

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Конструирование и производство приборов»

**ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВА
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ**

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 1-38 01 01
«Механические и электромеханические приборы и аппараты»
заочной формы обучения

Учебное электронное издание

М и н с к 2 0 1 0

УДК 621.391 (075.8)

А в т о р ы :

*Е.Г. Зайцева, В.В. Савич,
А.Л. Савченко, Н.В. Пожидаева*

Р е ц е н з е н т ы :

Т.Н. Тимощенко, директор консалтинг центра «Нанобиология», кандидат физико-математических наук;

Н.К. Артюхина, профессор кафедры «Лазерная техника и технология» БНТУ, доктор физико-математических наук, профессор

В учебно-методическом пособии рассмотрены все разделы теории преобразования информации. Изложен материал о спектральном представлении сигналов. Предложена классификация элементов систем передачи информации, осуществляющих фильтрующее действие. Приведены критерии оценки информационных систем. Изложен материал для определения различных разновидностей случайных процессов, приведены формулы для расчета их основных характеристик. Изучены шумовые процессы и методы оценки зашумленности сигнала. Приведены методы оценки цветоспроизведения в оптических сигналах.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017) 293-91-97 факс (017) 292-91-37
Регистрационный № БНТУ/ПСФ80 – 6.2010

© БНТУ, 2010

© Зайцева Е.Г.; Савич В.В.;
Савченко А.Л.; Пожидаева Н.В., 2010

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ.....	5
1.1. Классификация сигналов.....	5
1.2. Разновидности преобразований сигналов	7
1.3. Спектральное представление детерминированного сигнала.....	11
1.4. Преобразование детерминированного сигнала в линейных системах	16
1.5. Преобразование спектра детерминированного сигнала в линейных системах.....	23
1.6. Физические основы фильтрующего действия в различных системах преобразования сигнала.....	25
1.7. Преобразования детерминированного сигнала и его спектра при дискретизации.....	31
1.8. Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму	38
1.9. Амплитудная и угловая модуляция сигнала	41
1.10. Критерии резкости	50
2. СЛУЧАЙНЫЕ СИГНАЛЫ. ШУМЫ	57
2.1. Параметры случайных сигналов.....	57
2.2. Спектральные характеристики случайных сигналов	60
2.3. Шумы при передаче информации	62
3. ОСОБЕННОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЦВЕТОВЫХ СИГНАЛОВ.....	66
3.1. Восприятие цвета человеком	66
3.2. Способ получения физически и физиологически точных цветных изображений.....	68
3.3. Количественная оценка цветовоспроизведения.....	70
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ»	73
4.1. Расчет синус- и косинус-преобразования Фурье, амплитудно- и фазово-частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) заданного сигнала $E(t)$. Построение графиков АЧХ и ФЧХ.....	73
4.2. Расчет информационной плотности системы записи и воспроизведения..	75
4.3. Варианты исходных данных для расчета.....	77
5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ».....	77
ЛИТЕРАТУРА.....	79

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время трудно представить себе технический объект, где бы отсутствовали процессы преобразования информации. Оптимизации концепции создания технических объектов включает в себя выбор способа оптимальной записи и обработки сигналов. Кроме того, параметры сигналов на выходе системы должны быть согласованы с приемником информации, в роли которого чаще всего выступает человек. Поэтому конструктор не может осуществить синтез высококачественных технических изделий без знаний по теории записи и воспроизведения информации.

В данном пособии кратко изложены основные сведения по классификации сигналов, видам их преобразований и некоторым особенностям восприятия сигналов человеком.

1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

1.1. Классификация сигналов

Понятие «сигнал» определено как подлежащая обнаружению зависимость одной физической величины от другой или группы других. Иногда сигнал рассматривают как физический процесс, несущий информацию (совокупность сведений, являющихся объектами передачи, хранения или непосредственного использования). В общем случае сигнал представляет собой n -мерную функцию. Ее аргументами могут являться пространственные координаты, время, длина волны оптического излучения и т. д. В качестве самой функции могут выступать электрические (напряжение и т. д.), магнитные (магнитная индукция и т. д.) оптические (освещенность, коэффициент пропускания и т. д.) и другие физические величины.

В [1] все сигналы независимо от физической природы предлагается разделить на две большие группы: детерминированные и случайные. Под **детерминированным** понимают такой сигнал, значение которого можно предсказать с единичной вероятностью при любом значении аргументов (в определенный момент времени, в определенной точке пространства, при определенной длине волны оптического излучения и т. д.). Детерминированных сигналов в строгом смысле не существует, можно лишь моделировать их с определенной степенью точности. Введение понятия "детерминированный сигнал" позволяет упростить математическое описание процессов преобразования сигналов. **Случайными** принято называть сигналы, мгновенные значения которых неизвестны заранее, вероятность их предсказания меньше 1 [1]. Очевидно, что все сигналы являются случайными в большей или меньшей степени.

С точки зрения "потребителя сигналов" все **случайные** сигналы рассматриваются как **полезные** (источник информации) и вредные (помехи или шумы). Одной из серьезнейших проблем обработки медико-биологических сигналов является выделение полезного сигнала из совокупности "сигнал плюс шум", т. к. их значения часто соизмеримы.

Другим классификационным признаком для сигналов является непрерывность или дискретность. Так как сигнал – это функция одного или нескольких аргументов, то вполне очевидно, что как аргументы, так и сама функция могут быть либо непрерывными либо дискретными. **Непрерывной** является величина, которая может принимать любое значение в пределах заданного диапазона. **Дискретная** величина внутри указанного диапазона может принимать значения только из заданной группы значений. Чаще всего дискретизация осуществляется с постоянным периодом, в этом случае значения (дискретные отсчеты), в заданной группе находятся на равном расстоянии. Если в сигнале

дискретизирован аргумент или аргументы (например, время, пространственная координата и т. д.), то сигнал называется **дискретным** по этому аргументу или аргументам. Если в сигнале дискретизирована функция (например, напряжение, ток, освещенность и т. д.), то сигнал называется **квантованным**. Сигнал может быть только дискретным, только квантованным, а также дискретным и квантованным одновременно. Дискретизация и квантование необходимы, в частности, для перевода сигналов в цифровую форму, имеющую ряд преимуществ перед непрерывной формой при передаче сигнала.

Еще одним классификационным признаком всех сигналов можно **считать физическую природу функции и аргументов**. Как уже ранее упоминалось, сигнал может изменяться во времени, в пространстве, в спектральной области, являющихся в данном случае аргументами. Иногда в качестве аргумента выступает и частотная область, например, при исследованиях методом ядерного магнитного резонанса. В качестве функции выступают электрические величины (ток, напряжение, потенциал, сопротивление или импеданс), магнитные (индукция, ее градиент, поток), весь диапазон электромагнитного излучения (инфракрасное или тепловое, оптическое, ультрафиолетовое, рентгеновское и т. д.), механические величины (сила, давление и т. д.).

Функциями могут являться также и те физические величины, которые обычно используются в качестве аргументов (время, пространство, спектральный диапазон).

Все сигналы, и медико-биологические, в частности, можно разделить еще на две группы: по **наличию** или **отсутствию** необходимости внешнего воздействия для получения сигнала. Техническая система является источником ряда сигналов: электрических, магнитных, тепловых, и т. д. Одни из них имеют уровень значений, который может быть зарегистрирован без особых затруднений. Уровень других сигналов может быть на порядок ниже окружающего фона. Магнитное поле Земли не превышает 50 мкТл. Регистрация сигналов такого низкого уровня требует создания специальных экранирующих устройств, специфической обработки сигнала и т. д.

К группе сигналов, формирующихся при внешнем воздействии (табл. 1.1), относятся разные по физической природе сигналы: прошедшее через объект рентгеновское излучение, отраженное ультразвуковое поле, кожно-гальванические реакции при использовании внешнего источника тока и т. д. Сигналы, формирующиеся при внешнем воздействии, в свою очередь, отличаются по способу их регистрации. При достаточно высоком уровне сигнала регистрация осуществляется прибором. Если регистрация отклика на внешнее воздействие невозможна из-за его низкого уровня, либо исключается из-за недопустимости вмешательства в живой организм, то для оценки уровня откликов используют психофизические эксперименты. Суть их сводится к определению параметров внешнего воздействия, вызывающего в организме отклик определенного уровня, чаще всего порогового, причем о наличии и отсутствии

этого отклика сообщают подвергаемые испытанию эксперты.

Предложенная классификация сигналов далека от совершенства и может представлять лишь предпосылку для создания более стройной классификационной системы.

Таблица 1.1

Классификационные признаки сигналов

№	Содержание классификационного признака
1	По количеству аргументов (независимых переменных)
2	По степени определенности (детерминированные и случайные)
3	По содержанию (полезные и помехи)
4	По характеру функции и аргументов (непрерывные, дискретные, квантованные)
5	По физической природе функции и аргументов
6	По необходимости внешнего воздействия на систему для получения отклика: - сигналы, исходящие от систем без внешнего воздействия; - сигналы-отклики, возникающие при внешнем воздействии на систему (измеряемые приборами и оцениваемые посредством психофизических экспериментов).

1.2. Разновидности преобразований сигналов

Регистрация сигналов производится с целью получения информации о состоянии объекта, либо для управления им. В первом случае для анализа состояния организма необходимо получить "копию", максимально близкую к оригиналу. На настоящем этапе развития науки и техники такой копией является **голограмма**. Кроме того, наиболее полные "изображения" объекта и его элементов получают методами **компьютерной томографии** и ядерно-магнитного резонанса.

Схема преобразований сигнала представлена на рис.1.1. Сигнал, исходящий от **объекта исследования** или от **источника внешнего воздействия** и преобразуемый объектом, поступает в **преобразователь физической природы сигнала**. Функция этого звена – изменить физическую природу сигнала так, чтобы измененный сигнал легко подвергался дальнейшей обработке. Как правило, легко обрабатываемыми являются электрические сигналы, поэтому наиболее часто в роли преобразователя физической природы сигнала выступают элементы, преобразующие различные физические величины (температуру, магнитную индукцию и т. д.) в электрический сигнал. В этом преобразователе физическая природа аргумента может сохраняться либо изменяться.

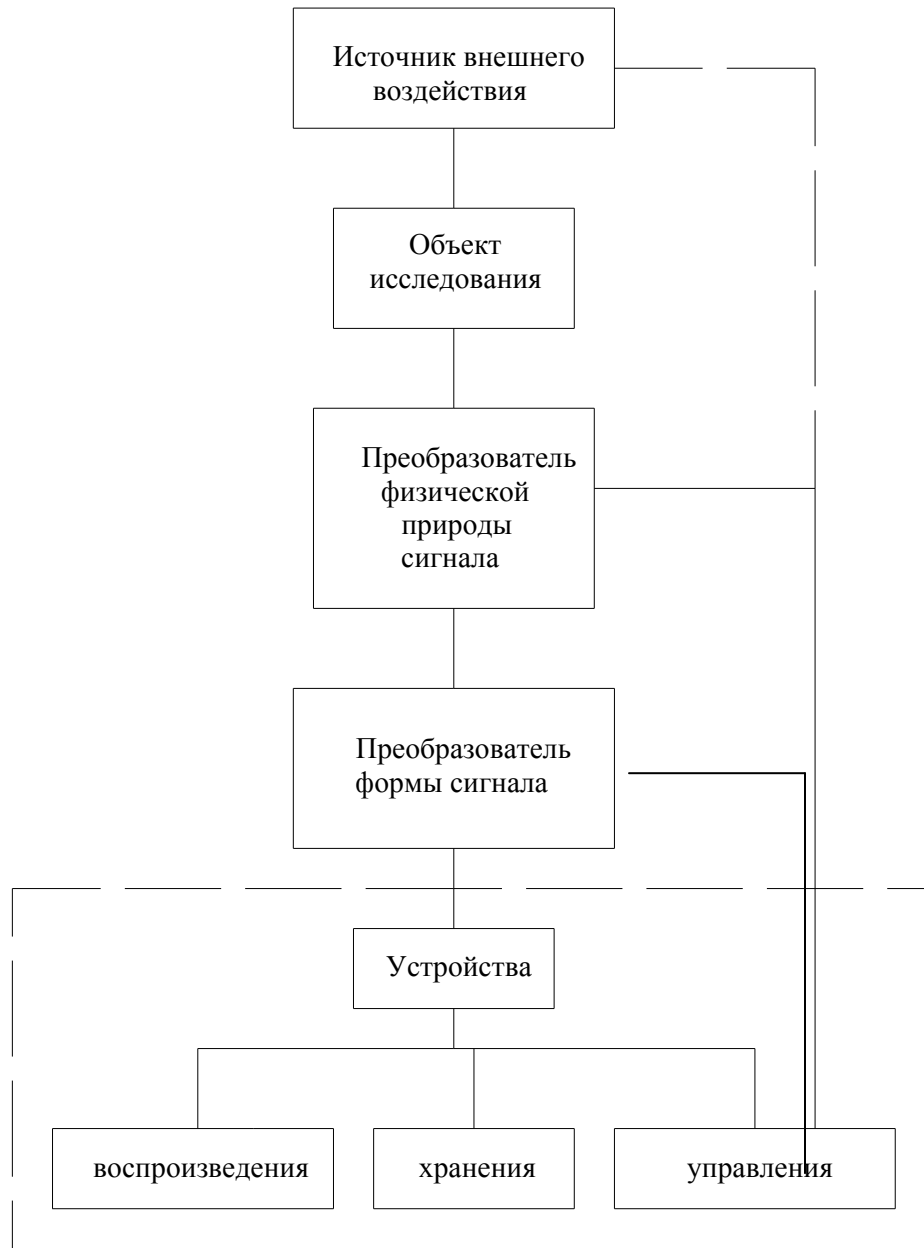


Рис.1.1. Схема преобразований медико-биологического сигнала

Например, изменение температуры в определенной точке во времени может быть преобразовано в изменение тока во времени. В то же время для записи термограммы (распределения температуры в плоскости) на ЭВМ используются преобразователи, превращающие пространственное распределение в изменение электрического параметра во времени. Необходимость в преобразователе физической природы сигнала отпадает, если сигнал имеет удобную для дальнейших преобразований природу, в частности, является электрическим. Например, в электрокардиографии для измерения разности потенциалов тела человека к телу присоединяется не датчик, а электрод (сопротивление).

В преобразователе формы сигнала производится его обработка с целью привести параметры сигнала к виду, удобному для дальнейшего использования (воспроизведение, хранение, управление). Эти преобразования могут осуществляться как в аналоговой, так и в цифровой форме. Аналоговый способ часто требует сложной аппаратной реализации и обладает свойством накапливать необратимые изменения сигнала, цифровой имеет высокую помехозащищенность и может быть реализован на компьютерной основе.

Преобразование формы сигнала (рис. 1.1) включает в себя следующие операции: модуляция, демодуляция, интегрирование и дифференцирование, спектральные преобразования, фильтрация, дискретизация, квантование, логические операции и другие операции.

Перевод непрерывного сигнала в цифровую форму осуществляется посредством проведения трех операций: дискретизации, квантования, кодирования. **Дискретизация**, кроме того, может иметь место при записи сигнала на носитель, если число аргументов сигнала превышает число измерений носителя. Например, при записи двумерного движущегося плоского изображения (функция – яркость, число аргументов сигнала – три: две пространственные координаты и время) на киноленту (двумерный носитель) приходится производить дискретизацию по одному из аргументов. Поэтому либо на прерывисто перемещающейся киноленте получают ряд подвижных фотографий (дискретизация по времени), либо записывают изображение через ряд щелей, перпендикулярных непрерывно движущейся киноленте (дискретизация по пространственной координате). Дискретизация сигнала является возможным источником его искажений.

Одним из важнейших преобразований сигнала является **его превращение в спектральную форму** (зависимости амплитуды и фазы составляющей сигнала от ее частоты). Спектральные преобразования сигнала используются в таких методах исследований, как ядерный магнитный резонанс, рентгеновская компьютерная томография. Кроме того, для повышения экономности кодирования, его производят не для отсчетов сигнала, а для отсчетов его спектрального преобразования [2]. При этом могут использоваться как преобразования Фурье (им соответствуют многоуровневые базисные функции при блочном кодировании), так и преобразования Хаара (трехуровневые функции) и Адамара (двухуровневые).

Фильтрация в системах преобразования сигнала помогает очистить сигнал от шума, сохранить необходимые частотные составляющие сигнала и удалить ненужные. Фильтрация является неотъемлемым, не всегда полезным свойством звеньев, преобразующих сигнал. Например, объектив вследствие законов физики является фильтром пространственных частот, обрезающим высокочастотную область.

Модуляция и демодуляция сигналов особенно актуальны в телеметрии (при передаче сигналов посредством электромагнитных волн).

Интегрирование (суммация) производится, например, для идентификации экстремумов по их энергии.

Дифференцирование сигнала позволяет "подчеркнуть" границы объекта, выделить его контуры, иногда интерес представляют непосредственно производные сигнала.

Логические операции являются неотъемлемой частью любой обработки сигнала. Они необходимы, например, при выделении экстремумов. Логические операции используются при обработке сигналов в цифровой форме, реализуются с помощью электрических схем.

В устройствах воспроизведения сигнал преобразуется в форму, удобную для зрительного и слухового восприятия. Представляет интерес возможность использования других органов чувств человека для восприятия сигналов, например, рецепторов, реагирующих на холод, тепло, характер поверхности, вибрации и т. д. В любом случае характеристики сигнала на выходе устройства воспроизведения должны быть согласованы с соответствующими характеристиками органов чувств. Например, требования к параметрам визуальных сигналов должны выбираться с учетом пороговых кривых зрительного анализатора человека в области пространственных и временных частот, с учетом особенностей цветового восприятия.

Хранение переносимой сигналами информации осуществляется на носителях. В соответствии с ГОСТ 13699 **носитель записи** – физическое тело, используемое в процессе записи для сохранения в нем или на его поверхности сигналов информации, а процесс записи – преобразование сигналов информации в пространственное изменение состояния или формы носителя записи с целью последующего воспроизведения [3]. К носителям записи предъявляются следующие требования: высокие плотность и качество записи, большая скорость поиска и воспроизведения необходимой информации, надежность и долговечность.

В настоящее время известны одно- двух- и трехмерные носители. К **одномерным** относятся магнитная лента, к **двумерным** – светочувствительные материалы (пленки, пластины), к **трехмерным** – светочувствительные материалы для голографии, интегральной фотографии Липмана. В настоящее время информация преимущественно записывается на носители в цифровой форме, практически в виде отдельных импульсов. Такую информацию можно записать на любой из перечисленных носителей, либо на носители, созданные специально для записи таких 0-мерных сигналов (дискета, оптический, магнитооптический диски, флэш-карты и т.д.).

Функцией устройства управления (см. рис. 1.1) является изменение параметров в преобразователе формы сигнала или (и) в источнике внешнего воздействия с целью достижения необходимого уровня качества воспроизведения и хранения информации. Кроме того, устройство управления позволяет регулировать параметры источника внешнего воздействия в соответствии с показателями состояния объекта. Устройство управления можно рассматривать как преобразователь физической природы сигнала, только в данном случае целью преобразования является превращение электрического или другого сигнала "удобной" для управления формы в требуемый процесс (механическое перемещение, изменение давления и т.д.) Преобразователи физической природы сигнала (первичные преобразователи) подробно рассматриваются в других дисциплинах. Поэтому при дальнейшем изложении материала основное внимание будет уделено преобразованиям формы сигнала, воспроизведению и хранению информации.

1.3. Спектральное представление детерминированного сигнала

Любой периодический сигнал можно рассматривать как бесконечную сумму гармоник. Удобно представить эту сумму в виде зависимости модуля амплитуды гармоник от частоты. Такое частотное распределение амплитуд гармоник, имеющее дискретный вид для периодического сигнала (рис. 1.2), называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)** спектра этого сигнала.

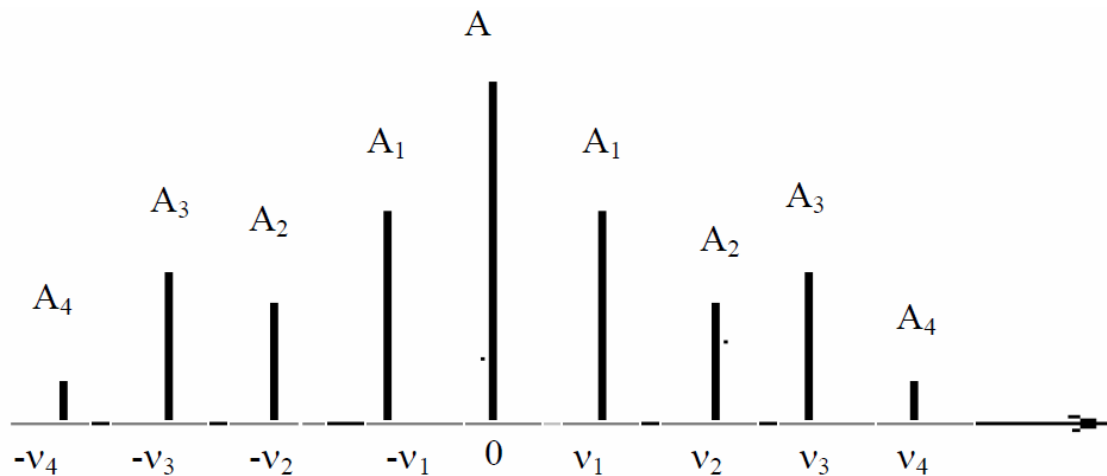


Рис. 1.2. Пример амплитудно-частотной характеристики периодического сигнала: (A – модуль амплитуды гармоник, ν - частота гармоник)

Для непериодического сигнала расстояние между спектральными линиями становится равным нулю, АЧХ имеет вид непрерывной функции (рис.1.3).

