УДК 621.822.172:537.84

П. П. Кужир, П. Г. Кужир, Г. И. Гульков, А. Л. Рудeня

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ СМАЗОЧНОГО СЛОЯ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО ПОДШИПНИКА

Определена свободная граница смазочного слоя магнитожидкостного подшипника в условиях действия магнитного поля и статической нагрузки. Решение получено совместным интегрированием уравнения Рейнольдса и уравнения свободной границы методом разложения по малому параметру — эксцентриситету вала. Показано, что магнитное поле формирует свободные границы смазочного слоя и уменьшает кавитационную полость, препятствуя вытеканию смазки из подшипника.

Ключевые слова: *магнитожидкостный подшипник, магнитная жидкость, математическая модель, смазочный слой, распределение давления.*

Введение. Магнитожидкостные подшипники скольжения находят широкое применение в прецизионной технике: шпиндели жестких дисков компьютеров, сканеры, гироскопы ориентационных систем миниспутников и т. п. Они сочетают в себе преимущества гидродинамических подшипников (большая жесткость, хорошее демпфирование вибраций на высоких скоростях, низкий уровень шума) и способность к самоуплотнению магнитожидкостной смазки. Магнитная жидкость, представляющая собой высокоустойчивый коллоидный раствор магнитных наночастиц в смазочной жидкости [1], удерживается в зазоре подшипника магнитным полем.

В последнее время исследованию магнитожидкостных подшипников уделяется большое внимание. Их статические и динамические характеристики представлены в [2–11], экспериментальные — в [12–15], обзор конструкций и применений — в [16]. В работе [10] рассмотрен магнитожидкостный опорный подшипник, работающий под нагрузкой и в условиях кавитации магнитной жидкости, и теоретически показано, что магнитное поле снижает объемный расход вытекающей жидкости. Это объясняется интенсивным перетеканием магнитожидкостной смазки внутрь подшипника в направлении кавитационной полости.

Обычно при исследовании процессов, происходящих в смазочном слое, рассматривается идеализированная модель подшипника (рис. 1, *а*), в которой смазочный слой заполняет весь зазор подшипника и имеет прямые и фиксированные границы. В действительности же смазочный слой заполняет не весь зазор, а удерживается лишь в центральной части подшипника. Под действием внешней нагрузки вращающийся вал смещается от центрального положения к обечайке подшипника, при этом создаются высокое давление в сужающейся части смазочного слоя и низкое давление в расширяющейся части. В области высокого давления смазочного слоя магнитная жидкость стремится вытечь наружу к торцам подшипника, а в области низкого давления — внутрь подшипника. Это означает, что боковые границы смазочного слоя не фиксированы, а свободно перемещаются и деформируются, что и объясняет термин "свободные границы". При определенных условиях деформация границ смазочного слоя прекращается и смазочный слой принимает неправильную форму (рис. 1, *б*). Если давление в смазочном слое превысит допустимое, то его свободные границы достигнут торцов подшипника и смазка начнет вытекать наружу.

Форма свободной границы немагнитного смазочного слоя опорных подшипников скольжения со спиральными канавками была рассмотрена в [17, 18], а для сферических и конических подшипников — в [19]. Авторы показали, что свободная граница нагруженных подшипников имеет колоколообразную форму и становится более искривленной при увеличении нагрузки и эксцентриситета вала, а также проанализировали влияние формы спиральных канавок на свободную границу немагнитного смазочного слоя.

В данной работе представлены результаты теоретического исследования формы свободной границы магнитожидкостного опорного подшипника скольжения в условиях действия магнитного поля и статической нагрузки. Разработана математическая модель, приведен метод решения, определены форма свободной границы смазочного слоя и распределение давления в объеме смазочного слоя.

Математическая модель магнитожидкостного опорного подшипника скольжения. Рассмотрим опорный подшипник скольжения с магнитожидкостной смазкой, находящийся под действием внешней статической

Белорусский национальный технический университет. 220013, г. Минск, просп. Независимости, 65. Поступила 07.07.2008, в окончательной редакции — 20.11.2009.

