

Методика решения этих задач рассмотрена в работе 2 настоящего пособия, поэтому будем полагать, что для некоторой системы в соответствии с постановкой задачи граф реализации и взаимодействия системных процессов построен. Кроме того, будем полагать, что в такой системе граф G задан множеством вершин $H=\{h_i\},\ i=\overline{1,K}$ и множеством дуг $D=\{d_j\},\ j=\overline{1,M}$.

3.2.5. Поскольку каждая дуга d_j графа отображает возможный переход системы из некоторого состояния h_{i1} в некоторое состояние h_{i2} под воздействием определенного потока событий, то все дуги графа предварительно необходимо нагрузить интенсивностями соответствующих потоков событий $\{L_j\},\ j=\overline{1,M}$.

Указанные интенсивности потоков событий устанавливаются по результатам анализа постановок задач и сводятся в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Номер дуги	1	2	3	…	M
Номера инцидентных узлов	$h_{i1}\ h_{i2}$	$H_{i3}\ h_{i4}$	$h_{i5}\ h_{i6}$		….
Интенсивности потоков событий (c^{-1})	L_1	L_2	L_3	….	L_M

3.2.6. Рассмотрим фрагмент графа реализации и взаимодействия системных процессов с некоторым состоянием h_i (рис. 3.1).

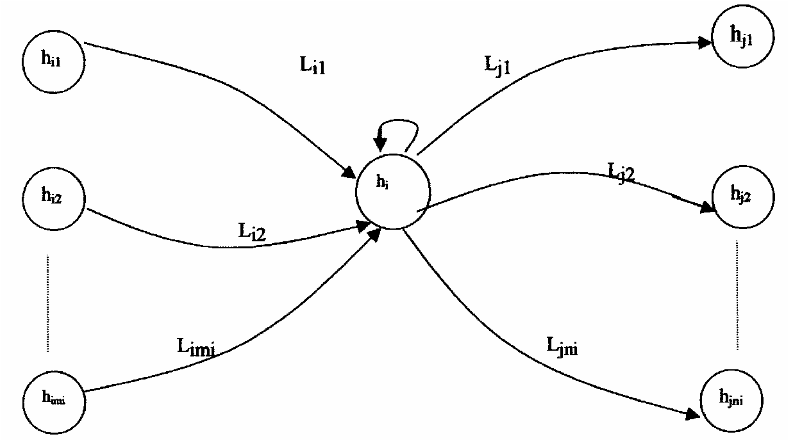

Рис. 3.1

Предположим, что в состояние h_i возможен переход из некоторых состояний h_{i1}, h_{i2}, …, h_{imi} под действием потоков событий с интенсивностями L_{i1}, L_{i2}, …, L_{imi} соответственно. Кроме того, будем полагать, что из состояния h_i возможен переход в некоторые состояния h_{j1}, h_{j2}, …, h_{jni} под действием потоков событий с интенсивностями L_{j1}, L_{j2}, …, L_{jni} соответственно. Предполагается, что все потоки событий являются простейшими.

3.2.7. Для всех состояний могут быть построены следующие дифференциальные уравнения, образующие систему:

$$\left\{\frac{dP_{h_i}(t)}{dt} = -P_{hi}(t) \cdot \sum_{k=1}^{n_i} Lj_k + \sum_{k=1}^{m_i} P_{i_k}(t) \cdot L_{i_k}\right\}, i = \overline{1,K}.$$

Так как возможные состояния системы образуют функционально полный набор, то эта система должна быть дополнена нормирующим уравнением:

$$\sum_{i=1}^{K} P_{h_i}(t) = 1.$$

3.2.8. Система дифференциальных уравнений совместно с нормирующим уравнением образует аналитическую конструктивную модель.

Существует более простое правило практического составления дифференциальных уравнений на основе графа реализации и взаимодействия системных процессов [4]: производная вероятности нахождения системы в любом состоянии равна сумме произведений интенсивностей потоков и соответствующих вероятностей нахождения системы в состояниях, из которых возможен переход в рассматриваемое состояние под воздействием этих потоков, при этом сумма должна быть уменьшена на величину произведения вероятности нахождения системы в рассматриваемом состоянии и суммы интенсивностей потоков, переводящих систему из рассматриваемого состояния в другие состояния.

3.2.9. Решение системы дифференциальных уравнений совместно с нормирующим уравнением дает вероятности нахождения системы в возможных состояниях для неустановившегося режима функционирования.

Для решения систем линейных алгебраических уравнений целесообразно использовать операторный метод или численные методы (прежде всего, метод Эйлера и метод Рунге – Кутта) [5]. Решение осуществляется для диапазона значений t от 0 до $t_{\max} = 3 \cdots 5 \frac{1}{L}$, где $L = \min\{Lj\}, j = \overline{1, \mathrm{M}}$. В результате строятся таблицы функций $\{Pi(t)\}, i = \overline{1, \mathrm{K}}$, которые соответствуют вероятностям нахождения исследуемой системы в различных состояниях для нестационарного режима функционирования.

При $t \to \infty$ под действием стационарных потоков событий система переходит в стационарный режим, когда все вероятности перестают зависеть от времени, а производные от них обращаются в нуль.

Стационарному режиму соответствует система линейных алгебраических уравнений вида

$$\left\{ \begin{array}{l} -P_{h_i} \cdot \sum\limits_{k=1}^{n_i} L_{j_k} + \sum\limits_{k=1}^{m_i} P_{i_k} \cdot L_{i_k} = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{K} P_{h_i} = 1 \end{array} \right\}, i = \overline{1, K}.$$

Решение соответствует значениям финальных вероятностей пребывания системы в различных состояниях для стационарного режима функционирования.

Следует отметить, что для получения решения системы линейных алгебраических уравнений одно из уравнений с нулевой правой частью должно быть заменено на нормирующее уравнение.

Для решения систем линейных алгебраических уравнений может быть использован любой численный метод, например метод Гаусса, метод итераций или метод скорейшего спуска [5].

3.2.10. Пример. Рассмотрим практическое применение методики в решении задачи 1, постановка которой приведена в приложении.

Ранее был построен граф реализации и взаимодействия системных процессов, который представлен в практической работе № 2.

Осуществим нагрузку дуг графа интенсивностями системных потоков, для чего составим табл. 3.2.

Таблица 3.2

Номер дуги	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Номера инцидентных узлов	1,2	2,1	2,3	3,2	3,4	4,3	4,5	5,4	3,1	4,1	5,1
Интенсивности потоков событий (c^{-1})	L_1	L_2	$3L_3$	L_4	$2L_3$	$2L_4$	L_3	$3L_4$	L_2	L_2	L_2

В табл. 3.1. $L_1 = L_{об.} c^{-1}$; $L_2 = \overline{T}_з^{-1}$; $L_3 = \overline{T}_{об.}^{-1}$; $L_4 = \overline{T}_K^{-1}$.

В состоянии 2 действует утроенный поток взятия объекта под контроль, а в состоянии 3 – удвоенный поток взятия объекта под контроль, что обусловлено параллельной работой трактов. Это относится и к состояниям 5, 4 по потокам потери контроля над объектом.

