

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра ЮНЕСКО
«Энергосбережение и возобновляемые источники энергии»

Н.Г. Хутская
Г.И. Пальченок

**РАСЧЕТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ**

Методическое пособие
по дисциплине «Термодинамика» для студентов
специальности 1–43 01 06 «Энергоэффективные
технологии и энергетический менеджмент»

Минск
БНТУ
2012

УДК 621.1.016.7(075.8)

ББК 31.31.я7

X98

Хутская, Н.Г.

X98 Расчет термодинамических процессов в идеальном газе: методическое пособие по дисциплине «Термодинамика» для студентов специальности 1–43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент» / Н.Г. Хутская, Г.И. Пальченок. – Минск: БНТУ, 2012. – 57 с.

ISBN 978-985-550-034-7.

Рассмотрены методы расчета термодинамических свойств идеального газа с учетом зависимости теплоемкости от температуры и использование их при анализе термодинамических процессов.

Методическое пособие составлено в соответствии с учебным планом кафедры ЮНЕСКО «Энергосбережение и возобновляемые источники энергии» по дисциплине «Термодинамика» для студентов специальности 1–43 01 06 «Энергоэффективные технологии и энергетический менеджмент».

Настоящее методическое пособие издано благодаря спонсорской поддержке норвежской фирмы New Energy Performance AS (NEPAS).

УДК 621.1.016.7(075.8)

ББК31.31.я7

ISBN978-985-550-034-7

© Хутская Н.Г., Пальченок Г.И., 2012
© Белорусский национальный
технический университет, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

1.	РАСЧЕТ СВОЙСТВ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ.....	5
2.	РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА.....	9
	2.1. Изохорный процесс.....	9
	2.2. Изобарный процесс.....	11
	2.3. Изотермический процесс.....	13
	2.4. Адиабатный процесс.....	16
	2.4.1.Метод конечной энтропии в расчете адиабатного процесса.....	23
	2.5. Политропный процесс.....	29
	ЗАДАЧИ.....	39
	ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ.....	54

ОБОЗНАЧЕНИЯ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИН

T , К - абсолютная температура;

p , Па - давление;

v , м³/кг - удельный объем;

$R = R_{\mu}/\mu$, кДж/кг К - удельная газовая постоянная;

$R_{\mu} = 8.314$ кДж/кмоль К - универсальная газовая постоянная;

μ , - кг/кмоль - масса киломоля газа;

u , кДж/кг - удельная внутренняя энергия;

h , кДж/кг - удельная энтальпия;

c_p , кДж/кг К - удельная изобарная теплоемкость;

$c_{v,-}$ кДж/кгК - удельная изохорная теплоемкость;

c_n , кДж/кгК - удельная теплоемкость газа в политропном процессе;

s , кДж/кгК - удельная энтропия;

s^0 , кДж/кгК - температурная составляющая удельной энтропии;

q , кДж/кг - удельная теплота;

l , кДж/кг - удельная работа расширения;

k - показатель адиабаты;

n - показатель политропы.

Идеальный газ - газ, молекулы которого не имеют собственного объема и взаимодействуют упругими соударениями. Это означает, что внутренняя энергия такого газа представляет собой сумму энергий его молекул и не включает составляющую потенциальной энергии, зависящую от расстояния между молекулами (т.е. плотности газа)

1. РАСЧЕТ СВОЙСТВ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Термические свойства (p, v, T) идеального газа связаны между собой уравнением состояния

$$pv = RT, \quad (1.1)$$

из которого для рассматриваемого состояния при двух заданных параметрах определяется неизвестный третий.

Для идеального газа внутренняя энергия и энтальпия являются функцией только температуры, т.е.

$$du = c_v dT; \quad (1.2)$$

$$dh = c_p dT. \quad (1.3)$$

Для всех идеальных газов и изохорная теплоемкость, и изобарная теплоемкость возрастают с увеличением температуры. Чем сложнее молекула газа, тем значительнее отличие его теплоемкости от величины, следующей из элементарной молекулярно-кинетической теории. Значения теплоемкостей при различных температурах вычисляются по данным спектроскопических исследований и приводятся в справочнике [1].

Принимая, что при некоторой температуре T_0 значение внутренней энергии u_0 равняется нулю, отсчитанная от этой точки внутренняя энергия u при температуре T определится как

$$u = \int_{T_0}^T c_v dT. \quad (1.4)$$

Поскольку энтальпия связана с внутренней энергией соотношением

$$h = u + pv \quad (1.5)$$

или, учитывая (1.1):

$$h = u + RT, \quad (1.6)$$

то величины энтальпии должны отсчитываться от той же температуры T_0 .

В начале отсчета $u_0 = 0$, $h_0 = RT_0$. Тогда энтальпия

$$h = \int_{T_0}^T c_p dT + h_0 \quad (1.7)$$

Таблицы вычисленных таким образом величин внутренней энергии и энтальпии для различных газов приведены в [1].

В отличие от внутренней энергии и энтальпии энтропия идеального газа является функцией двух параметров.

Подставив в аналитическое выражение второго закона термодинамики для обратимых процессов

$$ds = \frac{dq}{T}, \quad (1.8)$$

теплоту dq из уравнения первого закона термодинамики

$$dq = du + pdv = du + d(pv) - vdp = d(u + pv) - vdp = dh - vdp \quad (1.9)$$

получим

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{dh}{T} - \left(\frac{v}{T}\right) dp \quad (1.10)$$

Учитывая, что $pv = RT$, следовательно $\frac{v}{T} = \frac{R}{p}$, а также, что

$dh = c_p dT$, получим

$$ds = \frac{dq}{T} = \left(\frac{c_p}{T} \right) dT - \left(\frac{R}{p} \right) dp \quad (1.11)$$

Примем $s = 0$ (начало отсчета энтропии) при параметрах p_0 и T_0 . Тогда для получения значения энтропии при давлении p и температуре T проинтегрируем выражение (1.11)

$$s = \int_{T_0}^T \frac{c_p dT}{T} - R \ln \frac{p}{p_0} \quad (1.12)$$

Если принять в первом приближении теплоемкость $c_p = \text{const}$, то

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0} \quad (1.13)$$

Для получения точного значения энтропии необходимо при интегрировании первого члена в (1.11) учесть зависимость теплоемкости от температуры. Обозначим температурную составляющую энтропии

$$s^0 = \int_{T_0}^T \frac{c_p dT}{T} \quad (1.14)$$

Тогда

$$s = s^0 - R \ln \frac{p}{p_0} \quad (1.15)$$

Значения s^0 , рассчитанные с учетом точной зависимости c_p от температуры, приведены в [1,6].

Можно получить формулу для расчета энтропии в зависимости от температуры и удельного объема. Для этого в выражение (1.8) подставляем dq из уравнения первого закона термодинамики

$$dq = du + pdv \quad (1.16)$$

Получим

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} dv \quad (1.17)$$

С учетом $pv = RT$ и, следовательно, $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ и $du = c_v dT$ получим

$$ds = \frac{c_v dT}{T} + \frac{R dv}{v} \quad (1.18)$$

Проинтегрировав это выражение от выбранного начала отсчета (T_0, v_0) , получим

$$s = \int_{T_0}^T \frac{c_v dT}{T} + R \ln \frac{v}{v_0} \quad (1.19)$$

Считая в первом приближении теплоемкость постоянной,

$$s = c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{v}{v_0} \quad (1.20)$$

Точное значение энтропии можно получить, если

$$s_v = \int_{T_0}^T \frac{c_v dT}{T} \quad (1.21)$$

и тогда

$$s = s_v + R \ln \frac{v}{v_0} \quad (1.22)$$

Значения s_v и s^0 связаны между собой следующим соотношением (с учетом уравнения Майера $c_p = c_v + R$)

$$s_v = \int_{T_0}^T \frac{c_p - R}{T} dT = \int_{T_0}^T \frac{c_p}{T} dT - R \ln \frac{T}{T_0} = s^0 - R \ln \frac{T}{T_0} \quad (1.23)$$

2. РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

При анализе процессов изменения состояния идеального газа сначала при известных начальных параметрах определяются термические параметры газа в конечном состоянии процесса. Затем с помощью таблиц термодинамических свойств могут быть определены значения всех свойств газа, являющихся функциями состояния и их изменения в результате изменения параметров газа.

Наконец вычисляется количество подведенной теплоты и работа, совершаемая газом.

Изменение внутренней энергии, энтальпии и энтропии при известных параметрах начального и конечного состояний не зависит от вида процесса и вычисляется для всех процессов одинаково

$$\Delta u = u_2(T_2) - u_1(T_1); \quad (2.1)$$

$$\Delta h = h_2(T_2) - h_1(T_1); \quad (2.2)$$

$$\Delta s = s_2(T_2, p_2) - s_1(T_1, p_1) = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1}, \quad (2.3)$$

где $u(T)$, $h(T)$, $s^0(T)$ - величины, взятые при соответствующих температурах в таблицах термодинамических свойств газов.

При рассмотрении конкретных видов процессов все они предполагаются обратимыми.

2.1. Изохорный процесс

Изохорным процессом называется процесс, протекающий при неизменном удельном объеме газа, т.е. $v = const$ или $dv = 0$.