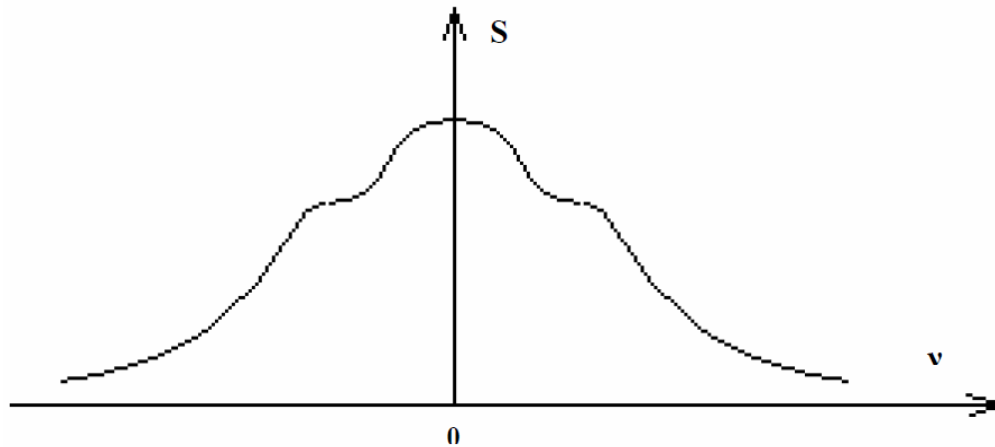


Рис. 1.3. Пример АЧХ аperiodического сигнала

Каждая частотная составляющая периодического сигнала в общем случае имеет фазовый сдвиг, т. е. смещение начала гармоники относительно точки, принятой за нулевую. Это смещение выражается в угловой мере (радианах, градусах). Его можно оценивать **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)**. Понятие ФЧХ распространяется и на непериодические сигналы.

Вся информация как о модуле амплитуды, так и о фазе частотных составляющих содержится в функции, называемой **спектральной плотностью сигнала** [1].

Спектральная плотность $\bar{S}(v)$ сигнала связана с сигналом $E(t)$ **прямым преобразованием Фурье**:

$$\bar{S}(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(-i2\pi vt) dt, \quad (1.1)$$

и наоборот, сигнал $E(t)$ может быть найден по его спектральной плотности $\bar{S}(v)$ **обратным преобразованием Фурье**:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{S}(v) \exp(i2\pi vt) dv, \quad (1.2)$$

По формуле Эйлера

$$\exp(\pm ix) = \cos x \pm i \sin x. \quad (1.3)$$

Используя формулу Эйлера (1.3), спектральную плотность $\bar{S}(v)$, определяемую выражением (1.1), можно представить как алгебраическую сумму вида:

$$\bar{S}(v) = A(v) - iB(v), \quad (1.4)$$

где $A(v)$ и $B(v)$ – соответственно **косинус- и синус-преобразования Фурье**, рассчитываемые по формулам

$$A(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \cos(2\pi vt) dt; \quad (1.5)$$

$$B(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \sin(2\pi vt) dt. \quad (1.6)$$

Спектральную плотность $\bar{S}(v)$ можно также выразить через две другие частотные характеристики: **амплитудно-частотную $S(v)$** и **фазо-частотную ФЧХ $\theta(v)$** :

$$\bar{S}(v) = S(v) \exp(i\theta(v)), \quad (1.7)$$

где
$$S(v) = \sqrt{(A(v))^2 + (B(v))^2}; \quad (1.8)$$

$$\theta(v) = -\operatorname{arctg} \frac{B(v)}{A(v)}. \quad (1.9)$$

Очевидно, что АЧХ $S(v)$ является четной функцией, а ФЧХ $\theta(v)$ – нечетной.

Сигнал $E(t)$ можно найти, зная его АЧХ $S(v)$ и ФЧХ $\theta(v)$:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(v) \exp(-i(2\pi vt + \theta(v))) dv. \quad (1.10)$$

Четность АЧХ и нечетность ФЧХ позволяет упростить выражение (1.10) и привести его к виду:

$$E(t) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} S(v) \cos(2\pi vt + \theta(v)) dv. \quad (1.11)$$

Значение спектральной плотности $\bar{S}(\nu)$ и АЧХ $S(\nu)$ на нулевой частоте есть интеграл вида

$$\bar{S}(0) = S(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) dt, \quad (1.12)$$

а ФЧХ $\theta(\nu)$ обращается в нуль:

$$\theta(0) = 0. \quad (1.13)$$

Пример. Найдем АЧХ $S(\nu)$ и ФЧХ $\theta(\nu)$ сигнала $E(t)$, представляющего собой прямоугольный импульс (рис.1.4).

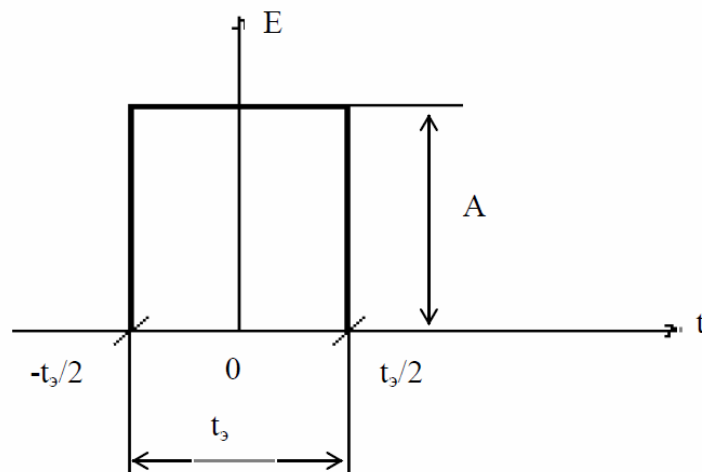


Рис. 1.4. График прямоугольного импульса

Сначала вычислим синус- и косинус-преобразования Фурье $A(\nu)$ и $B(\nu)$, используя формулы (1.5) и (1.6). Бесконечные пределы в данном конкретном случае заменяем на $-t_3/2$ и $t_3/2$. Внутри этих пределов значение сигнала $E(t)$ равно A . Выражение (1.6) в данном случае есть интеграл с симметричными пределами нечетной функции (сигнал $E(t)$ – четная функция, синус – нечетная, их произведение – нечетная функция). Следовательно, в данном случае, как и для всех четных сигналов, синус-преобразование $B(\nu)$ обращается в нуль. Расчет косинус-преобразования $A(\nu)$ по формуле (1.5) приводит к интегралу вида

$$A(\nu) = \int_{-t_3/2}^{t_3/2} A \cos(2\pi\nu t) dt. \quad (1.14)$$

После интегрирования правой части выражения (1.14) получим:

$$A(\nu) = \frac{A \sin(\pi \nu t_3)}{\pi \nu}. \quad (1.15)$$

Чтобы упростить формулу (1.15), используем функцию вида

$$\sin cx = \frac{\sin x}{x}. \quad (1.16)$$

Тогда выражение (1.15) примет вид:

$$A(\nu) = At_3 \operatorname{sinc}(\pi \nu t_3). \quad (1.17)$$

Так как в данном случае из-за четности сигнала $B(\nu) = 0$, то

$$S(\nu) = A(\nu) = At_3 \operatorname{sinc}(\pi \nu t_3). \quad (1.18)$$

График $S(\nu)$ схематично приведен на рис. 1.5 и представляет собой четную функцию, осциллирующую относительно оси ν с постоянным периодом и убывающей амплитудой. При нулевом значении ν функция $\operatorname{sinc} cx$ равна 1 (отношение величин при их стремлении к нулю заменяется отношением производных).

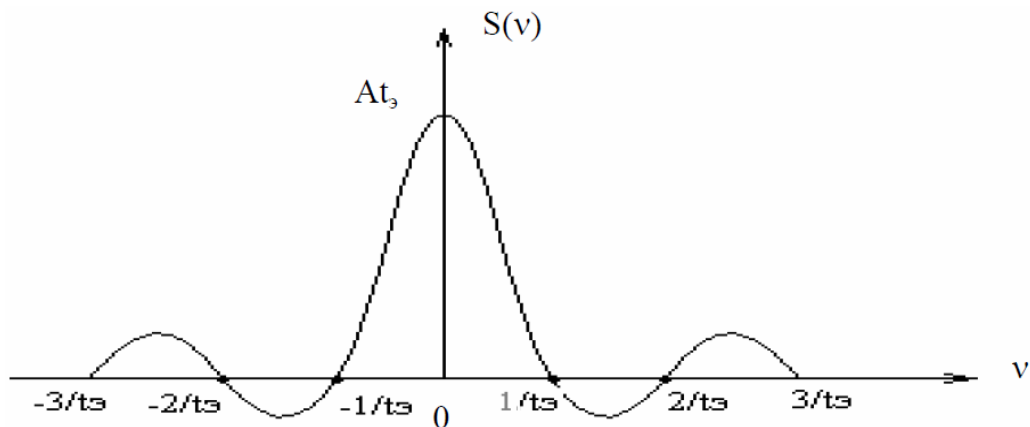


Рис.1.5. АЧХ прямоугольного импульса

ФЧХ сигнала $\theta(\nu)$, вычисляемая по формуле (1.9), равна нулю, т. к. функция $B(\nu)$ обратилась в нуль. **ФЧХ равна нулю для всех четных сигналов.**

1.4. Преобразование детерминированного сигнала в линейных системах

Чтобы преобразовать входной сигнал в удобную для хранения, воспроизведения и управления форму, необходимо обосновать требования к параметрам систем преобразования сигнала. Для этого надо математически описать связь между сигналами на входе, выходе системы и параметрами системы.

В общем случае система преобразования сигнала является нелинейной: при вхождении в нее гармонического сигнала на выходе системы возникают гармоники других частот. Параметры нелинейной системы преобразования зависят от параметров входного сигнала. Общей теории нелинейности не существует [9]. Одним из способов описать связь между входным $E_{\text{вх}}(t)$ и выходным $E_{\text{вых}}(t)$ сигналами и параметром K нелинейности системы преобразования является следующий:

$$E_{\text{вых}}(t) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} K(E_{\text{вх}}(t - t_1), t_1) dt_1, \quad (1.19)$$

где t и t_1 – аргументы в пространстве выходного и входного сигналов соответственно.

Нелинейность системы преобразования определяется видом функции K .

Чтобы упростить анализ процесса преобразований сигнала, используют допущение о линейности систем преобразований. Это допущение применимо к нелинейным системам, если сигнал имеет малую амплитуду гармоник, либо когда систему можно рассматривать как совокупность линейного и нелинейного звеньев. Примером такой нелинейной системы являются светочувствительные материалы (подробный анализ их преобразующих свойств будет сделан ниже).

Рассмотрим преобразование сигнала в линейных системах. Система называется **линейной**, если ее реакция на одновременное воздействие нескольких сигналов равна сумме реакций, вызываемых каждым сигналом, действующим отдельно [5], т. е. выполняется принцип суперпозиции [6]:

$$E_{\text{вых}}(t) = \varphi \left(\sum_{i=1}^n a_i E_{\text{вх}i}(t) \right) = \sum_{i=1}^n a_i \varphi E_{\text{вх}i}(t), \quad (1.20)$$

где φ – математический оператор, показывающий, каким образом система преобразует входные сигналы в выходные;

$E_{\text{вых}}(t)$ – сигнал на выходе системы преобразования;

$E_{\text{вх}i}(t)$ – i -тая составляющая сигнала на входе системы;

a_i – постоянный множитель i -той составляющей сигнала.

Примером линейных систем могут служить оптические системы. Если система линейна, то связь между входным и выходным сигналом имеет конкретный вид, называемый **интегралом суперпозиции**:

$$E_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{вх}}(t_1)E_0(t, t_1)dt_1, \quad (1.21)$$

где t, t_1 – аргументы в пространстве выходного и входного сигналов соответственно;

$E_0(t, t_1)$ – импульсная реакция системы.

Импульсной реакцией системы называется выходной сигнал, если на вход подан сигнал, описываемый дельта-функцией Дирака. Эту функцию $\delta(x)$ определяют тремя условиями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta(t) = 0 \text{ при } t \neq 0; \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1; \\ \delta(t) = \delta(-t). \end{array} \right. \quad (1.22)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1; \quad (1.23)$$

$$\delta(t) = \delta(-t). \quad (1.24)$$

Геометрически она совпадает с положительной частью вертикальной оси координат, т. е. имеет вид луча, выходящего вверх из начала координат. **Физической реализацией дельта-функции Дирака** в пространстве является точка с бесконечной яркостью, во времени – бесконечно короткий импульс бесконечно большой интенсивности, в спектральном пространстве – бесконечно сильное монохроматическое излучение.

Дельта-функция Дирака обладает следующими свойствами:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)\delta(t - t_1)dt = E(t_1), \quad (1.25)$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t). \quad (1.26)$$

Если импульс происходит не на нулевом отсчете, а при значении аргумента t_1 , то такую "сдвинутую" на t_1 дельта-функцию можно описать как $\delta(t-t_1)$.

Чтобы упростить выражение (1.21), связывающее выходной и входной сигналы линейной системы, принимают допущение о нечувствительности (инвариантности) линейной системы к сдвигу. Линейная система называется **нечувствительной к сдвигу**, если при сдвиге импульса импульсная реакция из-

меняет только свое положение, но не изменяет своей формы [6], т. е. удовлетворяет равенству:

$$E_0(t, t_1) = E_0(t - t_1). \quad (1.27)$$

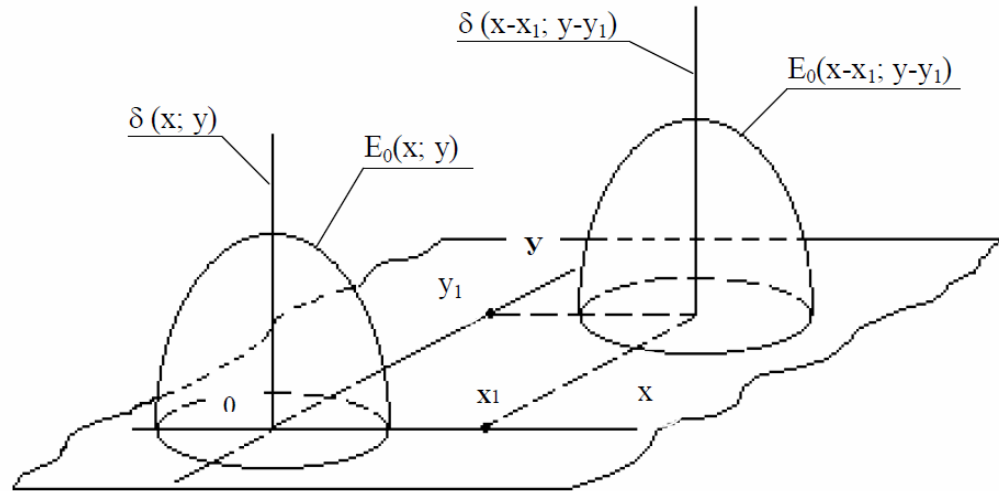


Рис. 1.6. Нечувствительность импульсной реакции систем или фильтров к сдвигу

Оптические системы, являясь линейными, чувствительны к сдвигу (не инвариантны): распределение, освещенность и размер "кружка" (в общем случае не являющегося кругом) рассеяния зависят от координаты в плоскости изображения. Как правило, в центре поля зрения диаметр "кружка" меньше, а максимальное значение импульсной реакции больше, чем по краям (рис.1.7).

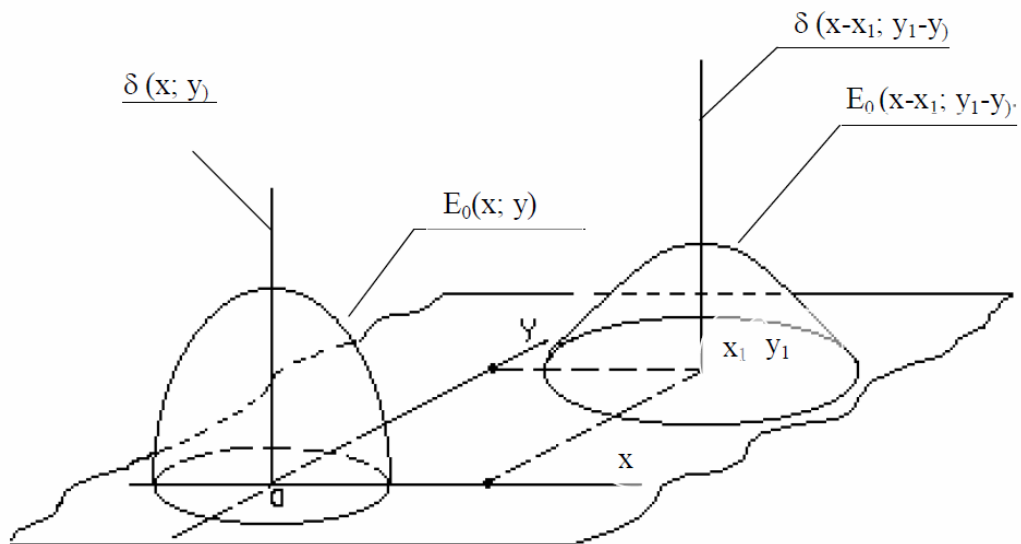


Рис. 1.7. Чувствительность импульсной реакции к сдвигу

Для нечувствительных к сдвигу линейных систем выражение (1.21), связывающее входной и выходной сигналы, приобретает более простой вид:

$$E_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{вх}}(t_1) E_0(t - t_1) dt_1. \quad (1.28)$$

Указанное выражение представляет свертку функций $E_{\text{вх}}(t)$ и $E_0(t)$. **Свертка** – это операция получения функции $f(t)$ из функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$, имеющая вид:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t_1) \cdot f_2(t - t_1) dt_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t - t_1) \cdot f_2(t_1) dt_1. \quad (1.29)$$

Из определения свертки следует возможность представить выражение (1.28) в несколько ином виде:

$$E_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\text{вх}}(t - t_1) E_0(t_1) dt_1. \quad (1.30)$$

Уравнения, связывающие входной и выходной сигнал для нечувствительных к сдвигу систем, могут быть распространены на системы с двумя, а в общем случае и с большим количеством аргументов.

Интегральные выражения свертки предлагается в целях сокращения записи заменить символом "*" [6]:

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t), \quad (1.31)$$

что для рассматриваемых преобразований дает

$$E_{\text{вых}}(t) = E_{\text{вх}}(t) * E_0(t). \quad (1.32)$$

Таким образом, зная сигнал на входе линейной и инвариантной к сдвигу системы, а также импульсную реакцию системы (отклик ее на единичный импульс), по формулам (1.28) и (1.30) можно математически определить сигнал на выходе системы, не реализуя физически саму систему.

К сожалению, из указанных выражений невозможно непосредственно найти одну из подынтегральных функций $E_{\text{вх}}(t)$ или $E_0(t)$ по второй и известному выходному сигналу.

Если линейная, нечувствительная к сдвигу система состоит из нескольких, последовательно пропускающих сигнал фильтрующих звеньев, то им-

пульсная реакция системы представляет собой свертку импульсных реакций составляющих фильтров, что в сокращенном виде можно записать как

$$E_0(t) = E_{01}(t) * E_{02}(t) * \dots * E_{0n}(t), \quad (1.33)$$

где $E_{01}(t), E_{02}(t), \dots, E_{0n}(t)$ – импульсные реакции составляющих систему фильтров;

$E_0(t)$ – импульсная реакция системы в целом.

Для обеспечения удобства сравнения характеристик различных фильтров импульсную реакцию можно нормировать условием [11]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t) dt = 1, \quad (1.34)$$

что соответствует сохранению неизменного значения постоянной составляющей сигнала при фильтрации (это станет очевидным при анализе фильтрации в частотной области).

Пример. Рассмотрим преобразование оптического сигнала при получении на светочувствительном материале миры с косинусоидальным распределением интенсивности. Мирой называется решетка или ее изображение, состоящие из группы полос определенной ширины. Распределение яркости в решетке обычно имеет прямоугольный или косинусоидальный характер. Миры необходимы для экспериментального изучения свойств фильтров оптических сигналов.

Схема устройства для записи косинусоидальной миры представлена на рис. 1.8.

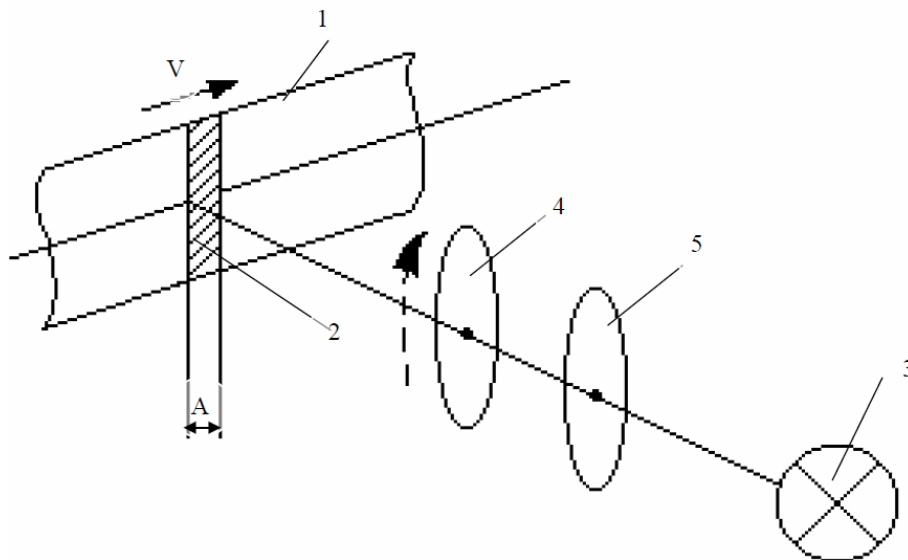


Рис. 1.8. Схема устройства для получения миры с косинусоидальным распределением интенсивности

Равномерно перемещающуюся со скоростью v фотопленку 1 освещают через щель 2 шириной A . Изменение освещенности во времени производится по косинусоидальному закону. Это достигается за счет прохождения светового пучка через осветительную систему 3 и два поляроидных фильтра 4 и 5. Поляроидный фильтр 4 равномерно вращается, фильтр 5 неподвижен. Вращение оси подвижного поляризатора относительно неподвижного обеспечивает косинусоидальное изменение интенсивности проходящего светового пучка. Уравнение изменения освещенности $E(t)$ в плоскости щели имеет вид:

$$E(t) = a_0 + a \cos \omega_1 t, \quad (1.35)$$

где a_0 – постоянная составляющая освещенности;
 a – амплитуда переменной составляющей;
 ω_1 – угловая частота изменения освещенности;
 t – время.