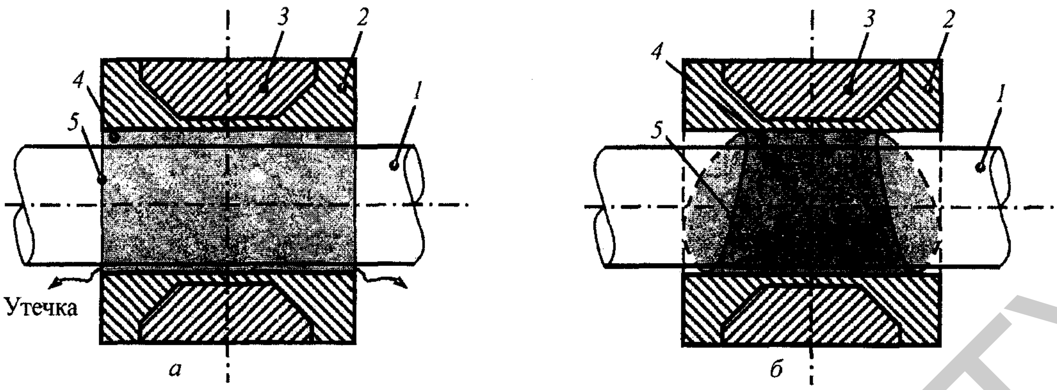


Рис. 1. Схематичное изображение магнитожидкостного подшипника с фиксированной границей смазочного слоя (*а*) и со свободной границей (*б*): *1* — вал; *2* — немагнитная обечайка подшипника; *3* — постоянный магнит; *4* — магнитная жидкость; *5* — боковые границы смазочного слоя (передняя — *а* и задняя — *б*)

нагрузки. Поперечное сечение подшипника представлено на рис. 2. Проекция смазочного слоя на поверхность вала с координатами (θ, z) схематично показана на рис. 3.

При разработке математической модели магнитожидкостного опорного подшипника скольжения принимаются следующие допущения:

1. Соосность вала и обечайки в процессе работы подшипника не нарушается, при этом толщина смазочного слоя h зависит только от полярной координаты, т. е.

$$h = h(\theta) = C + e\cos(\theta). \tag{1}$$

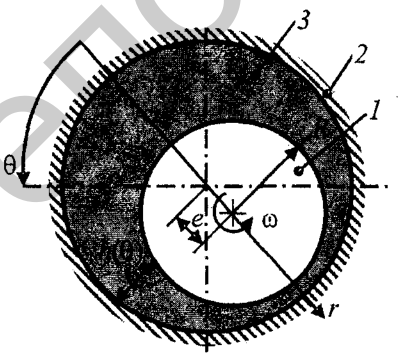
2. Динамические усилия и вызываемые ими колебания системы ротор–подшипник отсутствуют, поэтому считаем

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0.$$

3. Течение в смазочном слое принимаем ламинарным, что позволяет пренебречь инерционными членами в уравнении Рейнольдса.

4. Магнитная жидкость является ньютоновской текучей средой с вязкостью, не зависящей от магнитного поля, что, как правило, справедливо для магнитных жидкостей на основе масел с низким молекулярным весом.

5. Термические эффекты не учитываются, поэтому вязкость и плотность магнитной жидкости считаются постоянными в каждой точке смазочного слоя, что оправдано для магнитных жидкостей с высоким индексом вязкости при низкой и средней скоростях вращения вала.



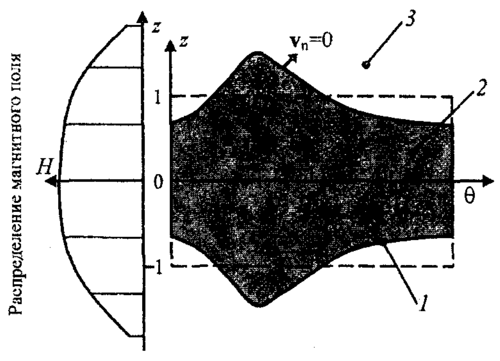


Рис. 2. Поперечное сечение подшипника (полярный угол θ отсчитывается от точки минимума толщины смазочного слоя против часовой стрелки): *1* — вал; *2* — немагнитная обечайка подшипника; *3* — смазка