Построим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t) \cdot L_1 + L_2 \cdot \left[P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) + P_5(t)\right];$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -P_2(t) \cdot (L_2 + 3L_3) + L_1 \cdot P_1(t) + L_4 \cdot P_3(t);$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = -P_3(t) \cdot (L_2 + 2L_3 + L_4) + 3L_3 \cdot P_2(t) + 2L_4 \cdot P_4(t);$$

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = -P_4(t) \cdot (L_2 + L_3 + 2L_4) + 2L_3 \cdot P_3(t) + 3L_4 \cdot P_5(t);$$

$$\frac{dP_5(t)}{dt} = -P_5(t)(L_2 + 3L_4) + L_3 P_4(t);$$

$$\sum_{i=1}^{5} P_i(t) = 1 \cdot$$

Для стационарного режима функционирования получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -L_1 P_1 + L_2 \left(P_2 + P_3 + P_4 + P_5\right) = 0 \\ -\left(L_2 + 3L_3\right) P_2 + L_1 P_1 + L_4 P_3 = 0 \\ -\left(L_2 + 2L_3 + L_4\right) P_3 + 3L_3 P_2 + 2L_4 P_4 = 0 \\ -\left(L_2 + L_3 + 2L_4\right) P_4 + 2L_3 P_3 + 3L_4 P_5 = 0 \\ -\left(L_2 + 3L_4\right) P_5 + L_3 P_4 = 0 \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1 \cdot \end{cases}$$

Для решения системы одно из уравнений с нулевой правой частью должно быть удалено.

По условию задачи вероятность бесконтрольного нахождения объекта в зоне ответственности будет равнозначна вероятности пребывания системы в состоянии 2, т.е. ее значение соответствует Р2.

3.3. Порядок выполнения работы

1. Для заданной системы построить граф реализации и взаимодействия системных процессов.

2. По графу составить систему дифференциальных уравнений, описывающих нестационарный режим работы системы.

3. На основании системы дифференциальных уравнений перейти к системе линейных алгебраических уравнений, которые соответствуют стационарному режиму функционирования.

4. Произвести решение требуемой системы уравнений и определить прагматические системные параметры, которые задает преподаватель.

5. Составить отчет.

3.4. Контрольные вопросы

1. Как составляются дифференциальные уравнения относительно вероятностей нахождения системы в определенных состояниях?

2. Какому режиму функционирования системы соответствуют дифференциальные уравнения?

3. Каким образом осуществляется переход от дифференциальных уравнений к линейным алгебраическим уравнениям?

4. Какому режиму функционирования системы соответствуют линейные алгебраические уравнения относительно вероятностей нахождения системы в различных состояниях?

Практическая работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ АППАРАТА ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Цель работы: освоение методов исследования стохастических систем с применением аппарата теории массового обслуживания.

Работа рассчитана на четыре академических часа.

4.1. Задание на проведение практической работы

Исследовать с использованием аппарата теории массового обслуживания поведение одной из стохастических систем, лингвистическое описание которых приведено в постановках задач 4-6 приложения.

Выбор системы и задание исходных параметров осуществляет преподаватель.

4.2. Методические рекомендации

4.2.1. Среди множества разнообразных стохастических систем выделяется категория, которая включает системы, ориентированные на массовую обработку потоков входных запросов. На запросы, поступающие в такую систему со стороны ее технических средств, действуют потоки обработки. В зависимости от назначения и физической природы системы запросы могут представлять собой кванты вещества, энергии или информации. Подобная категория систем получила название систем массового обслуживания [2, 4, 10].

4.2.2. Различают однопоточные и многопоточные системы. В однопоточной системе на ее вход воздействует один поток однородных запросов. В зависимости от характера распределения интервалов времени между соседними запросами выделяют одиночные потоки следующих типов: D – детерминированные; G – произвольные; GI – рекуррентные; $E^{(k)}$ – эрланговские; M – пуассоновские или простейшие. В многопоточных системах на их входы воздействуют группы потоков, при этом в каждом отдельном потоке запросы по своей системной сущности однородны. Если в группе действует N различных потоков, то в зависимости от характера распределения интервалов времени между соседними запросами отдельных потоков выделяют группы потоков типа $D_N, G_N, GI_N, E_N^{(k)}, M_N$.

4.2.3. В зависимости от количества каналов обслуживания, которые образованы техническими средствами системы, различают одноканальные и многоканальные системы. Каналы обеспечивают обработку запросов, или, другими словами, формируют потоки обслуживания. Характер распределения времени обработки запросов определяет характер потока или потоков обслуживания. Для одноканальных систем выделяют потоки обслуживания D, G, GI, $E^{(k)}$, M. Для многоканальных систем выделяют потоки обслуживания типа $D_K, GI_K, E_K^{(k)}, M_K$, где К – количество каналов обслуживания.

Система массового обслуживания может быть однопоточной и одноканальной, однопоточной и многоканальной, многопоточной и одноканальной, многопоточной и многоканальной.

4.2.4. Различают системы массового обслуживания с отказами, с ожиданием и системы смешанного типа.

В системах с отказами запрос, поступающий в систему и заставший все каналы обработки занятыми, теряется или покидает систему без обработки.

В системах с ожиданием запрос, поступивший в систему и заставший все каналы обработки занятыми, размещается в очереди. Для организации очередей применяют различного рода буферные накопители для временного хранения запросов. Теоретически этот тип систем должен обеспечивать хранение бесконечной очереди запросов.

Реальные системы с ожиданием относятся к системам смешанного типа, с ожиданием и отказами. Это обусловлено конечным объемом буферных накопителей, которые могут иметь достаточно большое, но конечное количество R зон для хранения запросов.

Запросы, поступившие в систему и заставшие занятыми все K каналов обработки и все R зон для хранения запросов очереди, теряются или уходят из системы без обработки.

4.2.5. Системы массового обслуживания с ожиданием и системы смешанного типа с ожиданием и с отказами в зависимости от дисциплины выборки запросов из очереди для обслуживания подразделяются на следующие виды:

– системы с дисциплиной обслуживания «первый пришел – первый обслужился»;

– системы с дисциплиной обслуживания «первый пришел – последний обслужился»;

– системы со случайной дисциплиной выборки запросов на обслуживание;

– системы с выборкой запросов из очереди по относительным приоритетам без прерывания обработки менее приоритетных запросов;

– системы с выборкой запросов из очереди по абсолютным приоритетам с прерыванием обработки менее приоритетных запросов и с их последующим дообслуживанием;

– системы со смешанными дисциплинами обслуживания.

4.2.6. Для обозначения конкретного типа системы массового обслуживания применяют четырехместные кортежи [2]:

<Типы и количество входных потоков запросов>	<Типы и количество потоков обслуживания>	<Количество каналов обслуживания>	<Длина очереди>

Например, $GI_N \mid M \mid 1 \mid R$ обозначает систему массового обслуживания многопоточного типа, при этом входные потоки рекуррентные и образуют группу из N составляющих, поток обслуживания является простейшим, система одноканальная и имеет очередь, рассчитанную на R входных запросов. $M \mid G_N \mid N \mid 0$ обозначает систему массового обслуживания с простейшим потоком входных запросов, система имеет N каналов обслуживания, потоки обслуживания произвольные, система является системой с отказами.

4.2.7. К важнейшим задачам теории массового обслуживания относятся задачи следующего типа:

– определение вероятностей свободного состояния систем различного типа;

– определение вероятностей потери запросов или их ухода из систем без обслуживания;

– определение среднего времени ожидания запросов в очередях систем различного типа;

– определение средней длины очередей в системах различного типа.