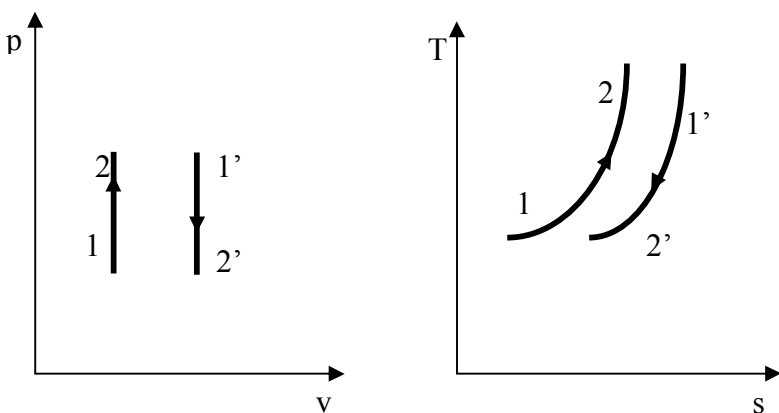


Рис. 2.1.
 1-2 - изохорный подвод тепла
 1'- 2' - изохорный отвод тепла

В этом процессе изменяются температура и давление газа, соотношение между которыми можно получить, используя уравнение состояния для конечного и начального состояний

$$p_2 v = RT_2$$

$$p_1 v = RT_1$$

Разделив первое на второе, получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{2.4}$$

Знаки изменения давления и температуры совпадают, что видно из дифференцирования уравнения состояния $vdp = RdT$, следовательно, при нагревании газа повышается его давление и наоборот.

Работа расширения

$$dl = pdv = 0 \quad (2.5)$$

(т.к. $dv=0$) в данном процессе не производится. Поэтому из уравнения первого закона термодинамики $dq = du + pdv$ следует, что в изохорном процессе

$$dq = du$$

или

$$q_{1-2} = u_2(T_2) - u_1(T_1), \quad (2.6)$$

т.е. вся подводимая к газу теплота затрачивается на изменение внутренней энергии.

$$u_2(T_2) - u_1(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT \quad (2.7)$$

Для теплоемкости, постоянной в некотором интервале температур

$$q_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) \quad (2.8)$$

В этом случае изменение энтропии можно определить

$$s_2(T_2) - s_1(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v}{T} dT = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2.9)$$

2.2. Изобарный процесс

Изобарным называется процесс, протекающий при неизменном давлении и, следовательно, определяемый условием $p = \text{const}$ или $dp = 0$.

В этом процессе изменяется температура и удельный объем газа, соотношение между которыми можно получить, применяя уравнение состояния для конечного и начального состояний газа

$$p v_2 = RT_2$$

$$p v_1 = RT_1$$

Разделив первое на второе, получим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (2.10)$$

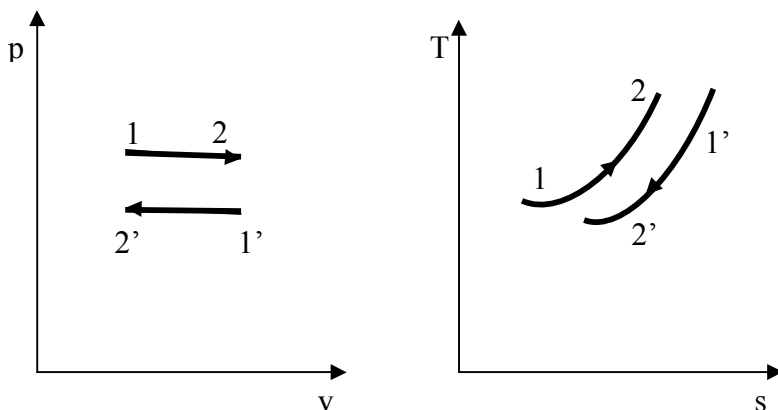


Рис. 2.2.

1- 2 - изобарный подвод тепла

1'- 2' - изобарный отвод тепла

Из уравнения состояния после дифференцирования можно получить в этом случае $p dv = R dT$, следовательно, знаки изменений температуры и удельного объема совпадают, т.е. при возрастании температуры газа увеличивается его удельный объем (уменьшается плотность).

Работа расширения в изобарном процессе

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p(v_2 - v_1) \quad (2.11)$$

С учетом уравнения состояния $p v = RT$

$$l = R(T_2 - T_1) \quad (2.12)$$

Количество теплоты, сообщаемой при нагреве или отдаваемой при охлаждении, определяется следующим образом. Уравнение первого закона термодинамики

$$\begin{aligned} dq &= du + pdv = du + d(pv) - vdp = d(u + pv) - vdp = \\ &= dh - vdp \end{aligned} \quad (2.13)$$

при $p = const$

$$dq_p = dh \quad (2.14)$$

или в интегральной форме

$$q_{1-2} = h_2(T_2) - h_1(T_1), \quad (2.15)$$

т.е. вся подводимая к газу теплота затрачивается на изменение энтальпии газа.

$$h_2(T_2) - h_1(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT \quad (2.16)$$

Для теплоемкости, постоянной в некотором интервале температур

$$q_{1-2} = h_2(T_2) - h_1(T_1) = c_p (T_2 - T_1) \quad (2.17)$$

Изменение энтропии для изобарного процесса

$$s_2(T_2) - s_1(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p}{T} dT = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2.18)$$

2.3. Изотермический процесс

Изотермическим процессом называется процесс, протекающий при неизменной температуре и, следовательно, определяемый условием $T=const$ или $dT=0$.

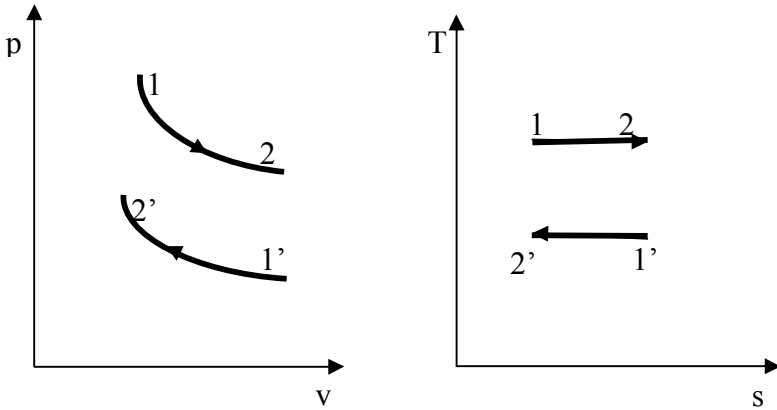


Рис. 2.3.

1-2 - изотермическое расширение
 1'- 2' - изотермическое сжатие

В изотермическом процессе внутренняя энергия и энтальпия, являющиеся функциями только температуры, остаются неизменными, т.е.

$$du = c_v dT = 0$$

$$dh = c_p dT = 0$$

Используя уравнение состояния $pv = RT$ с учетом $T = const$, получаем

$$pv = const \quad (2.19)$$

или

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad (2.20)$$

для начального и конечного состояний. Соотношение параметров в изотермическом процессе

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad (2.21)$$

Дифференцируя уравнение состояния с учетом $T=const$, получим

$$d(pv) = pdv + vdp = 0 \quad \text{или} \quad pdv = -vdp, \quad (2.22)$$

следовательно, знак изменения удельного объема противоположен знаку изменения давления, т.е. расширение газа сопровождается уменьшением его давления и наоборот.

Работа идеального газа

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv. \quad (2.23)$$

Подставив значение p из уравнения состояния $p = \frac{RT}{v}$ в выражение (2.23), получим

$$l = \int_{v_2}^{v_1} \frac{RT}{v} dv. \quad (2.23a)$$

Отсюда

$$l = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT}{v} dv = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.24)$$

С учетом (2.21)

$$l = RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.25)$$

Выразив RT из уравнения состояния ($p_1 v_1 = RT$), получим

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.26)$$

и

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.27)$$

С учетом того что изменение внутренней энергии в изотермическом процессе равно нулю, вся теплота, подведенная в изотермическом процессе, идет на совершение работы, т.е.

$$dq = dl \quad \text{или} \quad q_{1-2} = l. \quad (2.28)$$

Поэтому для определения теплоты можно использовать любую из формул (2.24)-(2.26). Контроль правильности вычислений для данного процесса целесообразно осуществлять с помощью второго закона термодинамики в интегральной форме

$$q_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} T ds = T(s_2 - s_1). \quad (2.29)$$

Изменение энтропии в изотермическом процессе

$$s_2(T_2) - s_1(T_1) = \frac{q_{1-2}}{T}. \quad (2.30)$$

С учетом (2.24) и (2.25)

$$s_2(T_2) - s_1(T_1) = R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (2.31)$$

и

$$s_2(T_2) - s_1(T_1) = R \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (2.32)$$

Поскольку в изотермическом процессе подвод или отвод теплоты не приводит к изменению температуры системы, теплоемкость его бесконечна

$$c_T = \pm\infty \quad (2.33)$$

- + при подводе теплоты к системе;
- при отводе теплоты от системы.

2.4. Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, в котором к газу не подводится и не отводится теплота, и определяемый условием $dq = 0$. Такой процесс может быть осуществлен в устройстве, снабженном идеальной теплоизоляцией, или процесс должен происходить настолько быстро, чтобы не успевал произойти теплообмен с окружающей средой.