Рис. 3. Форма свободной границы: *1* — свободная граница; *2* — смазочный слой; *3* — окружающая среда

6. Источником магнитного поля является постоянный магнит, создающий напряженность магнитного поля с параболическим распределением по оси вала z (см. рис. 3):

$$H(z) = H_0 (1 - az^2) . \tag{2}$$

Напряженность магнитного поля обладает осевой симметрией и постоянна по толщине на любой окружности смазочного слоя.

7. Магнитная жидкость однородно намагничена во всем смазочном слое до намагниченности M, равной намагниченности насыщения M_s при $H >> M_s \sim 5 \cdot 10^4$ А/м. При этом выражение для магнитного давления в магнитной жидкости описывается выражением [1]:

$$\mu_0 \int M dH = \mu_0 M_s H .$$

8. Капиллярный и магнитный скачки давления, а также нормальные вязкие напряжения на свободной границе смазочного слоя не учитываются, что позволяет считать давление $p(\theta, \xi(\theta))$ в смазочном слое у свободной границы равным атмосферному давлению p_0, т. е.

$$p(\theta, \xi(\theta)) = p_0 . \tag{3}$$

9. Кавитационная полость определяется упрощенно как область смазочного слоя, в которой давление p ниже давления кавитации p_{cav}, причем давление в кавитационной полости принимается равным давлению кавитации:

$$p \equiv \begin{cases} p, & \text{если } p > p_{cav}, \\ p_{cav}, & \text{если } p \le p_{cav}. \end{cases} \tag{4}$$

С учетом приведенных выше допущений уравнение Рейнольдса для распределения давления $p(\theta, z)$ имеет следующий вид [10]:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{\omega}{2} \frac{dh}{d\theta} + \frac{d}{dz}\left(\frac{h^3}{12\eta} \mu_0 M \frac{dH}{dz}\right). \tag{5}$$

Свободные границы смазочного слоя в процессе функционирования подшипника остаются неподвижными при выполнении двух условий: составляющая скорости нормальная к свободной границе и равна нулю, объем смазочного слоя постоянен.

Выполнение условия равенства нулю нормальной составляющей скорости $\mathbf{v}_n$ к свободной границе смазочного слоя определяется уравнением

$$\mathbf{v}_z = \frac{\mathbf{v}_\theta}{R} \frac{d\xi}{d\theta} . \tag{6}$$

В уравнении (6) осевая $\mathbf{v}_z$ и азимутальная $\mathbf{v}_\theta$ компоненты скорости на свободной границе смазочного слоя определяются формулами

$$\mathbf{v}_z = -\frac{h^2}{12\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial z} - \mu_0 M \frac{dH}{dz}\right)\Bigg|_{z=\xi(\theta)} , \tag{7}$$

$$\mathbf{v}_\theta = \left(-\frac{h^3}{12\eta} \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\omega R}{2}\right)\Bigg|_{z=\xi(\theta)} . \tag{8}$$

Условие сохранения объема смазочного слоя записывается следующим образом:

$$\int_0^{2\pi} \xi h R d\theta = \pi R C L . \tag{9}$$

Уравнения (1)–(9) необходимо дополнить двумя граничными условиями: условием периодичности

$$p(\theta, z) = p(\theta + 2\pi, z) \tag{10}$$

и условием симметрии смазочного слоя относительно центрального поперечного сечения подшипника

$$\frac{\partial p}{\partial z}\bigg|_{\theta, z=0} = 0 . \tag{11}$$

Система уравнений (1)–(11) представляет собой математическую модель магнитожидкостного опорного подшипника скольжения.