4.2.8. Общая методика решения этих задач применительно к системам массового обслуживания произвольного типа отсутствует. Разработаны методы решения задач в приложениях к конкретным типам систем [2, 10].

Вероятность свободного состояния систем массового обслуживания P_0 для систем типа $GI|G|1|\infty$ определяется соотношением, справедливым для стационарного режима функционирования:

$$P_0 = 1 - \rho ,$$

где $\rho = L_{вх} \cdot L_{обсл.}^{-1}$;

$L_{вх.}$ – интенсивность входного потока запросов;

$L_{обсл.}$ – интенсивность потока обслуживания;

ρ – коэффициент загрузки системы, при этом

$$L_{обсл.} = \overline{T}_{обсл.}^{-1},$$

$\overline{T}_{обсл.}$ – среднее время обслуживания одного входного запроса.

Приведенное выражение может быть использовано для анализа систем массового обслуживания, у которых:

– входные потоки относятся к типам D, $E^{(k)}$, M;

– потоки обслуживания относятся к типам D, GI, $E^{(k)}$, M.

Требования наличия одного канала обслуживания и бесконечной очереди являются обязательными.

Для систем всех остальных типов вероятность свободного состояния должна рассчитываться по следующей методике:

– построение графа реализации и взаимодействия системных процессов (согласно методике, изложенной в практической работе № 2);

– построение дифференциальных уравнений конструктивной модели, если это возможно для действующих видов потоков;

– построение системы линейных алгебраических уравнений и их решение с определением вероятности свободного состояния системы для стационарного режима функционирования.

Определение вероятности потери запроса или его ухода из системы без обслуживания аналитическими и расчетными методами возможно для систем типа $M|M|1|R$, $M|M_K|K|0$, $M|M_K|K|R$ [8]. На практике очень большая категория систем может быть приведена к системам этого типа.

Методика определения вероятности потери запроса предполагает:

– построение графа реализации и взаимодействия системных процессов;

– построение дифференциальных уравнений конструктивной модели (согласно методике, изложенной в практической работе № 3);

– построение и решение системы линейных алгебраических уравнений относительно вероятностей возможных состояний системы для стационарного режима функционирования;

– определение состояний, соответствующих условиям ухода запросов без обслуживания и расчет суммарной вероятности нахождения системы в этих состояниях.

Для определения среднего времени $\overline{\omega}$ нахождения запросов в очередях систем типов $M|G|1|\infty$, $M|G1|1|\infty$, $M|E^{(k)}|1|\infty$, $M|M|1|\infty$ обычно используется формула Поллачека – Хинчина [2]:

$$\overline{\omega} = \frac{\frac{1}{2} L_{вх.} \cdot T^{(2)}_{обсл.}}{1 - L_{вх.} \cdot \overline{T}_{обсл}},$$

где $\overline{T}^{(2)}_{обсл.}$ – второй начальный момент времени обслуживания. Это выражение справедливо только для одноканальных систем с неограниченной очередью и дисциплиной обслуживания «первый пришел – первый обслужился».

Для многопоточных одноканальных систем с относительными приоритетами используется модификация этой формулы:

$$\overline{\omega}_j = \frac{\frac{1}{2} \sum\limits_{i=1}^{N} L_{вх.i} \cdot T^{(2)}_{обсл.i}}{\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{j-1} L_{вх.i} \cdot \overline{T}_{обсл.i}\right)\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{j} L_{вх.i} \cdot \overline{T}_{обсл.i}\right)}, \quad j = \overline{1,N},$$

где N – количество входных потоков; $L_{вх.i}$ – интенсивность входного потока запросов i-го типа, $\overline{T}_{обсл..i}$, $\overline{T}^{(2)}_{обсл.i}$ – первый и второй начальные моменты времени обработки запросов i-го вида. Предполагается, что наивысший приоритет имеют запросы потока 1, а низший – поток запросов N, при этом очереди бесконечны.

Для многопоточных одноканальных систем с абсолютными приоритетами используется следующая формула:

$$\overline{\omega}_j = \frac{\frac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{j} L_{вх.i} \cdot T^{(2)}_{обсл.i}}{\left(1-\sum\limits_{i=1}^{j-1} L_{вх.i} \cdot \overline{T}_{обсл.i}\right)\left(1-\sum\limits_{i=1}^{j} L_{вх.i} \cdot \overline{T}_{обсл.i}\right)}, \quad j=\overline{1,N}\cdot$$

В этой формуле отдельные параметры соответствуют параметрам, рассмотренным выше. Предполагается, что наивысший приоритет имеют запросы потока 1, а низший потока *N*, при этом очереди бесконечны.

Для определения средней длины очередей для систем различного типа может быть использована формула Литтла [2]:

$$\Omega_i = L_{вх.i} \cdot \overline{\omega}_i \ ,$$

где $L_{вхi}$ – интенсивность входного потока запросов *i*-го вида; $\overline{\omega}_i$ – среднее время нахождения запросов *i*-го вида в очереди.

Если параметр $\overline{\omega}_i$ неизвестен или не может быть вычислен, то для систем типа $M|M|1|R$, $M|M|K|R$ целесообразно применение следующей методики:

– строится граф реализации и взаимодействия системных процессов (согласно методике, изложенной в практической работе № 2);

– осуществляется построение системы дифференциальных уравнений конструктивной модели (согласно методике, изложенной в практической работе № 3);

– производится построение и решение системы линейных алгебраических уравнений относительно вероятностей возможных состояний системы для стационарного режима функционирования;

– на основании указанных вероятностей рассчитывается математическое ожидание количества запросов, находящихся в очереди.

4.2.9. Пример. Рассмотреть исследование стохастической системы, лингвистическое описание которой представлено в постановке задачи 4 приложения.

Система массового обслуживания относится к системам типа $M|M|1|N$, в связи с чем прямое использование формулы для вероятности P_0 и формулы Поллачека – Хинчина допустимо только при достаточно больших значениях N.

Построим граф реализации и взаимодействия системных процессов (рис. 4.1), где 0 – свободное состояние системы; 1 – в системе находится один блок данных, который обрабатывается; 2 – в системе находится один блок данных, который обрабатывается, и один блок данных в очереди; 3 – в системе находится один блок данных, который обрабатывается, и два блока данных в очереди и т.д.

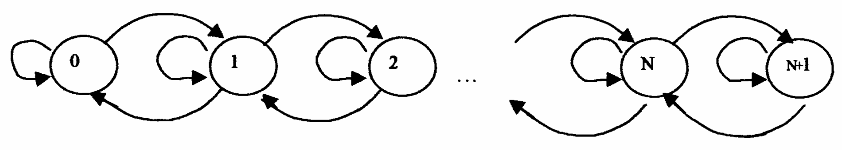

Рис 4.1

Вероятность свободного состояния соответствует значению P_0, а вероятность потери блока данных – значению P_{N+1}. Средняя длина очереди определяется математическим ожиданием числа блоков, находящихся в системе:

$$\Omega = \frac{1}{1-P_0} \sum_{i=1}^{N+1} (i-1)P_i ,$$

где $(1-P_0)^{-1}$ выступает в качестве нормирующего множителя.