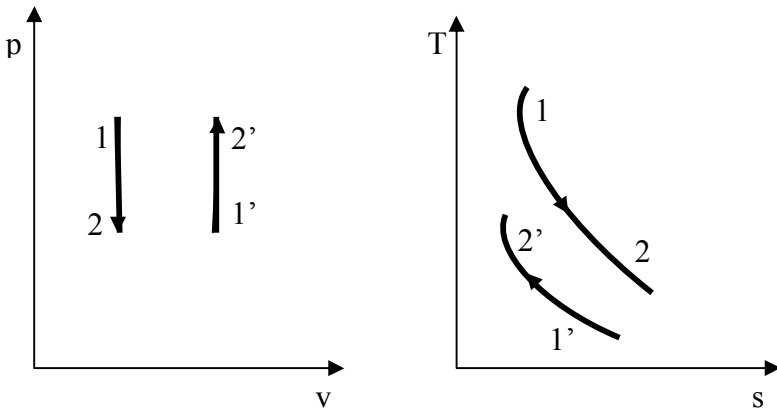


Рис. 2.4.

1-2 - адиабатное расширение
 1'-2' - адиабатное сжатие

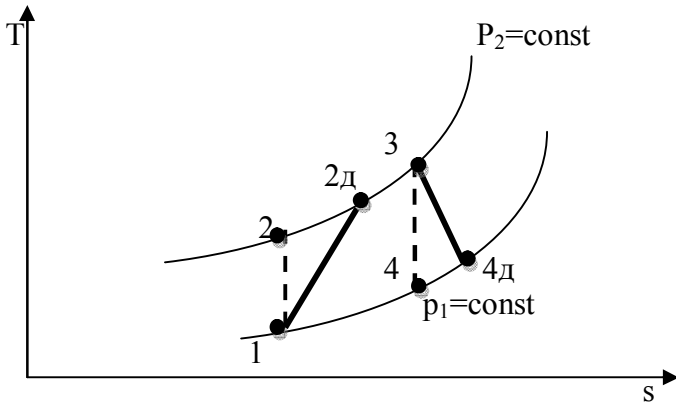


Рис.2.5.

Обратимые и необратимые процессы в T,s -диаграмме.

- 1-2 – обратимое адиабатное сжатие,
- 1-2д – необратимое адиабатное сжатие,
- 3-4 – обратимое адиабатное расширение,
- 3-4д – необратимое адиабатное расширение.

Необратимое адиабатное сжатие и необратимое адиабатное расширение происходят до такого же давления, как и обратимое, но конечная точка процесса всегда смещается вправо.

Для обратимого адиабатного процесса уравнение второго закона термодинамики

$$ds = \frac{dq}{T} = 0, \quad (2.34)$$

из чего следует, что процесс протекает при неизменной энтропии газа, т.е. $s = const$. Поэтому обратимый адиабатный процесс называют изоэнтропным.

Необратимый адиабатный процесс изоэнтропным не является. $Tds > dq, ds > 0$.

Определим соотношения, связывающие изменение параметров в адиабатном процессе. Запишем уравнения первого закона термодинамики

$$dq = du + pdv = c_v dT + pdv = 0 \quad (2.35)$$

$$dq = dh - vdp = c_p dT - vdp = 0 \quad (2.36)$$

Разделив уравнение (2.36) на (2.35), получим

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = \frac{-vdp}{pdv} = \frac{c_p}{c_v} = -\frac{v}{p} \left(\frac{dp}{dv} \right) \quad (2.37)$$

Введем величину $k = \frac{c_p}{c_v} = -\frac{v}{p} \left(\frac{dp}{dv} \right)$ - показатель адиабаты.

Дифференциальное уравнение адиабатного процесса

$$k = -\frac{p}{\frac{dv}{v}} \quad \text{или} \quad k \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p} \quad (2.38)$$

Показатель адиабаты k является функцией температуры. В качестве первого приближения принимаем $k = const$. Интегрируя уравнение (2.38), получим

$$k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p},$$

$$k \ln \frac{v_2}{v_1} = \ln \frac{p_1}{p_2},$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k = \frac{p_1}{p_2}$$

$$pv^k = const \quad (2.39)$$

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \quad (2.40)$$

Значение показателя адиабаты k можно приближенно оценить на основе элементарной молекулярно-кинетической теории, по которой теплоемкость газа зависит от числа атомов молекулы. В соответствии с этой теорией для одноатомных газов $k=1.67$, для двухатомных (к ним относится и воздух) $k=1.4$, для трех- и многоатомных $k=1.29$.

Получим соотношения между параметрами в адиабатном процессе. Из уравнения состояния $p = \frac{RT}{v}$. Подставив p в выражение (2.40), получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{RT_1}{v_1} \right) v_1^k &= \left(\frac{RT_2}{v_2} \right) v_2^k, \\ T_1 v_1^{k-1} &= T_2 v_2^{k-1}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

или

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}, \quad (2.42)$$

Выразив из уравнения состояния $v = \frac{RT}{p}$ и подставив его (2.40),

получим

$$p_1 \left(\frac{RT_1}{p_1} \right)^k = p_2 \left(\frac{RT_2}{p_2} \right)^k,$$

$$\frac{T_1^k}{p_1^{k-1}} = \frac{T_2^k}{p_2^{k-1}}, \quad (2.43)$$

$$\frac{p_2^{k-1}}{p_1^{k-1}} = \frac{T_2^k}{T_1^k}, \quad \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k,$$

или

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (2.44)$$

Продифференцировав выражение (2.41) или $T v^{k-1} = const$, , получим

$$T \cdot (k-1) \cdot v^{k-2} dv + v^{k-1} dT = 0,$$

Разделив на v^{k-1}

$$T \cdot (k-1) \cdot v^{-1} dv + dT = 0,$$

Тогда

$$dT = -\frac{T}{v} \cdot (k-1) dv, \quad (2.45)$$

Откуда следует, что при $k > 1$ сжатие газа сопровождается повышением его температуры, а расширение - понижением.

Аналогично продифференцируем (2.43)

$$\frac{T^k}{p^{k-1}} = \text{const}, \text{ или } T^k p^{1-k} = \text{const},$$

Получим

$$\begin{aligned} k \cdot T^{k-1} \cdot p^{1-k} dT + T^k \cdot (1-k) \cdot p^{1-k-1} dp &= 0, \\ k \cdot T^{k-1} \cdot p^{1-k} dT &= -T^k \cdot (1-k) \cdot p^{1-k-1} dp = T^k \cdot (k-1) \cdot p^{-k} dp \\ dT &= \frac{k-1}{k} \frac{T^k}{T^{k-1}} \frac{p^{-k}}{p^{1-k}} dp = \frac{k-1}{k} \frac{T}{p} dp \end{aligned} \quad (2.46)$$

Следовательно, с повышением давления температура газа увеличивается, а с понижением давления - уменьшается.

Определим работу адиабатного процесса. Для этого воспользуемся уравнением первого закона термодинамики

$$dq = du + dl = 0,$$

Отсюда $du = -dl$,

$$l = u_1(T_1) - u_2(T_2), \quad (2.47)$$

т.е. работа расширения совершается в адиабатном процессе за счет убыли внутренней энергии.

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad (2.48)$$

Записав уравнение адиабатного процесса $p v^k = p_1 v_1^k$ и выразив

отсюда $p = \frac{p_1 v_1^k}{v^k}$, подставим его в (2.48). Получим

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^k \frac{dv}{v^k} = -\frac{1}{k-1} p_1 v_1^k \left(\frac{1}{v^{k-1}} \right)_{v_1}^{v_2} =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{k-1} p_1 v_1^k \left(\frac{1}{v_2^{k-1}} - \frac{1}{v_1^{k-1}} \right) = -\frac{1}{k-1} p_1 v_1^k \cdot \frac{1}{v_1^{k-1}} \left(\frac{v_1^{k-1}}{v_2^{k-1}} - 1 \right) = \\
&= -\frac{1}{k-1} p_1 v_1^{k-k+1} \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} - 1 \right] = -\frac{1}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} - 1 \right] = \quad (2.49) \\
&= \frac{1}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right]
\end{aligned}$$

С учетом (2.40)

$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Тогда

$$l = \frac{1}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right] \quad (2.50)$$

С учетом $p_1 v = RT_1$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \quad (2.51)$$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right] \quad (2.52)$$

С учетом (2.42)

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2) \quad (2.53)$$

С учетом (1.1)

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned}
 l &= \frac{1}{k-1} \left(p_1 v_1 - \frac{p_1 v_1}{T_1} T_2 \right) = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - R T_2) = \\
 &= \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)
 \end{aligned}
 \tag{2.55}$$

2.4.1. Метод конечной энтропии в расчете адиабатного процесса

Приведенные формулы для соотношений параметров и вычисления работы являются приближенными вследствие того, что при выводе их было использовано условие $k = const$. В действительности теплоемкости идеальных газов изменяются с изменением температуры, следовательно, изменяется и показатель адиабаты k .

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}$$

С ростом температуры изохорная теплоемкость всех газов, кроме одноатомных, монотонно возрастает, следовательно, показатель адиабаты k уменьшается. При невысоких температурах значения k близки к величинам, рассчитанным по молекулярно-кинетической теории, при высоких температурах они уменьшаются. Если пренебречь зависимостью k от температуры, то можно получить существенные погрешности в расчете параметров конечного состояния и работы газа в процессе. В инженерных расчетах адиабатный процесс является основным процессом, в котором получается или затрачивается работа в циклах теплоэнергетических или холодильных установок, и точность его расчета оказывает заметное влияние на экономичность работы установок.

Более точные формулы можно получить, учитывая зависимость показателя адиабаты k от температуры, предварительно выбрав соответствующий вид такой зависимости. Но в этом случае полученные формулы являются громоздкими и

неудобными для расчетов. В связи с этим целесообразно использовать другой метод точного расчета адиабатного процесса, учитывающий зависимость теплоемкости газов от температуры и основанный на применении таблиц термодинамических свойств газов.