Систему уравнений целесообразно решать в безразмерном виде. Введем следующие масштабы обезразмеривания: $[p] = \eta\omega R^2/C^2$ — для давления, $[h] = C$ — для толщины смазочного слоя, $[H] = H_0$ — для напряженности магнитного поля, $[z] = L/2$ — для осевой координаты и свободной границы $\xi(\theta)$. Исключим из уравнений (5) и (7) слагаемые, содержащие магнитное поле, путем подстановки приведенного давления P:

$$P = p - \mu_0 M_s H \tag{12}$$

или в безразмерном виде

$$P = p - AH\ . \tag{13}$$

Подставив уравнения (7), (8) в формулу (5) с учетом масштабов обезразмеривания, получим систему уравнений в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(h^3\frac{\partial P}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(h^3\frac{\partial P}{\partial z}\right) = 6\frac{dh}{d\theta}\ , \tag{14}$$

$$h = 1 + \varepsilon\cos(\theta)\ , \tag{15}$$

$$P(\theta, z) = P(\theta + 2\pi, z)\ , \tag{16}$$

$$P(\theta, \xi(\theta)) = \pi_0 - AH(\xi)\ , \tag{17}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{\theta, z=0} = 0\ , \tag{18}$$

$$\frac{1}{\lambda^2}h^2\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=\xi(\theta)} - \left(h^2\left.\frac{\partial P}{\partial\theta}\right|_{z=\xi(\theta)} - 6\right)\frac{d\xi}{d\theta} = 0\ , \tag{19}$$

$$\int_0^{2\pi}\xi h\,d\theta = 2\pi\ . \tag{20}$$

В формулировке, использующей приведенное давление P, влияние магнитного поля проявляется в системе уравнений (14)–(20) лишь в граничном условии (17), отражающем тот факт, что магнитное поле изменяется вдоль свободной границы смазочного слоя.

Систему уравнений (14)–(20) решаем методом разложения по малому параметру, эксцентриситету ε с точностью до членов второго порядка по ε. Решения для безразмерного поля давлений $P(\theta, z)$ и для свободной границы $\xi(\theta)$ представляются в виде

$$P = P_0 + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2 + o(\varepsilon^3)\ , \tag{21}$$

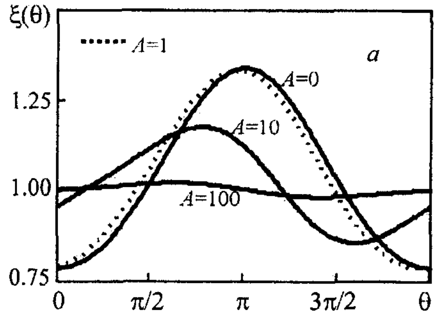
$$\xi = 1 + \varepsilon\xi_1 + \varepsilon^2\xi_2 + o(\varepsilon^3)\ , \tag{22}$$

где P_i и ξ_i, $i = 0, 1, 2$, — решения i-го порядка для давления и для свободной границы соответственно.

Функции $H(\xi)$, $P(\theta, \xi)$ и $\frac{\partial P}{\partial\theta}, \frac{\partial P}{\partial z}$, взятые на свободной границе, также раскладываются в ряд Тэйлора по ε с точностью до членов второго порядка. Затем, проводя необходимые подстановки и перегруппировывая слагаемые при ε^0, ε^1 и ε^2, приходим к трем системам дифференциальных уравнений относительно (P_0, ξ_0), (P_1, ξ_1) и (P_2, ξ_2). Каждое из этих уравнений решается аналитически путем разложения периодических функций P_i и ξ_i, $i = 0, 1, 2$, в ряд Фурье по θ.

Результаты и их обсуждение. Решение системы уравнений (14)–(20) имеет вид

$$P_1 = \left[6 - (6 + A_1\psi_1)\frac{\mathrm{ch}(\lambda z)}{\mathrm{ch}(\lambda)}\right]\sin(\theta) - A_1\varphi_1\frac{\mathrm{ch}(\lambda z)}{\mathrm{ch}(\lambda)}\cos(\theta)\ , \tag{23}$$