Дугам (0;1), (1;2), (2;3), …, (N; N+1) соответствуют интенсивности потоков $L_{вх.} = L_{бл.с}^{-1}$. Дугам (1;0), (2;1), (3;2), …; (N+1, N) соответствуют интенсивности потоков $L_{обр.} = \overline{T}_{обр.}^{-1}$.

Синтез системы дифференциальных уравнений относительно вероятностей нахождения системы в различных состояниях дает следующий результат:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -P_0(t) \cdot L_{вх.} + P_1(t) \cdot L_{обр};$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\cdot(L_{вх} + L_{обр}) + P_0(t) + L_{вх} + P_2(t)\cdot L_{обр};$$

……………………………………………………………………….

$$\frac{dP_{N+1}(t)}{dt} = -P_{N+1}(t)\cdot L_{обр.} + P_N(t)\cdot L_{вх.};$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} P_i(t) = 1 \text{ (нормирующее).}$$

Для стационарного режима функционирования получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно финальных значений вероятностей:

$$-P_0\cdot L_{вх.} + P_1 L_{обр} = 0;$$

$$-P_1\left(L_{вх} + L_{обр}\right) + P_0 L_{вх} + P_2 L_{обр} = 0;$$

…………………………………………………

$$-P_{N+1}\cdot L_{обр.} + P_N\cdot L_{вх.} = 0;$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} P_i = 1.$$

Решим первое уравнение относительно вероятности P_1 :

$$P_1 = P_0\cdot L_{вх}\cdot L_{обр}^{-1}.$$

Продолжая процесс подстановок для состояния N+1 может быть получена вероятность P_{N+1}:

$$P_{N+1} = P_0 \cdot L_{вх.}^{N+1} \cdot L_{обр.}^{-(N+1)}.$$

Подставив значения $P_0, P_1(P_0), P_2(P_0)..., P_{N+1}(P_0)$ в нормирующее уравнение и решив его относительно P_0, получим:

$$P_0 = \frac{1}{1 + L_{вх} L_{обр}^{-1} + L_{вх}^{2} \cdot L_{обр}^{-2} + ... + L_{вх}^{N+1} \cdot L_{обр}^{-(N+1)}},$$

при этом $\left\{ P_i = P_0 \cdot L_{вх.}^{i} \cdot L_{обр.}^{-i} \right\} i = \overline{1, N+1}$, что позволяет определить вероятность потери или ухода блока из системы без обработки:

$$P_{N+1} = P_0 \cdot L_{вх.}^{N+1} \cdot L_{обр.}^{-(N+1)}.$$

Средняя длина очереди рассчитывается следующим образом:

$$\Omega = P_0 \sum_{i=1}^{N+1} (i-1) \cdot L_{вх}^{i} \cdot L_{обр}^{-i}.$$

4.3. Порядок выполнения работы

1. В зависимости от особенностей исследуемой системы выбрать способ ее аналитического исследования.
2. Составить необходимые уравнения для оценки требуемых прагматических параметров системы.
3. Произвести расчеты.
4. Составить отчет.

4.4. Контрольные вопросы

1. Каким образом классифицируются системы массового обслуживания?

2. Каким образом определяется среднее время нахождения запроса в очереди при дисциплине обслуживания «первый пришел – первый обслужился»?

3. Каким образом оценивается среднее время нахождения запросов в очередях при реализации обслуживания с дисциплиной отбора запросов по относительным и абсолютным приоритетам?

4. Каким образом оценивается среднее количество запросов в системе?

Практическая работа № 5

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ

Цель работы: освоение методов вероятностно-статистического моделирования систем и исследования их поведения в условиях имитации случайных факторов.

Работа рассчитана на четыре академических часа.

5.1. Задание на проведение практической работы

Необходимо осуществить построение вероятностно-статистической модели одной из систем, лингвистическое описание которых представлено в постановках задач 1-3 приложения. Выбор системы осуществляет преподаватель.

5.2. Методические рекомендации

5.2.1. Применение аналитических методов решения задач системотехники и системного анализа требует построения конструктивных моделей, что сопровождается принятием ряда допущений и наталкивается на проблему размерности результирующих уравнений. Вероятностно-статистические методы позволяют в определенной мере преодолеть указанные трудности.

5.2.2. Сущность вероятностно-статистических методов заключается в том, что строится не аналитическая, а функциональная модель исследуемой системы [7, 9]. Случайные факторы искусственно имитируются с помощью операций единичного жребия с последующим выполнением действий, свойственных реальной системе. Однократное моделирование одного цикла функционирования системы называют прогоном модели. В результате одного прогона получают одну реализацию параметров, характеризующих системные процессы. Если после каждого прогона обеспечить накопление системных параметров, то, проведя серию прогонов, можно получить статистический материал, обработка которого позволяет рассчитать усредненные значения системных параметров.

5.2.3. В основе методов этой категории лежат операции единичного жребия, соответствующие операциям статистических испытаний. Различают четыре типа операций единичного жребия (с учетом некоторого опыта со случайным исходом):

– определить, произошло ли событие A, если вероятность осуществления события равна P_A ;

– определить, какое событие из системы событий $\{Ai\},\ i=\overline{1,n}$ произошло, если вероятности осуществления событий равны $\{P_i\},\ i=\overline{1,n}$; при этом $\sum\limits_{i=1}^{n} P_i = 1$;

– рассчитать, какое значение приняла случайная величина x, если известен закон ее распределения F(x);

– определить, какие значения приняли случайные величины x_i из системы случайных величин $\{x_i\}, i=\overline{1,n}$, если известны законы их распределения для независимых случайных величин $\{F_i(x)\},\ i=\overline{1,n}$, или условные законы распределения для зависимых случайных величин.

5.2.4. Методика построения вероятностно-статистической модели включает в себя следующие этапы [7, 8]:

– специфицирование исходных системных данных, а также параметров, которые должны быть получены в результате моделирования;

– спецификацирование всех структурных и функциональных элементов системы, построение функциональных схем системных процессов, выявление точек возникновения случайных факторов и априорная оценка их вероятностных характеристик;

– построение графа реализации и взаимодействия случайных процессов в системе и его преобразование в граф модели;

– выбор метода расчета текущего времени модели;

– разработка алгоритмов моделирования системных процессов с введением в алгоритмы средств имитации случайных факторов на основе операций единичного жребия;

– верификацирование и отладка модели;

– планирование экспериментов с моделью путем расчета требуемого количества прогонов;

– проведение экспериментов и статистическая обработка результатов моделирования.

5.2.5. В основе реализации операций единичного жребия лежат приемы генерации псевдослучайных чисел с различным распределением, при этом главенствующую роль играют датчики случайных чисел, равномерно распределенных на интервале значений (0,1).

Для генерации случайных чисел, равномерно распределенных на интервале значений (0;1), чаще всего используют мультипликативный рекуррентный алгоритм [9]:

$$\xi_{j+1} \equiv \xi_j \cdot 5^{2p+1} (\mathrm{mod} 2^k),$$

где ξ_{j+1}, ξ_j – два последовательных числа; $p = 7 \ldots 11$; k – разрядность двоичной сетки генерирующего устройства; $\xi_0 = 2^{-k}$. В качестве генерирующего устройства удобно использовать вычислительные машины с k = 32, 64. Дело в том, что случайные числа, получаемые на выходе мультипликативного рекуррентного алгоритма, на самом деле образуют псевдослучайную последовательность из-за того, что после генерации 2^{k-2} случайных чисел числа начинают повторяться. Естественно, что для увеличения периода работы алгоритма k должно иметь достаточно большие значения.