Так как светочувствительный материал равномерно перемещается со скоростью v вдоль оси x , независимую переменную t можно представить как отношение x/v и перейти к уравнению входного сигнала $E(x)$ в функции пространственной координаты x :

$$E_{\text{вх}}(x) = a_0 + a \cos \frac{\omega_1}{v} x. \quad (1.36)$$

Фильтрами в рассматриваемой системе являются щель и фотопленка. Так как подробный анализ свойств светочувствительных материалов будет приведен ниже, то проанализируем только фильтрующее действие щели 2. Импульсную реакцию $E_0(x)$ щели 2 шириной A можно представить в виде:

$$E_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{A} & \text{при } -\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2}, \\ 0 & \text{при } x \leq -\frac{A}{2}, \quad x \geq \frac{A}{2}. \end{cases} \quad (1.37)$$

Выходным сигналом $E_{\text{вых}}(x)$ является пространственное распределение освещенности в плоскости фотопленки:

$$E_{\text{вых}}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\text{вх}}(x - x_1) E_0(x_1) dx_1. \quad (1.38)$$

Подстановка в это уравнение выражений для $E_{\text{вх}}$ и E_0 дает

$$E_{\text{ВЫХ}}(x) = \int_{-A/2}^{A/2} \left(a_0 + a \cos\left(\frac{\omega_1}{v}(x - x_1)\right) \right) \cdot \frac{1}{A} dx_1. \quad (1.39)$$

Представление косинуса разности как суммы произведений косинуса и синуса и замена интеграла суммы суммой интегралов упрощает дальнейшее интегрирование:

$$E_{\text{ВЫХ}}(x) = \frac{a_0}{A} \int_{-A/2}^{A/2} dx_1 + \frac{a}{A} \cos \frac{\omega_1}{v} \cdot \int_{-A/2}^{A/2} \cos\left(\frac{\omega_1}{v} x_1\right) dx_1 + \frac{a}{A} \sin \frac{\omega_1}{v} \cdot \int_{-A/2}^{A/2} \sin\left(\frac{\omega_1}{v} x_1\right) dx_1. \quad (1.40)$$

Последний интеграл обращается в нуль, т. к. подынтегральная функция нечетная, а пределы интегрирования симметричны. Вычисление двух первых интегралов дает:

$$E_{\text{ВЫХ}}(x) = a_0 + \frac{\sin\left(\frac{\omega_1 A}{2v}\right)}{\frac{\omega_1 A}{2v}} a \cos \frac{\omega_1}{v} x. \quad (1.41)$$

Так как

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega_1 A}{2v}\right)}{\frac{\omega_1 A}{2v}} = \text{sinc}\left(\frac{\omega_1 A}{2v}\right),$$

то окончательный вид уравнения сигнала на выходе щели следующий:

$$E_{\text{ВЫХ}}(x) = a_0 + \text{sinc}\left(\frac{\omega_1 A}{2v}\right) a \cos \frac{\omega_1}{v} x.$$

Сравнение $E_{\text{ВЫХ}}(x)$ и $E_{\text{ВХ}}(x)$ показывает, что они отличаются лишь наличием множителя в переменной части. График функции типа sinc представлен на рис. 1.5. Она характеризуется осциллирующим с постоянным периодом убыванием от 1 до 0.

Следовательно, при увеличении значения аргумента этой функции, т. е. при росте произведения $\omega_1 A$ и уменьшении v , амплитуда переменной составляющей сигнала на выходе падает.

Кроме того, эта амплитуда будет обращаться в нуль, когда

$$\operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_1 A}{2\nu}\right) = 0.$$

Это имеет место при

$$\frac{\omega_1 A}{2\nu} = 2\pi n, \text{ где } n = \pm 1, \pm 2 \dots$$

В таком случае вместо миры на пленке получится равномерное почернение.

Изменения постоянной составляющей сигнала a_0 не произошло, т. к. импульсная реакция щели здесь являлась нормированной в соответствии с условием (1.37).

Таким образом, регулируя параметры записи миры ν , A , ω_1 , можно подобрать оптимальную для данного светочувствительного материала амплитуду переменной составляющей освещенности, равную произведению $a \operatorname{sinc}((\omega_1 A)/(2\nu))$, и предотвратить брак.

1.5. Преобразование спектра детерминированного сигнала в линейных системах

В линейной, нечувствительной к сдвигу системе, удобнее осуществлять преобразование не самих сигналов, а их спектральных характеристик, т. к. в этом случае интегральная операция свертки заменяется операциями умножения и сложения.

Этот переход базируется на **теореме свертки**: преобразование Фурье свертки двух функций равно произведению преобразований Фурье исходных функций. Таким образом, равенствам (1.32) и (1.33) в спектральном пространстве соответствуют выражения:

$$\bar{S}_{\text{вых}}(\nu) = \bar{S}_{\text{вх}}(\nu) \cdot \bar{S}_0(\nu); \quad (1.42)$$

$$\bar{S}_0(\nu) = \bar{S}_{01}(\nu) \cdot \bar{S}_{02}(\nu) \cdot \dots \cdot \bar{S}_{0n}(\nu), \quad (1.43)$$

где $\bar{S}_{\text{вых}}(\nu)$ и $\bar{S}_{\text{вх}}(\nu)$ – спектральные плотности выходного и входного сигналов;

$\bar{S}_0(\nu)$ – комплексная частотная характеристика системы, представляющая Фурье-преобразование импульсной реакции;

$\bar{S}_{01}(v), \bar{S}_{02}(v), \dots, \bar{S}_{0n}(v)$ – комплексные частотные характеристики фильтров, образующих систему.

Подстановка выражения (1.7) в формулы (1.42) и (1.43) позволяет осуществить переход от соотношений, связывающих спектральные плотности и комплексные частотные характеристики к уравнениям, содержащим амплитудно- и фазочастотные характеристики:

$$S_{\text{ВЫХ}}(v) = S_{\text{ВХ}}(v) \cdot S_0(v); \quad (1.44)$$

$$\theta_{\text{ВЫХ}}(v) = \theta_{\text{ВХ}}(v) + \theta_0(v); \quad (1.45)$$

$$S_0(v) = S_{01}(v) \cdot S_{02}(v) \cdot \dots \cdot S_{0n}(v); \quad (1.46)$$

$$\theta_0(v) = \theta_{01}(v) + \theta_{02}(v) + \dots + \theta_{0n}(v), \quad (1.47)$$

где $S_{\text{ВЫХ}}(v), S_{\text{ВХ}}(v)$ – АЧХ сигнала на выходе и входе системы;

$\theta_{\text{ВЫХ}}(v), \theta_{\text{ВХ}}(v)$ – ФЧХ сигнала на выходе и входе системы;

$S_0(v), \theta_0(v)$ – АЧХ и ФЧХ системы, вычисляемые по формулам (1.5), (1.6), (1.8), (1.9), куда вместо $E(t)$ подставляется импульсная реакция системы $E_0(t)$;

$S_{01}(v), S_{02}(v), \dots, S_{0n}(v)$ – АЧХ фильтров, образующих систему;

$\theta_{01}(v), \theta_{02}(v), \dots, \theta_{0n}(v)$ – ФЧХ фильтров, образующих систему.

Из выражений (1.44)–(1.47) следует, что в пространстве спектров вместо интегральной операции свертки фильтрация характеризуется произведением АЧХ и суммой ФЧХ, причем, в отличие от свертки, где можно вычислить только выходной сигнал и импульсную реакцию системы в целом, в спектральном пространстве можно определить любой член выражений по известным остальным. Например, зная сигнал на выходе, а, следовательно, его АЧХ, ФЧХ, и соответствующие характеристики системы или фильтра, можно рассчитать АЧХ и ФЧХ входного сигнала, т. е. восстановить входной сигнал.

Такой простой способ восстановления исходной информации подразумевает отсутствие шума в сигнале и в канале его передачи. Непременное наличие шума в реальных системах, позволяет восстановить входной сигнал лишь с некоторой погрешностью.

Пример. Найдем АЧХ и ФЧХ сигнала в плоскости светочувствительного материала при получении миры с косинусоидальным распределением контраста (см. пример из раздела 1.4). Сигнал $E_{\text{ВХ}}(x)$ представляет собой четную функцию, следовательно, его АЧХ $S_{\text{ВХ}}(v)$ есть косинус-преобразование Фурье. Найдем $S_{\text{ВХ}}(v)$, используя таблицы преобразований Фурье [7]:

$$S_{\text{ex}}(f) = a_0 \delta(f) + \frac{a}{2} \delta\left(\frac{\omega_1}{2\pi\nu} - |f|\right),$$

где f – пространственная частота, мм^{-1} ;

прочие обозначения приведены в предыдущем примере.

ФЧХ входного сигнала $\theta_{\text{вх}}(f)$ из-за его четности равна нулю.

Аналогично определяем АЧХ $S_0(f)$ и ФЧХ $\theta_0(f)$ щели, используя четность импульсной реакции:

$$S_0(f) = \text{sinc}(\pi f A),$$

$$\theta_0(f) = 0.$$

АЧХ $S_{\text{вх}}(f)$ и ФЧХ $\theta_{\text{вых}}(f)$ на выходе щели найдем, используя формулы (1.44) и (1.45):

$$S_0(f) = a_0 \delta(f) \cdot \text{sinc}(\pi f A) + \frac{a}{2} \delta\left(\frac{\omega_1}{2\pi\nu} - |f|\right) \cdot \text{sinc}(\pi f A).$$

Выходной сигнал, или распределение освещенности в плоскости светочувствительного материала в силу четности АЧХ $S_{\text{вх}}(f)$ можно найти, как ее косинус-преобразование:

$$E_{\text{вых}}(x) = a_0 + a \cos\left(\frac{\omega_1}{\nu} x\right) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega_1 A}{2\nu}\right).$$

Очевидно, что определение выходных характеристик сигнала с использованием произведения в спектральной области удобней, чем с применением свертки (см. предыдущий пример).

1.6. Физические основы фильтрующего действия в различных системах преобразования сигнала

В зависимости от **способа передачи сигнала** фильтры можно разделить на две большие группы: **аналоговые** и **цифровые** (дискретные). Импульсные реакции и частотные характеристики аналоговых фильтров являются непрерывными функциями. Цифровые (дискретные) фильтры обрабатывают последовательности чисел, т. е. сигналы в цифровой форме, и представляют собой цифровую электрическую схему или компьютерную программу. Они имеют следующие преимущества: высокая помехоустойчивость, зависимость

точности от погрешности округления чисел, а не от допусков на элементы схемы фильтра, возможность быстрого изменения характеристики фильтра, большую устойчивость к температурным колебаниям и нестабильности электрических параметров схемы.

По виду **физической величины (функции)**, преобразуемой фильтром, последние делятся на фильтры оптических, акустических, механических и электрических сигналов. Аргументом фильтруемых сигналов могут быть пространственные x, y, z , временные t координаты, длина волны λ оптического излучения.

Классификация фильтров с названиями соответствующих систем приведена в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Классификация фильтров

По наличию или отсутствию дискретности	Аналоговые			Цифровые	
По физической природе функции	Оптические		Акустические, механические	Электрические	
По физической природе аргумента	По x, y, z	По λ	По t	По t	
Название фильтрующей системы (пример)	Объективы, световоды, фотоматериалы, электронный пучок в TV, пучок квантов из рентгеновской трубки	Спектральная пластина, жидкие среды	Мембраны, демпферы, слуховой анализатор человека, мышечная и жидкие ткани, пружина	Усилитель с избирательными свойствами	Цифровые электрические схемы, компьютерные программы

Параметры каждого типа фильтра (импульсная реакция, АЧХ, ФЧХ) определяются его физическими особенностями. Проанализируем фильтрующие особенности ряда фильтров.

Оптические системы

Неидеальность передачи изображений объясняется наличием aberrаций (искажается сферический фронт волн от точечного источника) и дифракцией на входном зрачке.

Расчет АЧХ оптических систем можно произвести с использованием компьютерной программы "Опал" (оптический алгоритм). Исходными значениями для расчета являются размеры элементов и характеристики материалов. Если волновая aberrация не превосходит четверти длины волны светового излучения (критерий Рэлея), что имеет место при малых относительных отверстиях, то оптическая система называется дифракционно ограниченной. В этом случае расчетная формула АЧХ $K(f_x, f_y)$ упрощается и имеет вид:

$$K(f_x, f_y) = \frac{F(f_x, f_y)}{F_{зр}},$$

где f_x, f_y – пространственная частота в направлениях x, y в плоскости зрачка;

$F_{зр}$ – площадь зрачка;

$F(f_x, f_y)$ – площадь перекрытия двух условно смещенных от начала координат зрачков, центр одного из которых имеет координаты $(\lambda L f_x / 2, \lambda L f_y / 2)$, а другого – $(-\lambda L f_x / 2, -\lambda L f_y / 2)$, где λ – длина волны оптического излучения, а L – расстояние от плоскости зрачка до плоскости изображения.

Световоды

В результате многократного отражения от внутренних поверхностей световода происходит усреднение освещенности внутри его светового диаметра. Распределение освещенности внутри светового диаметра на выходном торце, если на входном – светящаяся точка, представляет собой импульсную реакцию световода.

Если в первом приближении принять, что освещенность на выходном торце световода постоянна, то его АЧХ будет рассчитываться по формуле

$$K_f = \text{sinc}(\pi f d),$$

где d – световой диаметр выходного торца.

Аналогичным фильтрующим действием в области пространственных частот обладает считывающий или формирующий оптическое изображение электронный пучок в ТВ-датчиках и приемниках. Плотность тока в проекции пучка на плоскость изображения плавно уменьшается от центра к краям. Для упрощения анализа такое распределение можно аппроксимировать треугольником, тогда АЧХ представляет квадрат "синковой" функции.

Светочувствительные материалы

Преобразование распределения световой энергии в распределение интенсивности почернения светочувствительного материала обусловлено, во-первых, рассеянием света в светочувствительном материале, во-вторых, химическими преобразованиями светочувствительных частиц. Первый процесс из двух указанных можно рассматривать как линейную фильтрацию.

АЧХ этой линейной части фильтрации $K(f)$ до частот 100 мм^{-1} в оранжевой части спектра (0,58-0,70 мк) аппроксимируется формулой:

$$K(f) = (1 + 1,55df/\eta),$$

где f – пространственная частота;

d – размер эмульсионных микрокристаллов;

η – объемная концентрация галогенидов серебра в сухом эмульсионном слое.

Дальнейшее преобразование сигналов из перераспределенной световой энергии в распределение коэффициентов пропускания обработанного светочувствительного материала (нелинейное преобразование) описывается с использованием **характеристической кривой** – зависимости оптической плотности \check{D} (или коэффициента пропускания τ) от логарифма экспозиции $\lg H$ (или экспозиции H). **Экспозицию** в первом приближении можно рассматривать как произведение освещенности материала на время экспонирования. Общий вид характеристических кривых представлен на рис. 1.9.

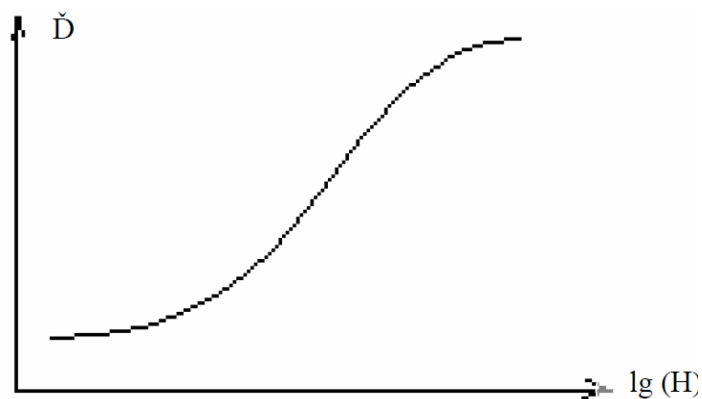


Рис. 1.9. Характеристическая кривая светочувствительных материалов в координатах «оптическая плотность \check{D} – логарифм экспозиции $\lg H$ »

Фотозатворы, прерыватели светового потока

Представляют собой временные оптические аналоговые фильтры. Фильтрация обусловлена совместным действием элемента, перекрывающего доступ

света к светочувствительному материалу, и свойством светочувствительных материалов суммировать световую энергию.

Импульсной реакцией фотозатвора или другого прерывателя светового потока является изменение освещенности точки в плоскости светочувствительного материала от времени, обусловленное действием прерывателя светового потока.

Как правило, при работе прерывателя происходит постепенное увеличение освещенности точки, например, фотозатвор постепенно перекрывает сечение светового конуса с основанием на зрачке объектива и с вершиной в указанной точке. Затем освещенность некоторое время может оставаться постоянной, после чего плавно падает. Поэтому импульсную реакцию прерывателей светового потока во времени можно аппроксимировать трапецией, а АЧХ равна произведению двух "синковых" функций от угловой частоты, умноженной на полусумму оснований трапеций для первого сомножителя и полуразности оснований для второго.

Аналоговые электрические фильтры

Примером аналоговых электрических фильтров являются усилители с избирательными свойствами. Эти фильтры можно разделить на четыре группы: низких, высоких частот, полосовые и режекторные (заградительные).

Фильтры низких частот пропускают частоты от нуля до определенного значения, фильтры высоких частот – от определенного значения до бесконечности. Полосовые и режекторные обеспечивают пропускание или непропускание сигнала заданного ряда частот.

Если частотные характеристики фильтров являются уравнениями первого порядка, то такие фильтры называются фильтрами первого порядка. Для них характерна пологость наклонных участков частотной характеристики. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) фильтров первого порядка приведенные в [8], изображены на рис.1.10.

Комплексные частотные характеристики некоторых фильтров высоких частот $\bar{S}_B(f)$ и низких частот $\bar{S}_H(f)$ имеют вид:

$$\bar{S}_B(f) = \frac{R_2}{R_1 + 1/(i2\pi\nu C_1)};$$
$$\bar{S}_H(f) = -\frac{R_2}{R_1(1 + i2\pi\nu C_2 R_2)}.$$

Обозначения в вышеприведенных формулах соответствуют указанным на электрических схемах в [8].

Чтобы увеличить крутизну спада частотных характеристик используют фильтры второго порядка, где в формулах характеристик частотный аргумент встречается во второй степени. Требуемый эффект достигается введением дополнительных RC -цепей или последовательного включения идентичных фильтров. Полосовые и режекторные фильтры часто реализуют, используя мостовые схемы. Подробнее информация об электрических аналоговых фильтрах изложена в [8].

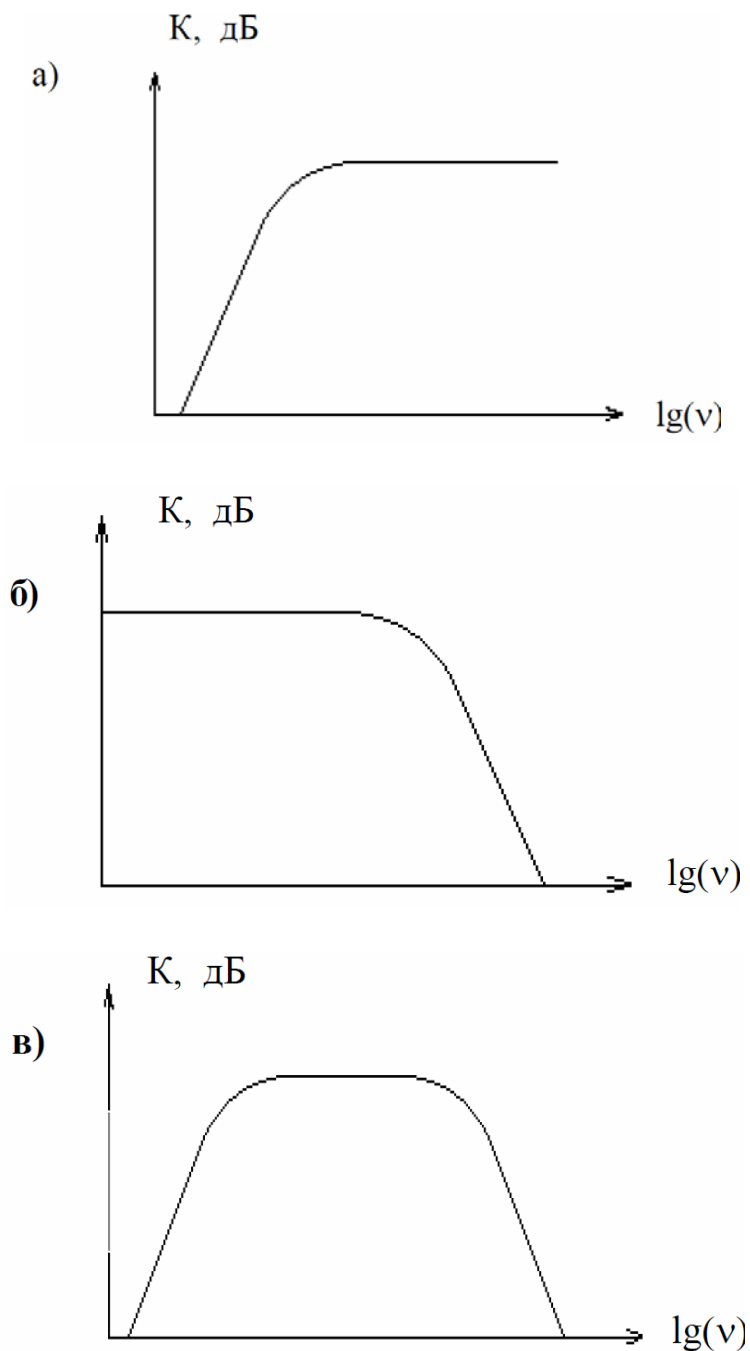


Рис. 1.10. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики фильтра высоких частот (а), низких частот (б), полосового фильтра (в)

Цифровые фильтры

Цифровые фильтры выполняются в виде схем на основе счетчиков. При использовании микропроцессорной техники и ЭВМ цифровую фильтрацию можно осуществить программно с помощью специальных алгоритмов. Характеристиками таких фильтров достаточно просто управлять. С помощью компьютерной обработки можно повысить контрастность изображения, выделить его контуры, изменить диапазон яркостей [9].