Для обратимого адиабатного процесса (изоэнтропного)

$s = const$, $ds = 0$. Для такого процесса уравнение (2.3) можно записать как

$$\Delta s = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1} = 0, \quad (2.56)$$

Зная температуру по таблицам [1-3] легко найти величину $s^0(T)$, являющуюся однозначной функцией температуры, и наоборот. В этом случае учитывается влияние зависимости теплоемкости газа от температуры на конечное состояние процесса. Данный метод, основанный на применении таблиц энтропии, называют методом конечной энтропии.

Предположим, начальное состояние процесса задано параметрами p_1 и T_1 , а для конечного состояния известно p_2 . Уравнение (2.56) в этом случае удобно представить в виде

$$s_2^0(T_2) = s_1^0(T_1) + R \ln \frac{p_2}{p_1}, \quad (2.57)$$

Для заданного газа с помощью таблиц [1-3] по температуре T_1 определяются значения $s_1^0(T_1)$, $u_1(T_1)$, $h_1(T_1)$, затем по формуле (2.57) определяется $s_2^0(T_2)$, а далее по этому значению в таблицах находится температура T_2 и соответствующие ей значения $u_2(T_2)$ и $h_2(T_2)$. Удельный объем газа в начальном и конечном состояниях определяются из уравнения состояния, а работа расширения по формуле (2.47).

Если для рассчитываемого процесса в начальном и конечном состояниях известно не давление, а удельный объем, т.е. T_1, v_1 и v_2 , то для применения метода конечной энтропии следует использовать формулу (1.22).

$$s_{v2}(T_2) + R \ln \frac{v_2}{v_0} = s_{v1}(T_1) + R \ln \frac{v_1}{v_0},$$

$$s_{v2}(T_2) = s_{v1}(T_1) + R \left[\ln \frac{v_1}{v_0} - \ln \frac{v_2}{v_0} \right] = s_{v1}(T_1) + R \ln \frac{v_1}{v_2}, \quad (2.58)$$

Порядок расчета здесь такой же как и в предыдущем случае с тем отличием, что вместо таблиц функций $s^0(T)$, применяются таблицы функций $s_v(T)$ [3]. Давление в начальном и конечном состояниях вычисляются из уравнения состояния, а работа расширения по формуле (2.47). Нахождение конечной температуры газов в этом случае ведется следующим образом. Подставим в (2.58) вместо $s_v(T)$ их выражение из (1.23)

$$s_2^0(T_2) - R \ln \frac{T_2}{T_0} = s_1^0(T_1) - R \ln \frac{T_1}{T_0} + R \ln \frac{v_1}{v_2}, \quad (2.59)$$

$$s_2^0(T_2) = s_1^0(T_1) - R \ln \frac{T_1}{T_2} + R \ln \frac{v_1}{v_2}$$

Если для конечного состояния задана температура T_2 , то используя таблицы значений $s^0(T)$, и формулу (2.57), можно определить давление p_2 , а затем все другие необходимые величины. Преобразуем формулу (2.57)

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1)}{R},$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \exp \left[\frac{s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1)}{R} \right] = \frac{\exp \left[\frac{s_2^0(T_2)}{R} \right]}{\exp \left[\frac{s_1^0(T_1)}{R} \right]},$$

Обозначим функцию

$$\exp \left[\frac{s^0(T)}{R} \right] = \pi_0(T) \quad (2.60)$$

и назовем ее относительным давлением. Тогда получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\pi_{02}(T_2)}{\pi_{01}(T_1)}, \quad (2.61)$$

Аналогично из формулы (2.58)

$$\ln \frac{v_1}{v_2} = \frac{s_{v2}(T_2) - s_{v1}(T_1)}{R},$$

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = - \frac{s_{v2}(T_2) - s_{v1}(T_1)}{R}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \exp \left[- \frac{s_{v2}(T_2) - s_{v1}(T_1)}{R} \right] = \frac{\exp \left[- \frac{s_{v2}(T_2)}{R} \right]}{\exp \left[- \frac{s_{v1}(T_1)}{R} \right]}$$

Обозначим функцию

$$\exp \left[- \frac{s_v(T)}{R} \right] = \Theta_0(T) \quad (2.62)$$

и назовем ее относительным объемом. Используя эту функцию, запишем

$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right) = \frac{\Theta_{02}(T_2)}{\Theta_{01}(T_1)} \quad (2.63)$$

Значения функций $\pi_0(T)$ и $\Theta_0(T)$ табулированы в диапазоне температур 223-1723 К для ряда газов в [1], а также приведены в приложении [3]. При расчете адиабатного процесса в зависимости от того, задан ли он отношением давлений $\frac{p_2}{p_1}$ или

удельных объемов $\frac{v_2}{v_1}$ по формулам (2.61) или (2.63), вычисляют

значение одной из функций $\pi_{02}(T_2)$ и $\Theta_{02}(T_2)$, с помощью которого по таблицам [1,3] находят температуру T_2 . После этого все другие параметры определяют из уравнения состояния, а работу по формуле (2.47).

Пример 1.

1 кг CO_2 имеющего начальное давление $p_1 = 0.6$ МПа и температуру $t_1 = 500^\circ\text{C}$ расширяется адиабатно до конечного давления $p_2 = 0.12$ МПа. Определить конечные температуру и удельный объем газа и работу его расширения. Для решения применить метод конечной энтропии.

Решение

По таблице [1] при начальной температуре газа 500°C находим следующие значения величин $u_1 = 533.88$ кДж/кг, $s_1^0(T) = 5.8078$ кДж/кг К. По формуле (2.57) определяем $s_2^0(T)$

$$s_2^0(T_2) = s_1^0(T_1) + R \ln \frac{p_2}{p_1} = 5.8078 + 8.314/44 \cdot \ln(0.12/0.6) = 5.5381$$

кДж/кг·К

По этому значению $s_2^0(T_2)$ в таблице [1] находим $t_2 = 335^\circ\text{C}$, $u_2 = 399.93$ кДж/кг.

Удельный объем в конечном состоянии

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{8314(335 + 273,15)}{44 \cdot 0,12 \cdot 10^6} = 0,958 \text{ м}^3/\text{кг}$$

Работа расширения

$$l = u_1(T_1) - u_2(T_2) = 533.88 - 399.93 = 133.95 \text{ кДж/кг.}$$

Пример 2

1 кг азота, имеющего начальные параметры $p_1 = 0.11$ МПа и $t_1 = 20^\circ\text{C}$ адиабатно сжимается до давления $p_2 = 1$ МПа. Определить конечные параметры и работу сжатия газа. Расчет выполнить с помощью функций $\pi_0(T)$ и $\Theta_0(T)$.

Решение

По таблице [1] для начального состояния при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ находим $u_1 = 217,08$ кДж/кг, $\pi_{01}(T_1) = 0,9486$, $\Theta_{01}(T_1) = 9172$.

Удельный объем азота в начальном состоянии вычисляем из уравнения состояния

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8314(20 + 273,15)}{28 \cdot 0,11 \cdot 10^6} = 0,7914 \text{ м}^3/\text{кг}$$

В таблицах [1] по значению $\pi_{02}(T_2)$ определяем $t_2 = 275^\circ\text{C}$, $u_2 = 408,59$, $\Theta_{02}(T_2) = 1887,2$. Удельный объем в конечном состоянии определяется из уравнения (2.63)

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\Theta_{02}(T_2)}{\Theta_{01}(T_1)} = 0,7914 \cdot \frac{1887,2}{9172} = 0,1628 \text{ м}^3/\text{кг}$$

Из уравнения состояния

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{8314(275 + 273,15)}{28 \cdot 1,0 \cdot 10^6} = 0,1628 \text{ м}^3/\text{кг}$$

Работу сжатия газа определяем из (2.47)

$$l = u_1(T_1) - u_2(T_2) = 217,08 - 408,59 = 191,51 \text{ кДж/кг.}$$

2.5. Политропный процесс

Политропным называют процесс, подчиняющийся уравнению

$$pv^n = const \quad (2.64)$$

в котором показатель политропы n имеет некоторое постоянное для данного процесса значение.

Подставим в это уравнение выражение давления из уравнения состояния $p = \frac{RT}{v}$, что позволит записать для

начальных и конечных состояний

$$\begin{aligned} \left(\frac{RT_1}{v_1}\right)v_1^n &= \left(\frac{RT_2}{v_2}\right)v_2^n, \\ T_1 v_1^{n-1} &= T_2 v_2^{n-1}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

или

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}, \quad (2.66)$$

Выразив из уравнения состояния $v = \frac{RT}{p}$ и подставив его (2.64),

получим

$$p_1 \left(\frac{RT_1}{p_1} \right)^n = p_2 \left(\frac{RT_2}{p_2} \right)^n,$$
$$\frac{T_1^n}{p_1^{n-1}} = \frac{T_2^n}{p_2^{n-1}}, \quad (2.67)$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{n-1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^n$$

или

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Соответственно соотношение параметров p и v для политропного процесса

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

или

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n \quad (2.68)$$

Таким образом, формулы, связывающие параметры газа в этом процессе, аналогичны формулам для адиабатного процесса с тем отличием, что показатель политропы n не является отношением теплоемкостей c_p и c_v .

