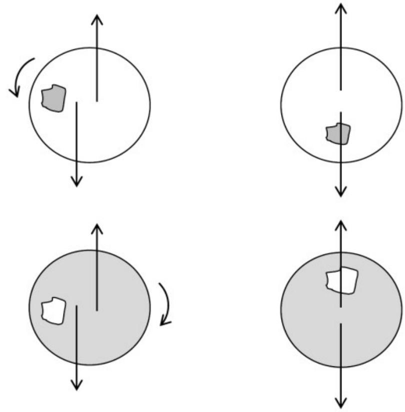
УДК 535.076

# Оптимальные варианты применения законов физики при решении задач по разделу «Гидростатика»

Драпезо Л.И.
Белорусский национальный технический университет

Неверные решения отдельных задач с применением закона Архимеда встречаются довольно часто. Объясняется это тем, что при использовании не только этого, но и любого другого закона физики не всегда помнят, каким образом и для каких ситуаций этот закон был установлен.

Выталкивающая сила Архимеда является результатом действия разных по величине сил гидростатического давления на различные участки погруженного в неподвижную жидкость тела. Сила Архимеда равна весу жидкости или газа, вытесненного телом. Если в жидкость погружена только часть тела, то выталкивающая сила Архимеда равна весу жидкости, вытесненной этой погруженной частью тела. Следует также подчеркнуть, что точка приложения выталкивающей силы находится в центре тяжести вытесненного объема жидкости и совпадает с центром тяжести самого тела, если тело однородное и полностью погружено в жидкость.



Если тело неоднородно, то точки приложения сил тяжести и Архимеда не совпадают, возникает вращающий момент, тело в жидкости начинает поворачиваться до тех пор, пока силы тяжести и Архимеда не расположатся вдоль одной вертикали.

Моменты обеих сил равны нулю и положение тела становится устойчивым, т. к. центр тяжести будет расположен в нижайшем положении.

В настоящей работе рассматривается изменение уровня жидкости в сосуде при помещении в него или удалении из него плавающего тела.

**Задача 1.** В цилиндрический сосуд с площадью основания $S$ налита жидкость плотностью ρ. В сосуд опускают тело произвольной формы массой $m$ (плотность тела $\rho_0$ меньше плотности жидкости ρ). Определить изменение $\Delta h$ уровня жидкости в сосуде.

До погружения тела в жидкость ее поверхность располагалась на уровне $AA'$ на высоте $h$ от дна (рисунок 1). После погружения тела уровень жидкости сместился на $\Delta h$ и занял положение $BB'$, т. е. повысился на $\Delta h$. Тело плавает на поверхности жидкости, т. к. его плотность $\rho_0$ меньше плотности жидкости ρ.

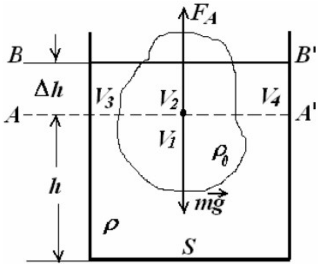


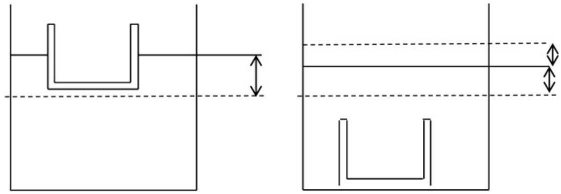

Рисунок 1

Согласно условию плавания тела сила тяжести $mg$, действующая на тело, равна силе Архимеда $F_А$, т.е. $mg = F_А$, или $mg = \rho g V_П$ (1), где $V_П$ – объем погруженной части тела, равный $V_П = V_1 + V_2$. Тогда выражение (1) примет вид $m = \rho(V_1 + V_2)$ (2).

Из рисунка видно, что объем $S\Delta h = V_2 + V_3 + V_4$, где $V_2$ – некоторый объем, занимаемый телом, $V_3$ и $V_4$ – некоторый объем жидкости. Плавающее тело непосредственно вытесняет только объем жидкости $V_1$, равный сумме объемов $V_3$ и $V_4$ жидкости, расположенной выше уровня $AA'$: $V_1 = V_3 + V_4$. Тогда $S\Delta h = V_1 + V_2$ (3). Из выражения (2) мы находим, что $V_1 + V_2 = \frac{m}{\rho}$, тогда $S\Delta h = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \Delta h = \frac{m}{\rho S}$. Если учесть, что масса тела $m = \rho_0 V$, то изменение уровня жидкости в цилиндрическом сосуде площадью основания $S$ равно $\Delta h = \frac{\rho_0 V}{\rho S}$.