Зрительный анализатор человека

Аналоговым оптическим фильтром пространственных и временных частот является зрительный анализатор человека. Его АЧХ в области пространственных и временных частот были определены экспериментально для условия восприятия киноизображения [6]. При этом амплитуда гармонических сигналов на входе зрительного анализатора устанавливалась таким образом, чтобы выходной уровень сигнала соответствовал шуму глаза. Эксперименты показали, что в частотных областях ниже 10-12 Гц и 10-20 мм⁻¹ в плоскости сетчатки зрительный анализатор не линеен, а в диапазонах 12-50 Гц и 20-120 мм⁻¹ может рассматриваться как линейный фильтр.

1.7. Преобразования детерминированного сигнала и его спектра при дискретизации

При дискретизации непрерывный сигнал превращается в совокупность отдельных отсчетов, отстоящих друг от друга на период дискретизации T , чаще всего постоянный. На первый взгляд, восстановление промежуточных ("потерянных") значений сигнала невозможно. Однако **теорема отсчетов** гласит, что любой сигнал $E(t)$, содержащий частоты не более f_{max} , можно с любой степенью точности передать с помощью отсчетов, следующих через период, равный $1/2f_{max}$, если на выходе системы передачи расположен идеальный фильтр.

Под идеальным здесь понимают фильтр, имеющий форму прямоугольника и срез АЧХ на частотах $-f_{max}$, f_{max} . График АЧХ идеального фильтра представлен на рис. 1.11а, его импульсная реакция на рис. 1.11б.

В соответствии с теоремой отсчетов, чтобы ограничить спектр входящего в дискретизатор сигнала частотой f_{max} , необходимо поставить идеальный фильтр еще и на входе дискретизатора. Тогда система, обеспечивающая полное восстановление сигнала после дискретизации, представляет собой совокупность "идеальный фильтр на входе – дискретизатор – идеальный фильтр на выходе".

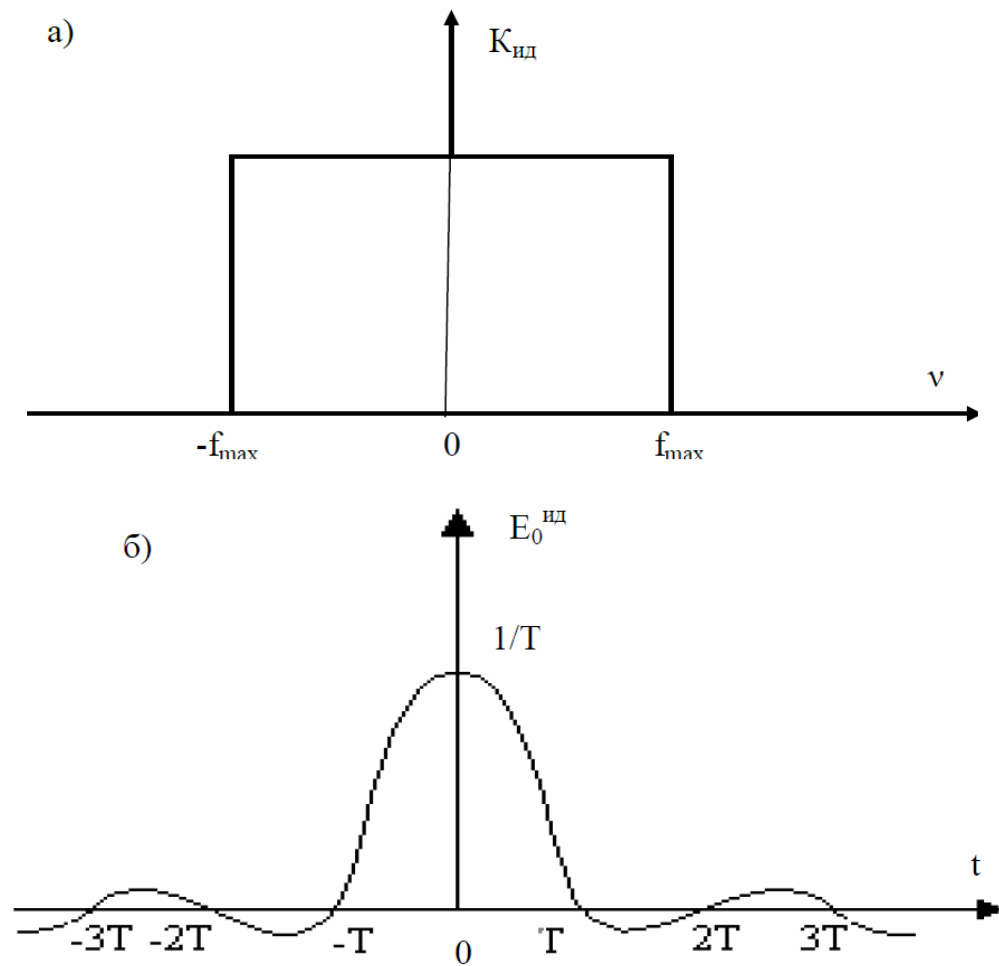


Рис. 1.11. АЧХ (а) и импульсная реакция (б) идеального фильтра ($T = 1/(2f_{max})$)

Схема такой системы представлена на рис. 1.12. Входной идеальный фильтр $\Phi_1^{ид}$ обрезает частотные составляющие сигнала $E_{вх}$ выше f_{max} , в результате чего сигнал E_1 на выходе $\Phi_1^{ид}$ имеет более "сглаженный" вид, чем $E_{вх}$ (рис.1.13 а и б), а в спектре S_1 "отрезаны" высокочастотные "хвосты" спектра $S_{вх}$. (рис.1.13 б и г).

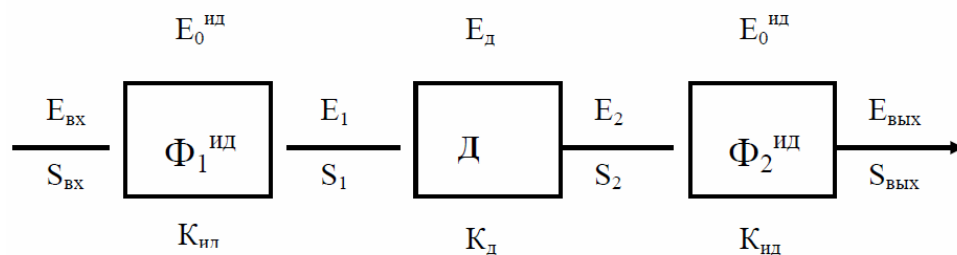


Рис. 1.12. Схема системы, обеспечивающей полное восстановление сигнала после дискретизации

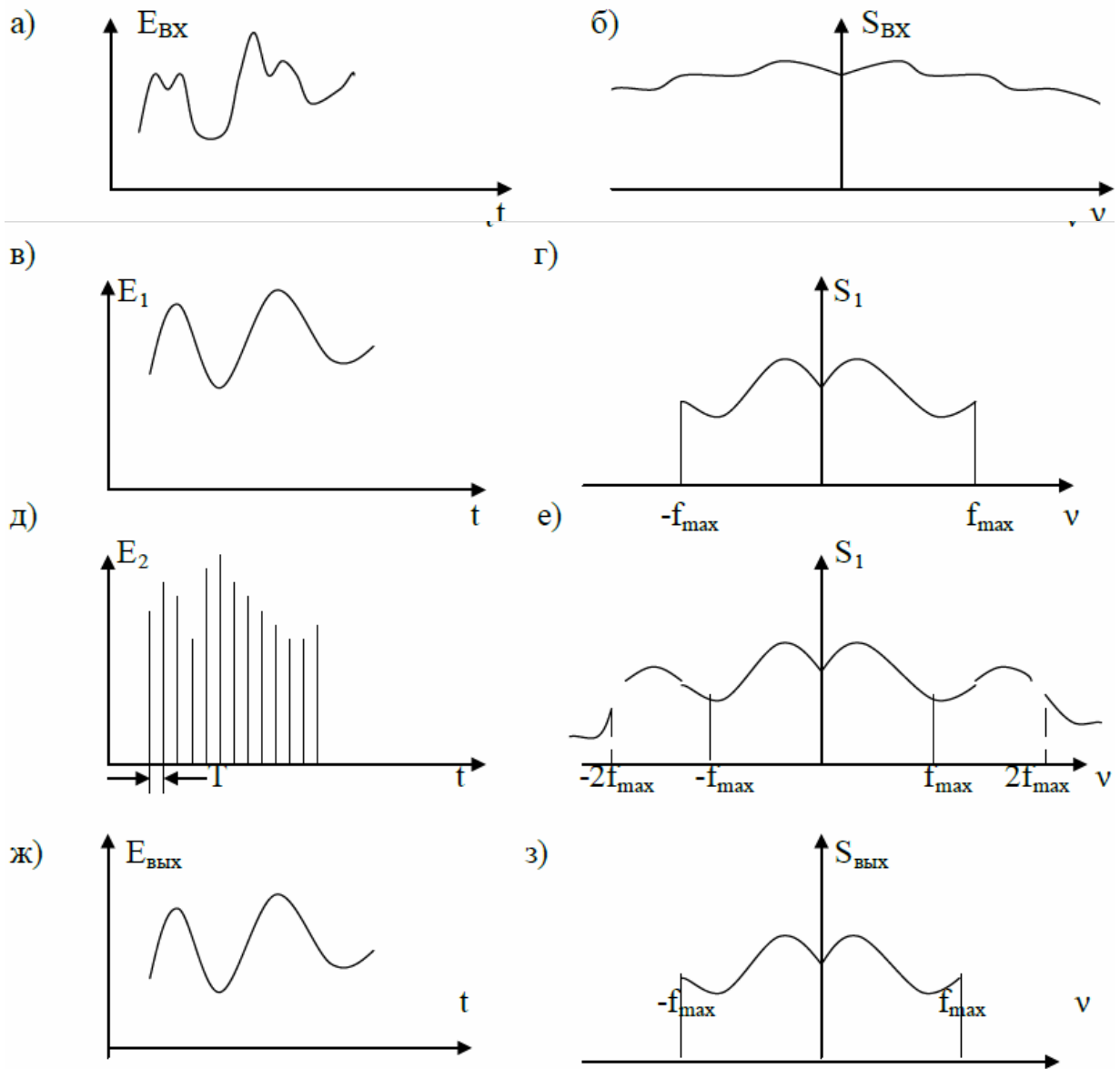


Рис. 1.13. Схема преобразований сигнала и его спектра при использовании на входе и выходе дискретизатора идеальных фильтров

Очевидно, что сигнал E_1 есть свертка $E_{ВХ}$ с импульсной реакцией идеального фильтра $E_0^{ид}$, представляющей "синковую" функцию вида:

$$E_0^{ид}(t) = \frac{1}{T} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi t}{T}\right), \quad (1.48)$$

где T – период дискретизации,

$$T = \frac{1}{2f_{\max}}. \quad (1.49)$$

Спектр сигнала S_1 – произведение $S_{\text{вх}}$ и АЧХ идеального фильтра $K_{\text{ид}}$:

$$S_1(\nu) = S_{\text{вх}}(\nu) \cdot K_{\text{ид}}(\nu). \quad (1.50)$$

Дискретизатор Д превращает непрерывный отфильтрованный сигнал $E_1(t)$ в ряд дискретных значений $E_2(t)$ (рис.1.13 д). Математически эта операция выглядит как произведение $E_1(t)$ на растровую функцию:

$$E_{\text{д}}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (1.51)$$

где T – период дискретизации;

n – целое число;

$\delta(t - nT)$ – дельта-функция Дирака;

A – постоянный коэффициент.

Так как

$$E_{\text{д}}(t) = \frac{A}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(-i \frac{k}{T} t\right), \quad (1.52)$$

где k – целое число, то из-за необходимости отсутствия размерности у растровой функции $E_{\text{д}}(t)$ в [15] принято: $A = T$. Поэтому выражение (1.51) для растровой функции можно представить в виде

$$E_{\text{д}}(t) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (1.53)$$

По обратной теореме свертки произведению сигнала $E_1(t)$ и растровой функции $E_{\text{д}}(t)$ в спектральном пространстве соответствует свертка спектра $S_1(\nu)$ и спектра $K_{\text{д}}(\nu)$ растровой функции, т. е. спектр $S_2(\nu)$ на выходе дискретизатора равен:

$$S_2(\nu) = S_1(\nu) * K_{\text{д}}(\nu), \quad (1.54)$$

где

$$K_{\text{д}}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{д}}(t) \exp(-i2\pi\nu t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{T}\right). \quad (1.55)$$

Из (1.48) следует, что спектр $K_d(v)$ растровой функции также представляет из себя бесконечно длинную "расческу" из дельта-функций. Подстановка (1.55) в (1.54) дает:

$$S_2(v) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_1(v - \frac{n}{T}), \quad (1.56)$$

т.е. спектр сигнала на выходе дискретизатора равен бесконечной сумме спектров сигнала на входе дискретизатора, смещенных относительно первоначального положения на значения, кратные обратному периоду дискретизации или частоте $2f_{\max}$ (см. рис. 1.13е).

Частота f_d , равная $1/T$ или $2f_{\max}$, называется частотой дискретизации.

Восстановление дискретизированного сигнала осуществляется в идеальном фильтре на выходе системы (рис. 1.14). Так как фильтр идеальный, то каждому входному дискретному импульсу (рис. 1.14а) будет соответствовать "синковая" реакция на выходе (рис. 1.14б-е), середина которой совпадает с положением импульса. Максимальное значение этой реакции пропорционально амплитуде импульса, ее нулевые значения приходятся на остальные точки отсчета (места расположения остальных импульсов). Сумма "синковых" откликов на каждый импульс и есть точно восстановленный сигнал до дискретизации (рис. 1.14, ж). Таким образом, сигнал, в котором отфильтрованы до дискретизации составляющие, большие f_{\max} , может быть полностью восстановлен при наличии на выходе дискретизатора идеального фильтра.

Но реализовать идеальный фильтр практически невозможно. Его импульсная реакция представляет собой "синковую" функцию (см. рис. 1.14б), т.е. отклик на импульс в нулевой точке должен начинаться задолго (в минус-бесконечности) до самого импульса. Характеристики реальных фильтров, как аналоговых, так и цифровых, отличаются от идеальных, поэтому сигнал после дискретизации отличается от исходного в лучшем случае амплитудой частотных составляющих, в худшем – появлением **искажений (ложных частотных составляющих)**.

Искажения, возникающие при дискретизации, делятся на две группы: первого и второго рода. **Искажения первого рода** возникают за счет неидеального фильтра до дискретизатора и проявляются как ложные низкочастотные составляющие в выходном сигнале. **Искажения второго рода** возникают за счет неидеальности фильтра на выходе дискретизатора и проявляются как ложные высокочастотные составляющие.

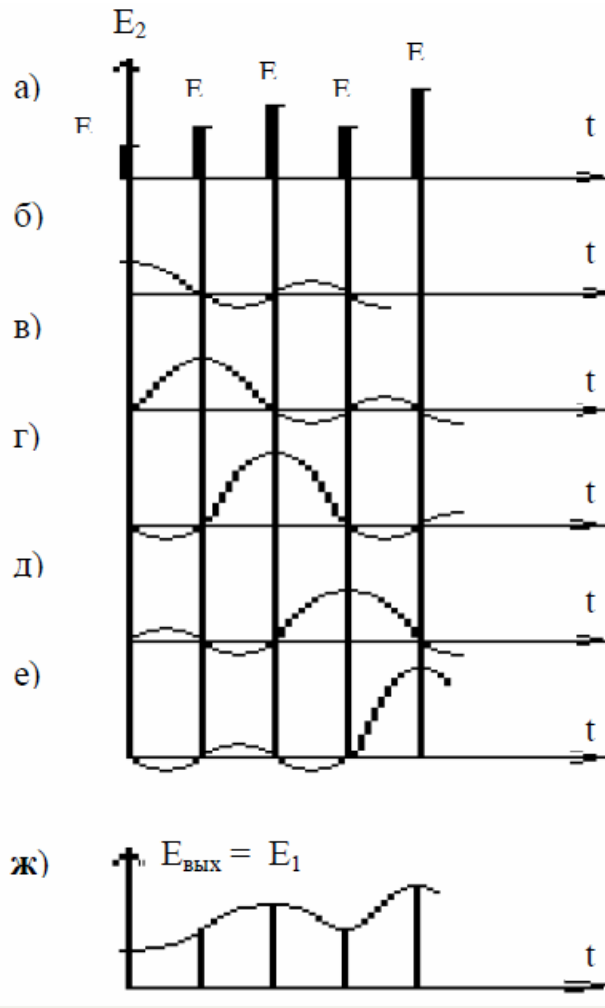


Рис. 1.14. Сигнал после дискретизатора (а), отклик на каждый импульс (б – е), восстановленный после искажений сигнал (ж)

Рассмотрим процесс возникновения искажений первого рода. Пусть фильтр до дискретизатора пропускает частоты большие f_{\max} (рис.1.15а), на выходе дискретизатора – идеальный фильтр. Тогда спектр сигнала S_1 перед дискретизатором может содержать составляющие, большие f_{\max} . В результате дискретизации произойдет трансформация этих высокочастотных составляющих из смещенных АЧХ в низкочастотную область исходного спектра S_1 , причем они сохраняются после фильтрации идеальным фильтром на выходе дискретизатора (рис. 1.15б).

Если, например, сигнал оптический, а частоты пространственные, то на выходе системы дискретизации возникнут ложные структуры больших размеров (муар-эффект), которые не существуют в исходном изображении.

Исключить искажения первого рода возможно, выбрав период дискретизации T из условия:

$$T \leq \frac{1}{2f_{\max}}, \quad (1.57)$$

где f_{\max} – максимальная частотная составляющая входного сигнала.

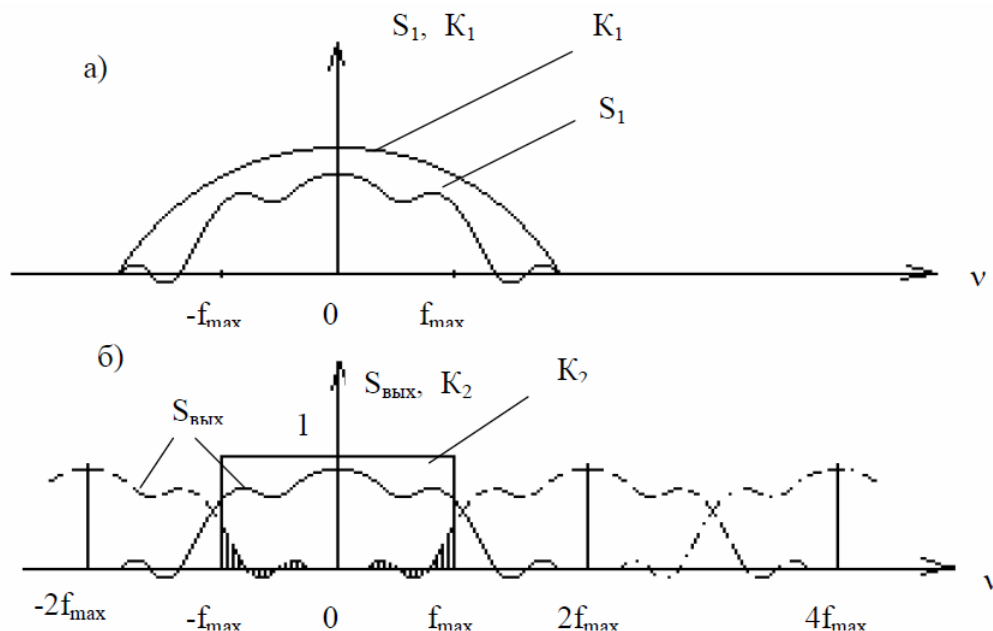


Рис. 1.15. АЧХ сигнала S_1 , отфильтрованная неидеальным входным фильтром K_1 (а) и АЧХ $S_{\text{вых}}$ сигнала после дискретизации выходным фильтром K_2 (б), ложные составляющие заштрихованы

Использование реальных фильтров при соблюдении этого условия может привести к уменьшению амплитуды ряда частотных составляющих сигнала, но обеспечивает исключение искажений первого рода.

Проанализируем механизм возникновения искажений второго рода. Примем, что на входе дискретизатора – идеальный фильтр (рис.1.16а), на выходе – реальный (рис.16б). Тогда выходной фильтр пропустит ложные высокочастотные составляющие из возникших при дискретизации смещенных АЧХ. Для оптического сигнала с пространственным аргументом искажения второго рода проявляются в виде ложных структур малого размера на исходном изображении. Избежать искажений можно, реализовав условие (1.57), где f_{\max} представляет собой границу частотной характеристики выходного фильтра. Если этот фильтр имеет не П-образную идеальную форму АЧХ, то при отсутствии частотных искажений произойдет уменьшение амплитуды некоторых составляющих.