Перепишем уравнение первого закона термодинамики (1.9) и (1.16) в виде

$$dq = c_n dT = dh - vdp = c_p dT - vdp \quad (2.69)$$

$$dq = c_n dT = du + pdv = c_v dT + pdv \quad (2.70)$$

где $dq = c_n dT$ - теплота, подведенная в политропном процессе;
 $c_p dT = dh$, и $c_v dT = du$.

$$(c_n - c_p)dT = -vdv \quad (2.71)$$

$$(c_n - c_v)dT = pdv \quad (2.72)$$

Разделив уравнение (2.72) на (2.71), получим

$$\frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} = -\frac{v}{p} \frac{dp}{dv} \quad (2.73)$$

Обозначим

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_v} \quad (2.74)$$

$$n = -\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{dv}{v}} \quad (2.75)$$

Получим дифференциальное уравнение политропного процесса

$$n \cdot \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0 \quad (2.76)$$

Выражение (2.74) определяет связь показателя политропы с теплоемкостями газа.

Формулу для работы расширения газа можно получить, подставив в выражение $dl = pdv$ зависимость между давлением и удельным объемом газа в данном процессе

$$pv^n = p_1 v_1^n, \quad \text{откуда} \quad p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n}$$

$$\begin{aligned} l &= \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^n \frac{dv}{v^n} = -\frac{1}{n-1} p_1 v_1^n \left(\frac{1}{v^{n-1}} \right)_{v_1}^{v_2} = \\ &= -\frac{1}{n-1} p_1 v_1^n \left(\frac{1}{v_2^{n-1}} - \frac{1}{v_1^{n-1}} \right) = -\frac{1}{n-1} p_1 v_1^n \cdot \frac{1}{v_1^{n-1}} \left(\frac{v_1^{n-1}}{v_2^{n-1}} - 1 \right) = \\ &= -\frac{1}{n-1} p_1 v_1^{n-n+1} \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} - 1 \right] = -\frac{1}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} - 1 \right] = \\ &= \frac{1}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \end{aligned} \quad (2.77)$$

Учитывая (2.66) и (2.68)

$$l = \frac{1}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \quad (2.78)$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (2.79)$$

а подставив $p_1 v_1$ из уравнения состояния, получим

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \quad (2.80)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \quad (2.81)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2) \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{n-1} \left(p_1 v_1 - \frac{p_1 v_1}{T_1} T_2 \right) = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - RT_2) = \\ &= \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \end{aligned} \quad (2.83)$$

Количество теплоты, подводимой к газу (отводимой от него), в политропном процессе

$$q = u_2(T_2) - u_1(T_1) + l \quad (2.84)$$

При $c_v = const$

$$q = c_v(T_2 - T_1) + l \quad (2.85)$$

Подставим в выражение (2.85) l из уравнения (2.82)

$$\begin{aligned} q &= c_v(T_2 - T_1) + l = c_v(T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \\ &= (T_2 - T_1) \left(c_v - \frac{R}{n-1} \right) = (T_2 - T_1) \frac{c_v(n-1) - R}{n-1} = \\ &= (T_2 - T_1) \frac{c_v(n-1) - (c_p - c_v)}{n-1} = \\ &= c_v \frac{(n-1) - (k-1)}{n-1} (T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (2.86)$$

Уравнение (2.86) является приближенным, так как оно не учитывает зависимость теплоемкости газа c_v и показателя адиабаты k от температуры.

$$c_v \frac{n-k}{n-1} = c_n \quad (2.87)$$

Здесь c_n - теплоемкость газа в политропном процессе.

В политропном процессе показатель политропы изменяется в интервале $-\infty \leq n \leq +\infty$. Поэтому уравнение (2.64) является уравнением семейства процессов. Все разобранные ранее процессы являются частными случаями политропного процесса, в которых показатель политропы принимает конкретное значение, указанное в табл. 1.

Таблица 1

Значение показателя политропы и теплоемкости
для основных процессов

Вид процесса	n	c_n
изохорный	$\pm \infty$	c_v
изобарный	0	c_p
изотермический	1	$\pm \infty$
адиабатный	k	0

Изображение основных процессов показано в p, v - диаграмме на рис. 2.5.

Линия, соответствующая адиабатному процессу (адиабата), идет в p, v - диаграмме круче линии, соответствующей изотермическому процессу (изотермы). Это связано с тем, что производная, определяющая наклон линии в p, v - координатах и равная $(\partial p / \partial v)_T = \frac{p}{v}$ для изотермического процесса, меньше по абсолютной величине, чем производная $(\partial p / \partial v)_S = \frac{kp}{v}$ для адиабатного процесса.

В p, v -диаграмме для всех процессов, лежащих правее изохоры ($dv > 0$), работа расширения газа $dl = p dv$ положительна.

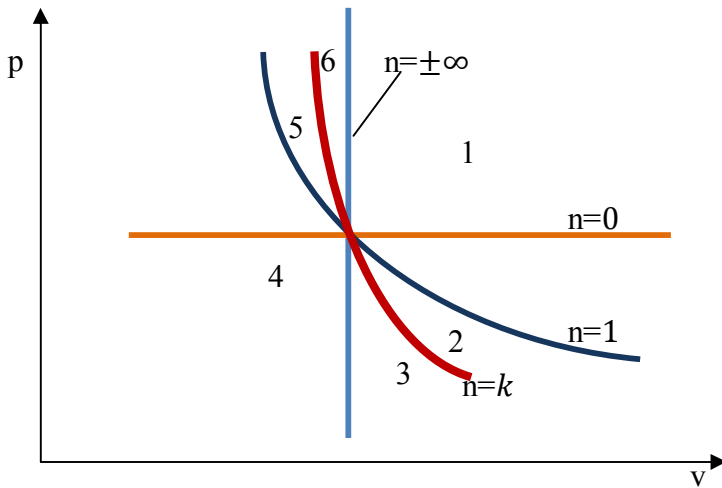


Рис. 2.5.

Изображение основных политропных процессов в p, v -диаграмме

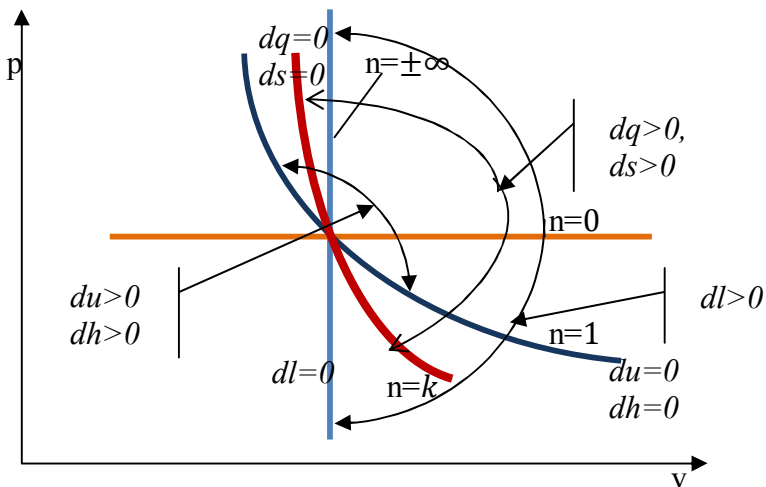


Рис. 2.6.

Область постоянства знаков различных характеристик политропных процессов

Для всех процессов, лежащих левее изохоры, работа газа отрицательна. Для всех процессов, лежащих над изотермой, внутренняя энергия и энтальпия газа увеличивается. Для всех процессов, лежащих под изотермой, внутренняя энергия и энтальпия газа уменьшается. Для всех процессов, лежащих над адиабатой, теплота подводится к газу и энтропия увеличивается. Для всех процессов, лежащих под адиабатой, теплота отводится от газа и энтропия уменьшается (рис 2.6).

Зная расположение линии политропного процесса в p, v - диаграмме, можно определить для него знаки работы расширения, теплоты, изменений внутренней энергии и энтальпии газа.

В зависимости от показателя политропы значительно изменяется теплоемкость газа в этих процессах. Для любого политропного процесса она определяется по формуле (2.87). График изменения теплоемкости c_n в зависимости от показателя политропы показан на рис. 2.7.

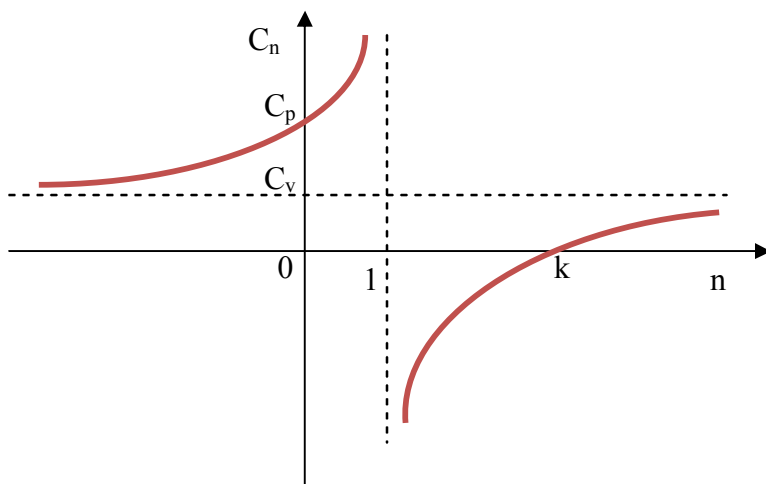


Рис. 2.7.

Зависимость теплоемкости газа в политропном процессе от показателя политропы.

Изображение основных процессов в T, s -диаграмме показано на рис. 2.8.