Для генерации случайных чисел x_i, распределенных по произвольному закону $F(x)$, используют следующий метод [9].

Так как $F(x = X_j) = P(X \le X_j) \in (0,1)$, то, генерируя случайное число ξ_j с равномерным распределением на интервале (0,1), можно интерпретировать его как значение функции $F(x = X_j)$:

$$F(x = X_j) = P(X \le X_j) = \xi_j \in (0,1).$$

Если Ψ является функцией, обратной к функции интегрального закона $F(x)$, то

$$x_i = \Psi\lfloor F(x = X_j)\rfloor = \Psi(\xi_j).$$

В частности, для генерации случайных чисел x_j, имеющих экспоненциальное распределение с параметром L, используют преобразование

$$X_j = -L^{-1} \cdot \ln(1 - \xi_j),$$

где ξ_j – случайное число, равномерно распределенное на интервале (0;1).

Для генерации чисел, имеющих нормальное распределение со средним значением $\overline{x}$ и среднеквадратическим отклонением G_x, используют преобразование [7, 9]:

$$\mathrm{X_j = G_x \cdot \eta + \overline{x}};$$

$$\eta = \sqrt{\frac{3}{m}} \cdot \sum_{i=1}^{m} (2\xi_j - 1), \quad m = 5...7,$$

η – случайные числа с нормальным распределением с параметрами $\overline{\eta} = 0, G_\eta = 1;$ ξ_i – случайные числа, равномерно распределенные на интервале (0;1).

На основе датчиков случайных чисел операции единичного жребия осуществляются следующим образом.

Операция 1. Осуществляется выборка случайного числа ξ_j, равномерно распределенного на интервале (0;1). Событие *A* считается произошедшим, если $\xi_j \le P_A$.

Операция 2. Осуществляется выборка случайного числа ξ_j, равномерно распределенного на интервале (0;1). Считается, что произошло событие A_i, если события A_i упорядочены по возрастанию вероятностей, то есть $P_1 \le P_2 \le P_3 \le \ldots \le P_n$, и имеет место соотношение

$$\sum_{k=0}^{i-1} P_k < \xi_j \le \sum_{k=0}^{i} P_k \text{ при } P_0 = 0$$

Операция 3. Осуществляется выборка случайного числа ξ_j, равномерно распределенного на интервале (0,1). Рассчитывается случайное число:

$X_j = \Psi(\xi_j)$, где Ψ- функция, обратная $F(x)$.

Операция 4. Осуществляется выборка *n* случайных чисел $\{\xi_i\}\, j = \overline{j_1, j_n}$, j_1 – произвольное значение в последовательности псевдослучайных чисел с равномерным распределением на интервале (0;1).

Рассчитывается значение $X_1 = \Psi_1(\xi_1)$, где Ψ – функция, обратная $F_1(x)$. Далее рассчитываются значения $x_2, x_3, \ldots, x_n$ по формуле

$$X_i = \Psi_i(\xi_i) \ ,$$

где Ψ_i – функция, обратная функции $F_i(x)$ для независимых случайных величин, либо условной функции $F_i(x/x_1, x_2, \ldots, x_{i-1})$. Следует отметить, что при работе с системой зависимых случайных чисел на каждом i-м шаге расчета значения $x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}$ оказываются известными.

5.2.6. Методы расчета текущего времени модели предполагают либо равномерную дискретизацию времени, либо его расчет по принципу реализации ближайшего по времени события.

5.2.7. Требуемое количество прогонов модели Z определяется на основании предельных теорем теории вероятностей [3, 4]. Если P^* – статистическая частота появления некоторого события в системе, а x^* – среднее значение некоторого параметра, то при $Z \to \infty$ $P^* \to P$, $x^* \to \bar{x}$. Значения P^*, x^* сами являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону, при этом статистическая частота имеет следующие параметры распределения:

$$m_p = P; \quad G_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N}},$$

а средние значения некоторых параметров определяются по формулам

$$m_x = \bar{x}, \quad G_x = \frac{G}{\sqrt{N}}.$$

Можно показать, что для попадания величин P^*, x^* в некоторую ε-окрестность значений $P, \bar{x}$ с вероятностью β количество прогонов модели Z должно быть выбрано исходя из следующего правила [3, 4]:

$$Z = \max \left\{ \frac{P(1-P)}{E^2} \left[\Psi\left(\frac{\beta+1}{2} \right) \right]^2, \quad \frac{G^2}{E^2} \left[\Psi\left(\frac{\beta+1}{2} \right) \right]^2 \right\},$$

где Ψ – функция, обратная закону $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} l^{\frac{t^2}{2}} dt$. Очевидно, что сужение ε-окрестности и увеличение желаемой вероятности β попадания величин P^*, x^* в эту окрестность значений $P, \bar{x}$ сопровождается увеличением требуемого количества прогонов модели Z.

5.2.8. Алгоритмы реализации модели системы обычно охватывают пять типов блоков:

– блок задания начальных условий моделирования;

– блоки моделирования состояний системы или ее отдельных системных процессов;

– блок обработки аварийных ситуаций при моделировании;

– блок статистической обработки результатов моделирования;

– координирующий блок, который управляет работой всей модели.

Блок задания начальных условий предназначен для ввода в модель времени моделирования или количества прогонов модели, видов законов распределения случайных факторов и параметров распределения, начальных значений системных параметров, а также другой вспомогательной информации.

Блоки моделирования состояний системы или ее отдельных системных процессов предназначены для воспроизведения динамики работы системы и формирования требуемых системных параметров, которые будут зафиксированы как результаты ее функционирования.

Блок обработки аварийных ситуаций при моделировании предназначен для проведения наладочных работ и процессов верификации (установление истинности) модели. Этот блок должен обеспечивать определение места нарушения установленного порядка работы модели, а также фиксацию параметров, которые вызвали аварийную ситуацию. В отлаженной модели подключения этого блока происходить не должно.

Блок статистической обработки результатов моделирования предназначен для получения прагматических параметров и характеристик системы.

Если в результате работы модели накоплено Z_i значений времени пребывания системы в некотором состоянии h_i $\{t_{ij}\}$ $j = \overline{1, Z_i}$, то в результате статистической обработки рассчитывается среднее значение и дисперсия этого параметра:

$$\bar{t}_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{Z_i} t_{ij}}{Z_i}; \quad D_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{Z_i} (t_{ij} - \bar{t}_i)^2}{Z_i - 1},$$

где Z_i – объем статистических данных t_{ij}.

Для оценки вероятностей нахождения системы в возможных состояниях в результате работы моделей должны быть накоплены времена пребывания системы в каждом из состояний $\{\{t_{ij}\}\, j = \overline{1, Z_i}\}\, i = \overline{1, N}$. Тогда вероятности нахождения системы в каждом из состояний h_i. Тогда вероятности нахождения системы в каждом из состояний определяются следующим образом:

$$Pi = \left[\sum_{j=1}^{Z_i} t_{ij}\right] \cdot \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{Z_i} t_{ij}\right]^{-1}.$$

Блок координации обеспечивает необходимую последовательность подключения к работе других блоков модели. Общих правил его построения не существует, поскольку структура блока принципиально зависит от структуры моделируемой системы. Однако после завершения каждого блока моделирования состояния системы или ее некоторого системного процесса координирующий блок должен обеспечить регистрацию сформированных системных параметров для последующей статистической обработки.