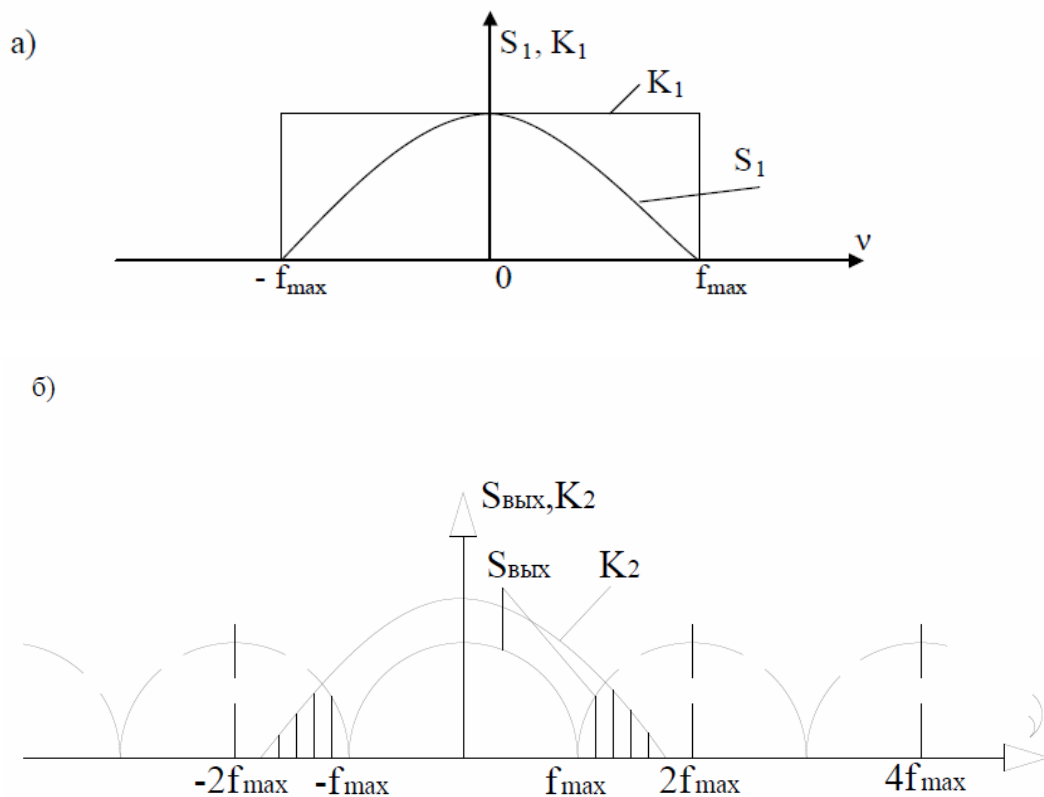


Рис. 1.16. АЧХ сигнала S_1 , отфильтрованная идеальным фильтром K_1 (а), и АЧХ сигнала $S_{\text{вых}}$ после дискретизации и фильтрации выходным неидеальным фильтром K_2 (б), ложные составляющие заштрихованы

Очевидно, что появление частотных искажений (ложной информации) очень опасно и должно быть исключено правильным подбором характеристик фильтров и периода дискретизации.

1.8. Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму

Как указывалось ранее, для перевода сигнала в цифровую форму необходимо осуществить три операции: дискретизацию по аргументу, квантование и кодирование. Первые две операции уже были достаточно подробно рассмотрены выше, в результате их осуществления аналоговый сигнал заменяется суммой дискретных импульсов, амплитуда которых может принимать только разрешенные значения (рис.1.17).

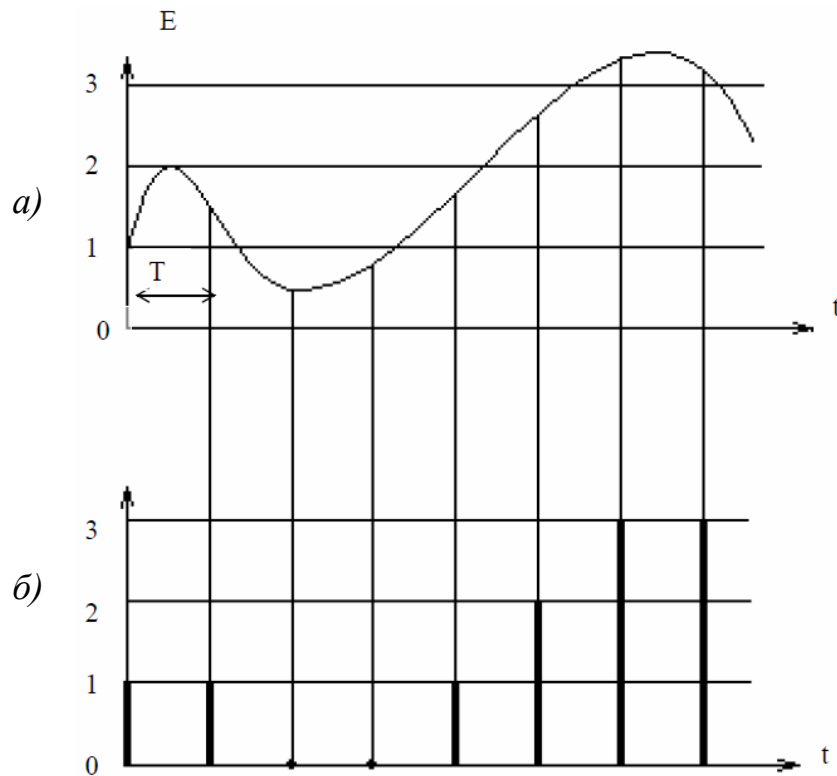


Рис. 1.17. Непрерывный сигнал (а) и дискретный квантованный (б) сигнал Едк

Подробнее остановимся на кодировании. Вначале необходимо перевести числа, соответствующие амплитуде отсчетов, в экономичную L -ичную систему счисления. Количество m элементов кодовой комбинации для записи одного числа в z -ичной системе можно определить из условия:

$$m \geq \log_z(N_{max} + 1),$$

где z – разрядность системы, например, для двоичной системы $z = 2$;

N_{max} – максимальное число в десятичной системе из всех чисел, описывающих амплитуду дискретного квантованного сигнала.

Длительность передачи каждого символа должна быть не более T/m , где T – период дискретизации.

Чтобы чрезмерно не увеличивать частоту передачи импульсов, из сообщения необходимо исключить избыточную информацию. Эта избыточная информация подразделяется на три вида: структурная, статистическая, физиологическая [7].

Структурная избыточность возникает при передаче вспомогательной информации, например, сигналов строчной, кадровой и цветовой синхронизации.

Статистическая избыточность обусловлена наличием связи между параметрами соседних элементов изображения.

Существование **физиологической избыточности** вызвано ограниченностью воспринимаемой человеком полосы временных, пространственных, спектральных (в цветовом смысле) частот.

Для уменьшения избыточности производится предварительное преобразование подвергающегося кодированию сигнала.

Преобразование непосредственно самого сигнала в цифровую форму (самый простой случай) называется **импульсно-кодовой модуляцией (ИКМ)**. Наиболее просто сокращение избыточности достигается использованием **дифференциальной импульсно-кодовой модуляции (ДИКМ)**. Здесь в цифровую форму преобразуется не сигнал, а разность между значением сигнала и функцией от ранее переданных отсчетов. Чаще всего эта функция есть сумма произведений переданных отсчетов на коэффициенты весоности [7]. В ДИКМ используется неравномерное квантование. На участках сигнала, где он изменяется медленно (90% сигнала), уровни квантования расположены "густо", а для больших скачков сигнала используется "редкое" квантование. В результате для передачи одного отсчета можно использовать вдвое меньше разрядов, чем при ИКМ с постоянным шагом квантования.

Более эффективно, хотя и более сложно, избыточность сокращается при кодировании с **преобразованием (блочном)**. Здесь кодированию подлежат не значения квантованного сигнала, а коэффициенты некоторого его преобразования, например Фурье.

Пространственный спектр большей части сигналов, в основном состоит из низкочастотных составляющих, убывает с ростом частоты. Поэтому для передачи информации о спектральных составляющих можно использовать меньшее число отсчетов и квантовать их более грубо, чем в ИКМ. Количество разрядов для передачи одного элемента ТВ-изображения при двоичном кодировании в этом случае сокращается с 8 до 2–2,5.

Если кодировать **адаптивно**, т. е. выбирать функцию преобразования в зависимости от сигнала, цифровой поток можно сжать до 0,1–0,2 бит на элемент [7].

Если на первой стадии кодирования осуществить косинусное преобразование, на второй использовать адаптивную ДИКМ (такой способ кодирования называется **гибридным**), то сжатие составляет 0,5–0,25 бит на элемент.

Вышеприведенная информация о методах кодирования содержит лишь основы, необходимые для составления понятия о преобразовании сигнала в цифровую форму, и способствует изучению этого вопроса достаточно глубоко.

1.9. Амплитудная и угловая модуляция сигнала

При передаче низкочастотных медико-биологических сигналов возникают следующие проблемы: сложная техническая реализация усиления, невозможность непосредственной передачи по радиоканалу (при телеметрии). Для их решения применяют модуляцию, то есть наложение низкочастотного исходного сигнала на высокочастотное гармоническое колебание (несущую).

Амплитудная модуляция (АМ) есть наиболее простой и распространенный вид модуляции. При АМ огибающая амплитуда изменяется по закону изменения передаваемого сообщения, частота и начальная фаза несущей остается неизменной:

$$a(t) = A_0(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0), \quad (1.58)$$

где $a(t)$ – высокочастотный (ВЧ) сигнал с модулированной амплитудой $a_0(t)$;

$A_0(t)$ – амплитуда огибающей, определяемая видом передаваемого сообщения $E(t)$;

ω_0 – частота высокочастотного колебания;

θ_0 – начальная фаза высокочастотного колебания.

Огибающая непрерывного сигнала $a(t)$ изменяется по закону, воспроизводящему исходное сообщение $E(t)$, приведенное на рис. 1.18,а, а модулированный сигнал $a(t)$ показан на рис. 1.18,б.

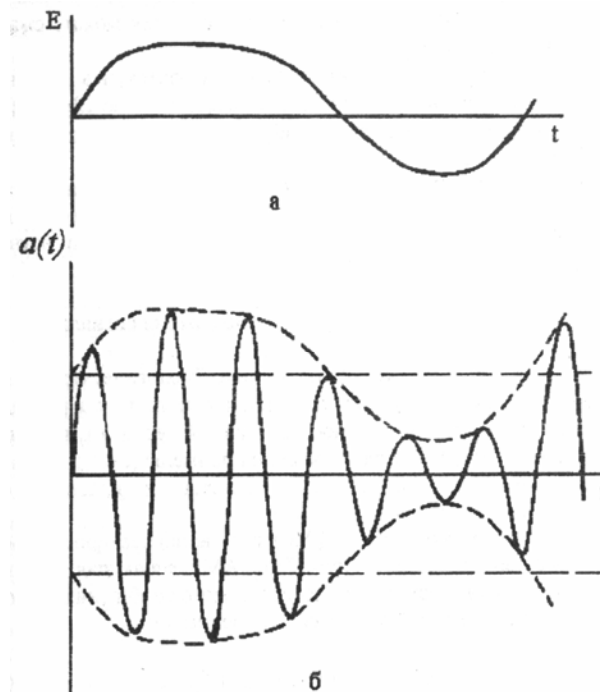


Рис. 1.18. Исходное сообщение (а) и модулированный по амплитуде сигнал (б)

Основным параметром АМ-колебания является глубина модуляции. Определение этого понятия особенно наглядно для однотоновой модуляции, когда модулирующая функция (исходное сообщение $E(t)$) является гармоническим колебанием:

$$E(t) = E_0 \cos(\Omega t + \gamma), \quad (1.59)$$

где Ω – угловая частота модулирующего сигнала;

γ – начальная фаза модулирующего сигнала.

Огибающую модулированного колебания при этом можно представить в виде

$$A_0(t) = A_0 [1 + M \cos(\Omega t + \gamma)], \quad (1.60)$$

где A_0 – амплитуда несущей в отсутствие модуляции;

M – коэффициент амплитудной модуляции, определяемый по формуле:

$$M = (A_{max} - A_0) / A_0, \quad (1.61)$$

где A_{max} – максимальная амплитуда модулированного колебания.

При неискаженной модуляции ($M \leq 1$) амплитуда колебания изменяется в пределах от минимальной $A_{min} = A_0(1 - M)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + M)$.

Из (1.58) и (1.60) следует:

$$a(t) = A_0 [1 + M \cos(\Omega t + \gamma)] \cos(\omega_0 t + \theta_0). \quad (1.62)$$

Используя тригонометрическую формулу произведения косинусов, из (1.62) получаем выражение для однотонового АМ-сигнала в виде:

$$a(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0) + \frac{A_0 M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \theta_0 + \gamma] + \frac{A_0 M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \theta_0 + \gamma] \quad (1.63)$$

Из (1.63) видно, что спектр $S(\nu)$ однотонового АМ-сигнала (рис. 1.19) имеет три составляющих: ω_0 – несущая частота; $\omega_0 + \Omega$ – верхняя боковая частота; $\omega_0 - \Omega$ – нижняя боковая частота.

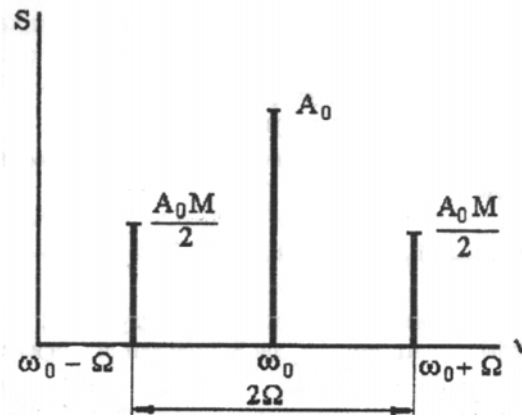


Рис. 1.19. Спектр однотонального АМ-сигнала

На практике однотональные АМ-сигналы используются редко, т.к. более реален случай, когда модулирующий сигнал имеет сложный спектральный состав, и его можно представить в виде суммы гармоник:

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_{0i} \cos(\Omega_i t + \gamma_i), \quad (1.64)$$

где E_{0i} – амплитуда i -й гармоники;

Ω_i – ее частота;

γ_i – ее начальная фаза;

N – число гармоник.

Введем совокупность парциальных (частичных) коэффициентов модуляции M_i :

$$M_i = ME_{0i}, \quad (1.65)$$

запишем выражение для многотонального АМ-сигнала:

$$a(t) = A_0 \left[1 + \sum_{i=1}^N M_i \cos(\Omega_i t + \gamma_i) \right] \cos(\omega_0 t + \theta_0). \quad (1.66)$$

Спектральный состав сигнала выражается формулой:

$$a(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0) + \sum_{i=1}^N \frac{A_0 M_i}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_i)t + \theta_0 + \gamma_i] + \sum_{i=1}^N \frac{A_0 M_i}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_i)t + \theta_0 + \gamma_i]. \quad (1.67)$$

График АЧХ многотонального АМ-сигнала представлен на рис.1.20.

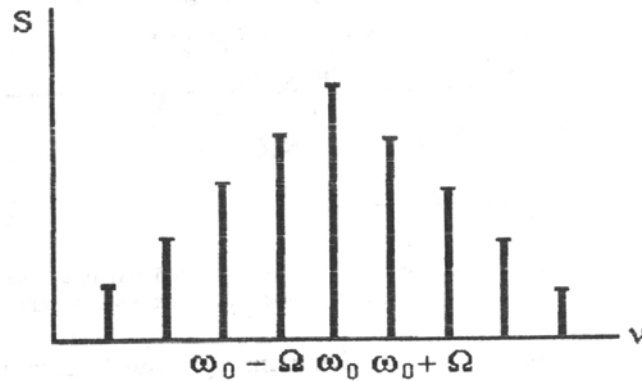


Рис. 1.20. График АЧХ многотонального АМ-сигнала

Модулированный сигнал может получаться также за счет того, что в несущем гармоническом колебании $A(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0)$ $E(t)$ изменяет либо частоту ω_0 , либо начальную фазу θ_0 при неизменной амплитуде.

Поскольку аргумент гармонического колебания $\psi(t) = \omega_0 t + \theta_0$, называемый **полной фазой**, определяет текущее значение фазового угла, такая модуляция называется **угловой**.

Если полная фаза $\psi(t)$ связана с сигналом $E(t)$ зависимостью $\psi(t) = \omega_0 t + kE(t)$, где k – некоторый коэффициент пропорциональности, то такая модуляция называется фазовой (ФМ).

Модулированный сигнал $A_{\text{фм}}(t)$ описывается уравнением:

$$A_{\text{фм}}(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + kE(t)]. \quad (1.68)$$

График ФМ-сигнала показан на рис.1.21. Предельное значение фазового сдвига называют девиацией фазы $\Delta\psi$.

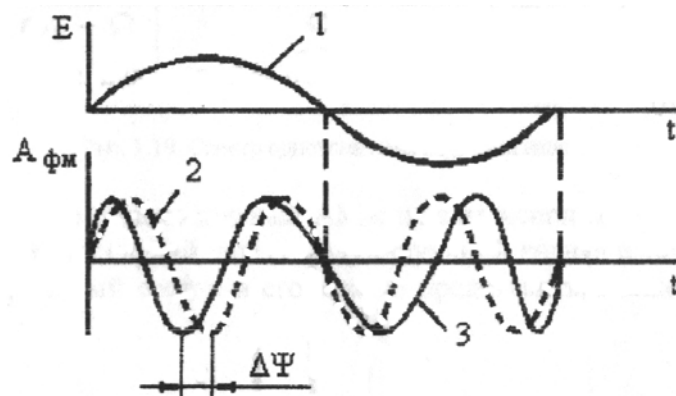


Рис. 1.21. График ФМ-сигнала:

1 – исходное сообщение; 2 – несущая при отсутствии модуляции; 3 – модулированный сигнал

Мгновенная частота $\omega(t)$ сигнала с угловой модуляцией определяется как первая производная от полной фазы по времени:

$$\omega(t) = d\psi/dt. \quad (1.69)$$

При частотной модуляции (ЧМ) между величинами $E(t)$ и $\omega(t)$ имеется связь вида $\omega(t) = \omega_0 + kE(t)$, поэтому частотно-модулированный сигнал $A_{чм}(t)$ имеет вид:

$$A_{чм}(t) = A_0 \cos \left[\omega_0 t + k \int_{-\infty}^t E(\tau) d\tau \right]. \quad (1.70)$$

Начальная фаза θ_0 здесь для упрощения принята равной нулю.

Естественным параметром ЧМ-сигнала является девиация частоты $\Delta\omega$.

В случае однотонального ЧМ-сигнала мгновенная частота

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega \cos(\Omega t + \varphi_0), \quad (1.71)$$

полная фаза сигнала

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin(\Omega t + \varphi_0) + \theta_0. \quad (1.72)$$

Величина $m = \Delta\omega/\Omega$ называется индексом однотональной угловой модуляции и представляет собой амплитуду изменения фазы сигнала.

Положим, что постоянные фазовые углы $\varphi_0 = \theta_0 = 0$. Тогда ЧМ-сигнал $E_{чм}$ можно представить в виде:

$$E_{чм}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t). \quad (1.73)$$

Формула для ФМ-сигнала аналогична.

Спектральная полоса частот, занимаемая однотональным сигналом с угловой модуляцией, расширяется с ростом индекса модуляции и выражается через функции Бесселя. Для простоты на практике частотную границу АЧХ Π определяют по формуле:

$$\Pi = 2(m + 1)\Omega. \quad (1.74)$$

Многотональный модулирующий сигнал раскладывают в ряд Фурье по частотам $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$.

Тогда $A_{чм}$ -сигнал можно представить в виде

$$A_{чм}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + m_1 \sin \Omega_1 t + m_2 \sin \Omega_2 t + \dots + m_n \sin \Omega_n t), \quad (1.75)$$

где m_1, m_2, \dots, m_n – индексы угловой модуляции для каждой тональной составляющей.

АЧХ такого сигнала занимает полосу частот от 0 до Π :

$$\Pi = 2(m_n + 1)\Omega_n. \quad (1.76)$$

Операция демодуляции АМ-сигнала противоположна амплитудной модуляции. Имея на входе идеального демодулятора АМ-колебание $a_{вх}(t) = A_{0вх}(1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$, следует получить на выходе низкочастотный сигнал $a_{вых}(t) = A_{0вых} \cos \Omega t$, пропорциональный передаваемому сообщению. Эффективность работы демодулятора принято оценивать коэффициентом демодуляции

$$k = A_{0вых} / (M \cdot A_{0вх}), \quad (1.77)$$

равным отношению амплитуды низкочастотного сигнала на выходе к размаху изменения амплитуды высокочастотного сигнала на входе. Можно осуществить детектирование, подав АМ-сигнал на безынерционный нелинейный элемент и предусмотрев последующую фильтрацию низкочастотных составляющих спектра.

Демодуляция ФМ-сигнала основана на нелинейном взаимодействии модулированного сигнала с немодулированным опорным колебанием $A_{он}(t)$ той же частоты, которое должно создаваться вспомогательным внешним источником. Сравнение фазы модулированного сигнала и опорного колебания может осуществляться с использованием перемножения колебаний $A_{фм}(t)$ и $A_{он}(t)$. На выходе перемножителя получаем:

$$a_{вых}(t) = 0,5KA_{0фм}A_{0он}[\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)], \quad (1.78)$$

где $A_{0фм}$ – амплитуда модулированного сигнала;

$A_{0он}$ – амплитуда опорного сигнала;

K – коэффициент перемножителя.

После фильтрации сигнала $a_{\text{вых}}(t)$ с помощью фильтра нижних частот получаем:

$$a_{\text{вых.н.ч.}}(t) = 0,5KA_{0\phi_m}A_{0on} \cos \varphi. \quad (1.79)$$

Демодуляция ЧМ-сигнала может осуществляться на основе преобразования изменения частоты в изменение амплитуды с последующей амплитудной демодуляцией. Преобразование ЧМ-сигнала в АМ-сигнал выполняется с помощью устройства, АЧХ которого имеет линейно нарастающий участок вблизи центральной частоты ЧМ-сигнала, например с помощью линейного частотного фильтра, настроенного таким образом, чтобы в разложении АЧХ коэффициент $|K(j\omega_0)|'$ был отличен от нуля:

$$|K(j\omega)| = |K(j\omega_0)| + |K(j\omega_0)|'(\omega - \omega_0) + \dots \quad (1.80)$$

Тогда, полагая, что частота модулированного сигнала $\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega \cos \Omega t$, получим на выходе фильтра сигнал со сложной амплитудно-угловой модуляцией. Мгновенная амплитуда переменной составляющей этого сигнала изменяется во времени по закону

$$a_{\text{вых}}(t) = B_0 |K(j\omega_0)|' \Delta\omega \cos \Omega t, \quad (1.81)$$

где B_0 – постоянный коэффициент, т.е. повторяет по форме передаваемое сообщение.

Окончательная обработка сигнала производится обычным АМ-демодулятором, включенным на выходе фильтра.