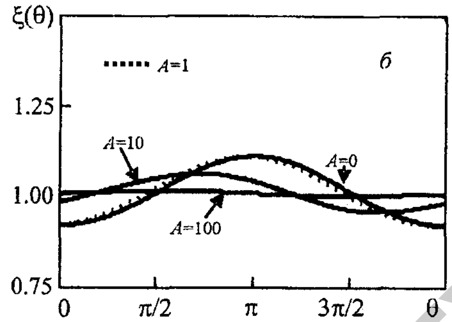


Рис. 4. Форма свободной границы смазочного слоя для различных значений параметра A, $\lambda = 0.5$ и $\varepsilon = 0.1$ (*а*) и $\varepsilon = 0.3$ (*б*)

$$\xi_1 = \varphi_1 \cos(\theta) + \psi_1 \sin(\theta)\,, \tag{24}$$

$$P_2 = \left[\frac{3}{2} A_1\, \varphi_1 \left(\frac{\operatorname{ch}(\lambda z)}{\operatorname{ch}(\lambda)} - 1\right) + D_0\right] + \left[\frac{1}{2} A_1\, \varphi_1 \frac{\operatorname{ch}(\lambda z)}{\operatorname{ch}(\lambda)} + D_1 \frac{\operatorname{ch}(2\lambda z)}{\operatorname{ch}(2\lambda)}\right] \cos(2\theta) +$$
$$+ \left[-\frac{9}{2} + \left(3 + \frac{1}{2} A_1\, \psi_1\right) \frac{\operatorname{ch}(\lambda z)}{\operatorname{ch}(\lambda)} + D_2 \frac{\operatorname{ch}(2\lambda z)}{\operatorname{ch}(2\lambda)}\right] \sin(2\theta)\,, \tag{25}$$

$$\xi_2 = -\frac{\varphi_1}{2} + \varphi_2 \cos(2\theta) + \psi_2 \sin(2\theta)\,. \tag{26}$$

Безразмерное приведенное давление P и свободная граница $\xi(\theta)$ смазочного слоя определяются подстановкой решений (23)–(26) в уравнения (21), (22). Суммарное безразмерное давление p находится добавлением магнитного давления $AH(z)$ к приведенному P:

$$p = \pi_0 + A\,[H(z) - H(1)] + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2\,. \tag{27}$$

После расчета суммарного давления отделяем решения, соответствующие кавитационной области, согласно условию (4). Отметим, что в нашем решении граничное условие (3), устанавливающее атмосферное давление на свободной границе, удовлетворено лишь с точностью до членов второго порядка по ε. Это означает, что в решении уравнения давление на свободной границе не в точности равно атмосферному, а колеблется вокруг него, принимая значения третьего порядка малости: $p(\theta, \xi(\theta)) = p_0 + 0(\varepsilon^3)$.

Рассчитанная форма свободной границы $\xi(\theta)$ показана на рис. 4 для различных параметров A магнитного поля, параметра $\lambda = 0.5$ и эксцентриситетов $\varepsilon = 0.1$ (рис. 4, *а*) и $\varepsilon = 0.3$ (рис. 4, *б*). В отсутствие магнитного поля ($A = 0$) свободная граница имеет колоколообразную форму, симметричную относительно линии $\theta = \pi$. Кривая обладает минимумом в точке максимальной толщины смазочного слоя $\theta = 0$ и максимумом — в точке минимальной толщины слоя $\theta = \pi$. С увеличением эксцентриситета смазочный слой растягивается в направлении оси вала, увеличивая вероятность утечки. В присутствии магнитного поля свободная граница теряет свою симметрию относительно линии $\theta = \pi$ и ее максимум смещается в сторону меньших углов θ. Магнитное поле выпрямляет свободную границу, и в больших полях ($A = 100$) она стремится к прямой линии $\xi = 1$.

Оценим порядок величины давления в смазочном слое. Возьмем следующие характерные значения физических параметров: вязкость магнитной жидкости $\eta \sim 10^{-2}$ Па·с, угловая скорость вращения вала $\omega \sim 10^1$–10^3 рад/с, отношение $R/C \sim 10^2$, величина магнитной индукции в зазоре $\mu_0 H \sim 10^{-1}$ — 1 Тл, намагниченность насыщения магнитной жидкости $M_s \sim 10^4$–10^5 А/м. Для данных параметров гидродинамическое давление будет порядка $P \sim \eta\omega(R/C)^2 = 10^3 - 10^5$ Па, магнитное давление $\mu_0 M_s H \sim 10^3$–10^5 Па того же порядка. Параметр $A = \dfrac{\mu_0 M_s H_0}{\eta\omega R^2/C^2} \sim 10^{-2} - 10^2$.