Наиболее приемлемым инструментом реализации вероятностно-статистических методов являются универсальные ЭВМ. Они позволяют программными средствами реализовать все блоки модели, обеспечить проведение экспериментов по моделированию системы и последующую статистическую обработку результатов.

5.2.9. Пример. Для освоения методики построения вероятностно-статистических моделей рассмотрим построение модели для системы, лингвистическое описание которой приведено в задаче 4 приложения.

Специфицируем исходные системные данные.

В системе действуют следующие потоки случайных событий:

– поток входных эхосигналов, который является простейшим с параметром

$$L_1 = A_{\text{сигн},} \text{с}^{-1};$$

– поток стробов селекции, который является простейшим с параметром

$$L_3 = C_{\text{стр},}\ \text{с}^{-1};$$

– поток прекращения эхосигналов, который будет являться простейшим при экспоненциальном распределении длительностей эхосигналов с параметром

$$L_2 = B^{-1}\text{с}^{-1};$$

– поток прекращения действия сигналов стробирования, который будет простейшим при экспоненциальном распределении длительности строба с параметром

$$L_4 = D^{-1}\text{с}^{-1};$$

– поток выделения и распознавания эхосигналов, который будет простейшим при экспоненциальном распределении времени распознавания с параметром

$$L_5 = M^{-1}\text{с}^{-1};$$

– поток обработки эхосигналов, который будет являться простейшим с параметром

$$L_6 = R^{-1}c^{-1}.$$

В результате моделирования необходимо определить вероятность потери эхосигнала из - за загрузки оборудования.

Граф реализации и взаимодействия системных процессов представлен на рис. 5.1.

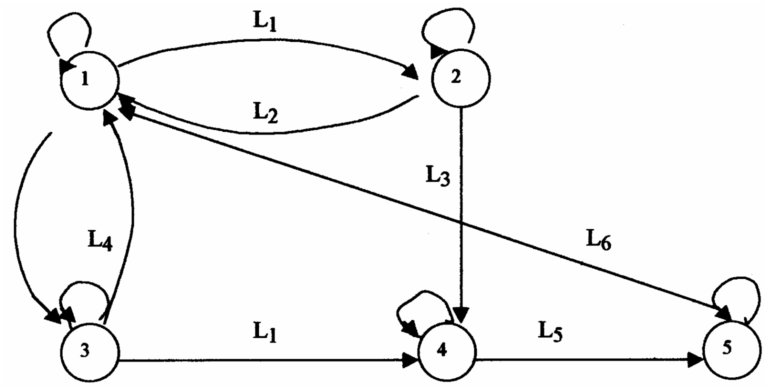

Рис. 5.1.

Граф, изображённый на рис. 5.1, преобразуется в граф модели системы путем введения четырех дополнительных вершин и преобразования связей между вершинами (рис. 5.2).

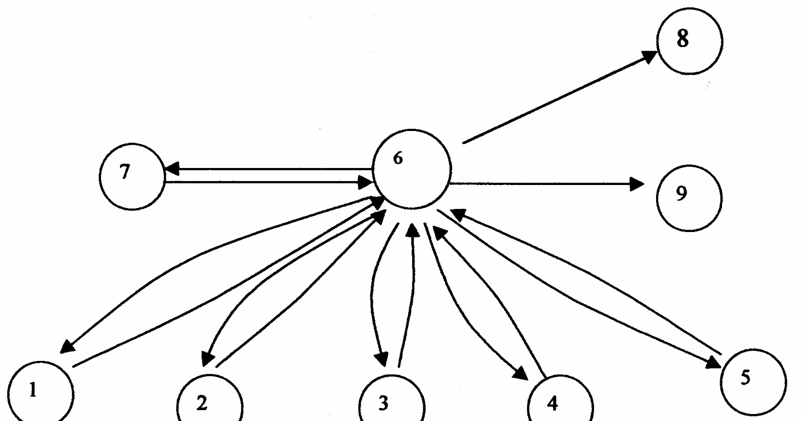

Рис. 5.2

Состояние 6 – состояние отработки алгоритма, координирующего блоки.

Состояние 7 – состояние отработки алгорима блока задания начальных условий.

Состояние 8 – состояние обработки аварийных ситуаций, которое является невозвратным.

Состояние 9 – состояние статистической обработки результатов моделирования, которое является невозвратным.

В состоянии 1 должны моделироваться события двух потоков: потока эхосигналов и потока стробов.

В состоянии 2 должны моделироваться события двух потоков: потока прекращения эхосигналов и потока стробов.

В состоянии 3 должны моделироваться события двух потоков: потока прекращения действия сигналов стробирования и потока эхосигналов.

В состоянии 4 должны моделироваться события потока выделения и распознавания эхосигналов.

В состоянии 5 должны моделироваться события потока обработки эхосигналов.

Для реализации операций единичного жребия должны применяться алгоритмы получения случайных чисел с экспоненциальным распределением:

$$\tau_{j} = -L_{i}\ln(1-\xi_{j}),\ i = 1,2,\ 3,\ 4,\ 5;$$

ξ_i – случайное число с равномерным распределением на интервале (0;1).

Для расчета текущего времени целесообразно применять принцип реализации ближайшего по времени события. Общая длительность моделирования должна быть задана в блоке задания начальных условий в виде параметра $T_{\text{мод}}$.

Для обеспечения связи координирующего блока с блоками моделирования событий 1-5 будем использовать три параметра:

N_1 – номер состояния, которое предполагается моделировать;

N_2 – номер состояния, которое должно моделироваться после моделирования состояния N_1;

τ_c – интервал времени, через который должно осуществляться моделирование состояния N_2 после завершения моделирования состояния N_1.

Предположим, что после завершения моделирования состояния N_1 формируются значения

$$N_2 = 0,\ \tau_c = 0.$$

Тогда будем считать, что в процессе моделирования состояния N_1 обнаружена ошибка.

Представим алгоритм реализации **б л о к а 7** задания начальных условий моделирования:

а) вход;

б) прием длительности моделирования $T_{мод}$ и задание $t_{тек} = 0$;

в) прием параметров экспоненциальных распределений L_1, L_2 , L_3 ,L_4, L_5;

г) задание и обнуление массивов для накопления статистического материала:

$$\{T_{1j}\}\ j=\overline{1,Z_{1\max}};\ \{T_{2j}\}\ j=\overline{1,Z_{2\max}};\ \{T_{3j}\}\ j=\overline{1,Z_{3\max}};$$

$$\{T_{4j}\}\ j=\overline{1,Z_{4\max}};\ \{T_{5j}\}\ j=\overline{1,Z_{5\max}};$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = 0;$$

д) выход в блок координации.

Следует отметить, что структура алгоритма реализации этого блока может изменяться в соответствии с системной постановкой задачи. В алгоритме $Z_{1\max}$, $Z_{2\max}$, $Z_{3\max}$, $Z_{4\max}$, $Z_{5\max}$ – максимально ожидаемое количество элементов в массивах.