В телеуправлении и телеизмерении (телеметрии) кроме непрерывных видов модуляции, рассмотренных выше, также используют импульсную модуляцию. В этом случае несущая (или поднесущая, если имеется несколько каналов передачи информации) представляет собой последовательность прямоугольных импульсов. Различают амплитудно-импульсную (АИМ), широтно-импульсную (ШИМ), частотно-импульсную (ЧИМ), фазово-импульсную (ФИМ) и кодово-импульсную (КИМ) модуляцию. Полезный сигнал заменяется отсчетами в моменты $T, 2T, 3T$ и так далее.

В случае АИМ амплитуда каждого импульса модулированного сигнала зависит от мгновенного значения амплитуды полезного сигнала, как показано на рис. 1.22.

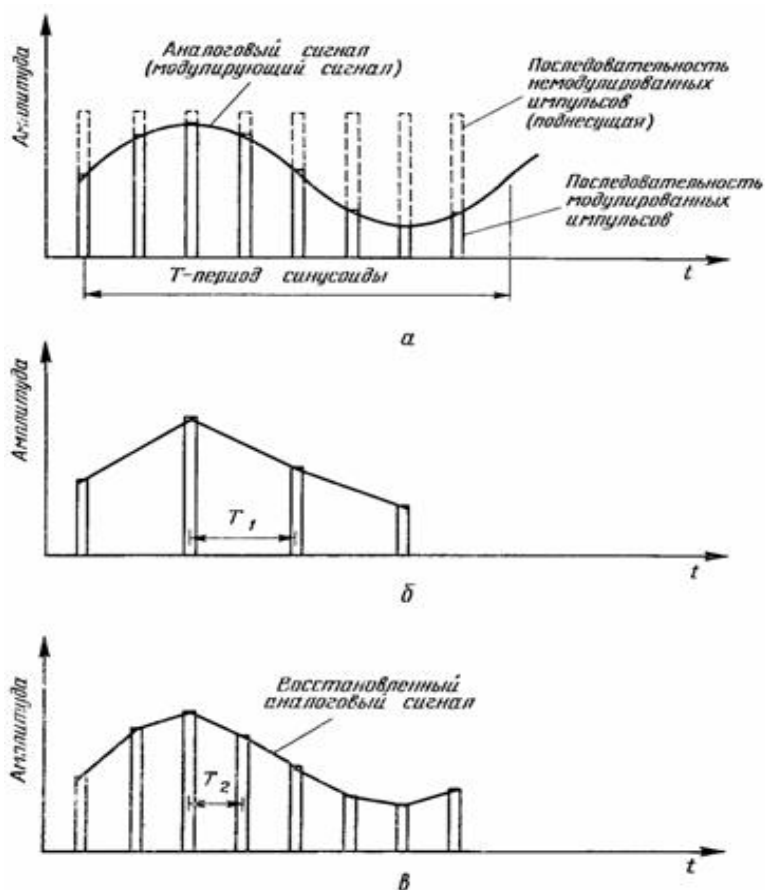


Рис. 1.22. Форма сигналов при АИМ:

а – форма модулированного сигнала; б – воспроизведенная форма сигнала при низкой частоте следования импульсов, T_1 – период следования импульсов; в – воспроизведенная форма сигнала при высокой частоте следования импульсов, T_2 – период следования импульсов

Этот процесс может быть выполнен путем выборки аналогового сигнала через постоянные интервалы времени импульсами выборки с фиксированной длительностью. Импульсы выборки – это импульсы, амплитуды которых равны уровню первоначального аналогового сигнала в момент выборки. Как видно из рисунка, при высокой частоте импульсов несущей восстановленный сигнал имеет большее сходство с исходным аналоговым сигналом, чем при низкой. Частота выборки (число импульсов в секунду) должна быть, по крайней мере, в два раза большей, чем самая высокая частота аналогового сигнала. Для лучшей воспроизводимости частота выборки обычно устанавливается в 5 раз большей самой высокой частоты модуляции. Амплитуда АИМ-сигнала описывается уравнением:

$$A(t) = kE(t) + A_0,$$

где k – глубина модуляции;

A_0 – амплитуда импульсов несущей.

В случае ШИМ амплитуда и период импульсов несущей неизменны, длительность каждого импульса пропорциональна амплитуде полезного сигнала в момент начала импульса (рис. 1.23).

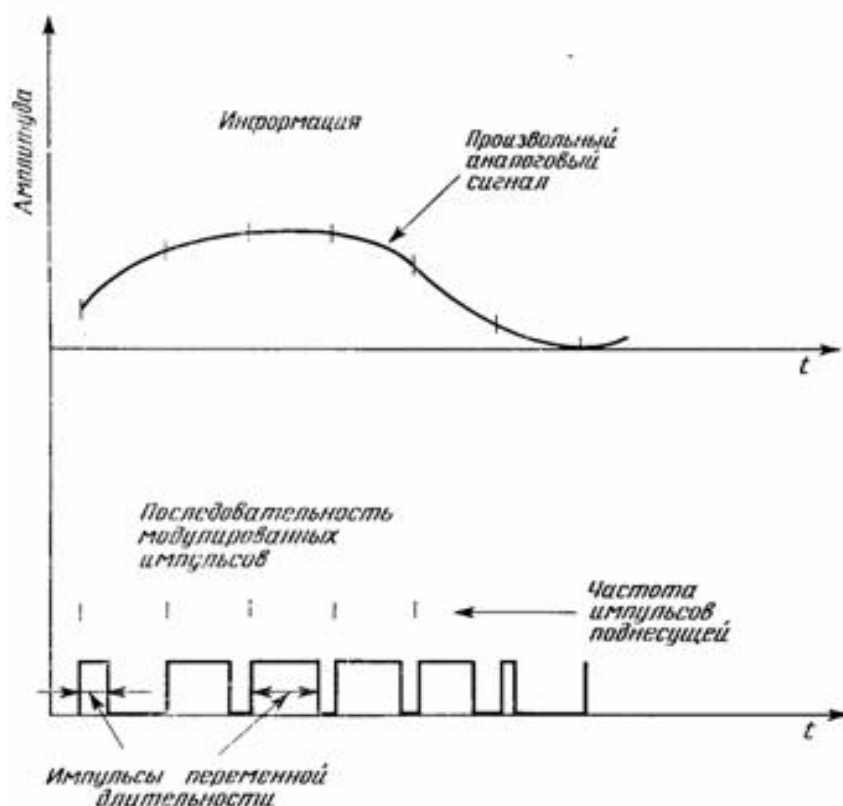


Рис. 1.23. Широтно-импульсная модуляция

Длительность импульса ШИМ-сигнала определяется уравнением:

$$\tau(t) = \tau_0 + kE(t),$$

где τ_0 – длительность импульса в отсутствие модуляции.

В случае ЧИМ или ФИМ амплитуда и длительность импульсов несущей неизменны, частота или фаза меняются в зависимости от амплитуды полезного сигнала в момент отсчета, то есть импульсы сдвигаются по временной оси. Поэтому ЧИМ и ФИМ относят к времяимпульсной модуляции (ВИМ).

Сдвиг фазы импульса при ФИМ: $\Delta\varphi = kE(t)$; период следования импульсов при ЧИМ: $T(t) = T_0 + kE(t)$, где T_0 – период следования импульсов в отсутствие модуляции.

При КИМ каждый отсчет полезного сигнала преобразуется в последовательность импульсов, квантованных по уровню в соответствии с каким-либо кодом (рис. 1.24).

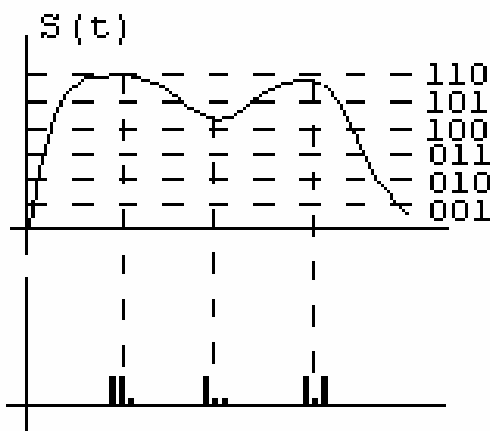


Рис. 1.24. Кодово-импульсная модуляция

Вместо полезного сигнала передается набор чисел, каждое из которых соответствует уровню полезного сигнала в момент отсчета. Примером КИМ может служить аналого-цифровое преобразование.

1.10. Критерии резкости

Критерии резкости изображения в основном можно разделить на две большие группы: использующие параметры функции рассеяния края (ФРК) и использующие параметры амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). ФРК – это распределение освещенности в изображении края светящейся полуплоскости. Входной сигнал «светящаяся полуплоскость» математически описывается функцией Хэвисайда: для отрицательных значений аргумента эта функция равна 0, для положительных значений она равна 1. АЧХ есть зависимость коэффициента передачи контраста от частоты.

В качестве критериев, использующих ФРК, предлагалось применять среднеквадратичный градиент ФРК, произведение его и максимальной разности оптических плотностей в изображении края, другие модификации. В результате исследований было установлено, что указанная группа критериев не дает однозначной связи с субъективной оценкой резкости.

Критерии, использующие АЧХ, в свою очередь, можно классифицировать по трем группам: а) критерии использующие координаты АЧХ – разрешающую способность и критическую частоту (абсцисса точки АЧХ, ордината которой равна e^{-1}), б) использующие площадь под АЧХ и ее математические преобразования, в) информационные критерии. Критерии первой группы пригодны для сравнительной оценки систем, имеющих АЧХ подобной формы, так как учитывают координаты только одной точки АЧХ. Вторая группа критериев позволяет более полно оценить воспроизводящие свойства

систем, так как учитывается характер АЧХ в целом, но вследствие отсутствия физического обоснования выбора критериев отсутствует их однозначная связь с визуальной оценкой резкости.

В настоящее время получили широкое распространение информационные критерии. Информационные параметры универсальны, т.к. применимы к информации любого вида и содержания. Информационный подход к оценке качества находится в соответствии с положением о том, что система тем лучше воспроизводит изображение объекта, чем большее количество информации о нем она передает.

В.Г. Комар **информационную емкость системы определяет как логарифм максимального количества изображений, в том числе и лишенных смыслового содержания, которое может воспроизвести система, если появление любого изображения равновероятно.** С.М. Проворнов и О.Ф. Гребенников в качестве информационного критерия рассматривают максимальную энтропию H , равную количеству информации, которую можно получить о некоторой системе:

$$H = \rho_p^2 \cdot F \cdot \lg m,$$

где ρ_p – разрешающая способность;

F – площадь кадра;

m – число градаций яркости, различимых в каждой точке.

Эксперименты Н.Н. Красильникова и других показали, что изображения, состоящие из дискретных пространственных элементов, принимающих дискретные значения яркости, оцениваются как имеющие одинаковое качество, если содержащееся в них количество информации H , рассчитанное по вышеуказанной формуле, одинаково, С.М. Проворновым и О.Ф. Гребенниковым отмечено, что критерий "количество информации" в предложенной ими форме не учитывает для непрерывных в пространстве изображении корреляцию яркостей соседних участков изображения, вызванную тем, что, вследствие неидеальной передачи системой, изображения соседних точек перекрывают друг друга. Чтобы уменьшить влияние взаимного перекрытия изображений соседних точек, вызванного неидеальной передачей, В.Г. Комар предлагает располагать точки отсчета на более далеком расстоянии, обратном не разрешающей способности ρ_p , в критической частоте f_e , т.е.

$$H = f_e \cdot F \cdot \lg m.$$

С использованием указанной формулы В.Г. Комар и Е.М. Голдовский произвели сравнительный анализ различных систем по величине информационной емкости.

Однако результаты такого анализа являются приближенными по следующим причинам, Во-первых, учет корреляции яркостей соседних точек с использованием в расчетной формуле критической частоты вместо разрешающей способности есть допущение, погрешность которого не была оценена. Кроме того, остался нерешенным вопрос о величинах субъективных оценок резкости и четкости, соответствующих подученным значениям информационной емкости. Рассмотренные информационные критерии позволяют лишь приближенно оценить количество информации, передаваемое системой.

О.Ф. Гребенников при сопоставлении определения информационной емкости В.Г. Комара и понятия энтропии из теории информации показал: **информационная емкость дискретной системы численно равна максимальной энтропии ансамбля дискретных сообщений**. Отсюда был сделан вывод, что **при рассматривании системы как линейного фильтра для расчета ее информационной емкости возможно применить теорему К. Шеннона о потере энтропии в фильтре**. Представление системы в качестве линейного фильтра является условным, так как она может содержать и нелинейные звенья, например, фотографические материалы. Однако, как было показано Р. Ламбертсом, АЧХ двух – и четырехступенчатого процесса печати с одного светочувствительного материала на другой с большой степенью точности определяется произведением АЧХ звеньев каждой ступени, поэтому принятое допущение о линейности системы в первом приближении можно считать достаточно правомерным.

Эксперименты О.Ф. Гребенникова и А.К. Кулакова дают основание считать, что значения информационной плотности, приведенной к поверхности сетчатки и рассчитанной с учетом потери энтропии в системе, хорошо согласуются с субъективной оценкой резкости и четкости киноизображений. Но предложенный подход является также в известной мере приближенным. Во-первых, сделано допущение о дискретности воспроизводимых системой градаций яркости, фактически возможные значения яркости в любой точке изображения представляют непрерывное множество. Во-вторых, потеря энтропии рассчитывается для случая, когда система рассматривается как одномерная, а функция передачи модуляции реальной кинематографической системы фактически является двумерной и в подавляющем большинстве случаев анизотропной.

Анизотропия АЧХ системы может быть вызвана различными причинами. В частности, такую АЧХ имеют анаморфотные оптические системы, которые увеличивают различно ориентированные в пространстве объекты по-разному. Кроме того, к анизотропии АЧХ приводят процессы вибраций и сдвигов оптического изображения относительно носителя при записи и вос-

произведении информации, если направление этих сдвигов и вибраций перпендикулярно оптической оси.

Из-за наличия в системах рассмотренных выше видов сдвигов и наличия звеньев с анизотропной АЧХ, двумерная АЧХ системы в целом, определяемая как произведение. АЧХ составляющих звеньев, также представляет собой анизотропную характеристику, т.е. форма АЧХ зависит от двух частотных пространственных координат.

Для таких двумерных фильтров и систем, известна теорема о потере энтропии, приведенная у Р. Реллера.

Формула Р. Реллера для вычисления потери энтропии на степень свободы Q в линейном двумерном фильтре в померных координатах имеет вид:

$$Q = \frac{1}{S} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{p_p(\alpha)} \log |K(\rho, \alpha)| \rho d\rho d\alpha$$

где α – полярный угол;

ρ – пространственная частота в направлении, соответствующем полярному углу α ;

$p_p(\alpha)$ – значение пространственной частоты ρ на границе области, внутри которой рассматривается АЧХ или разрешающая способность в направлении, соответствующем полярному углу α ;

$K(\rho, \alpha)$ – АЧХ фильтра;

S – площадь частотной области, в пределах которой рассматривается АЧХ (где $K(\rho, \alpha) \geq T_{\text{пред}}$);

$T_{\text{пред}}$ – минимальное возможное значение коэффициента передачи модуляции системы (фильтра), определяемое шумами в системе.

Площадь частотной области S можно найти в полярных координатах следующим образом:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{p_p(\alpha)} \rho d\rho d\alpha = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \rho_p^2(\alpha) d\alpha. \quad (1.82)$$

Для вычисления энтропии на выходе фильтра (системы) необходимо найти, кроме потери энтропии, еще число степеней свободы (точек отсчета) при условной дискретизации киноизображения и энтропию сообщения, приходящуюся на степень свободы на входе системы.

Изображение в любой системе имеет конечные размеры, т. е. можно рассматривать как сигнал с ограниченной протяженностью. Для таких сигналов справедлива теорема отсчетов в частотной области, приведенная С. Голдманом для одномерного случая, согласно которой спектр $K(f)$ сигнала

протяженностью D однозначно определяется последовательностью дискретных значений в точках, отстоящих на расстояние $1/D$.

К применению указанной теоремы в многомерном пространстве известны два подхода, первый из которых заключается в следующем: n -мерное пространство расчленяется на n взаимно перпендикулярных одномерных пространств, и затем теорема применяется к каждому из этих пространств. Согласно второму подходу, число точек отсчета определяется функцией отсчетов, выбираемой таким образом, чтобы эффективность дискретизации, обратно пропорциональная минимально необходимому числу отсчетов на единицу объема, была максимальной для всех возможных способов дискретизации.

Так как изображение в большинстве систем представляет собой прямоугольник высотой h_k и шириной b_k , то рациональней использовать первый подход, который, в данном случае, находится в соответствии со вторым (ортогональная дискретизация здесь обеспечивает и максимальную эффективность).

Из вышеизложенного вытекает возможность ортогональной дискретизации АЧХ, причем шаг дискретизации по вертикали равен $1/h_k$, а по горизонтали $1/b_k$.

Тогда число степеней свободы (точек отсчета) p найдем следующим образом:

$$P = \frac{S}{\overline{(h_k \cdot b_k)}} = S \cdot h_k \cdot b_k, \quad (1.83)$$

где S – площадь частотной области, в которой рассматривается АЧХ;

h_k – высота изображения;

b_k – его ширина.

Найдем энтропию изображения в каждой точке отсчета (приходящуюся на степень свободы).

Если фильтр идеальный, то в нем отсутствует потеря энтропии и входная энтропия равна энтропии на выходе фильтра. (Под идеальным будем понимать такой фильтр, АЧХ которого во всей рассматриваемой частотной области равна I и ограничивающее действие которого обусловлено только шумом в нем). Тогда максимальная входная энтропия на степень свободы равна максимальному количеству состояний, которые можно передать идеальным фильтром в каждой точке отсчета. Число интервалов m между уровнями, различимыми после передачи спектральной составляющей S' идеальным фильтром, равно:

$$m = S' / \Delta S', \quad (1.84)$$

где $\Delta S'$ – величина интервала между различимыми уровнями, обусловленная шумом в фильтре, равная 0,024 (минимальное значение коэффициента передачи $T_{\text{пред}}$, которое может передать кинематографическая система).

Значения спектральной составляющей S , передаваемые в каждой точке отсчета, представляют собой непрерывное множество.

Для непрерывных величин x С. Голдман предлагает находить энтропию H_p ансамбля сообщений по формуле:

$$H_p = -\int_{-\infty}^{\infty} g(x) \log g(x) dx, \quad (1.85)$$

где $g(x)$ – плотность вероятности распределения непрерывной величины x .

Так как в рассматриваемом случае непрерывной величиной x является спектральная составляющая S' , принимающая значения от 0 до S'_{max} равного I , то из

$$H_p = -\int_{-\infty}^{\infty} g(x) \log g(x) dx,$$

получим

$$H_p = -\int_0^{S'_{\text{max}}} g(S') \ln g(S') dS'$$

или, приняв во внимание, что $m = S' / \Delta S'$, получаем:

$$H_p = -\int_0^{m_{\text{max}}} g(m) \ln g(m) dm, \quad (1.86)$$

где $g(m)$ – плотность вероятности различения интервалов между уровнями;

m_{max} – максимальное число интервалов между уровнями, которые можно различать в данной точке отсчета, причем

$$m_{\text{max}} = S'_{\text{max}} / T_{\text{пред}} = 1 / T_{\text{пред}}.$$

Так как согласно определению информационной емкости появление любого изображения, а значит, и любого уровня, равновероятно, то плотность вероятности $g(S')$ и, следовательно, $g(m)$ распределены равномерно, т.е. с учетом нормирования плотности вероятности имеем

$$g(m) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m_{\max}} = T_{\text{пред}} \quad 0 < m \leq m_{\max} \\ 0, m < 0, m > m_{\max} \end{array} \right\} \quad (1.87)$$

Подстановка (1.86) в (1.85) дает:

$$H_p = \ln(1/T_{\text{пред}}).$$

Энтропию H' сообщения (изображения, на выходе системы, а, следовательно, в информационную емкость кинематографической системы можно вычислить по формуле):

$$H' = p(H_p + Q), \quad (1.88)$$

где p – число степеней свободы;

H_p – энтропия, приходящаяся на степень свободы, на входе системы;

Q – потеря энтропии на степень свободы.

Подстановка (1.82), (1.83) и (1.87) в (1.88) дает формулу для расчета энтропии на выходе H' , а следовательно, и информационной емкости:

$$H' = S \cdot b_k \cdot h_k \left[\ln \left(\frac{1}{T_{\text{пред}}} \right) + \frac{1}{S} \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_p(\alpha)} \ln |K(\rho, \alpha)| \rho d\rho d\alpha \right]. \quad (1.89)$$

Анализ формулы (1.89) показывает, что информационная емкость зависит как от площади изображения, так и от параметров АЧХ. Поэтому в дальнейших исследованиях целесообразно использовать также понятие информационной плотности h , определяемой информационной емкостью на единицу площади изображения и зависящей только от параметров АЧХ:

$$h = H' / (b_k h_k), \quad (1.90)$$

$$h = S \cdot \left(\ln \left(\frac{1}{T_{\text{пред}}} \right) + \frac{1}{S} \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_p(\alpha)} \ln |K(\rho, \alpha)| \rho d\rho d\alpha \right). \quad (1.91)$$

2. СЛУЧАЙНЫЕ СИГНАЛЫ. ШУМЫ

2.1. Параметры случайных сигналов

Как указывалось ранее, все сигналы в природе имеют случайный характер. Их анализ и оценка осуществляется с использованием ряда статистических характеристик. Информацию о случайных сигналах получают на основе совокупности их реализаций. **Реализация** случайного процесса – это **ставшая известной** в результате приема **часть сигнала**. При этом все реализации должны обладать общими статистическими закономерностями [1]. Примером ряда реализаций случайного процесса можно считать отрезки радиосигнала, выделенные через определенные промежутки времени.

На рис.2.1 приведен ряд реализаций случайного процесса $x(t)$. При значении t_1 аргумента сигнала функция x будет принимать различные для каждой реализации значения x_1 . Их совокупность x_1 может быть оценена одномерной плотностью вероятности $p(x_1, t_1)$. Она представляет собой зависимость вероятности появления x_1 от выбора значения аргумента t_1 .