Для анализа распределения давления в смазочном слое удобно пользоваться относительным давлением $p - p_0$ (давление в безразмерном виде $p - \pi_0$), которое не зависит от атмосферного p_0. При учете кавитации считается, что давление кавитации лишь немного ниже атмосферного и может быть представлено в виде p_{cav} =

$= p_0 - \Delta$ (в безразмерном виде $p_{cav} = \pi_0 - \delta$), где $\Delta \sim 10^2$ Па и $\delta = \dfrac{p_{cav}}{\eta\omega R^2/C^2} \sim 10^{-3} - 10^{-1}$ — параметр кавитации. Поэтому относительное давление кавитации есть $p_{cav} - \pi_0 = -\delta < 0$. Для определенности положим $\delta = 0.05$. Заметим, что выбор данного значения произволен и не влияет на общность полученных выводов.

Распределение относительного давления в центральном поперечном сечении $z = 0$ смазочного слоя представлено на рис. 4 для различных значений магнитного параметра A, $\lambda = 0.5$ и $\varepsilon = 0.3$. С возрастанием магнитного поля кривые давления смещаются вверх. Это происходит из-за того, что к гидродинамическому давлению добавляется положительное магнитное давление. Такое возрастание давления позволяет избежать кавитации в смазочном слое. Так, при $A \geq 0.4$ исчезают области с давлением ниже кавитационного, поэтому кавитации не возникает. Отметим, что магнитное поле может эффективно подавлять подсос и захват воздуха в зазор подшипника.

Выводы

1. Если отношение магнитных сил к гидродинамическим характеризуется параметром $A > 10$, то магнитное поле стремится выпрямить свободные границы смазочного слоя, что препятствует вытеканию смазки наружу.

2. Если параметр $0.5 < A < 1$, то в каждой точке смазочного слоя достигается давление выше атмосферного, что исключает кавитацию, а вместе с ней и подсос воздуха снаружи в зазор подшипника. Данное условие исключает образование пены в смазочном слое, что повышает эффективность работы подшипника.

3. Магнитное поле эффективно уменьшает кавитационную полость внутри смазочного слоя подшипника и при $A > 0.5$ подача и захват воздуха исключаются, а значит, уменьшается утечка магнитной смазки.