Наклон линий, соответствующих различным процессам, в этой диаграмме определяется производной $(\partial T / \partial s)_p = \frac{T}{c_n}$, поскольку

$$dq = Tds = c_n dT$$

Для изохорного процесса

$$(\partial T / \partial s)_v = \frac{T}{c_v} \quad (2.88)$$

Для изобарного процесса

$$(\partial T / \partial s)_p = \frac{T}{c_p} \quad (2.89)$$

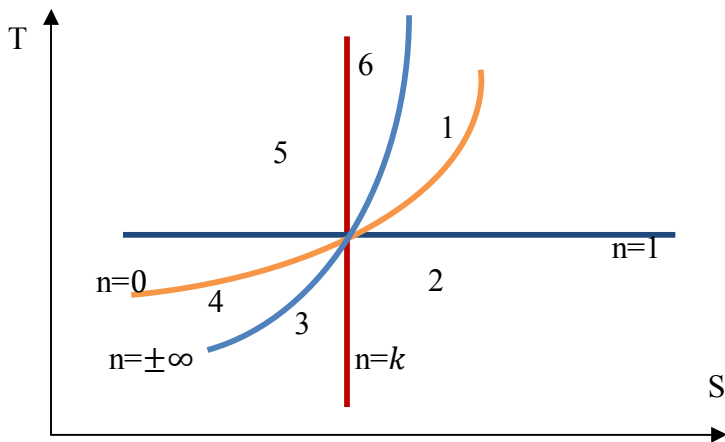


Рис. 2.8.

Изображение основных политропных процессов в T, s - диаграмме.

Поскольку по формуле Майера изобарная теплоемкость c_p всегда больше изохорной c_v , то $(\partial T / \partial s)_v > (\partial T / \partial s)_p$ и изохора в T, s -диаграмме идет круче изобары.

ЗАДАЧИ

1. Окись углерода с приведенным к нормальным условиям объемом $V_H = 0,5 \text{ м}^3$ имеет параметры $p_1 = 2,5 \text{ МПа}$ и $t_1 = 350^\circ\text{C}$. В изотермическом процессе к газу подводится теплота $Q = 85 \text{ кДж}$. Найти параметры начального и конечного состояний, работу расширения, изменение внутренней энергии и энтальпии.

Молярная масса CO $\mu_{\text{CO}} = 28 \text{ кг / кмоль}$

Решение

Удельный объем в начальном состоянии определяется из уравнения состояния

$$v_1 = \frac{RT}{p_1} = \frac{8314}{29} \cdot \frac{(350 + 273)}{2,5 \cdot 10^6} = 0,074 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

Объем в начальном состоянии определяется из соотношения

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_H V_H}{T_H} \quad ,$$

Индекс Н - нормальные условия

$$V_1 = \frac{p_H V_H T_1}{p_1 T_H} = \frac{101325 \cdot 0,5 \cdot 623}{2,5 \cdot 10^6 \cdot 273} = 0,0462 \text{ м}^3 \quad ,$$

Масса газа

$$G = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0,0462}{0,074} = 0,625 \text{ кг}$$

В изотермическом процессе работа равна теплоте.

$$Q = L,$$

$$L = 85 \text{ кДж},$$

$$L = p_1 V_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = \frac{L}{p_1 V_1} = \frac{85 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^6 \cdot 0,0462} = 0,736 \Rightarrow$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 2,09, \Rightarrow$$

$$v_2 = 2,09 \cdot v_1 = 2,09 \cdot 0,074 = 0,1544 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

В изотермическом процессе

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 v_1}{v_2} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{2,09} = 1,196 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

В изотермическом процессе изменение внутренней энергии и энтальпии равно нулю.

$$\Delta u = 0,$$

$$\Delta h = 0.$$

2. Какое количество теплоты необходимо затратить, чтобы нагреть 2 м³ воздуха при постоянном избыточном давлении $p_{\text{изб}} = 0,2 \text{ МПа}$ от $t_1 = 100^\circ \text{C}$ до $t_2 = 500^\circ \text{C}$. Какую работу при этом совершит воздух? Атмосферное давление $p = 101325 \text{ Па}$.

Решение

$$q_p = c_{p2} t_2 - c_{p1} t_1$$

$$c_{p1} (t_1) = 1,006 \text{ кДж/кгК},$$

$$c_{p2} (t_2) = 1,039 \text{ кДж/кгК},$$

$$q_p = 1,039 \cdot 500 - 1,006 \cdot 100 = 418,7 \text{ кДж/кг}$$

Масса воздуха определяется из уравнения состояния

$$G = \frac{pV_1}{RT_1} = \frac{(0,2 + 0,101325) \cdot 10^6}{\frac{8314}{29}(100 + 273)} = 5,63 \text{ кг}$$

Теплота

$$Q_p = G \cdot q_p = 5,63 \cdot 418,7 = 2357 \text{ кДж}$$

Работа

$$L = G \cdot R(t_2 - t_1) = 5,63 \cdot \frac{8314}{29} (500 - 100) = 646,3 \text{ кДж.}$$

1. Сосуд емкость 90 л содержит воздух при давлении 0,8 МПа и температуре 30⁰С. Определить количество теплоты, которое необходимо сообщить воздуху, чтобы повысить его давление до 1,6 МПа при постоянном объеме.

Решение

Из соотношения параметров изохорного процесса

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow$$

$$T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{1,6}{0,8} (30 + 273) = 606 \text{ К}$$

$$t_2 = T_2 - 273 = 606 - 273 = 333^0 \text{ С}$$

Удельная теплота

$$q_v = c_{v2} t_2 - c_{v1} t_1 \text{ кДж/кг,}$$

$$c_{v1}(t_1) = 0,7173 \text{ кДж/кг К},$$

$$c_{v2}(t_2) = 0,7351 \text{ кДж/кг К},$$

$$q_v = 0,7351 \cdot 333 - 0,7173 \cdot 30 = 223,2 \text{ кДж/кг}.$$

Масса воздуха

$$G = \frac{pV_1}{RT_1} = \frac{0,8 \cdot 10^6 \cdot 0,09}{\frac{8314}{29}(30 + 273)} = 0,828 \text{ кг}.$$

Количество теплоты

$$Q_v = G \cdot q_v = 0,828 \cdot 223,2 = 184,8 \text{ кДж}.$$

2. Азот из баллона емкостью $0,05 \text{ м}^3$ выпускается в атмосферу настолько быстро, что теплообмен между ней и азотом в баллоне не успевает совершиться. До выпуска давление в баллоне было $p_1 = 1,2 \text{ МПа}$ и температура $t_1 = 27^\circ \text{C}$. После закрытия вентиля температура в баллоне стала $t_2 = 0^\circ \text{C}$. Какова масса выпущенного азота и каким стало давление в баллоне после выпуска.

Решение

Удельный объем в начальном состоянии

$$v_1 = \frac{RT}{p_1} = \frac{8314}{28} \cdot \frac{(27 + 273)}{1,2 \cdot 10^6} = 0,0742 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

Из соотношений параметров адиабатного процесса определяется удельный объем в конечном состоянии

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow$$

$$v_2 = v_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}} = 0,0742 \left(\frac{300}{273} \right)^{1,4-1} = 0,0938 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

Давление

$$p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{8314 \cdot 273}{0,0938} = 8,64 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Масса азота в баллоне до выпуска в атмосферу

$$G = \frac{V}{v_1} = \frac{0,05}{0,0742} = 0,674 \text{ кг.}$$

Масса азота в баллоне после выпуска в атмосферу

$$G = \frac{V}{v_2} = \frac{0,05}{0,0938} = 0,533 \text{ кг.}$$

Масса выпущенного азота

$$\Delta G = G_1 - G_2 = 0,674 - 0,533 = 0,141 \text{ кг.}$$

3. 4 м³ кислорода, имея начальную температуру $t_1=60^0\text{C}$ и абсолютное давление $p_1=0,13$ МПа, сжимаются политропно до давления $p_2=0,65$ МПа. Определить количество подведенного тепла, работу сжатия, изменение внутренней энергии и энтропии, если показатель политропы $n=1,3$. Представить процесс в p, v - и T, s -диаграммах.