Б л о к 1 реализации системных процессов может быть построен согласно следующему алгоритму:

а) вход. Задание значений $< N_2 > = 0$, $< \tau_c > = 0$;

б) проверка условия

$< N_1 > = 1$;

в) если условие б) не выполняется, то осуществляется выход в блок координации;

г) если условие б) выполняется, то следует двойное обращение к датчику случайных чисел с экспоненциальным распределением с параметрами L_1,, L_3 и получение значений

$$\tau_1 = -L_1 \ln(1 - \xi_i), \tau_3 = -L_3 \ln(1 - \xi_{i+1});$$

нахождение значения $\tau_c = \min\{\tau_1, \tau_3\}$;

определение значения $N_2 = \begin{cases} 2, \text{если } \tau_c = \tau_1; \\ 3, \text{если } \tau_c = \tau_3; \end{cases}$

д) выход в блок координации.

Следует отметить, что возможен переход на аварийное завершение процесса моделирования, если задано выполнение блока моделирования состояния 1 системы, а значение $< N_1 > \neq 1$.

Б л о к 2 реализации системных процессов может быть построен согласно следующему алгоритму:

а) вход. Задание значений $< N_2 > = 0$, $< \tau_c > = 0$;

б) проверка условия $< N_1 > = 2$;

в) если условие б) не выполняется,то происходит выход в блок координации;

г) если условие б) выполняется, то осуществляется двойное обращение к датчику случайных чисел с экспоненциальным распределением с параметрами L_2,, L_3 и получение значений

$$\tau_2 = -L_2 \ln(1 - \xi_{i+2}), \tau_3 = -L_3 \ln(1 - \xi_{i+3}),$$

нахождение значения $\tau_c = \min\{\tau_2, \tau_3\}$;

определение значения $N_2 = \begin{cases} 1, \text{если } \tau_c = \tau_2; \\ 4, \text{если } \tau_c = \tau_3; \end{cases}$

д) выход в блок координации.

Б л о к 3 реализации системных процессов может быть построен согласно следующему алгоритму:

а) вход. Задание значений $< N_2 > = 0$, $< \tau_c > = 0$;

б) проверка условия $< N_1 > = 3$;

в) если условие б) не выполняется, то происходит выход в блок координации;

г) если условие б) выполняется, то производим двойное обращение к датчику случайных чисел с экспоненциальным распределением с параметрами L_1, L_4 и получение значений

$$\tau_1 = -L_1 \ln(1 - \xi_{i+4}), \tau_4 = -L_4 \ln(1 - \xi_{i+5});$$

нахождение значения $\tau_c = min\{\tau_1, \tau_4\}$;

определение значения $N_2 = \begin{cases} 1, \text{если } \tau_c = \tau_4; \\ 4, \text{если } \tau_c = \tau_1; \end{cases}$

д) выход в блок координации.

Б л о к 4 реализации системных процессов может быть построен согласно следующему алгоритму:

а) вход. Задание значений $< N_2 > = 0$, $< \tau_c > = 0$;

б) проверка условия $< N_1 > = 4$;

в) если условие б) не выполняется, то происходит выход в блок координации;

г) если условие б) выполняется, то осуществляется обращение к датчику случайных чисел с экспоненциальным распределением с параметром L_5 и получение значения

$$\tau_c = \tau_5 = -L_5 \ln(1 - \xi_{i+6});$$

д) выход в блок координации.

Следует отметить, что в состоянии 4 действует только один поток событий, в силу чего нет необходимости определения ближайшего события.

Б л о к 5 реализации системных процессов может быть построен по следующему алгоритму:

а) вход. Задание значений $< N_2 > = 0$, $< \tau_c > = 0$;

б) проверка условия $< N_1 > = 5$;

в) если условие б) не выполняется, то осуществляется выход в блок координации.

г) если условие б) выполняется, то происходит обращение к датчику случайных чисел с экспоненциальным распределением с параметром L_6 и получение значения

$$\tau_c = \tau_6 = -L_6 \ln(1 - \xi_{i+7});$$

д). выход в блок координации.

Для рассматриваемой системы значение параметра τ_c, получаемое в результате моделирования некоторого состояния системы $< N_1 >$, соответствует времени непрерывного пребывания системы в состоянии $< N_1 >$ от момента прихода в это состояние до момента перехода в другое состояние с номером $< N_2 >$. Это учитывается в алгоритме реализации координирующего блока при фиксации статистических данных.

Алгоритм реализации **координирующего блока** применительно к модели рассматриваемой системы может быть представлен в следующей форме:

а) начальный вход;

б) обращение к блоку 7 задания начальных условий моделирования;

в) выход из блока 7 задания начальных условий моделирования и задание значений параметров $N_1 = 1$; $N_2 = 0$; $\tau_c = 0$;

г) обращение к блоку с номером $< N_1 >$ моделирования состояний системы;

д) выход из блока с номером $< N_1 >$ и проверка условий:

$$< N_2 > = 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \;;$$
$$< N_2 > \neq N_1;$$

$$\tau_c \neq 0 \ ;$$

е) если условия д) не выполняются, то осуществляется выход в блок 8 обработки аварийных ситуаций;

ж) если условия д) выполняются, то производим расчет значения времени модели

$$t_{тек} = t_{тек} + \tau_c ;$$

з) нахождение статистического материала

$$i = < N_1 >; \quad Z_i = Z_i + 1; \quad \tau_c \to \{T_{ij}\}, \ j = Z_i ;$$

и) определение последовательности подключения блоков на исполнение:

$$N_1 = < N_2 >; N_2 = 0; \ \tau_c = 0;$$

к) проверка условий завершения моделирования:

$$t_{тек} \geq T_{мод} ;$$

л) если условие к) не выполняется, то осуществляется повторение участка алгоритма, начиная с пункта г);

м) если условие к) выполняется, то происходит выход в блок статистической обработки с передачей этому блоку параметра $<N_1>$.

Алгоритм обработки аварийных ситуаций может обеспечивать индикацию точек ненормального протекания процессов моделирования. Операции зависят от того, какие отладочные процедуры требуются для отладки и верификации моделей, но общий подход к реализации этого алгоритма предложен быть не может. В простейшем случае предполагается фиксация условий, при которых произошло нарушение порядка следования процессов.

Алгоритм статистической обработки должен обеспечивать расчет вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4, P_5.

Вероятность потери эхосигнала соответствует вероятности нахождения системы в состояниях 2, 4, 5, что определяется сумой вероятностей $\mathrm{P}_2 + \mathrm{P}_4 + \mathrm{P}_5$.

Количество прогонов Z рассчитывается в соответствии с методическими указаниями, а значение времени моделирования может быть задано следующим образом:

$$T_{\text{мод}} \geq \frac{Z}{\min\{L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6\}} \cdot N,$$

где L_1, L_2, …, L_6… - интенсивности потоков, действующие в системе; N – количество всех возможных состояний системы.

5.3. Порядок выполнения работы

1. Для заданной системы построить граф реализации и взаимодействия системных процессов.
2. Построить граф функционирования модели исследуемой системы.
3. Разработать алгоритмы реализации всех блоков модели, включая алгоритм статистической обработки результатов моделирования.
4. Рассчитать количество прогонов модели, исходя из требуемой точности оценки прагматических результатов моделирования.
5. Составить отчет.