Обозначения

$A = \dfrac{\mu_0 M_s H_0}{\eta\omega R^2/C^2}$ — безразмерный параметр, характеризующий отношение магнитных сил к гидродинамическим; $A_1 \equiv Ah_1 = A\dfrac{dH}{dz}(1) = -2Aa$ — параметры уравнений (23)–(25); $A_2 \equiv Ah_2 = A\,\dfrac{1}{2}\,\dfrac{d^2H}{dz^2}(1) = -Aa$ — параметры уравнений (23)–(25); a — численный коэффициент; C — зазор подшипника, м; $D_0 = -\dfrac{A_2}{2}(\varphi_1^2 + \psi_1^2) + 3\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)\psi_1 + \dfrac{A_1}{2}\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)(\varphi_1^2 + \psi_1^2) + \dfrac{A_1}{2}\varphi_1$ — коэффициент, являющийся функцией параметра λ и параметров A_1 и A_2; $D_1 = -\dfrac{A_2}{2}(\varphi_1^2 - \psi_1^2) - 3\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)\psi_1 + \dfrac{A_1}{2}\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)(\varphi_1^2 - \psi_1^2) - \dfrac{A_1}{2}\varphi_1 - A_1\varphi_2$ — коэффициент, являющийся функцией параметра λ и параметров A_1 и A_2; $D_2 = -A_2\varphi_1\psi_1 + \dfrac{3}{2} + 3\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)\varphi_1 + A_1\lambda\,\mathrm{th}\,(\lambda)\varphi_1\psi_1 - \dfrac{A_1}{2}\psi_1 - A_1\psi_2$ — коэффициент, являющийся функцией параметра λ и параметров A_1 и A_2; e — эксцентриситет, м; $H = 1 - az^2$ — безразмерная напряженность магнитного поля с масштабом обезразмеривания H_0; H_0 — напряженность магнитного поля на центральной окружности смазочного слоя $z = 0$, А/м; h — толщина смазочного слоя, м; L — длина подшипника, м; M_s — намагниченность насыщения магнитной жидкости, А/м; p — давление, Па; p_0 — атмосферное давление, Па; p_{cav} — давление кавитации, Па; R — радиус вала, м; t — время, с; z — ось вала, м; $\varepsilon = e/C$ — безразмерный эксцентриситет; η — динамическая вязкость магнитной жидкости, Па·с; θ — полярный угол, рад; $\theta_0 = \pi + \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\psi_1}{\varphi_1}\right)$ — коэффициент, рад; $\theta_1 = 2\,\dfrac{\psi_2\cos(2\theta_0) - \varphi_2\sin(2\theta_0)}{\varphi_1\cos(2\theta_0) + \psi_1\sin(2\theta_0)}$ — коэффициент, рад; $\lambda = L/(2R)$; ν — кинематическая вязкость магнитной жидкости, Па·с; ξ — функция, описывающая форму свободной границы; $\pi_0 = \dfrac{p_0}{\eta\omega R^2/C^2}$ — безразмерное атмосферное давление; $\varphi_1 = -\dfrac{\dfrac{\mathrm{th}\,(\lambda)}{\lambda}}{\left(\dfrac{A_1}{6}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + 1}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; $\varphi_2 = \dfrac{\varphi_{20} + \varphi_{21}\psi_{20}}{1 - \varphi_{21}\psi_{21}}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; $\varphi_{20} = -\dfrac{A_1\psi_1}{24}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(\lambda)}{\lambda} - \dfrac{A_1\varphi_1\psi_1}{6} - \dfrac{A_2\varphi_1\psi_1}{6}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(2\lambda)}{\lambda} + \dfrac{1}{4}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(2\lambda)}{\lambda} - \dfrac{A_1\psi_1}{12}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(2\lambda)}{\lambda} + \dfrac{1}{2}\,\mathrm{th}\,(\lambda)\,\mathrm{th}\,(2\lambda)\,\varphi_1 + \dfrac{A_1}{6}\,\mathrm{th}\,(\lambda)\,\mathrm{th}\,(2\lambda)\,\varphi_1\psi_1 - \dfrac{1}{4}\varphi_1 - \dfrac{1}{4}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(\lambda)}{\lambda}$ — коэффициент, являющийся функцией параметра λ и параметров A_1 и A_2; $\varphi_{21} = -\dfrac{A_1}{6}\,\dfrac{\mathrm{th}\,(2\lambda)}{\lambda}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; $\psi_1 = -\dfrac{\dfrac{A_1}{6}\left(\dfrac{\text{th}(\lambda)}{\lambda}\right)^2}{\left(\dfrac{A_1}{6}\dfrac{\text{th}(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + 1}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; $\psi_2 = \dfrac{\psi_{20} + \psi_{21}\varphi_{20}}{1 - \varphi_{21}\psi_{21}}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; $\psi_{20} = \dfrac{A_1}{12}(\varphi_1^2 - \psi_1^2) + \dfrac{A_2}{12}(\varphi_1^2 - \psi_1^2) \times \dfrac{\text{th}(2\lambda)}{\lambda} + \dfrac{A_1\varphi_1}{12}\dfrac{\text{th}(2\lambda)}{\lambda} + \dfrac{1}{2}\text{th}(\lambda)\,\text{th}(2\lambda)\psi_1 - \dfrac{A_1}{12}\text{th}(\lambda)\,\text{th}(2\lambda)(\varphi_1^2 - \psi_1^2)$ — коэффициент, являющийся функцией параметра λ и параметров A_1 и A_2; $\psi_{21} = \dfrac{A_1}{6}\dfrac{\text{th}(2\lambda)}{\lambda}$ — коэффициент, являющийся функцией параметров λ и A_1; ω — угловая скорость вращения вала, рад/с. Индексы: cav — кавитация.