Решение

Работа процесса

$$L = \frac{1}{n-1} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] =$$

$$= \frac{1}{1,3-1} 0,13 \cdot 10^6 \cdot 4 \left[1 - \left(\frac{0,65}{0,13} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} \right] = -779,22 \text{ кДж.}$$

Масса кислорода

$$G = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{0,13 \cdot 10^6 \cdot 4}{\frac{8314}{32} \cdot 333} = 6,01 \text{ кг}$$

Температура в конце процесса определяется из соотношения параметров политропного процесса

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow T_2 = (60 + 273) \left(\frac{0,65}{0,13} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = 483 \text{ K}$$

$$T_2 - T_1 = 483 - 333 = 150$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = Gc_v \Delta T = 6,01 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8,314}{32} \cdot 150 = 585,55 \text{ кДж}$$

Количество подведенного тепла

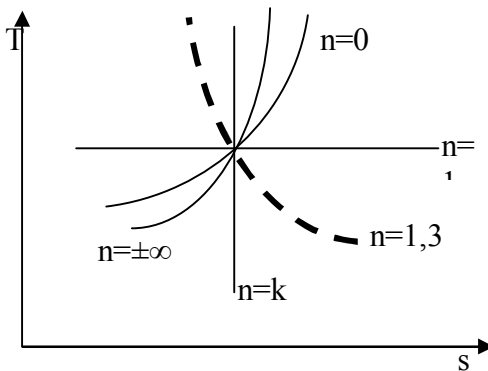
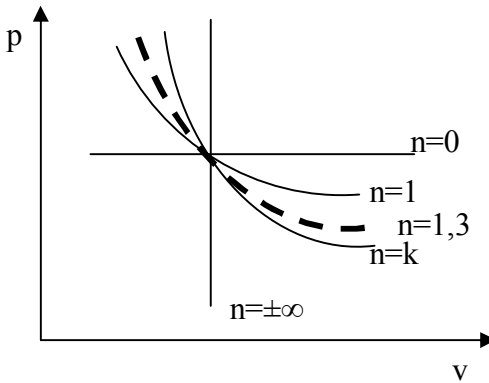
$$Q = L + \Delta U = -779,22 + 585,55 = -193,67 \text{ кДж}$$

Изменение энтальпии

$$\Delta H = Gc_p \Delta T = 6,01 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{8,314}{32} \cdot 150 = 819,77 \text{ кДж}$$

Изменение энтропии

$$\Delta S = Gc_n \ln \frac{T_2}{T_1} = 6,01 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8,314}{32} \cdot \frac{1,3 - 1,4}{1,3 - 1} \cdot \ln \frac{483}{333} = -0,484 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$$



4. В политропном процессе изменения состояния, который начинается при параметрах $p_1=0,4$ МПа, $t_1=127^0\text{C}$, 1 кг воздуха проходит через промежуточное состояние $p_0=0,8$ МПа, $t_0=187^0\text{C}$. Конечное состояние достигается после совершения над воздухом работы $l= 550$ кДж/кг. Найти конечные параметры.

Решение

Показатель политропы определяется из соотношения параметров

$$\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow$$

$$\frac{n-1}{n} \ln \frac{p_0}{p_1} = \ln \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow$$

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\ln \frac{T_0}{T_1}}{\ln \frac{p_0}{p_1}} = \frac{\ln \frac{460}{400}}{\ln \frac{0,8}{0,4}} = 0,202, \Rightarrow n = 1,253$$

Разность температур

$$l = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2), \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{l(n-1)}{R},$$

$$(T_1 - T_2) = \frac{-550(1,253-1)}{8,314} = -485\text{K},$$

Температура в конечной точке

$$t_2 = t_1 + 485 = 127 + 485 = 612^0\text{C} .$$

Давление в конечной точке определяется из соотношения параметров

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} \Rightarrow$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} = 0,4 \cdot 10^6 \left(\frac{612 + 273}{127 + 273} \right)^{\frac{1,253}{1,253-1}} = 20,36 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Удельный объем определяется из уравнения состояния

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{8314}{20,36 \cdot 10^6} \cdot 885 = 0,0124 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

5. Некоторый процесс расширения кислорода характеризуется тремя равновесными состояниями, для которых параметры имеют следующие значения:

$$p_1 = 2 \text{ МПа, } t_1 = 487^\circ \text{С}$$

$$p_2 = 1 \text{ МПа, } v_2 = 0,213 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

$$v_3 = 0,300 \text{ м}^3 / \text{кг, } t_3 = 576^\circ \text{С}$$

Определить, является ли процесс политропным. Если да, то определить показатель политропы.

Решение

Необходимо определить показатель политропы в процессах 1-2, 2-3, 1-3. Если значения всех показателей совпадут, значит, процесс политропный.

Удельный объем в точке 1

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8314}{2 \cdot 10^6} \cdot (487 + 273) = 0,0987 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

Показатель политропы в процессе 1-2

$$n_{1-2} = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{v_1}{v_2}} = \frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln \frac{0,0987}{0,213}} = 0,9,$$

Давление в точке 3

$$p_3 = \frac{RT_3}{v_3} = \frac{8314}{32} \cdot (576 + 273) = 0,735 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Показатель политропы в процессе 1-3

$$n_{1-3} = \frac{\ln \frac{p_3}{p_1}}{\ln \frac{v_1}{v_3}} = \frac{\ln \frac{0,735}{2}}{\ln \frac{0,0987}{0,3}} = 0,9,$$

Показатель политропы в процессе 2-3

$$n_{2-3} = \frac{\ln \frac{p_3}{p_2}}{\ln \frac{v_2}{v_3}} = \frac{\ln \frac{0,735}{1}}{\ln \frac{0,213}{0,3}} = 0,9,$$

8. В политропном процессе расширения окиси углерода энергия, выделяемая газом в форме работы, составляется за счет подводимой теплоты (25%) и за счет уменьшения внутренней энергии (75%). Определить показатель политропы и теплоемкость процесса. Представить ход процесса в p, v -диаграмме.

Решение

Теплота

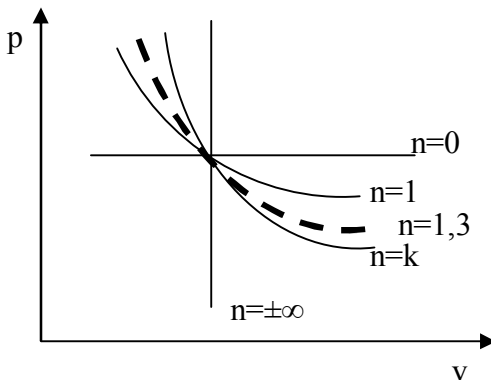
$$q = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1),$$

$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1),$$

$$\frac{q}{\Delta u} = \frac{c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1)}{c_v (T_2 - T_1)} = \frac{n-k}{n-1} = \frac{0,25}{-0,75} = -\frac{1}{3},$$

$$3(n-k) = n-1, \Rightarrow n = 1,3$$

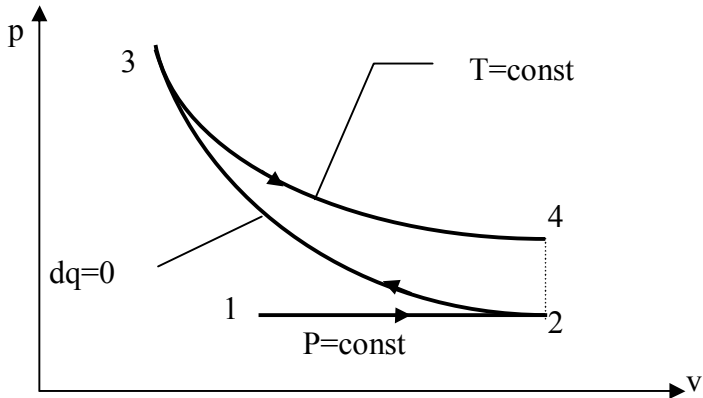
$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1} = \frac{5}{2} \frac{8,314}{28} \frac{1,3-1,4}{1,3-1} = -0,247 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$



9. Воздух в количестве 1кг последовательно меняет свое состояние следующим образом: сначала, имея параметры $p_1 = 0,2$ МПа и $t_1 = 37^0\text{C}$, изобарно расширяется до объема $v_2 = 2,85v_1$, затем адиабатно сжимается до состояния при $p_3 = 2,8$ МПа и изотермически расширяется до $v_4 = v_2$.

Определить недостающие параметры во всех характерных точках процессов, подведенную или отведенную теплоту, изменение внутренней энергии и энтальпии, работу расширения (сжатия) в каждом процессе. Проверить уравнение 1 закона

термодинамики для совокупности процессов. Теплоемкости считать не зависящими от температуры и рассчитать с использованием молекулярно-кинетической теории.



Объем в точке 1 определяется из уравнения состояния

$$v_1 = \frac{RT}{p_1} = \frac{8314}{29} \cdot (37 + 273) = 0,444 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

$$p_2 = p_1$$

$$v_2 = 2,85v_1 = 2,85 \cdot 0,444 = 1,266 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 1,266}{\frac{8314}{29}} = 883 \text{ K}$$

$$t_2 = T_2 - 273 = 883 - 273 = 610^0 \text{ C.}$$

Найдем удельный объем в точке 3 из соотношения параметров в адиабатном процессе 2-3:

$$p_3 v_3^k = p_2 v_2^k \Rightarrow$$

$$\frac{v_3}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{k}} \Rightarrow$$

$$\frac{v_3}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{k}} \Rightarrow$$

$$v_3 = v_2 \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{k}} = 1,266 \left(\frac{0,2}{2,8} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,192 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

Температура в точке 3 определяется из уравнения состояния

$$T_3 = \frac{p_3 v_3}{R} = \frac{2,8 \cdot 10^6 \cdot 0,192}{\frac{8314}{29}} = 1875 \text{ K}$$

$$t_3 = T_3 - 273 = 1875 - 273 = 1602^\circ \text{C}.$$

Процесс 3-4 – изотермический, следовательно

$$t_4 = t_3 = 1602^\circ \text{C}.$$

$$T_4 = 1875 \text{ K}.$$

По условию

$$v_4 = v_2 = 1,266 \text{ м}^3 / \text{кг}.$$

Давление в точке 4 определяется из уравнения состояния

$$p_4 = \frac{RT_4}{v_4} = \frac{\frac{8314}{29} \cdot 1875}{1,266} = 0,425 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Таблица значений параметров

Точки	P , МПа	v , м ³ /кг	t , ⁰ С	T ,К
1	0,2	0,444	37	310
2	0,2	1,266	610	883

3	2,8	0,192	1602	1875
4	0,425	1,266	1602	1875

Теплоемкость можно определить по молекулярно-кинетической теории

$$c_p = \frac{5+2}{2} R = \frac{7}{2} \cdot \frac{8,314}{29} = 1,006 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} R = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,314}{29} = 0,717 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Процесс 1-2 – изобарный.