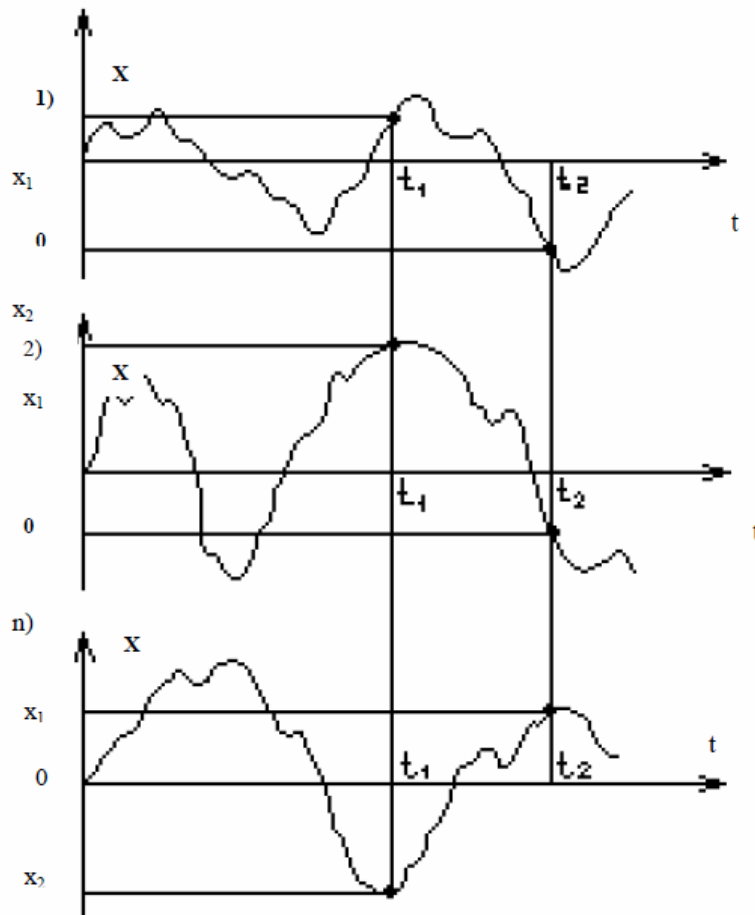


Рис. 2.1. Реализации 1, 2, ..., n случайного процесса

Для более полного описания случайного сигнала используют **двумерную плотность вероятности** $p(x_1, t_1; x_2, t_2)$, показывающую зависимость вероятности появления сочетания x_1 и x_2 от выбора пары значений аргумента t_1 и t_2 . При этом учитывается связь значений x_1 и x_2 .

Увеличение мерности плотности вероятности $p(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$ повышает информативность, но при определенных допущениях (они будут приведены ниже) достаточным является использование двумерной плотности.

В [1] приведены вычисляемые через плотность вероятности следующие характеристики случайного процесса – математическое ожидание $m_x(t)$, дисперсия $D_x(t)$, среднее квадратичное отклонение $\sigma_x(t)$.

$$m_x(t) = M(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x, t)dt, \quad (2.1)$$

$$D_x(t) = M((x(t) - m_x(t))^2), \quad (2.2)$$

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}. \quad (2.3)$$

С использованием двумерной плотности вероятности можно дополнительно определить ковариационную $K_x(t_1, t_2)$ и корреляционную $R_x(t_1, t_2)$ функции.

Ковариационная функция – это статистически усредненное произведение (математическое ожидание произведения) значений $x(t)$ для координат t_1 и t_2 :

$$K_x(t_1, t_2) = M(x(t_1) \cdot x_2(t_2)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2. \quad (2.4)$$

Если $t_1 = t_2$, то

$$K_x(t_1, t_2) = M(x^2(t_1)), \quad (2.5)$$

т. е. в данном случае ковариационная функция равна математическому ожиданию квадрата случайного сигнала при аргументе t_1 .

Если для исследований представляет интерес **только переменная составляющая** случайного сигнала, используется **корреляционная функция**:

$$R_x(t_1, t_2) = M((x(t_1) - m_x(t_1))(x(t_2) - m_x(t_2))) = K_x(t_1, t_2) - m_x(t_1)m_x(t_2). \quad (2.6)$$

Из формулы (2.6) видно, что при расчете R_x постоянная составляющая

(математическое ожидание) вычитается.

Функции $K_x(\tau)$ и $R_x(\tau)$ показывают, насколько связаны между собой значения $x(t)$ и $x(\tau + t)$.

Если $t_1 = t_2$, то

$$R_x(t_1, t_2) = D_x(t_1), \quad (2.7)$$

т.е. при нулевом промежутке между t_1 и t_2 корреляционная функция равна дисперсии для значения аргумента $D_x(t_1)$.

В определенных случаях можно принять допущения о стационарности и эргодичности случайных процессов. Эти допущения упрощают расчет вероятностных параметров.

Случайный процесс является **строго стационарным**, если плотность вероятности $p(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$ n -го порядка зависит от интервалов $t_2 - t_1, t_3 - t_1, \dots, t_n - t_1$ и не зависит от положения этих интервалов в области изменения аргумента t [2].

Для некоторых практических приложений, например, в радиотехнике, **стационарность** процесса рассматривают в **широком смысле**. В данном случае должна отсутствовать зависимость только одномерной и двумерной плотности вероятности от аргумента t . Тогда математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение не зависят от аргумента t , а ковариационная и корреляционная функция зависят только от интервала τ , равного разности t_1 и t_2 :

$$m_x = M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx; \quad (2.8)$$

$$K_x(\tau) = M(x(t) \cdot x(t + \tau)); \quad (2.9)$$

$$R_x(\tau) = K_x(\tau) - m_x^2; \quad (2.10)$$

$$D_x = M((x - m_x)^2) = R_x(0), \quad (2.11)$$

где

$$\tau = t_2 - t_1. \quad (2.12)$$

Иногда вместо корреляционной функции $R_x(\tau)$ удобно использовать нормированную корреляционную функцию $r_x(\tau)$:

$$r_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{D_x}. \quad (2.13)$$

Очевидно, что $r_x(0) = 1$.

Формулы (2.8–2.11) приобретают еще более простой вид, если стационарный процесс является также **эргодическим**. Стационарный случайный процесс является эргодическим, если при определении статистических параметров усреднение по множеству реализаций эквивалентно усреднению по аргументу t одной теоретически бесконечно длинной реализации. Для эргодических процессов

$$m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt; \quad (2.14)$$

$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int_{-T/2}^{T/2} x(t + \tau) dt; \quad (2.15)$$

$$R_x(\tau) = K_x(\tau) - m^2. \quad (2.16)$$

Практически статические характеристики эргодических процессов определяются для конечной реализации. Длина реализации определяет точность их нахождения.

2.2. Спектральные характеристики случайных сигналов

Для случайных сигналов в частотной области принято рассматривать не амплитудные, а энергетические характеристики, т.к. из-за случайности и независимости фаз спектральных составляющих в различных реализациях усреднение спектральной плотности дает нулевой спектр переменной составляющей сигнала[1].

По реализации процесса $x(t)$ или ее спектральной плотности $S(\nu)$ можно найти энергию \mathcal{E} этой реализации:

$$\mathcal{E} = \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(\nu)|^2 d\nu, \quad (2.17)$$

где T – длина реализации.

Средняя мощность реализации $N_{\text{ср}}$ есть

$$N_{\text{ср}} = \frac{\mathcal{E}}{T} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\nu)|^2}{T} d\nu. \quad (2.18)$$

При анализе эргодических процессов длина реализации стремится к бесконечности, в этом случае формула для расчета средней мощности реализации

имеет вид

$$N_{\text{cp}} = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S(\nu)|^2}{T} d\nu, \quad (2.19)$$

где зависящий от частоты ν предел есть **спектральная плотность** $n(\nu)$ средней мощности:

$$n(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S(\nu)|^2}{T}. \quad (2.20)$$

Спектральная плотность средней мощности представляет собой зависимость средней мощности, приходящейся на единицу частоты, от частоты.

Формула (2.20) используется, если постоянная составляющая сигнала равна нулю. В случае наличия постоянной составляющей спектральная плотность есть сумма двух слагаемых:

$$n(\nu) = m^2 \delta(\nu) + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S(\nu)|^2}{T}, \quad (2.21)$$

где m – математическое ожидание;

$\delta(\nu)$ – дельта-функция Дирака.

Интеграл первого слагаемого в формуле (2.21) есть мощность постоянной составляющей, а интеграл левого слагаемого – мощность флуктуационной составляющей (дисперсия).

В соответствии с теоремой Винера-Хинчина спектральная плотность средней мощности $n(\nu)$ и ковариационная функция $K_x(t)$ связаны между собой преобразованиями Фурье:

$$n(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\tau; \quad (2.22)$$

$$K_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\nu) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\nu. \quad (2.23)$$

Соответственно для процессов с равной нулю постоянной составляющей преобразованием Фурье связаны корреляционная функция $R_x(\tau)$ и спектральная плотность средней мощности $n(\nu)$:

$$n(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\tau; \quad (2.24)$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} n(\nu) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\nu. \quad (2.25)$$

При прохождении случайного стационарного сигнала через линейный фильтр с АЧХ $K(\nu)$ спектральная плотность на выходе $n_{\text{вых}}(\nu)$ связана с входной спектральной плотностью $n_{\text{вх}}(\nu)$ соотношением:

$$n_{\text{вых}}(\nu) = n_{\text{вх}}(\nu)K^2(\nu). \quad (2.26)$$

Произведение частотных характеристик соответствует свертке корреляционных функций:

$$R_{\text{хвых}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{хвх}}(\tau_1)R_0(\tau - \tau_1)d\tau_1, \quad (2.27)$$

где $R_{\text{хвх}}(\tau_1)$ и $R_{\text{хвых}}(\tau)$ – корреляционные функции на входе и выходе фильтра; $R_0(\tau)$ – корреляционная функция импульсной реакции фильтра $E_0(t)$; τ и τ_1 – аргументы сигнала на входе и выходе фильтра.

2.3. Шумы при передаче информации

Системы приема, преобразования, воспроизведения информации, кроме того, что обрабатывают анализируемый сигнал, воспринимают и сами генерируют изменения физических величин, не несущих информацию. Такие изменения физических величин называют **шумами** или помехами. Уровень шумов определяет как точность воспроизведения, так и скорость передачи информации. Так как шум представляет собой случайный процесс, то для его оценки используют те же статистические характеристики.

По характеру взаимодействия с сигналом и между собой шумы чаще всего подразделяются на **аддитивные** (результат взаимодействия – сумма), **мультипликативные** (результат взаимодействия – произведение), возможны также и результаты других комбинаций.

Рассмотрим источники шумов. Разделение шумов на три группы произведено на основе предложенной в [11] классификации. Первая группа включает шумы, генерируемые объектом исследования, вторая – внешние воздействия, третья – шумы аппаратуры и носителей информации.

Шумы объекта возникают, во-первых, при наложении на исследуемый сигнал других сигналов той же природы (например, электромиограмма на кардиосигнал), во-вторых, от движений объекта и его частей.

Внешние шумы могут быть обусловлены природными и искусственными факторами. Первые включают в себя флуктуации природных фоновых по-

лей и излучений, других явлений. К последним можно отнести синфазные флуктуационные и импульсные помехи от электромагнитных полей силовой сети и других источников полей, акустический шум, вибрации.

Шумы аппаратуры обусловлены, главным образом, природой физических явлений, происходящих в элементах электрических схем. В основном это тепловой, дробовый, генерационно-рекомбинационный, токовый шум.

Тепловой шум вызван возникновением переменной ЭДС на концах сопротивления, обусловленной тепловым хаотическим движением носителя заряда. Спектральная плотность этого шума зависит от значений сопротивления и его температуры.

Дробовый шум (шум Шоттки) возникает за счет дискретности частиц, образующих электрический ток в электронной лампе. Эмитация электронов катодом и достижение ими анода – случайные процессы. В многоэлектродных лампах случайный характер распределения тока между сетками вызывают шум токораспределения.

Генерационно-рекомбинационный шум аналогичен дробовым шумам в вакуумных приборах и является основным для полупроводников на промежуточных частотах. Его наличие обусловлено случайным характером процессов генерации и рекомбинации носителей зарядов. Значения спектральной плотности зависят от времени жизни, концентрации и подвижности носителей заряда.

Токовый шум преобладает в полупроводниках на низких частотах (модуляционный), существует также в графитовых сопротивлениях, электрических контактах (контактный) и в вакуумных лампах (шум мерцания или фликкер-эффект). Экспериментально установлено, что спектральная плотность такого шума обратно пропорциональна частоте со степенным показателем 0,8–1,5 [12].

При недостаточно жестком креплении элементов схемы и вибрациях электроаппаратуры может возникать **микрофонный шум**. В результате вибраций электродов монтажных проводов и корпуса происходит изменение межэлектродных и монтажных емкостей и сопротивление полупроводника, используемого как приемник излучения. Микрофонный шум состоит из ряда резонансных выбросов в диапазоне 100–7000 Гц [12].

В аппаратуре, связанной с оптическим излучением, необходимо принимать во внимание и **фотонный** (радиационный) шум, обусловленный флуктуациями потока излучения, падающего на приемник за счет флуктуаций числа фотонов, эмитируемых источником излучения.

Температурный шум наблюдается только в тепловых приемниках из-за флуктуаций температуры приемника при обмене с окружающей средой и зависит от температуры приемника, окружающей среды.

Более подробная информация о вышеперечисленных видах шума в аппаратуре и расчетные формулы приведены в [12, 13].

К источникам шума при записи сигналов относятся и носители информации (светочувствительные, магнитные и др.) за счет случайного распределения "запоминающих" элементов в носителе.

Фотографическое почернение равномерно засвеченного и проявленного светоматериала есть двумерное случайное поле, обладающее изотропностью, стационарностью и эргодичностью [14]. Спектр фотографических шумов называют спектром гранулярности фотоматериалов. Интенсивность этого спектра зависит как от свойств фотоматериала (светочувствительность), так и режимов его обработки. Более подробная информация о гранулярности фотоматериалов приведена в [14].

Аналогично параметры шума магнитных носителей записи определяются свойствами намагничиваемых частиц и характером их распределения на носителе.

В [12] влияние шума на качество передачи сигнала предлагается оценивать отношением $\Delta\varphi$ (сигнал/шум), вычисляемым по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{E_c}{\sqrt{N_{\text{ш}}^2}}, \quad (2.28)$$

где E_c – энергия изображения;

$N_{\text{ш}}^2$ – квадрат шумовой составляющей.

$$E_c = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\nu) d\nu; \quad (2.29)$$

$$N_{\text{ш}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} n_{\text{ш}}(\nu) S^2(\nu) d\nu, \quad (2.30)$$

где $S(\nu)$ – АЧХ сигнала;

$n_{\text{ш}}(\nu)$ – спектральная плотность средней мощности шума.

Если зашумленный сигнал проходит через фильтр с АЧХ $K(\nu)$, то формулы (2.9) и (2.30) принимают вид:

$$E_c = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\nu) K^2(\nu) d\nu; \quad (2.31)$$

$$N_{\text{ш}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} n_{\text{ш}}(\nu) S^2(\nu) K^4(\nu) d\nu. \quad (2.32)$$

Существуют и другие подходы к вычислению отношения "сигнал/шум".

Например, это отношение $W(\nu)$ для светочувствительных материалов рассчитывается по формуле в [14]:

$$W(\nu) = 0,43^2 \cdot g^2 \cdot (\varphi(\nu) / G(\nu)) \cdot K^2(\nu), \quad (2.33)$$

где 0,43 – коэффициент перевода оптической плотности в коэффициент пропускания;

g – коэффициент контрастности (максимальный градиент характеристической кривой);

$\varphi(\nu)$ – спектральная плотность средней мощности сигнала;

$G(\nu)$ – спектр гранулярности фотоматериала;

$K(\nu)$ – АЧХ фотоматериала.

Очевидно, что при расчете по формуле (2.33) отношение "сигнал/шум" является функцией частоты.

Важнейшей проблемой при обработке сигналов является борьба с шумами. Одним из способов ослабления отрицательного воздействия шумов является выбор оптимального фильтра. Критерии оптимальности зависят от поставленной задачи: обнаружение сигналов, измерение его параметров или разрешение (различение) сигналов.

Для первой задачи (обнаружение сигнала в шуме) критерием является максимум отношения "сигнал/шум", а оптимальный фильтр имеет комплексную частотную характеристику, сопряженную со спектральной плотностью сигнала [1].

В [11] предлагаются следующие методы фильтрации шумов, позволяющие производить оценку сигнала: полосовой, нелинейный, компенсационный. **Полосовой метод** предусматривает фильтрацию шумов, частотный диапазон которых не совпадает с частотным диапазоном сигнала. При **нелинейной** фильтрации производится частотно-независимое сглаживание шумов, попадающих в полосу пропускания сигнала, за счет использования следящей системы направленного действия и гистерезисного компаратора с адаптацией по уровню шума. **Компенсационная** фильтрация устраняет наводки от сети с помощью двухкоординатной следящей системы по частоте и фазе наводки.

Критериями при визуализации изображений в медицинской **технике являются постоянство нормы вектора шума либо максимум энтропии**. Подобная информация и математический аппарат для двух последних критериев содержатся в [15].

Вышеуказанные способы борьбы с шумом посредством оптимальной фильтрации являются далеко не единственными. Для решения этой задачи может использоваться перевод сигнала в цифровую форму и многое другое.

3. ОСОБЕННОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЦВЕТОВЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Восприятие цвета человеком

Ощущение цвета возникает в зрительном анализаторе человека под воздействием светового излучения в диапазоне частот 400–750 нм. На сетчатке глаза имеются три типа цветоощущающих приемников-колбочек, имеющих максимумы чувствительности соответственно в синей, зеленой и красной областях спектра.

Восприятие излучения каждой группой колбочек оценивают, используя **кривые смещения**. Любой цвет можно представить как векторную сумму трех линейно независимых цветов (иногда третий цвет вычитается). Линейно независимыми называются три цвета, каждый из которых не может быть получен сложением двух других цветов.

Для получения кривых смещения в качестве трех линейно независимых цветов были выбраны излучения с длинами волн 460, 530, 650 нм, соответствующие максимумам спектральной чувствительности каждой группы колбочек. Экспертам предъявляли два цветовых поля. Одно было образовано монохроматическим излучением, другое – суммой трех вышеупомянутых излучений. Яркости последних регулировались таким образом, чтобы эксперт не отличал оба цветовых поля по яркости и цветности. Когда монохроматический цвет не мог быть получен как сумма трех указанных цветов, цветовые поля уравнивали переносом одного из трех излучений на другое цветовое поле – к монохроматическому излучению, что соответствовало вычитанию переносимого цвета.

В [6] подробно описана методика получения кривых смещения и приводятся их графики, схематично показанные на рис.3.1. Например, чтобы получить цвет с длиной волны С, необходимо векторно сложить отрезки СК (яркость излучения с длиной волны 530 нм) и СД (яркость излучения с длиной волны 650 нм) и из суммы вычесть вектор СМ (яркость излучения с длиной волны 460 нм).

Кривые спектральной чувствительности каждой группы колбочек можно рассматривать как импульсные реакции колбочек при условии подачи на вход в качестве импульсов монохроматических излучений с длинами волн 460, 530 и 650 нм. Как видно из рис.3.1, эти импульсные реакции напоминают "обрезанные" "синковые" функции, т. е. похожи на импульсные реакции идеальных фильтров.

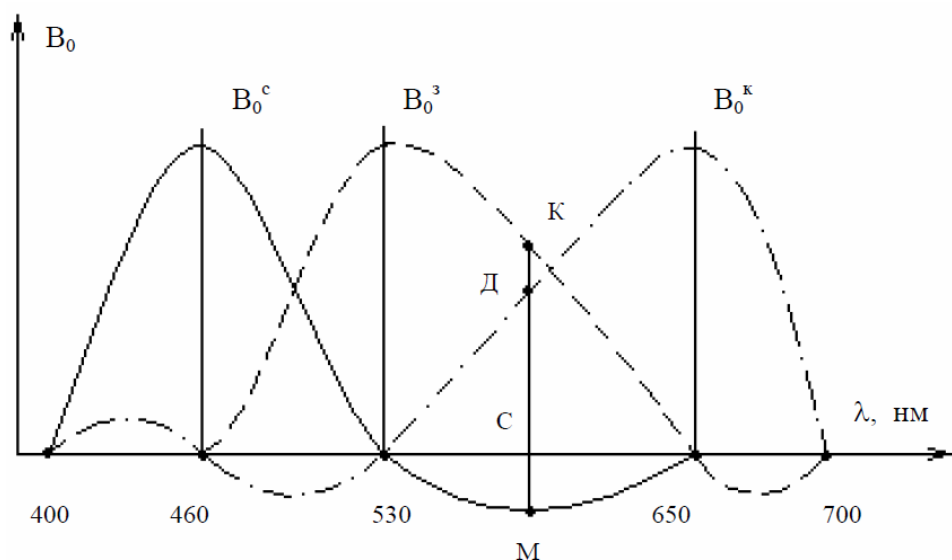


Рис. 3.1. Кривые смещения для зрительного анализатора человека

В соответствии с предложенной в [16] моделью цветового канала зрительной системы световые потоки интегрируются каждой группой колбочек с учетом спектральной чувствительности колбочек, результат интегрирования нелинейно преобразуется. Затем сигнал подается в 3 сумматора. На выходе первого сумматора образуется сигнал яркости, на выходе второго – разность "красный минус зеленый", на выходе третьего – разность "желтый минус синий". Из полученных сигналов извлекается квадратный корень, и они поступают в кору головного мозга, операции в которой условно можно представить в виде векторного устройства принятия решений. Эксперименты показали, что отклики зрительных каналов яркости и цветности ортогональны.

Дискретность восприятия спектра излучения зрительным анализатором человека обуславливает наличие явления, называемого метамерностью: цвета разного спектрального состава воспринимаются человеком одинаково [6]. Поэтому если система преобразования сигналов предназначена для визуализации изображения, то достаточным требованием к системе является формирование **физиологически** точного цветовоспроизведения: человек не отличает спектральные составы объекта и изображения, хотя эти спектральные составы неодинаковы. Если же система создана для спектрального анализа излучения, то она должна удовлетворять требованию **физически** точного цветовоспроизведения: спектральный состав излучения и изображения одинаковы. Практически все системы воспроизведения изображения в настоящее время дают лишь **психологически** точное воспроизведение: зритель может отличить цвет изображения от цвета объекта при наличии последнего.