5.4. Контрольные вопросы

1. Каковы основные этапы построения вероятностно-статистической модели системы?
2. Какие операции относятся к операциям единичного жребия?
3. Каким образом осуществляется имитация случайных факторов?
4. Каким образом оценивается необходимое количество прогонов модели?
5. Как осуществляется статистическая обработка результатов моделирования?

Приложение

ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ СИСТЕМОТЕХНИКИ И СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КОНКРЕТНЫМ ТИПАМ МИКРОСИСТЕМ

Настоящий раздел содержит постановки задач системотехники и системного анализа применительно к конкретным типам микросистем. Этот материал является основой для иллюстрации применения аналитических и статистических методов в исследованиях систем с целью получения прагматических параметров и характеристик.

Раздел включает шесть постановок задач.

Постановка задачи 1

Задана пространственная зона ответственности. Присутствие одиночных объектов в зоне контролируется трактами трехкоординатной лазерной системы, при этом каждый из трактов работает независимо.

Поток поступления объектов в зону ответственности – простейший с интенсивностью $L_{об.}c^{-1}$.

Объект находится в зоне ответственности случайное время, после чего покидает зону. Это время распределено по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{З}$. Вероятность одновременного нахождения в зоне двух и более объектов близка к нулю.

По каждой координате в тракте идет последовательное чередование циклов контроля за объектом и циклов потери контроля. При этом время непрерывного контроля за объектом по каждой координате есть величина случайная, распределенная по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{K}$. Время обнаружения объекта и взятия под контроль по каждой координате есть величина случайная, распределенная по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{об.}$.

Потеря контроля за объектом по всем трем координатам влечет за собой потерю за нахождением объекта в зоне ответственности.

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность бесконтрольного нахождения объекта в зоне ответственности.

Постановка задачи 2

Задана двухстанционная система обработки телеметрических данных. На входе системы действует простейший поток блоков телеметрических данных с интенсивностью $L_{об}$.с$^{-1}$. Блоки принимаются к обработке, если хотя бы одна из двух станций исправна и свободна от обслуживания. Время обработки одного блока является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{обр}$.

На станции действуют независимые пуассоновские потоки отказов с интенсивностями М от $с^{-1}$. Вышедшая из строя станция восстанавливается обслуживающим персоналом, при этом время восстановления есть случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение со средним значением $\overline{T}_{восст}$. Если обе станции находятся в состоянии восстановления, то блоки данных на обработку не принимаются.

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность потери блока данных из-за ненадежности оборудования, а также вероятность потери блока данных из-за загруженности оборудования.

Постановка задачи 3

Задана микросистема селекции и обработки эхосигналов. Эхосигналы поступают в систему в виде простейшего потока случайных событий с интенсивностью $A_{сигн}$, $с^{-1}$. Каждый эхосигнал присутствует в системе в течение случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение со средним значением *B,* с. Вероятность одновременного нахождения в системе нескольких эхосигналов близка к нулю.

Для выделения эхосигналов в систему поступают стробы селекции в виде простейшего потока с интенсивностью $C_{стр}$, $с^{-1}$. Длительность строба – случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону со средним значением $D_с$.

Если при наличии в системе эхосигнала вырабатывается селектирующий строб или в период действия селектирующего строба в систему поступает эхосигнал, то осуществляется выделение и распознавание эхосигнала. Время выделения и распознавания эхосигнала является случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение со средним значением $M_с$.

Распознанный эхосигнал передается на обработку, которая осуществляется за случайное время, распределенное по экспоненциальному закону со средним значением $R_с$.

До завершения обработки очередного эхосигнала тракт системы закрыт для поступления других эхосигналов.

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность потери эхосигнала из-за загрузки оборудования.

Постановка задачи 4

Задана одноканальная система обработки и накопления блоков данных. В систему поступает простейший поток блоков данных с интенсивностью $L_{об.}$, $с^{-1}$. Если устройство обработки свободно, то блок принимается на обработку. Время обработки является случайной величиной, распределяемой по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{обр}$.

Если устройство занято обработкой предшествующего блока, то поступивший блок данных помещается в очередь в буферный накопитель. Объем буферного накопителя рассчитан на хранение N блоков. Блоки данных, заставшие буферный накопитель заполненным, теряются.

Для обработки блоки извлекаются из буферного накопителя по принципу «первый пришел – первый обслужился».

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность потери блока данных, вероятность свободного состояния системы и среднюю длину очереди в буферном накопителе.

Постановка задачи 5

Задана многоканальная система обработки телефонных запросов. Количество независимых каналов – N. В систему поступают телефонные запросы в виде случайного простейшего потока с интенсивностью $L_{запр} c^{-1}$. Если имеется хотя бы один свободный канал, запрос принимается на обслуживание. Время занятия каждого канала телефонным разговором есть случайная величина, распределяемая по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}$.

Запросы, заставшие все каналы системы занятыми, теряются.

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность потери запроса и вероятность свободного состояния системы.

Постановка задачи 6

Задана многоканальная система обработки блоков данных с очередью. Система имеет N параллельных каналов обработки блоков данных и буферный накопитель, имеющий M зон для хранения блоков данных, ожидающих обработку.

В систему поступает пуассоновский поток блоков данных с интенсивностью $L_{бл}\text{с}^{-1}$. Если имеется хотя бы один свободный канал обработки, блок принимается на обработку. Время обработки одного блока есть случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону со средним значением $\overline{T}_{обр}$.

Если при поступлении в систему очередного блока данных все каналы обработки заняты, то блок данных размещается в буферный накопитель. Обслуживание в очереди организовано по принципу «первый пришел – первый обслужился».

Если при поступлении в систему очередного блока данных все каналы и буферные зоны заняты, то блок данных теряется.

Для стационарного режима функционирования системы необходимо определить вероятность потери блока данных, вероятность свободного состояния буферного накопителя и среднюю длину очереди.

Литература

1. *Алиферова З.В., Езжева В.П.* Применение теории графов в экономических расчетах. - М.: Статистика, 1971.

2. *Бронштейн О.И., Духовный И.М.* Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах. – М.: Наука, 1976.

3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969.

4. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983.

5. *Гусак А.А., Гусак Г.М.* Справочник по высшей математике. – Мн.: Наука и техника, 1991.

6. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982.

7. *Максимей Н.В.* Математическое моделирование больших систем. – Мн.: Выш. школа, 1985.

8. *Николаев В.И., Брук В.М.* Системотехника: Методы и приложения. – Л.: Машиностроение, 1983.

9. *Полляк Ю.Г.* Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. – М.: Советское радио, 1972.

10. *Риордан Д.* Вероятностные системы обслуживания. – М.: Связь, 1966.

11. *Фрид Д.* Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979.

12. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А.* Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984.

Учебное издание

ЗАЙЦЕВ Владимир Михайлович

СИСТЕМОТЕХНИКА И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ МИКРОСИСТЕМ

Методическое пособие
по выполнению практических работ
для студентов специальности 1-55 01 02
«Интегральные сенсорные системы»

Редактор Е.И. Кортель.
Компьютерная верстка Е.А. Занкевич

Подписано в печать .2005.
Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 2,9. Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 100. Заказ 452.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0056957 от 01.04.2004.
220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.