$$q_{1-2} = \Delta h_{1-2} = c_p (t_2 - t_1) = 1,005(610 - 37) = 576 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$\Delta u_{1-2} = c_v (t_2 - t_1) = 0,717(610 - 37) = 411 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$l_{1-2} = p(v_2 - v_1) = 0,2 \cdot 10^6 (1,266 - 0,444) = 165 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Процесс 2-3 – адиабатный

$$q_{2-3} = 0,$$

$$\Delta h_{1-2} = c_p (t_3 - t_2) = 1,005(1602 - 610) = 998 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

$$\Delta u_{2-3} = c_v (t_3 - t_2) = 0,717(1602 - 610) = 713 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

В адиабатном процессе работа равна изменению внутренней энергии с обратным знаком

$$l_{2-3} = -\Delta u_{2-3} = -713 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Процесс 3-4 – изотермический. В изотермическом процессе, поскольку не изменяется температура, изменение внутренней энергии и энтальпии равно нулю.

$$\Delta u_{3-4} = 0.$$

$$\Delta h_{3-4} = 0$$

$$l_{3-4} = RT \ln \frac{v_4}{v_3} = \frac{8,314}{29} \cdot 1875 \ln \frac{1,266}{0,192} = 1016 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

В изотермическом процессе, поскольку внутренняя энергия не изменяется, подведенная теплота равна работе.

$$q_{3-4} = l_{3-4} = 1014 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Процесс	q ,кДж/кг	Δu , кДж/кг	Δh ,кДж/кг	l , кДж/кг
1-2	576	411	576	165
2-3	0	713	998	-713
3-4	1016	0	0	1016
	1592	1124	1574	465

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Газ массой 1 кг совершает прямой термодинамический цикл, состоящий из четырех последовательных термодинамических процессов. Данные, необходимые для расчета в зависимости от варианта, приведены в табл. 1. Давление задано в МПа, удельный объем в м³/кг, температура абсолютная, К.

Требуется:

1) рассчитать давление p , удельный объем v , температуру T воздуха для основных точек цикла;

2) для каждого из процессов определить значения показателей политропы n , теплоемкости c , вычислить изменение внутренней энергии Δu , энтальпии Δh , энтропии Δs , теплоту процесса q , работу процесса l .

3) определить суммарные количества теплоты подведенной q_1 и отведенной q_2 , работу цикла $l_{ц}$, термический к.п.д. цикла $\eta_{т}$.

4) построить цикл в координатах: а.) $p-v$, в.) $T-s$, нанеся основные точки цикла и составляющие его процессы;

N варианта	Заданные параметры в основных точках	Газ	Тип процесса и показатель политропы*			
			1-2	2-3	3-4	4-1
1	$p_1=0,8, v_1=0,12,$ $p_2=2,0, p_3=1,2$	Воздух	$s=$ const	$T=$ const	$s=$ const	$v=$ const
2	$p_1=1,3, T_1=573,$ $p_2=0,5, T_3=290$	O ₂	$T=$ const	$s=$ const	$T=$ const	$s=$ const
3	$p_1=0,2, v_1=0,45,$ $p_2=1,2, T_3=573$	N ₂	$s=$ const	$v=$ const	$s=$ const	$p=$ const
4	$p_1=3,5, T_1=483,$ $T_2=290, p_3=2,5$	CO	$p=$ const	$n=1,2$	$p=$ const	$v=$ const
5	$p_1=0,1, T_1=273,$ $p_2=0,5, T_3=473$	CO ₂	$n=1,3$	$p=$ const	$n=1,3$	$p=$ const

6	$p_1 = 0,09, T_1 = 303,$ $p_2 = 0,4, T_3 = 473$	N ₂	n=1,2	p=const	n=1,2	v=const
7	$p_1 = 0,16, v_1 = 0,5,$ $T_2 = 423, p_3 = 2,5$	Воздух	n=1,2	v=const	n=1,2	p=const
8	$p_1 = 0,18, T_1 = 303,$ $v_2 = 0,1, p_3 = 0,3$	O ₂	n=1,1	T=const	n=1,1	v=const
9	$p_1 = 0,3, v_1 = 0,3,$ $p_2 = 2,0, T_3 = 573$	N ₂	n=1,3	p=const	n=1,3	p=const
10	$p_1 = 2,0, T_1 = 473,$ $T_2 = 623, v_3 = 0,12$	CO	p=const	s=const	v=const	T=const
11	$p_1 = 0,3, T_1 = 323,$ $p_2 = 2,0, T_3 = 473$	Воздух	T=const	p=const	T=const	p=const
12	$p_1 = 0,4, T_1 = 373,$ $p_2 = 1,6, p_3 = 0,6$	O ₂	s=const	T=const	s=const	p=const
13	$p_1 = 0,3, T_1 = 300,$ $p_2 = 0,8, T_3 = 473$	N ₂	T=const	v=const	T=const	v=const
14	$p_1 = 1,2, T_1 = 373,$ $p_2 = 3,0, T_3 = 473$	CO	T=const	p=const	T=const	p=const
15	$p_1 = 5,0, T_1 = 573,$ $p_2 = 1,8, v_3 = 0,2$	Воздух	T=const	s=const	v=const	s=const
16	$p_1 = 0,7, v_1 = 0,12,$ $p_2 = 2,0, T_3 = 473$	CO ₂	s=const	p=const	s=const	T=const
17	$p_1 = 0,3, T_1 = 303,$ $p_2 = 0,6, T_3 = 523$	O ₂	s=const	v=const	s=const	T=const
18	$p_1 = 0,12, v_1 = 0,7,$	N ₂	T=const	p=const	T=const	p=const

	$v_2=0,2, T_3=423$					
19	$p_1=0,4, v_1=0,3,$ $p_2=1,0, T_3=573$	CO	T= const	p= const	s= const	p= const
20	$p_1=0,7, T_1=473,$ $T_2=573, v_3=0,4$	CO ₂	p= const	T= const	v= const	s= const
21	$p_1=0,3, T_1=298,$ $p_2=1,0, T_3=573$	N ₂	s= const	p= const	T= const	p= const
22	$p_1=0,3, v_1=0,3,$ $p_2=1,0, T_3=473$	Воздух	s= const	v= const	T= const	p= const
23	$p_1=1,0, T_1=523,$ $T_2=573, p_3=0,6$	O ₂	p= const	s= const	p= const	v= const
24	$p_1=1,2, v_1=0,08,$ $p_2=1,4, T_3=423$	CO	v= const	p= const	v= const	p= const
25	$v_1=0,12, T_1=323,$ $p_2=2,5, T_3=573$	N ₂	s= const	p= const	T= const	p= const
26	$p_1=0,12, T_1=283,$ $p_2=0,8, T_3=573$	CO ₂	s= const	p= const	s= const	p= const
27	$p_1=0,08, T_1=293,$ $v_2=0,4, T_3=573$	Воздух	T= const	v= const	s= const	v= const
28	$p_1=1,2, T_1=323,$ $p_2=6,0, T_3=593$	O ₂	s= const	p= const	s= const	v= const
29	$p_1=0,1, T_1=338,$ $T_2=273, T_3=433$	N ₂	p= const	s= const	v= const	n=1,3
30	$p_1=0,3, T_1=293,$ $p_2=1,8, T_3=603$	CO	s= const	v= const	s= const	v= const

ЛИТЕРАТУРА

1. Ривкин С.Л. Термодинамические свойства газов: Справочник / С.Л. Ривкин- 4-е изд.- М.: Энергоатомиздат, 1987.- 288 с.
2. Кириллин В.А. Техническая термодинамика/ В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейндлин -4-е изд. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 416 с.
3. Техническая термодинамика: учебник для вузов/ Крутов В.И. [и др.], под общ. ред. В.И. Крутова.- 3-е изд.- М.: Высш. шк., 1991.-384 с.
4. Вукалович М.П. Термодинамика: учебное пособие/ М.П. Вукалович, И.И. Новиков.- М.: Машиностроение, 1972.-672 с.
5. Андриющенко А.И. Основы термодинамики циклов теплоэнергетических установок: учебное пособие/ А.И. Андриющенко -3-е изд.- М.: Высшая школа, 1985.- 319 с.
6. Сборник задач по технической термодинамике: учебное пособие/ Андрианова Т.Н. [и др.]; под общ. Ред. Т.Н. Андриановой- 3-е изд. - М.: Энергоиздат, 1981. - 240 с.
7. Рабинович О.М. Сборник задач по технической термодинамике / О.М. Рабинович - М.: Машиностроение, 1973.- 344 с.
8. Зубарев В.Н. Практикум по технической термодинамике: учебное пособие/ В.Н. Зубарев, А.А. Александров, В.С. Охотин - 3-е изд., перераб.- М.: Энергоатомиздат, 1986.- 304 с.

Учебное издание

ХУТСКАЯ Наталия Геннадьевна
ПАЛЬЧЁНОК Геннадий Иванович

РАСЧЕТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ

Методическое пособие
по дисциплине «Термодинамика» для студентов
специальности 1–43 01 06 «Энергоэффективные технологии
и энергетический менеджмент»

Подписано в печать. 2012
Формат 60x84 1/16. Бумага

Усл. печ. л.3,31. Уч.- изд. л. 2,59. Тираж 100. Заказ.

Белорусский национальный технический университет
ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.
Проспект Независимости, 65.220013, Минск
Отпечатано