Литература

1. **Rosensweig R. E.** Ferrohydrodynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
2. **Тарапов И. Е.** Движение намагничивающейся жидкости в смазочном слое цилиндрического подшипника//Магнитная гидродинамика. 1972. Т. 8, № 4. С. 19–24.
3. **Walker J. S. and Buckmaster J. D.** Ferrohydrodynamic thrust bearings//Int. J. Eng. Sci. 1979. Vol. 17. Pp. 1171–1182.
4. **Tipei N.** Theory of lubrication with ferrofluids, application to short bearing//ASME J. Lubric. Technol. 1982. Vol. 104. Pp. 510–515.
5. **Tipei N.** Overall characteristics of bearings lubricated with ferrofluids//ASME J. Lubric. Technol. 1983. Vol. 105. Pp. 466–475.
6. **Miyake S. and Takahashi S.** Sliding bearing lubricated with ferromagnetic fluid//ASLE Trans. 1985. Vol. 28. Pp. 461–466.
7. **Chang H. S., Chi C. Q., and Zhao P. Z.** A theoretical and experimental study of ferrofluid lubricated four-pocket journal bearings//J. Magn. Mater. 1987. Vol. 65. Pp. 372–374.
8. **Zhang Y.** Static characteristics of magnetized journal bearing lubricated with ferrofluid//ASME J. Tribology. 1991. Vol. 113. Pp. 533–538.
9. **Chandra P., Sinha P., and Kumar D.** Ferrofluid lubrication of a journal bearing considering cavitation//Tribol. Trans. 1992. Vol. 35, No. 1. Pp. 163–169.
10. **Osman T. A., Nada G. S., and Safar Z. S.** Static and dynamic characteristics of magnetized journal bearings lubricated with ferrofluid//Tribolology Int. 2001. Vol. 34. Pp. 369–380.
11. **Shah R. C. and Bhat M. V.** Anisotropic permeable porous facing and slip velocity squeeze film in an axially undefined journal bearing with ferrofluid lubricant//J. Magn. Mater. 2004. Vol. 279. Pp. 224–230.
12. **Chen S. X., Zhang Q. D., Chong H. C., Komatsu T., and Kang C. H.** Some design and prototyping issues on a 20krpm HDD spindle motor with a ferro-fluid bearing system//IEEE Trans. Magnetics. 2001. Vol. 37, No. 2. Pp. 805–809.
13. **Zhang Q., Chen S., Winoto S. H., and Ong E.-H.** Design of high-speed magnetic fluid bearing spindle motor//IEEE Trans. Magnetics. 2001. Vol. 37, No. 4. Pp. 2647–2650.
14. **Yang J., Chen S., Zhang Q., and Liu Z.** Transient dynamic analysis of ferrofluid bearing spindle motor//Microsystem Technologies. 2002. Vol. 8. Pp. 282–288.
15. **Miwa M., Harita H., Nishigami T., Kaneko R., and Unozawa H.** Frequency characteristics of stiffness and damping effect of a ferrofluid bearing//Tribology Letters. 2003. Vol. 15, No. 2. Pp. 97–105.
16. **Ochonski W.** The attraction of ferrofluid bearings//Machine Design. 2005. Vol. 77, No. 21. Pp. 96–102.
17. **Bootsma J.** The gas-to-liquid interface of spiral groove bearings and its effect on stability//ASME J. Lubric. Technol. 1974. Vol. 96. Pp. 337–345.
18. **Lu P., Xiao D., and Zhou G.** Free boundary of journal bearing with spiral groove in HDD//Int. J. Appl. Mech. Eng. 2002. Vol. 7, No. 3. Pp. 859–874.
19. **Bootsma J.** Spherical and conical spiral groove bearings — Part I//Theory. ASME J. Lubric. Technol. 1975. Vol. 97. Pp. 236–242.