3.2. Способ получения физически и физиологически точных цветных изображений

Как ранее уже было отмечено, оптический сигнал – функция пяти переменных, в том числе длины волны излучения. Носители информации имеют одно, два или три измерения. Чтобы получить физически точное неотличимое от объекта по спектру изображение, желательно обеспечить развертку сигнала по аргументу на носителе. Это может быть достигнуто несколькими способами: голографическим, интегральной фотографией Липмана, растровой системой с дисперсионной призмой. Принципы голографии в полной мере рассматриваются в специальной литературе, два других способа, рассмотренные в [6], не столь известны.

Метод интегральной фотографии Липмана предусматривает запись оптического изображения на оригинальный светочувствительный материал, схема которого представлена на рис.3.2. Внутри эмульсионного слоя 2, нанесенного на стеклянную пластинку 1, складываются 2 световых потока: падающий и отраженный от зеркальной поверхности 3. Распределение интенсивности образованных стоячих волн вдоль толщины эмульсионного слоя есть преобразование Фурье спектра излучения. Для сохранения линейности сигнала химико-фотографическая обработка должна обеспечить пропорциональность количества восстановленного серебра от интенсивности волн. При освещении обработанной пластины белым светом за счет интерференции происходит восстановление спектра излучения.

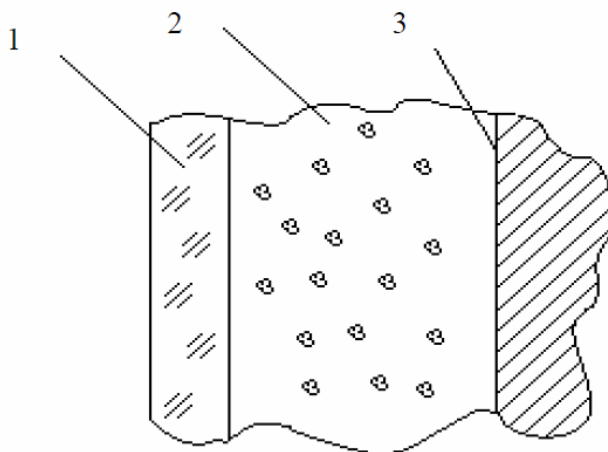


Рис. 3.2. Схема строения светочувствительного материала для интегральной фотографии Липмана:
1 – стеклянная пластинка; 2 – светочувствительный слой; 3 – зеркальная поверхность

Обеспечить физически точное цветовоспроизведение можно и с использованием двумерного носителя, но при этом придется производить дискретизацию по одному из пространственных аргументов X или Y . Схема получения такого изображения с применением дисперсионной призмы и цилиндрического линзового растра представлена на рис. 3.3. Оптическое изображение, формируемое объективом 1 и разложенное по спектру дисперсионной призмой 2, создается в плоскости светочувствительного слоя 5, причем каждая цилиндрическая линза растра образует отдельный участок разложенного в спектр цветного изображения. Восстановление обработанного изображения происходит в белом свете такой же системой.

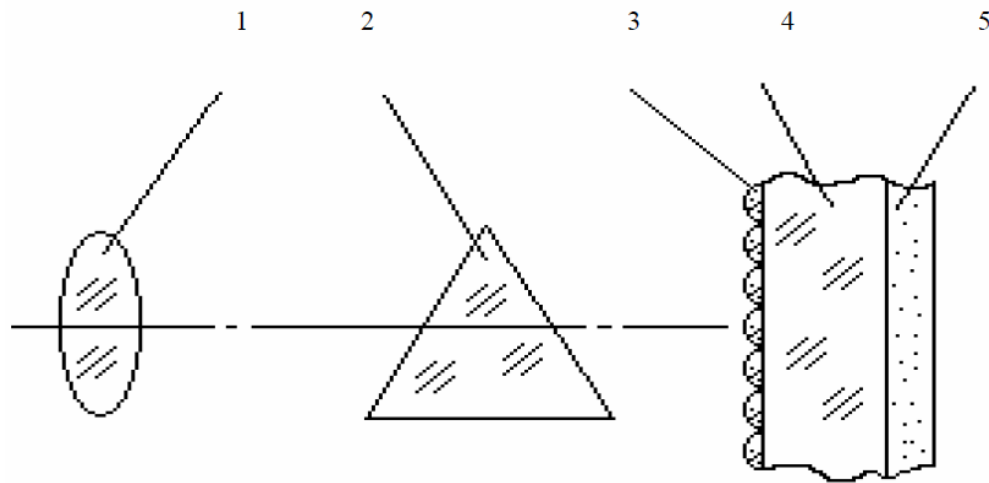


Рис. 3.3. Схема для получения физически точного цветного изображения с дисперсионной призмой:
 1 – объектив; 2 – дисперсионная призма; 3 – цилиндрический линзовый растр;
 4 – основа; 5 – светочувствительный слой

Чтобы получить физически точное цветовоспроизведение, не обязательно проводить развертку сигнала по длине волны λ на носителе. Теоретически можно создать систему с дискретизацией по λ , удовлетворяющую требованиям теоремы Котельникова. Для этого на входе и выходе дискретизатора требуются идеальные фильтры, не пропускающие частот, вдвое меньших частоты дискретизации. Если реализовывать такую систему непосредственно для оптических сигналов, то требуется запись на большое, стремящееся к бесконечности, количество носителей, перед которыми установлены оптические фильтры с характеристиками пропускания в виде "синковых" функций. Рассмотренная в [6] практическая реализация вышеописанной системы достаточно сложна.

В настоящее время в медицинской технике осуществляются первые попытки получения голографических изображений.

В [6] обоснованы **требования** к системе передачи сигналов для **физиологически** точного цветовоспроизведения, когда цвет изображения не отличен для человека от цвета объекта.

1. Дискретизация по длине волны λ должна осуществляться по трем каналам, на входе каждого канала должен находиться светофильтр или приемник, спектральная чувствительность которого повторяет кривую смешения для соответствующей группы колбочек.

2. Соотношения между интенсивностями сигналов в каналах передачи должны быть сохранены.

3. На выходе системы должны применяться монохроматические фильтры или излучатели, с длинами волн пропускания 460, 530, 650 нм, соответствующими максимумам спектральной чувствительности колбочек. При этом нуждается в изучении вопрос о влиянии монохроматических излучений на зрительный сигнализатор человека.

Так как кривые смешения имеют отрицательные участки, для их реализации используются методы маскирования, называемые в телевидении матрицированием.

На основе вышеизложенного очевидно, что техническая реализация систем для физически и физиологически точного цветовоспроизведения в настоящее время достаточно сложна, поэтому большинство цветных изображений являются психологически точными, т. е. содержат цветовые искажения приемлемого уровня. Объективно оценить степень этих искажений возможно с использованием количественных характеристик цвета.

3.3. Количественная оценка цветовоспроизведения

Известны два способа количественного описания цветности изображений: первый – **по цветовому тону и чистоте цвета**, второй – **по цветовым координатам**.

Так как любой цвет можно представить как сумму монохроматического и белого, то цветовой тон характеризуется длиной волны λ этого монохроматического излучения. Исключение составляет пурпурный цвет. Его тон характеризуется длиной волны дополнительного цвета, который дает в смеси с пурпурным белый цвет.

Чистотой цвета P называется отношение яркости B монохроматической составляющей к сумме яркостей этой монохроматической составляющей и белого цвета $B\sigma$:

$$P = B/(B + B\sigma). \quad (3.1)$$

Для пурпурных цветов в формулу (3.1) вместо B подставляют яркость "чистого" пурпурного света B_n .

Если использовать полярные координаты, то тон соответствует полярному углу, а чистота цвета – длине радиус-вектора, причем нулевая точка соответствует белому цвету, единичная длина вектора – монохроматическому излучению.

Более распространенным и удобным с точки зрения преобразований способом количественной оценки цвета является система цветовых координат. Основой системы являются три основных линейно-независимых цвета. Таких триад может быть множество, но на практике используются три системы: RGB , XYZ , UVW .

Первой возникла система RGB . Она единственная, где используются физически воспроизводимые монохроматические излучения с длинами волн 700 нм (красный цвет R), 546,1 нм (зеленый G) и 435,8 нм (синий B). Система неудобна тем, что для синтеза некоторых цветов вместо сложения RGB приходится производить вычитание одного из трех основных цветов.

Более совершенной системой является система XYZ , где используются нереальные цвета. В этой системе вся яркость синтезируемого цвета условно отнесена к основному цвету Y , а цвета X и Z яркостями не обладают.

Цвет, выраженный численно без учета яркости, называют цветностью, а числа, определяющие цветность – координатами цветности. Координаты цвета X , Y , Z (с учетом яркости) и координаты цветности X' , Y' , Z' связаны между собой соотношениями:

$$\begin{aligned} X' &= X/(X + Y + Z); \\ Y' &= Y/(X + Y + Z); \\ Z' &= Z/(X + Y + Z). \end{aligned} \tag{3.2}$$

Очевидно, что $X' + Y' + Z' = 1$, поэтому для задания цветности (без яркости) достаточно двух координат.

Для указания количества основных цветов в смеси, т. е. определения цветовых координат, используется понятие единичного цвета. За единичные цвета принимаются такие количества (например, в яркостном выражении) основных цветов, которые дают белый цвет равноэнергетического излучения.

Удельные координаты x , y , z (они же кривые смещения) показывают, в каких количествах надо смешивать основные цвета, чтобы получить требуемое монохроматическое излучение с единичной лучистой яркостью. Координаты цвета X , Y , Z источника излучения связаны с удельными координатами x , y , z в функции λ (кривыми смещения в системе XYZ) и спектральным составом источника излучения $B(\lambda)$ следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} X &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B(\lambda)x(\lambda)d\lambda; \\ Y &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B(\lambda)y(\lambda)d\lambda; \\ Z &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B(\lambda)z(\lambda)d\lambda. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

где λ_{\min} и λ_{\max} – границы диапазона светового излучения.

Разницу в цветовых ощущениях оценивают порогом цветоразличения – минимально заметным для эксперта изменением цвета.

Порог цветоразличения представляет расстояние между двумя точками в системе координат цветности X', Y' , соответствующее минимально различимым цветам. Но для этой системы значение порогов является функцией координат X', Y' , т. е. система XYZ не является равноконтрастной. Чтобы сделать порог цветоразличения постоянным, не зависящим от координат X', Y' , была разработана система UVW , полученная путем проекции плоскости X, Y на плоскость U, V под определенным углом.

Другой математический аппарат преобразования сигналов основан на теории оппонентных цветов. Цвет здесь представляет сумму трех векторов: яркости, разности "красный минус зеленый" и разности "желтый минус синий". Цветовой контраст рассчитывается как расстояние между концами векторов.

Установлены соотношения, связывающие векторные параметры с цветовым тоном и чистотой цвета.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ»

4.1. Расчет синус- и косинус-преобразования Фурье, амплитудно- и фазово-частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) заданного сигнала $E(t)$. Построение графиков АЧХ и ФЧХ

Расчетные формулы

Косинус-преобразование Фурье $A(\nu)$:

$$A(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \cos(2\pi\nu t) dt . \quad (4.1)$$

Синус-преобразование Фурье $B(\nu)$:

$$B(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \sin(2\pi\nu t) dt . \quad (4.2)$$

АЧХ $K(\nu)$:

$$K(\nu) = \sqrt{A^2(\nu) + B^2(\nu)} . \quad (4.3)$$

ФЧХ $\bar{O}(\nu)$:

$$\bar{O}(\nu) = -\arctg\left(\frac{B(\nu)}{A(\nu)}\right) . \quad (4.4)$$

Пример: $E(t)$ – импульс прямоугольной формы;

$$E(t) = \begin{cases} M, & -\frac{t_0}{2} < t \leq \frac{t_0}{2} \\ 0 & t < -\frac{t_0}{2}; t > \frac{t_0}{2} \end{cases},$$

$$\begin{aligned} A(\nu) &= \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} M \cos(2\pi\nu t) dt = \frac{M}{2\pi\nu} \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \cos(2\pi\nu t) d(2\pi\nu t) = \frac{M}{2\pi\nu} \sin(2\pi\nu t) \Bigg|_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} = \frac{M}{2\pi\nu} \times \\ &\times \left(\sin\left(\frac{2\pi\nu t_0}{2}\right) - \sin\left(\frac{2\pi\nu(-t_0)}{2}\right) \right) = \frac{2M}{2\pi\nu} \sin(\pi\nu t_0) = \frac{M}{\pi\nu} \sin(\pi\nu t_0), \end{aligned}$$

$$\frac{\sin x}{x} = \sin cx - \text{синковая функция.}$$

$$\frac{Mt_0 \sin(\pi vt_0)}{2\pi vt_0} = Mt_0 \sin c(\pi vt_0),$$

$$A(v) = Mt_0 \sin c(\pi vt_0),$$

$$B(v) = \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} M \sin(2\pi vt) dt = M \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \sin(2\pi vt) dt = -\frac{M}{2\pi v} \cos(2\pi vt) \Big|_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} =$$

$$= -M \left(\cos\left(2\pi v \frac{t_0}{2}\right) - \cos\left(2\pi v \left(-\frac{t_0}{2}\right)\right) \right) = 0,$$

$$K(v) = \sqrt{A^2(v) + B^2(v)},$$

$$B(v) = 0,$$

$$A(v) = Mt_0 \sin c(\pi vt_0),$$

$$\theta(v) = -\arctg\left(\frac{B(v)}{A(v)}\right),$$

$$B(v) = 0,$$

$$-\arctg\theta = 0.$$

Построение графика $K(v)$

$$K(0) = Mt_0 \frac{\sin 0}{0} = Mt_0 \text{ (отношение производных числителя и знаменателя) =}$$

$$= Mt_0 \frac{1}{1} = Mt_0.$$

Найдем точки пересечения графика $K(v)$ с осью (v) из условия

$$\sin \pi vt_0 = 0.$$

Тогда $\pi v t_0 = \pi n$, где $n = t_1, t_2, \dots$, ($n = 0$ исключена, т.к. в ней $\frac{0}{0}$), $v = \frac{n}{t_0}$,
 т.е. $K(v) = 0$ при $v = \pm \frac{1}{t_0}; \pm \frac{2}{t_0}; \dots$

Остальные значения графика $K(v)$ в заданных в варианте пределах необходимо рассчитать.

4.2. Расчет информационной плотности системы записи и воспроизведения

Заданная система состоит из трех звеньев – записи, преобразования, воспроизведения. АЧХ звеньев описываются формулой:

$$K(v) = \exp\left(-m\left(\frac{v}{N}\right)^n\right), \quad (4.5)$$

где m , n и N – константы: $m = 3,7$; N – абсцисса точки АЧХ, ордината которой равна 0,025 (предельно воспринимаемому глазом контрасту);

$$n = \frac{1,3}{\ln\left(\frac{N}{v_e}\right)},$$

где v_e – абсцисса точки АЧХ, ордината которой равна $\exp(-1) = 0,368$.

Значения n , N для каждого из трех звеньев приведены в вариантах исходных данных (табл. 4.1).

2.1. Рассчитать АЧХ $K_{1,2,3}(v)$ каждого из трех звеньев по формуле (4.5), при этом значение v изменять от 0 до N через 10 единиц.

Рассчитать АЧХ системы $K_{\Sigma}(v)$ из трех звеньев по формуле:

$$K_{\Sigma}(v) = K_1(v) \cdot K_2(v) \cdot K_3(v). \quad (4.6)$$

Расчет вести до тех пор, пока $K_{\Sigma}(v) \leq 0,025$.

2.2. Построить график $K_{\Sigma}(v)$.

По графику найти абсциссы N и v_e точек, ординаты которых равны соответственно 0,025 и 0,368.

2.3. Рассчитать информационную плотность h каждого звена и всей системы в целом по формуле:

$$h = 2Nm \left(1 - \frac{2}{n+2}\right) \left(\frac{\text{нат.ед.}}{\text{сек.}}\right). \quad (4.7)$$

2.4. Сделать вывод, почему информационная плотность системы ниже информационной плотности каждого звена в отдельности.

4.3. Варианты исходных данных для расчета

Форма сигнала – прямоугольный импульс, высота прямоугольника – M , ширина – t_0 (значения M и t_0 – в табл. 4.1).

Таблица 4.1

№ варианта	$M, В$	$t_0, с$	Звено записи		Звено преобразования		Звено воспроизведения	
			n_1	$N_1, Гц$	n_2	$N_2, Гц$	n_3	$N_3, Гц$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	20	1,5	70	1,4	120	1,8	85
2	15	22	2,5	50	2,7	80	1,9	100
3	20	36	3,1	120	2,3	132	3,2	184
4	25	18	2,8	218	2,6	226	3,1	90
5	30	24	2,4	100	2,2	120	2,5	150
6	40	14	2,7	80	3,1	75	3,5	90
7	45	32	4,2	210	2,1	315	3,8	250
8	50	48	3,3	160	2,7	180	3,1	170
9	55	64	3,1	210	2,5	250	2,2	230
10	50	26	2,2	60	3,7	75	2,9	90
11	65	16	2,9	70	3,1	80	2,4	90
12	70	48	2,5	100	2,1	110	3,1	120
13	75	52	3,2	180	2,2	160	2,5	170
14	80	30	3,6	156	3,3	142	2,2	180
15	85	24	2,7	210	2,1	115	3,5	150
16	60	16	1,5	180	2,5	200	2,7	100
17	93	28	1,8	115	2,3	80	3,5	150
18	97	36	2,3	210	3,2	288	3,8	180
19	105	58	2,8	320	1,3	216	2,1	260
20	110	46	3,1	210	2,1	105	2,7	168

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ»

1. Сигнал, информация. Определения. Примеры.
2. Детерминированные и случайные сигналы. Определения. Примеры.
3. Непрерывные, дискретные, квантованные сигналы. Определения. Примеры.
4. Классификация сигналов по физической природе. Понятия. Примеры.
5. Схема преобразования сигнала в измерительных устройствах.
6. Носители информации: одномерные, двумерные, трехмерные. Примеры.
7. Связь между сигналом и его спектральной плотностью. Формулы. Векторная интерпретация спектральной плотности.
8. Формулы для расчета АЧХ. Физический смысл АЧХ.
9. Формулы для расчета ФЧХ. Физический смысл ФЧХ.
10. Допущения о линейности системы. Принцип суперпозиции. Связь между сигналом на входе и выходе линейной системы.
11. Определение импульса через дельта-функцию Дирака. Определение и выделяющие свойства дельта-функции Дирака.
12. Допущение о нечувствительности системы к сдвигу. Инвариантность системы.
13. Понятие контраста и коэффициента передачи контраста.
14. Теорема свертки. Связь между ФЧХ сигнала на входе и выходе системы. ФЧХ системы фильтров.
15. Нахождение импульсной реакции системы фильтров по импульсной реакции составляющих звеньев.
16. Теорема Котельникова о передаче сигналов с дискретизацией. Понятие идеальных фильтров.
17. АЧХ и импульсная реакция идеальных фильтров. Невозможность реализации.
18. Преобразование сигнала в системе “фильтр-дискретизатор-фильтр”. Формулы. Графики.
19. Искажения первого рода при дискретизации. Причины. Проявление. Способы предотвращения.
20. Искажения второго рода при дискретизации. Причины. Проявление. Способы предотвращения.
21. Преобразование аналогового сигнала в цифровую форму.
22. Виды кодирования: амплитудная модуляция.
23. Виды кодирования: частотная и фазовая модуляция.
24. Случайные сигналы. Их характеристики.
25. Корреляционная и ковариационная функции.

26. Спектральные характеристики спектральных сигналов.
27. Шумы при передачи информации.
28. Отношение «сигнал/шум».
29. Особенности преобразования цветowych сигналов.
30. Количественная оценка цветовоспроизведения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов / И.С. Гоноровский. – М.: Радио и связь, 1986.
2. Кириллов, В.И. Телевидение и передача изображений: Учебное пособие / В.И. Кириллов, А.П. Ткаченко. – Минск: Вышэйшая школа, 1988.
3. ГОСТ 13699-74. Запись и воспроизведение информации. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1974.
4. Фризер, Х. Фотографическая регистрация информации / Х. Фризер. – М.: Мир, 1978.
5. Антипин, М.В. Квалиметрия кинотелевизионных систем / М.В. Антипин, В.Г. Андронов, К.Ф. Гласман. – Л.: ЛИКИ, 1976.
6. Гребенников, О.Ф. Основы записи и воспроизведения изображения (в кинематографе) / О.Ф. Гребенников. – М.: Искусство, 1982.
7. Оберхеттингер, Ф. Преобразование Фурье распределений и их обращения: Таблицы / Ф. Оберхеттингер. – М.: Наука, 1979.
8. Гусев, В.Г. Электроника / В.Г. Гусев, Ю.М. Гусев. – М.: Высшая школа, 1991.
9. Микрокомпьютеры в физиологии: Пер. с англ. / Под ред. П. Фрейзера. – М.: Мир, 1990.
10. Красильников, Н.Н. Теория передачи и восприятия изображений / Н.Н. Красильников. – М.: Радио и связь, 1986.
11. Дадашев, Р.С. Методы выделения и идентификации составляющих элементов медико-биологических сигналов / Р.С. Дадашев, Г.В. Семенов // В кн.: Аппаратура и методы медицинского контроля. – Л.: Медицина, 1982.
12. Мирошников, М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов: Учеб. пособие / М.М. Мирошников. – Л.: Машиностроение, 1983.
13. Якушенков, Ю.Г. Теория и расчет оптико-электронных приборов / Ю.Г. Якушенков. – М.: Машиностроение, 1989.
14. Вендровский, К.В. Фотографическая структурометрия / К.В. Вендровский, А.И. Вейцман. – М.: Искусство, 1982.
15. Физика визуализации изображений в медицине: Пер. с англ. В 2 т. Т. 2 / Под. ред. С. Уэбба. – М.: Мир, 1991.
16. Полосин, Л.Л. Качественные показатели цветного изображения: Учеб. пособие / Л.Л. Полосин. – Л.: ЛИКИ, 1989.