



Рисунок 1 - Степень неравенства в распределении доходов населения в 2013 - 2018 гг. (кривая Лоренца)
Источник: разработка автора

Заключение. Коэффициент Джини показывает смещение фактического распределения доходов среди населения от полностью равного их распределения и делает возможным оценить неравномерность распределения доходов в обществе. Существование устойчивого среднего класса предполагает значение коэффициента Джини примерно равного 1/4. По результатам расчета, выполненных автором, этот показатель близок к указанному значению. Следовательно, можно предполагать, что Республика Беларусь близка к появлению устойчивого среднего класса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геворкян, П.С. Распределение богатства в обществе и средний класс /П.С. Геворкян, В.И. Малыхин//Труд и социальные отношения. – 2010. – №12. – С. 90-97.
2. Павлов, О.И. Функция Лоренца и математическое определение среднего класса [Электронный ресурс]/ О.И. Павлов, О.Ю. Павлова. – Электрон. дан. – Кисловодск: ИП Дудов Д. А, Управление экономическими системами: электронный научный журнал, 2016. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/krivaya-lorentsa-i-matematicheskoe-opredelenie-srednego-klassa/viewer>.- Дата доступа: 10.03.2020
- 3.Лебедев, В.В. Финансы и банковское дело: Построение кривой Лоренца и оценка индикаторов дифференциации денежных доходов населения на основе экспоненциального распределения / В.В. Лебедев, К. В. Лебедев// Вестник университета. – 2018. – №1. – С. 141-148.
4. Социальное положение и уровень жизни населения Республики Беларусь=Social conditions and standard of living in the Republic of Belarus: статистический сборник / Национальный статистический комитет Республики Беларусь, пред. ред. кол. И. В. Медведева - Минск: Национальный статистический комитет Республики Беларусь, 2019. – 264 с.
5. Мировой атлас данных, рейтинги, бедность, “Коэффициент Джини”, [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://knoema.ru/atlas/ranks/Коэффициент-Джини?baseRegion=CG>.- Дата доступа: 10.03.2020.

УДК 330.43

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

А.А. Касперович, студент группы 10508119 ФММП БНТУ,
научный руководитель – канд. техн. наук, доцент **Б. М. Астрахан**

Резюме – в статье рассмотрены вопросы применения в экономико-математическом моделировании методики поиска условного экстремума функции многих переменных для исследования критерия оптимизации изучаемого экономического объекта или процесса. На первом этапе рассмотрен случай, когда число параметров критерия оптимизации равно трем. Приведен пример расчета по изложенной методике.

Summary - the article discusses the application of the method of searching for the conditional extremum of the function of many variables in economic and mathematical modeling to study the optimization criterion for the studied economic object or process. At the first stage, the case was considered when the number of parameters of the optimization criterion is three. An example of calculation by the described method is given.

Введение. В экономико-математическом моделировании обычно ставится задача определить экстремальные точки функции цели (критерия оптимизации) при наложенных на нее определенных ограничениях. Эта функция цели часто представляет собой функцию многих переменных – параметров исследуемого экономического объекта или процесса. В различных литературных источниках и пособиях этому вопросу не уделено достаточ-

ного внимания. Рассматривается либо случай функции двух переменных, что часто совершенно недостаточно, либо, если рассматривается функция многих переменных (больше двух), то без необходимой детализации процесса поиска [1,2,3]. Положение не исправляет и применение различных компьютерных систем (например, *Excel*, *Matlab*). В этих системах для поиска экстремальных точек требуется задание начального приближения, и если экстремумов несколько, то нужный может быть пропущен [4]. Поэтому целесообразно более подробно рассмотреть поиск экстремума функции цели при числе переменных больше двух, на первом этапе – для трех переменных.

Основная часть. Рассмотрим вопрос об экстремумах функции $z = f(x_1, x_2, x_3)$. При этом на переменные наложены ограничения (так называемые уравнения связи) $\varphi_1(x_1, x_2, x_3) = 0$; $\varphi_2(x_1, x_2, x_3) = 0$. В экономических исследованиях эти функции являются гладкими, предполагающими существование непрерывных частных производных нужного порядка. Требуется определить все экстремумы функции z . Для случая функции трех переменных следует построить систему уравнений (1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} &= 0; \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2} &= 0; \\ \frac{\partial f}{\partial x_3} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_3} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_3} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) вместе с двумя уравнениями связи позволяет найти пять неизвестных: $\lambda_1, \lambda_2, x_1=x_1^0, x_2=x_2^0, x_3=x_3^0$, причем решений может быть несколько. Набор точек $M_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ определяет те точки $M(x_1, x_2, x_3)$, в которых функция цели может иметь экстремум (максимум или минимум), при условии выполнения уравнений связи (условный экстремум).

Введем обозначения

$$\psi_{ij}^0 = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} + \lambda_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_i \partial x_j} + \lambda_2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{M=M_0}; \quad (\psi_{ij}^0 = \psi_{ji}^0); \quad i, j = \overline{1,3}$$

и составим квадратичную форму (2):

$$G = \psi_{11}^0 h_1^2 + \psi_{22}^0 h_2^2 + \psi_{33}^0 h_3^2 + 2\psi_{12}^0 h_1 h_2 + 2\psi_{13}^0 h_1 h_3 + 2\psi_{23}^0 h_2 h_3. \quad (2)$$

Тогда для того, чтобы в точке M_0 функция z имела условный минимум (максимум) квадратичная форма (2) должна быть положительно определенной (отрицательно определенной) для значений h_1, h_2, h_3 , удовлетворяющих условиям (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x_1} h_1 + \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x_2} h_2 + \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial x_3} h_3 &= 0; \quad \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial x_1} h_1 + \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial x_2} h_2 + \frac{\partial \varphi_2^0}{\partial x_3} h_3 = 0, \\ \frac{\partial \varphi_i^0}{\partial x_j} &= \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right)_{M=M_0}; \quad i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Иллюстрируем эти положения на примере нахождения наибольшего объема пакета с прямоугольным основанием, если полная поверхность пакета должна иметь заданную площадь S .