**Задача 2.** На поверхность цилиндрического сосуда с водой опустили прямоугольную коробку, изготовленную из материала, плотность которого $\rho = 7800$ кг/м$^3$. При этом уровень воды в сосуде повысился на $h_1 = 15{,}6$ мм. Определим, насколько понизится этот уровень воды, если коробку полностью погрузить в жидкость.

До погружения коробки в сосуд с водой свободная поверхность воды в сосуде находилась на уровне $AA'$. После погружения коробки уровень жидкости повысился на высоту $h_1$ до положения $BB'$ (рисунок 2, $a$).



*а* *б*

Рисунок 2

При полном погружении коробки в жидкость ее уровень понизится относительно *BB*' на $\Delta h$ и займет положение *CC*'. Относительно первоначального положения *AA*' этот уровень будет поднят на $h_2$ (рисунок 2, *б*). Таким образом, искомое понижение уровня $\Delta h = h_1 - h_2$.

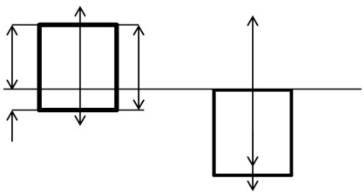
Воспользуемся результатом решения задачи 1: повышение уровня $h_1 = \dfrac{m}{\rho_В S}$ (1), где $m$ – масса коробки, $\rho_В$ – плотность воды, $S$ – площадь сечения цилиндрического сосуда. В случае полного погружения коробки в сосуд с водой уровень свободной поверхности воды поднимется на высоту $h_2$ относительно уровня воды *AA*', т. е. $h_2 = \dfrac{V_К}{S} = \dfrac{m}{\rho_К S}$ (2), где $V_К$ – объем коробки. Из (1) масса коробки $m = \rho_В S h_1$, тогда выражение (2) запишется в виде $h_2 = \dfrac{\rho_В h_1}{\rho_К}$.

После погружения плавающей на поверхности воды коробки полностью в воду, уровень воды понизится на $h = h_1 - \dfrac{\rho_В h_1}{\rho_К} = h_1 \dfrac{\rho_К - \rho_В}{\rho_К}$; $\Delta h$ = 13,6 мм.

**Задача 3.** Однородное тело плавает сначала в керосине ($\rho_к$ = 800 кг/м$^3$), затем в воде ($\rho_в$ = 1000 кг/м$^3$). Выясним, изменится ли при этом сила Архимеда и объем погруженной в жидкость части тела.

На тело, плавающее в жидкости, действуют сила тяжести и выталкивающая сила Архимеда. Масса тела не изменяется, следовательно, $mg = F_{Aк} = F_{Aв}$, т. е. сила Архимеда, действующая на тело, плавающее в керосине, равна силе Архимеда, действующей на это же тело в воде. Эти силы соответственно равны $\rho_к g V_к = \rho_в g V_в$. Из этого выражения видно, что объем погруженной части тела в керосине больше объема погруженной части тела в воду, в $\frac{V_к}{V_в} = \frac{\rho_в}{\rho_к} = 1,25$ раз.

**Задача 4.** В жидкости плотностью $\rho_ж$ плавает куб из материала плотностью $\rho$. Ребро куба равно $l$. Определите минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы полностью погрузить куб в жидкость.



*а* *б*

Рисунок 3

На куб, плавающий в жидкости, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и равная ей сила Архимеда $\vec{F}_{A_0}$, т. е. $mg = F_{A_0}$ (1) (рисунок 3, *а*). При погружении куба в жидкость сила Архимеда увеличивается от $\vec{F}_{A_0}$ до максимального значения $F_{A_{\max}} = \rho_ж g l^3$ (2) в момент, когда куб будет полностью находится в жидкости (рисунок 3, *б*). Сила $\vec{F}$, удерживающая тело в жидкости, также увеличивается и достигает значения $F = F_{A_{\max}} - mg$ с учетом (1) $F = F_{A_{\max}} - F_{A_0}$ (3). Работа переменной силы при погружении куба на глубину, равную $y$, определится как $A_1 = F_{ср} h = \frac{F_{A_{\max}} - F_{A_0}}{2} h$ (4).

Из выражения (1) определим высоту выступающей части куба $h$: $\rho l^3 g = \rho_ж g l^2 (l - h)$ (5) $\Rightarrow h = \frac{\rho_ж - \rho}{\rho_ж} l$ (6), где $h$ – объем погруженной в жидкость части плавающего куба. Тогда с учетом (4)–(6) работа по погружению куба в жидкость равна

$$A_1 = \frac{\rho_ж g l^3 - \rho_ж g l^2 (l - h)}{2} h = \frac{\rho_ж g l^2 h^2}{2} = \frac{\rho_ж g l^4 (\rho_ж - \rho)^2}{2\rho_ж^2} = \frac{g l^4 (\rho_ж - \rho)^2}{2\rho_ж}.$$