Если обозначить длины сторон пакета через x_1, x_2, x_3 , то функция цели z имеет вид: $z = x_1 x_2 x_3$ при уравнениях связи: $\varphi_1 = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 - S/2 = 0$; $\varphi_2 = 0$. Тогда уравнения (1) примут вид:

$$\begin{aligned} x_2 x_3 + \lambda_1 (x_2 + x_3) &= 0; \\ x_1 x_3 + \lambda_1 (x_1 + x_3) &= 0; \\ x_1 x_2 + \lambda_1 (x_1 + x_2) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая полученную систему (4) относительно λ_1 , получим:

$$\lambda_1 = \frac{3x_1 x_2 x_3}{S}.$$

Подставляя это значение λ_1 в систему (4), получим предполагаемые искомые значения x_1^0, x_2^0, x_3^0 , а также значение λ_1 :

$$x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = \sqrt{\frac{S}{6}}; \quad \lambda_1 = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{6}}. \quad (5)$$

При этих значениях $x_1^0, x_2^0, x_3^0, \lambda_1$ квадратичная форма (2) примет вид:

$$G = \sqrt{\frac{S}{6}} (h_1 h_2 + h_1 h_3 + h_2), \quad (6)$$

а условия (3) –

$$2\sqrt{\frac{S}{6}}(h_1 + h_2 + h_3) = 0. \quad (7)$$

Преобразуя квадратичную форму (6) с учетом условия (7), получим:

$$G = -\sqrt{\frac{S}{6}}\left[(h_1 + \frac{h_2}{2})^2 + \frac{3h_2^2}{4}\right] < 0.$$

Следовательно, функция цели имеет условный максимум при указанных значениях параметров (5).

Заключение. Применение соотношений (1) – (3) позволяет при моделировании экономических объектов или процессов. найти набор условных экстремумов функции цели, если число параметров модели равно трем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономистов: Учеб. для студентов вузов, обучающихся по эконом. спец. / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. - 479 с.
2. Понятие неявной функции. Теорема о её существовании и дифференцируемости [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://studfile.net/preview/3157043/page:8/>. - Дата доступа: 10.03.2020
3. Научная библиотека: Курс дифференциального и интегрального исчисления, [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://scask.ru/g_book_f_math1.php?id=210. - Дата доступа: 10.03.2020
4. Ануфриев, И.Е. MATLAB 7/И.Е. Ануфриев, А.Б. Смирнов, Е.Н. Смирнова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

УДК 330.131.7

СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ ВАЛЮТНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ РИСКОМ

*Е.В. Ковалевич, П.В. Лукашик, А.А. Русакович, студенты группы 10507116 ФММП БНТУ,
научный руководитель – старший преподаватель И.Г. Разумовская*

Резюме – в статье рассматриваются последствия изменения обменного курса и темпа инфляции для предприятий, предлагаются операционные стратегии хеджирования как инструменты управления валютно-экономическим риском, который может оказать существенное влияние на рыночную стоимость компании, поскольку он имеет далеко идущие последствия и носит долгосрочный характер.

Summary – the article dedicated to the effects of changes in the exchange rate and inflation rate for enterprises which are proposing operational hedging strategies as tools for managing monetary and economic risk, which can have a significant impact on the market value of the company, since it has far-reaching consequences and is of a long-term nature.

Введение. Валютно-экономический риск вызывается влиянием неожиданных колебаний валютных курсов на будущие денежные потоки компании, иностранные инвестиции и прибыль. Экономический риск трудно измерить точно и, следовательно, сложно хеджировать. Валютно-экономический риск также относительно трудно хеджировать, поскольку он связан с неожиданными изменениями валютных курсов, в отличие от ожидаемых изменений, которые формируют основу для корпоративных бюджетных прогнозов.

Основная часть. Валютно-экономический риск означает риск того, что выручка фирмы будет неблагоприятно затронута из-за существенного изменения обменного курса и уровня инфляции. Реальные изменения обменного курса приводят к изменениям цен, с которыми сталкивается фирма. Эти изменения в ценах, как правило, влияют на конкурентоспособность фирмы. Валютно-экономический риск имеет обширный характер, поскольку воздействует на предприятия на макроуровне. Таким образом, при изменениях обменного курса и уровня инфляции затрагивается не только отдельное предприятие, но отрасль в целом.

Определить валютно-экономический риск довольно сложно, поскольку потоки денежных средств в значительной степени зависят от стоимости ресурсов фирмы и цен на ее продукцию, которые существенно меняются в связи с изменением валютных курсов. Кроме того, воздействие валютно-экономического риска связано с непредвиденными действиями со стороны конкурентов, входными барьерами и другими проблемами, которые носят субъективный характер и по-разному интерпретируются различными экспертами. Таким образом, подверженность валютно-экономическому риску существенно влияет на конкурентную позицию фирмы.

Предприятию необходимо внести изменения в операционную стратегию в зависимости от восприятия изменения валютного курса и ожидаемой инфляции, чтобы сохранить или улучшить конкурентную позицию. Для этого у фирмы должна быть гибкость, которая дает ей свободу изменять свои операции в ответ на изменение обменного курса. Если такая гибкость не существует, то предприятию необходимо применить страхование денежных потоков для снижения влияния неблагоприятных колебаний обменного курса. Временная защита или страхование денежных потоков, как правило, осуществляется с использованием финансовых инструментов хеджирования.